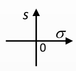
自动控制原理
Automatic Control Principle
3. 时域分析
(Part 3)

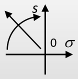
机械工程学院
机器人工程系 王泽莹

课程回顾

二阶系统性能指标分析:

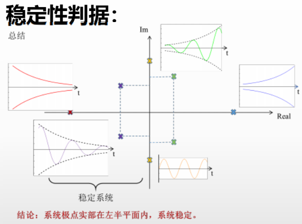


$$\begin{cases} \varsigma w_n \uparrow \Rightarrow \begin{cases} t_s = \dfrac{3.5}{\varsigma w_n} \downarrow \\ \phi \downarrow \Rightarrow \varsigma \uparrow \Rightarrow \sigma\% \downarrow \end{cases} \\ \sqrt{1-\varsigma^2} w_n \uparrow \Rightarrow \begin{cases} t_s = \dfrac{3.5}{\varsigma w_n} \rightarrow \\ \phi \uparrow \Rightarrow \varsigma \downarrow \Rightarrow \sigma\% \uparrow \end{cases} \end{cases}$$



$$\begin{cases} \phi \uparrow \Rightarrow \begin{cases} \varsigma w_n \downarrow \Rightarrow t_s = \dfrac{3.5}{\varsigma w_n} \uparrow \\ \phi \uparrow \Rightarrow \varsigma \downarrow \Rightarrow \sigma\% \uparrow \end{cases} \\ w_n \uparrow \Rightarrow \begin{cases} \varsigma w_n \uparrow \Rightarrow t_s = \dfrac{3.5}{\varsigma w_n} \downarrow \\ \varsigma \rightarrow \Rightarrow \phi \rightarrow \Rightarrow \sigma\% \rightarrow \end{cases} \end{cases}$$

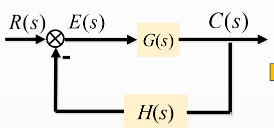
稳定性判据:

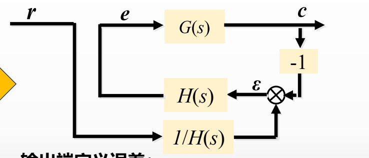


稳定性代数判据:
劳斯-赫尔维茨判据

课程内容
Main Contents

稳态误差计算 一、系统的误差$e(t)$ 与$\varepsilon(t)$

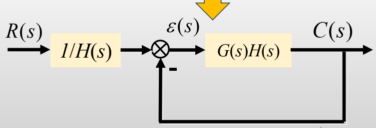




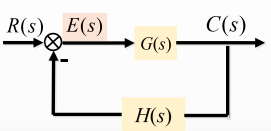
输入端定义误差:

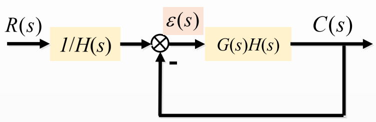
$$E(s) = R(s) - H(s)C(s)$$

输出端定义误差:



稳态误差计算 一、系统的误差$e(t)$ 与$\varepsilon(t)$





输入端定义误差:

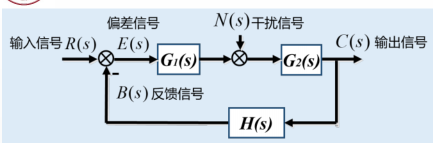
$$E(s) = R(s) - H(s)C(s)$$

输出端定义误差:

$$\varepsilon(s) = \frac{1}{H(s)} R(s) - C(s)$$

$$E(s) = H(s)\varepsilon(s)$$

闭环反馈系统方框图



1) **前向通道传递函数:输出信号与偏差信号之比**
$$G(s) = \frac{C(s)}{E(s)} = G_1(s)G_2(s)$$

2) **反馈通道传递函数:** $H(s) = \dfrac{B(s)}{C(s)}$

$H(s)$=1时称为单位反馈

3) **对输入的开环传递函数 ($N(s)$=0)**
$$G_k(s) = \frac{B(s)}{E(s)} = G_1(s)G_2(s)H(s)$$

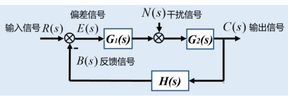
4) **对输入的闭环传递函数 ($N(s)$=0)**
$$G_B(s) = \frac{C(s)}{R(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

