信号与系统实验报告

名 称： 快速傅里叶变换算法探究及应用

学 院： 计算机科学与工程学院

专 业： 计算机科学与技术学院

学 号： 09022107

姓 名： 梁耀欣

日期： 2024 年 5 月 15 日

一、实验目的

1. 加深对快速傅里叶变换的理解。
2. 熟悉并掌握按时间抽取 FFT 算法的程序编制。
3. 了解应用 FFT 进行信号分析中可能出现的问题，如混淆、泄露等，以便在实际应用中正确应用 FFT。

二、实验任务

1. 完成实验内容全部题目，分析解决调试代码过程中出现的问题。
2. 认真完成本次实验小结，思考快速傅里叶变换的原理和算法及其应用。

三、主要设备、软件平台

1. 硬件：计算机
2. 软件：Matlab

四、实验内容

1. 参照“按时间抽取法 FFT-基 2”算法结构，编写相应的 FFT 程序 *myFFT*()。

2. 用所编写的 myFFT()分析信号

$$x(n) = sin(2\pi fnT)\,[u(n) - u(n-N)], \quad -\infty < n < \infty$$

① 信号频率$f = 50Hz$，采样点数$N = 32$，采样间隔$T = 0.005s$
② 信号频率$f = 50Hz$，采样点数$N = 64$，采样间隔$T = 0.005s$
③ 信号频率$f = 100Hz$，采样点数$N = 32$，采样间隔$T = 0.0025s$
④ 信号频率$f = 1000Hz$，采样点数$N = 32$，采样间隔$T = 0.0012s$
⑤ 将信号④后补全 32 个 0，完成 64 点 FFT

要求：

记录各种情况下的 X(k)值，绘制频谱图并对结果分析讨论，说明参数的变化对信号频谱产生的影响；频谱只需绘制幅度频谱，归一化处理；

程序需提供人机交互模式(控制台/图形窗口均可)；提供是否补零输入选项；提供参数输入功能；

打印 myFFT()源程序，标注相关代码注释。

五、实验小结

1.实验思路已经合并到代码注释中：

实验代码：

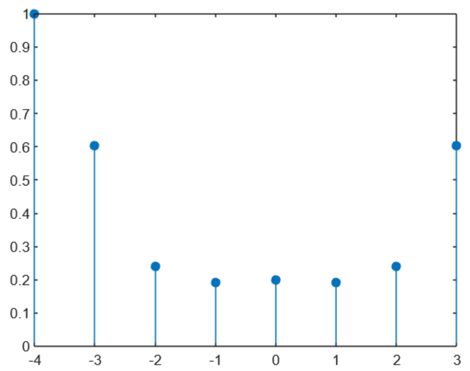
```
function[X] = myFFT(x,N)
%N 为序列 x 的长度
%返回序列 X，为 x 的傅里叶变换
if N==1
    X=x;
    return;%如果 N 等于 1，直接返回 x
end
%计算旋转因子序列
w = exp(-(1i*2*pi*((1:N/2)-ones(1,N/2))/N));
%抽取 x 的偶数项
x_e = x(1:2:N);
%抽取 x 的奇数项
x_o = x(2:2:N);
%递归求解 X1,X2
X1 = myFFT(x_e,length(x_e));
X2 = myFFT(x_o,length(x_o));
%合并奇偶项，求解 X
X=[X1+w.*X2,X1-w.*X2];
end
```

实验结果：列举了一个简单的信号输入：[0,1,2,3,4,5]来进行快速傅里叶变换

通过 disp("输出结果："),disp(A);进行控制台输出得到：

```
>> myFFT
输出结果：
  15.0000 + 0.0000i  -5.4142 - 7.2426i   3.0000 + 2.0000i  -2.5858 - 1.2426i   3.0000 + 0.0000i  -2.5858 + 1.2426i   3.0000 - 2.0000i  -5.4142 + 7.2426i
```

