实验二: PageRank 算法实现

梁业升 2019010547 (计 03)

1 实验结果



图 1: OJ 测试结果

2 实验报告

2.1 请分析在迭代过程中,为什么 PageRank 值的和始终为 1

第 $k(k \ge 1)$ 次迭代中, 出度为 0 的节点的 PageRank 值之和为

$$S^{(k)} = \sum_{\{j|j \Rightarrow i\} = \emptyset} \Pr[i]$$

节点 i 的 PageRank 值为

$$\mathtt{PR}[i]^{(k)} = \frac{\alpha}{N} + (1-\alpha) \Big[\sum_{j \Rightarrow i} \frac{\mathtt{PR}[j]^{(k-1)}}{\mathtt{out_degree}[j]} + \frac{S^{(k)}}{N} \Big]$$

PageRank 的和为

$$\begin{split} \sum_{i \in V(G)} \Pr[i]^{(k)} &= N \cdot \frac{\alpha}{N} + (1 - \alpha) \Big[\sum_{(j,i) \in E(G)} \frac{\Pr[j]^{(k-1)}}{\mathsf{out_degree}[j]} + \sum_{\{i|j \Rightarrow i\} = \emptyset} \Pr[j]^{(k-1)} \Big] \\ &= \alpha + (1 - \alpha) \sum_{\{i|j \Rightarrow i\} \neq \emptyset} \Pr[j]^{(k-1)} + (1 - \alpha) \sum_{\{i|j \Rightarrow i\} = \emptyset} \Pr[j]^{(k-1)} \\ &= \alpha + (1 - \alpha) \sum_{i \in V(G)} \Pr[i]^{(k-1)} \end{split}$$

k=0 时,

$$\sum_{i \in V(G)} \mathtt{PR}[i]^{(0)} = 1$$

由数学归纳法

$$\sum_{i \in V(G)} \Pr[i]^{(k)} = \alpha + (1-\alpha) = 1$$

2.2 语料人链接数和出链接数分布情况分布

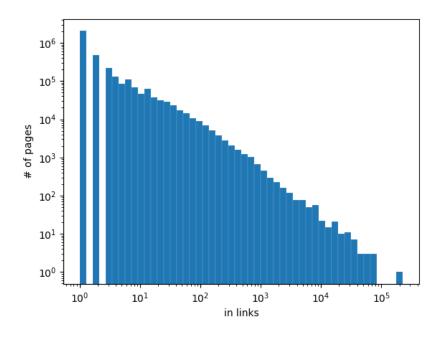


图 2: 入链接数分布

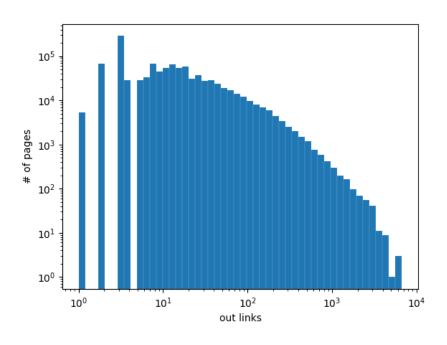


图 3: 出链接数分布

大多数的网页入链接和出链接数均较少,具有较高入链接或出链接的网页较少。相较而言,入链接数较少的网页的比例比出链接数较少的网页的比例 多,而最大出链接数量少于最大入链接数量。

2.3 PageRank 结果分布

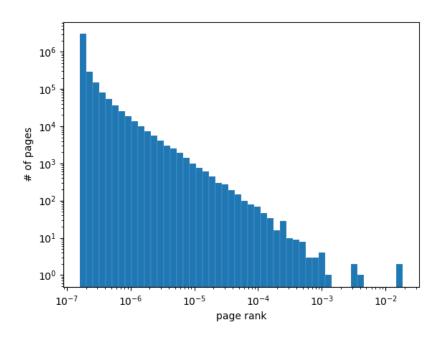


图 4: PageRank 结果分布

大多数的 PageRank 均较低,具有较大 PageRank 的网页较少。

2.4 PageRank 得分与人链接的关联分析

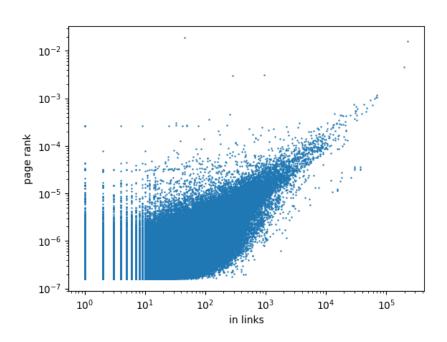


图 5: PageRank 得分与人链接的关系

由上图可见,PageRank 得分与人链接数量大致成正相关,且人链接越多,相关性越强。

2.5 PageRank 得分与相应条目语义内容分析

PageRank 排名前 3 的条目为:

1. 箭头: 1.87 × 10⁻²

 $2. \leftarrow \colon 1.59 \times 10^{-2}$

3. 维基数据: 3.1×10^{-3}

PageRank 排名后 2 的条目为:

1. 李东**E**: 1.586×10^{-7}

2. 金炯: 1.586 × 10⁻⁷

可见, PageRank 较高的条目为搜索或引用的高频词, 较低的条目大多为如

部分姓名的冷门词。