5) **对扰动量的闭环传递函数 ($R(s)$=0)**
$$G_N(s) = \frac{C(s)}{N(s)} = \frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

6) **对输入的误差传递函数**
$$\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

稳态误差计算 一、系统的误差$e(t)$ 与$\varepsilon(t)$

闭环反馈系统的误差传递函数:



$$\Phi_e(s) = \frac{E(s)}{R(s)} = \frac{1}{1+G(s)H(s)}$$

静态/稳态误差:

$$e_{ss}(\infty) = \lim_{t\to\infty} e_{ss}(t) = \lim_{s\to 0} sE(s) = \lim_{s\to 0} sR(s)\Phi_e(s) = \lim_{s\to 0} \frac{sR(s)}{1+G(s)H(s)}$$

$$\varepsilon_{ss}(\infty) = \lim_{t\to\infty} \varepsilon_{ss}(t) = \lim_{s\to 0} s\varepsilon(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{R(s)}{H(s)}\Phi_e(s) = \lim_{s\to 0} \frac{sR(s)}{H(s)\left(1+G(s)H(s)\right)}$$

目标:稳态误差→0

稳态误差计算 一、系统的误差$e(t)$ 与$\varepsilon(t)$

【稳态误差求解方法】

1. **判定系统稳定性☆☆☆☆☆ Routh判据**
2. 求解误差传递函数 $\Phi_e(s) = \dfrac{E(s)}{R(s)}$
3. **利用终值定理求解(通用方法)** $\lim\limits_{t\to\infty} e_{ss}(t) = \lim\limits_{s\to 0} sE(s)$

稳态误差计算 一、系统的误差$e(t)$ 与$\varepsilon(t)$

例1:已知系统前向通道传函为 $G(s) = \dfrac{K}{s^2(s+a)}$ **,反馈通道传递函数为$H(s)=Ts+1$**

已知输入$r(t)=2t+4t^2$,求系统稳态误差。

$$G_B(s) = \frac{G(s)}{1+G(s)H(s)} = \frac{K}{s^2(s+a)+K(Ts+1)}$$

判定系统稳定性

$$D(s) = s^3 + as^2 + KTs + K = 0$$

$s^3 \quad 1 \quad KT$

$s^2 \quad a \quad K \Rightarrow a > 0$

$s \quad \dfrac{(aT-1)K}{a} \Rightarrow aT > 1$

$s^0 \quad K \Rightarrow K > 0$

利用终值定理求解

$$e_{ss}(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{sR(s)}{1+G(s)H(s)}$$

$$= \lim_{s\to 0} \frac{s\left(\dfrac{2}{s^2} + \dfrac{8}{s^3}\right)}{1+K(Ts+1)/s^2(s+a)} = \frac{8a}{K}$$

稳态误差计算 二、静态误差系数法

$$G_k(s) = G(s)H(s) = \frac{\boxed{K}\prod_{i=1}^{m}(T_i s+1)}{\boxed{s^v}\prod_{j=1}^{n-v}(T_j s+1)}$$

开环增益

开环系统极点的重根数

$$G_0(s) = \frac{\prod_{i=1}^{m}(T_i s+1)}{\prod_{j=1}^{n-v}(T_j s+1)}, G_k(s) = \frac{KG_0(s)}{s^v}$$

$v=0$,称为 0 型系统;

$v=1$,称为 I 型系统;

$v=2$,称为 II 型系统

$$e_{ss}(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s^{v+1}R(s)}{KG_0(s)+s^v} = \frac{\lim\limits_{s\to 0} s^{v+1}R(s)}{K+\lim\limits_{s\to 0} s^v}$$

稳态误差计算 二、静态误差系数法

单位阶跃信号的稳态误差

$$e_{ss}(\infty)=\frac{\lim\limits_{s\to0}s^{v+1}R(s)}{K+\lim\limits_{s\to0}s^{v}}$$

$$r(t)=1, R(s)=\frac{1}{s}$$

$$e_{ss}(\infty)=\lim_{s\to0}\frac{sR(s)}{1+G(s)H(s)}=\frac{1}{1+\lim\limits_{s\to0}G(s)H(s)}=\frac{1}{1+K_p}$$ 稳态位置偏差