绘制图像：



2.实验思路：

第一问的代码不变，把输入信号改为一个已知信号$x(n) = sin(2\pi fnT)\ [u(n) - u(n-N)], -\infty < n < \infty$，在此基础上提供人机交互模式、提供是否补零输入选项、提供参数输入功能，也就是在控制台输入信号频率f、采样点数N、采样间隔T、是否需要补零以及需要补的位数的数据。

实验代码：

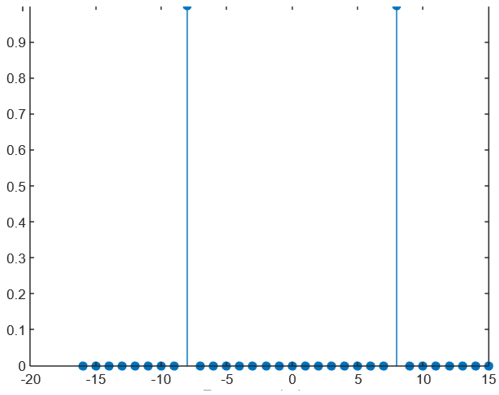
```
function [x] = x_make()
%制作一个 sin(2pifnT)[u(n)-u(n-N)]
f=input("请输入信号频率（Hz）：:\n");
N=input("请输入采样点数：\n");
T=input("请输入采样间隔（s）：\n");
n=0:N-1;
x=sin(2*pi*f*n*T);
flag=input("是否需要补零？（是：1，否：0）：\n");
if flag==1
  bits=input("还要补多少位？\n");
  x=[x,zeros(1,bits)];
end
end
```

```
x=x_make();
Xk=myFFT(x,length(x));
Disp(‘输出结果：’);
%Y=fft(x);
%绘制幅度频谱（归一化）
%求频谱并归一化
mod_X=zeros(1,length(Xk));
max_X=0;
for i=1:length(Xk)
  mod_X(i)=abs(Xk(i));
  if(mod_X(i)>max_X)
        max_X=mod_X(i);
  end
end
%归一化
k=-length(Xk)/2:length(Xk)/2-1;
Norm=zeros(1,length(Xk));
for i=1:length(Xk)
  Norm(i)=mod_X(i)/max_X;
end
stem(k,Norm,"filled"); %绘制归一化后的幅度
```

实验结果：

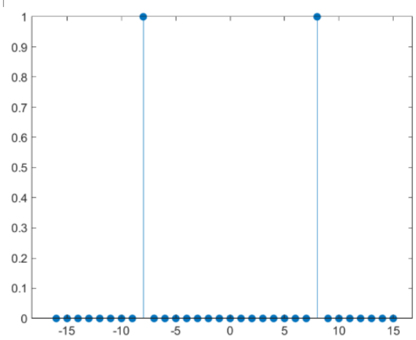
a.信号频率f = 50Hz，采样点数N = 32，采样间隔T = 0.005s

```
>> myFFT
请输入信号频率（Hz）:
50
请输入采样点数:
32
请输入采样间隔（s）:
0.005
是否需要补零?（是: 1, 否: 0）:
0
输出结果:
  列 1 至 9

  -0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 - 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i   0.0000 -16.0000i

  列 10 至 18

   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 - 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i

  列 19 至 27

   0.0000 - 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i   0.0000 +16.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i

  列 28 至 32

   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 - 0.0000i
```



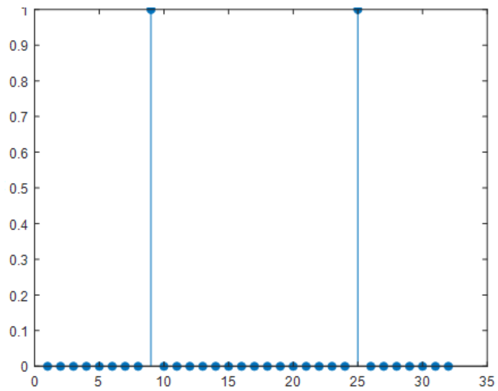
b.信号频率$f = 50Hz$，采样点数$N = 64$，采样间隔$T = 0.005s$

```
>> myFFT
请输入信号频率（Hz）:
50
请输入采样点数:
64
请输入采样间隔（s）:
0.005
是否需要补零?（是: 1, 否: 0）:
0
输出结果:
  列 1 至 9

  -0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i

  列 10 至 18

   0.0000 - 0.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i   0.0000 -32.0000i   0.0000 + 0.0000i

  列 19 至 27

  -0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i

  列 28 至 36

  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i

  列 37 至 45

  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i

  列 46 至 54

   0.0000 - 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i   0.0000 +32.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i

  列 55 至 63

   0.0000 - 0.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i

  列 64

   0.0000 - 0.0000i
```