位置偏差系数

$$K_p=\frac{K}{\lim\limits_{s\to0}s^{v}}=\begin{cases}K, v=0\\ \infty, v\ge1\end{cases}$$

对于阶跃输入信号，须选用I型及以上类型的系统，才能保证稳态误差为零。

稳态误差计算 二、静态误差系数法

单位斜坡信号的稳态误差

$$e_{ss}(\infty)=\frac{\lim\limits_{s\to0}s^{v+1}R(s)}{K+\lim\limits_{s\to0}s^{v}}$$

$$r(t)=t, R(s)=\frac{1}{s^2}$$

$$e_{ss}(\infty)=\lim_{s\to0}\frac{sR(s)}{1+G(s)H(s)}=\frac{1}{\lim\limits_{s\to0}sG(s)H(s)}=\frac{1}{K_v}$$ 稳态速度偏差

速度偏差系数

$$K_v=\lim_{s\to0}s\frac{KG_0(s)}{s^{v}}=\lim_{s\to0}\frac{K}{s^{v-1}}=\begin{cases}0, v=0\\ K, v=1\\ \infty, v\ge2\end{cases}$$

对于斜坡输入信号，必须选用II型及以上类型的系统，才能保证稳态误差为零。

稳态误差计算 二、静态误差系数法

加速度信号的稳态误差

$$e_{ss}(\infty)=\frac{\lim\limits_{s\to0}s^{v+1}R(s)}{K+\lim\limits_{s\to0}s^{v}}$$

$$r(t)=\frac{1}{2}t^2, R(s)=\frac{1}{s^3}$$

$$e_{ss}(\infty)=\lim_{s\to0}\frac{sR(s)}{1+G(s)H(s)}=\frac{1}{\lim\limits_{s\to0}s^2G(s)H(s)}=\frac{1}{K_a}$$ 稳态加速度偏差

加速度偏差系数

$$K_a=\lim_{s\to0}s^2\frac{KG_0(s)}{s^{v}}=\lim_{s\to0}\frac{K}{s^{v-2}}=\begin{cases}0, v=0,1\\ K, v=2\\ \infty, v\ge3\end{cases}$$

对于加速度信号，必须选用III型及以上类型的系统，才能保证稳态误差为零。

稳态误差计算 二、静态误差系数法

$$e_{ss}(\infty)=\frac{\lim\limits_{s\to0}s^{v+1}R(s)}{K+\lim\limits_{s\to0}s^{v}}$$

系统型别	静态误差系数			阶跃信号 $r=A\bullet1(t)$	斜坡信号 $r=A\bullet t$	加速度信号 $r=A\bullet t^2/2$
V	$K_p=\lim\limits_{s\to0}\frac{K}{s^v}$	$K_v=\lim\limits_{s\to0}\frac{K}{s^{v-1}}$	$K_a=\lim\limits_{s\to0}\frac{K}{s^{v-2}}$	$e_{ss}=\frac{A}{1+K_p}$	$e_{ss}=\frac{A}{K_v}$	$e_{ss}=\frac{A}{K_a}$
0	K	0	0	$\frac{A}{1+K}$	∞	∞
I	∞	K	0	0	$\frac{A}{K}$	∞
II	∞	∞	K	0	0	$\frac{A}{K}$
III	∞	∞	∞	0	0	0

稳态误差计算 二、静态误差系数法

例1： 已知系统前向通道传函为 $G(s)=\frac{K}{s^2(s+a)}$，反馈通道传递函数为$H(s)=Ts+1$

已知输入$r(t)=2t+4t^2$，求系统稳态误差。

V	$r=A\bullet1(t)$	$r=A\bullet t$	$r=A\bullet\frac{t^2}{2}$
0	$\frac{A}{1+K}$	∞	∞
I	0	$\frac{A}{K}$	∞
II	0	0	$\frac{A}{K}$

$$G_K(s)=G(s)H(s)=\frac{K_1(Ts+1)}{s^2(s+a)}\Rightarrow\begin{cases}K=K_1/a\\ v=2\end{cases}$$

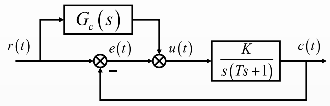
$$r_1(t)=2t, e_{ss1}=0$$

$$r_2(t)=4t^2, e_{ss2}=\frac{A}{K}=\frac{8a}{K_1}$$

$$e_{ss}=e_{ss1}+e_{ss2}=\frac{8a}{K_1}$$

稳态误差计算 二、静态误差系数法

例2： 系统结构图如图，已知输入$r(t)=At$，求$G_c(s)$，使稳态误差为零。



解

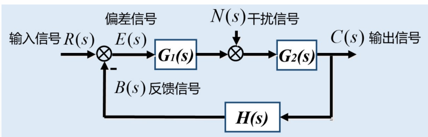
$$G(s)=\frac{K}{s(Ts+1)}\quad\begin{cases}K=K\\ v=1\end{cases}$$

$$D(s)=Ts^2+s+K=0$$

$$\Phi_e(s)=\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{1-\frac{KG_c(s)}{s(Ts+1)}}{1+\frac{K}{s(Ts+1)}}=\frac{s(Ts+1)-KG_c(s)}{s(Ts+1)+K}$$

$$e_{ss}=\lim_{s\to0}s\Phi_e(s)\frac{A}{s^2}=\frac{A}{s}\frac{s(Ts+1)-KG_c(s)}{s(Ts+1)+K}=0\Rightarrow G_c(s)=\frac{s}{K}$$

稳态误差计算 三、有干扰存在时的误差



根据叠加原理，系统输出等于系统输入与干扰输入叠加作用

$$C(s)=G_B(s)R(s)+G_N(s)N(s)$$

$$G_B(s)=\frac{G_1(s)G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}\qquad G_N(s)=\frac{G_2(s)}{1+G_1(s)G_2(s)H(s)}$$

稳态误差计算 三、有干扰存在时的误差

此时输出端系统误差为

$$\varepsilon(s)=\frac{R(s)}{H(s)}-C(s)$$

$$=\frac{R(s)}{H(s)}-G_B(s)R(s)-G_N(s)N(s)$$

输入信号产生的误差

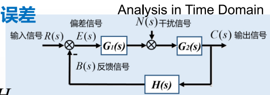
$$=\frac{1}{(1+G_1G_2H)H}R(s)-\frac{G_2}{1+G_1G_2H}N(s)$$

$$=\boxed{\Phi_R(s)}R(s)+\boxed{\Phi_N(s)}N(s)$$

干扰信号产生的误差

$$=\varepsilon_R(s)+\varepsilon_N(s)$$

稳态误差计算 三、有干扰存在时的误差



输入端系统误差$E(s)=H(s)\varepsilon(s)$

$$=\frac{1}{1+G_1G_2H}R(s)-\frac{G_2H}{1+G_1G_2H}N(s)$$

$$=E_R(s)+E_N(s)$$

$$\varepsilon(s)=\frac{R(s)}{H(s)}-C(s)$$
$$=\frac{R(s)}{H(s)}-G_B(s)R(s)-G_N(s)N(s)$$

当系统输入信号为0，系统输出完全由干扰产生，此时有

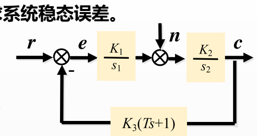
$$C(s)=G_N(s)N(s)\qquad \varepsilon(s)=-G_N(s)N(s)$$

→ 干扰产生的输出全部成为系统误差，量值与系统输出相等，但相位相反。干扰与输出之间的传递函数与干扰与误差之间的传递函数反相。

$$e_{Nss}(\infty)=\lim_{s\to0}sE_N(s)=\lim_{s\to0}\left(-\frac{G_2H}{1+G_1G_2H}sN(s)\right)$$

稳态误差计算

例3： 系统如图所示，已知输入 $\begin{cases}r(t)=At^2/2\\ n(t)=At\end{cases}$，求系统稳态误差。



解：

$$G(s)=\frac{K_1K_2K_3(Ts+1)}{s_1s_2}\quad\begin{cases}K=K_1K_2K_3\\ v=2\end{cases}$$

$$\Phi_e(s)=\frac{E(s)}{R(s)}=\frac{1}{1+G(s)}=\frac{s_1s_2}{s_1s_2+K_1K_2K_3(Ts+1)}$$

$$D(s)=s_1s_2+K_1K_2K_3(Ts+1)\begin{cases}K_1K_2K_3>0\\ T>0\end{cases}$$

$$e_{ssr}=\lim_{s\to0}s\Phi_e(s)\frac{A}{s^3}=\lim_{s\to0}\frac{A}{s^2}\frac{s_1s_2}{s_1s_2+K_1K_2K_3(Ts+1)}=\frac{A}{K_1K_2K_3}$$

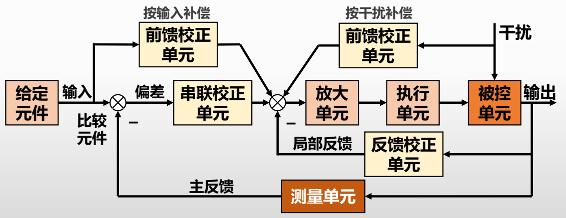
$$\Phi_N(s)=\frac{-K_2K_3(Ts+1)/s_2}{1+K_1K_2K_3(Ts+1)/s_1s_2}=\frac{-K_2K_3s_1(Ts+1)}{s_1s_2+K_1K_2K_3(Ts+1)}$$

$$e_{ssn}=\lim_{s\to0}s\Phi_N(s)\frac{A}{s^2}=\frac{A}{s}\frac{-K_2K_3s_1(Ts+1)}{s_1s_2+K_1K_2K_3(Ts+1)}=-\frac{A}{K_1}$$

结论： 在主反馈口到干扰作用点之间的前向通道中***提高增益***，设置***积分环节***，可以同时*减小或消除控制输入*和干扰作用下产生的*稳态误差*。

PLUS: 线性系统时域校正

校正：采用适当方式，在系统中加入一些结构和参数可调的校正装置，用以改善系统性能，使系统满足指标要求。

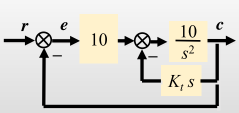


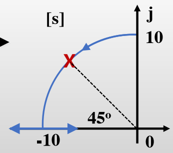
校正方式：前馈校正、串联校正、反馈校正、复合校正

PLUS: 线性系统时域校正 反馈校正

例：系统如图所示，求：

1) K_t=0时，系统的性能?
2) K_t增大时，$\sigma\%$ 和 t_{ss}变化趋势?
ζ=0.707 时，$\sigma\%$ 和 t_{ss}=?
3) K_t增大时，$r(t)=t$，e_{ss}变化趋势?
ζ=0.707 时，e_{ss}=?





解：1) $K_t=0, G(s)=\dfrac{100}{s^2}, \Phi_s(s)=\dfrac{100}{s^2+100}$

系统不稳定

2) $K_t>0, G(s)=\dfrac{100}{s(s+10K_t)}, K=\dfrac{10}{K_t}, v=1$

$\Phi_s(s)=\dfrac{100}{s^2+10K_t s+100}, w_n=10, \varsigma=\dfrac{K_t}{2}$

$K_t<2, \varsigma<1$

$K_t\uparrow \Rightarrow \varsigma\uparrow \Rightarrow \sigma\%\downarrow, t_{ss}\downarrow$

$K_t\geq 2, \varsigma\geq 1, K_t\uparrow \Rightarrow \sigma\%=0, t_{ss}\uparrow$

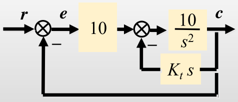
$\varsigma=0.707 \Rightarrow K_t=1.414$

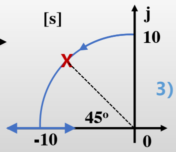
$\Rightarrow \sigma\%=5\%, t_{ss}=\dfrac{3.5}{5K_t}=0.495$

PLUS: 线性系统时域校正 反馈校正

例：系统如图所示，求：

1) K_t=0时，系统的性能?
2) K_t增大时，$\sigma\%$ 和 t_{ss}变化趋势?
ζ=0.707 时，$\sigma\%$ 和 t_{ss}=?
3) K_t增大时，$r(t)=t$，e_{ss}变化趋势?
ζ=0.707 时，e_{ss}=?





解：1) $K_t=0, G(s)=\dfrac{100}{s^2}, \Phi_s(s)=\dfrac{100}{s^2+100}$

系统不稳定

2) $0<K_t<2, \varsigma<1$

$K_t\uparrow \Rightarrow \varsigma\uparrow \Rightarrow \sigma\%\downarrow, t_{ss}\downarrow$

$K_t\geq 2, \varsigma\geq 1, K_t\uparrow \Rightarrow \sigma\%=0, t_{ss}\uparrow$

$\varsigma=0.707 \Rightarrow K_t=1.414$

$\Rightarrow \sigma\%=5\%, t_{ss}=\dfrac{3.5}{5K_t}=0.495$

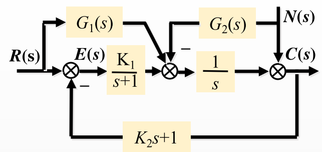
3) $K_t>0, G(s)=\dfrac{100}{s(s+10K_t)}, K=\dfrac{10}{K_t}, v=1$

$e_{ss}=\dfrac{1}{K}=\dfrac{K_t}{10}$

PLUS: 线性系统时域校正 前馈校正

例2：系统如图所示。

1) 确定K_1，K_2，配置极点于s=-5±j5；
2) 设计$G_1(s)$，使$r(t)=t$作用下的e_{ss}=0；
3) 设计$G_2(s)$，使$n(t)$作用下$e_n(t)$=0。



解：1) $G(s)=\dfrac{K_1(K_2s+1)}{s(s+1)}, K=K_1, v=1$

$D(s)=s^2+(K_1K_2+1)s+K_1=0, K_1>0, K_2>0$

$=s^2+10s+50 \Rightarrow K_1=50, K_2=0.18$

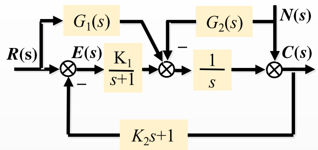
2) $\Phi_e(s)=\dfrac{E(s)}{R(s)}=\dfrac{1-\frac{K_2s+1}{s}G_1(s)}{1+\frac{K_1(K_2s+1)}{s(s+1)}}=\dfrac{(s+1)[s-(K_2s+1)G_1(s)]}{s(s+1)+K_1(K_2s+1)}$

$e_{ss}=\lim\limits_{s\to 0} s\dfrac{1}{s^2}\Phi_e(s)=0 \Rightarrow G_1(s)=\dfrac{s}{K_2s+1}$

PLUS: 线性系统时域校正 前馈校正

例2：系统如图所示。

1) 确定K_1，K_2，配置极点于s=-5±j5；
2) 设计$G_1(s)$，使$r(t)=t$作用下的e_{ss}=0；
3) 设计$G_2(s)$，使$n(t)$作用下$e_n(t)$=0。



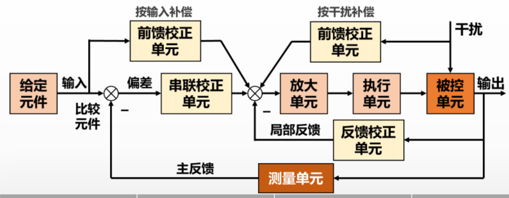
解：1) $G(s)=\dfrac{K_1(K_2s+1)}{s(s+1)}, K=K_1, v=1$

2) $G_1(s)=\dfrac{s}{K_2s+1}$

3) $\Phi_n(s)=\dfrac{E(s)}{N(s)}=\dfrac{-(K_2s+1)+\frac{K_2s+1}{s}G_2(s)}{1+\frac{K_1(K_2s+1)}{s(s+1)}}=\dfrac{-(K_2s+1)(s+1)[s-G_2(s)]}{s(s+1)+K_1(K_2s+1)}$

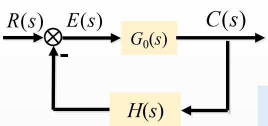
$e_n=0 \Rightarrow G_2(s)=s$

线性系统时域校正



校正方法	实例	作用	说明
串联校正	比例+微分	提前控制，减小超调	不损失稳态精度
反馈校正	测速反馈	增加阻尼，减小超调	降低开环增益，增加稳态误差
前馈校正	按输入/干扰补偿	主要提高稳态精度，减小或消除稳态误差	对提高动态性能有利

课程小结



$G(s)$=$G_0(s)$ $H(s)$

$\Phi(s)=\dfrac{G_0(s)}{1+G_0(s)\,H(s)}$

$D(s)= a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1}+\ldots+ a_1s+ a_0=0$

稳（基本要求）

(1) 稳定的概念 $\lim\limits_{x\to\infty} x(t)\to 0$

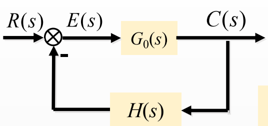
(2) 稳定的充要条件

Re[λ_i]<0 i=1,2,…

(3) 稳定判据 ｛**必要条件** a_i>0；**Routh判据**｝

- Routh表
- 特殊情况处理
- Routh判据应用

课程小结



$G(s)$=$G_0(s)$ $H(s)$

$\Phi(s)=\dfrac{G_0(s)}{1+G_0(s)\,H(s)}$

$D(s)= a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1}+\ldots+ a_1s+ a_0=0$

准（稳态要求）

(1) 误差的概念
- 误差定义：**从输入端定义**；从输出端定义
- 稳态误差：**静态误差e_{ss}**；

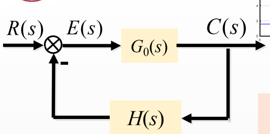
(2) 误差计算

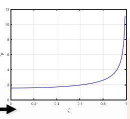
一般方法
- 判定稳定性
- $\Phi_e(s)=\dfrac{E(s)}{R(s)}$ $\Phi_{em}(s)=\dfrac{E(s)}{N(s)}$
- $e_{ss}(\infty)=\lim\limits_{s\to 0}\dfrac{s^{v+1}R(s)}{KG_0(s)+s^v}=\dfrac{\lim\limits_{s\to 0}s^{v+1}R(s)}{K+\lim\limits_{s\to 0}s^v}$

静态误差系数法

V	$r=A\cdot 1(t)$	$r=A\cdot t$	$r=A\cdot\frac{t^2}{2}$
0	$\frac{A}{1+K}$	∞	∞
I	0	$\frac{A}{K}$	∞
II	0	0	$\frac{A}{K}$

课程小结





$G(s)$=$G_0(s)$ $H(s)$

$\Phi(s)=\dfrac{G_0(s)}{1+G_0(s)\,H(s)}$

$D(s)= a_ns^n + a_{n-1}s^{n-1}+\ldots+ a_1s+ a_0=0$

快（动态要求）

动态指标定义 t_p $\sigma\%$ t_{ss}

***n*=1** $\Phi(s)=\dfrac{K}{\tau s+1}$ $T_{ss}=3\tau$

***n*=2** $\Phi(s)=\dfrac{w_n^2}{s^2+2\varsigma w_ns+w_n^2}$

$0<\varsigma<1, \lambda_{1,2}=-\varsigma w_n\pm iw_n\sqrt{1-\varsigma^2}$

$x(t)=1-\dfrac{e^{-\varsigma w_nt}}{\sqrt{1-\varsigma^2}}\sin(w_dt+\phi), w_d=w_n\sqrt{1-\varsigma^2}, \phi=\arctan\dfrac{\sqrt{1-\varsigma^2}}{\varsigma}$

$t_p=\dfrac{\pi}{w_d}, \dot{x}(t)=0$

$\sigma\%=(x_p-1)\times 100\% = e^{-\frac{\varsigma\pi}{\sqrt{1-\varsigma^2}}}\times 100\%$

$t_{ss}\approx\dfrac{4.4}{\varsigma w_n}, \Delta=2\%$

$t_{ss}\approx\dfrac{3.5}{\varsigma w_n}, \Delta=5\%$

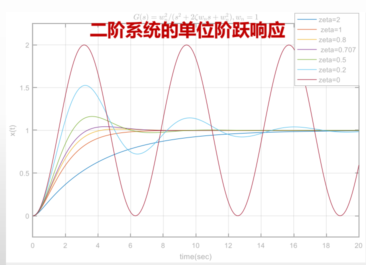
- 最佳阻尼比
- 动态性能随极点位置的变化规律

***n*=3** ｛主导闭环极点 零点极点法；附加闭环零/极点对系统动态性能的影响｝

MATLAB仿真实验

免费网页版平替：
https://octave-online.net/

```
G_s = tf([w_n^2],[1,2*w_n*zeta,w_n^2]);    step(G_s)
```

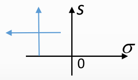


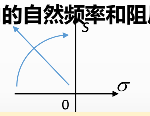
[要求]

1. 绘制4张欠阻尼二阶系统不同系数变化下的对比图，观察四种变化造成的单位阶跃响应的变化
2. 绘制高阶系统对比图，观察零极点变化下的单位阶跃响应的区别

MATLAB仿真实验

[要求1]绘制4张欠阻尼二阶系统不同系数变化下的对比图，观察四种变化造成的单位阶跃响应的变化（自行配置合理区间内的自然频率和阻尼比）





对比图1 / 对比图2

$$\begin{cases} \varsigma w_n \uparrow \Rightarrow \begin{cases} t_s = \dfrac{3.5}{\varsigma w_n} \downarrow \\ \phi \downarrow \Rightarrow \varsigma \uparrow \Rightarrow \sigma\% \downarrow \end{cases} \\ \sqrt{1-\varsigma^2} w_n \uparrow \Rightarrow \begin{cases} t_s = \dfrac{3.5}{\varsigma w_n} \rightarrow \\ \phi \uparrow \Rightarrow \varsigma \downarrow \Rightarrow \sigma\% \uparrow \end{cases} \end{cases}$$

对比图3 / 对比图4

$$\begin{cases} \phi \uparrow \Rightarrow \begin{cases} \varsigma w_n \downarrow \Rightarrow t_s = \dfrac{3.5}{\varsigma w_n} \uparrow \\ \phi \uparrow \Rightarrow \varsigma \downarrow \Rightarrow \sigma\% \uparrow \end{cases} \\ w_n \uparrow \Rightarrow \begin{cases} \varsigma w_n \uparrow \Rightarrow t_s = \dfrac{3.5}{\varsigma w_n} \downarrow \\ \varsigma \rightarrow \Rightarrow \phi \rightarrow \Rightarrow \sigma\% \rightarrow \end{cases} \end{cases}$$

MATLAB仿真实验

[要求2]绘制高阶系统对比图，观察零极点变化下的单位阶跃响应的区别

系统描述	系统闭环传递函数	上升时间	峰值时间	超调量	调节时间 (2%)
无闭环零点	$\frac{1.05}{(0.125s+1)(0.5s+1)(s^2+s+1)}$	1.89	4.42	13.8%	8.51
远离虚轴的闭环零点	$\frac{1.05(0.4762s+1)}{(0.125s+1)(0.5s+1)(s^2+s+1)}$	1.68	3.75	15.9%	8.20
靠近虚轴的闭环零点	$\frac{1.05(s+1)}{(0.125s+1)(0.5s+1)(s^2+s+1)}$	1.26	3.20	25.3%	8.10
非主导闭环极点	$\frac{1.05(0.4762s+1)}{(0.25s+1)(0.5s+1)(s^2+s+1)}$	1.73	4.09	15.0%	8.36
非主导闭环极点	$\frac{1.05(0.4762s+1)}{(0.5s+1)(s^2+s+1)}$	1.66	3.64	16.0%	8.08
零极点对消	$\frac{1.05}{s^2+s+1}$	1.64	3.64	16.3%	8.08