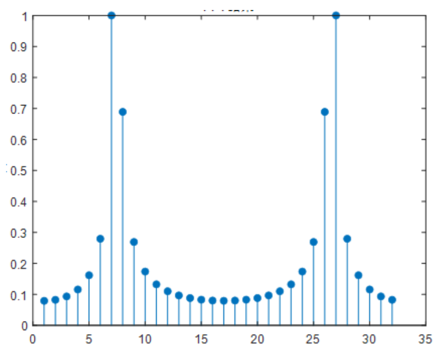
c.信号频率$f = 100Hz$，采样点数$N = 32$，采样间隔$T = 0.0025s$

```
列 1 至 8

-0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 - 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i

列 9 至 16

 0.0000 -16.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 - 0.0000i

列 17 至 24

-0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 - 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 - 0.0000i

列 25 至 32

 0.0000 +16.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i   0.0000 + 0.0000i  -0.0000 + 0.0000i  -0.0000 - 0.0000i   0.0000 + 0.0000i   0.0000 - 0.0000i
```



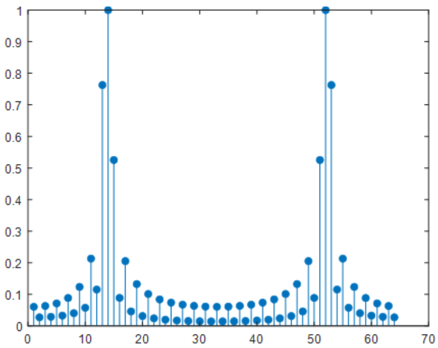
d.信号频率f = 1000Hz，采样点数N = 32，采样间隔T = 0.0012s

```
列 1 至 8

 0.9511 + 0.0000i   0.9867 - 0.0854i   1.1052 - 0.1829i   1.3526 - 0.3125i   1.8670 - 0.5220i   3.1952 - 0.9911i  11.3836 - 3.6858i  -7.8447 + 2.5301i

列 9 至 16

-3.0777 + 0.9511i  -2.0004 + 0.5718i  -1.5376 + 0.3925i  -1.2889 + 0.2826i  -1.1405 + 0.2045i  -1.0482 + 0.1432i  -0.9916 + 0.0912i  -0.9608 + 0.0445i

列 17 至 24

-0.9511 + 0.0000i  -0.9608 - 0.0445i  -0.9916 - 0.0912i  -1.0482 - 0.1432i  -1.1405 - 0.2045i  -1.2889 - 0.2826i  -1.5376 - 0.3925i  -2.0004 - 0.5718i

列 25 至 32

-3.0777 - 0.9511i  -7.8447 - 2.5301i  11.3836 + 3.6858i   3.1952 + 0.9911i   1.8670 + 0.5220i   1.3526 + 0.3125i   1.1052 + 0.1829i   0.9867 + 0.0854i
```



e.将信号④后补全 32 个 0，完成 64 点 FFT

```
列 1 至 8

 0.9511 + 0.0000i   0.4262 + 0.0420i   0.9867 - 0.0854i   0.4341 + 0.1317i   1.1052 - 0.1829i   0.4524 + 0.2418i   1.3526 - 0.3125i   0.4896 + 0.4018i

列 9 至 16

 1.8670 - 0.5220i   0.5730 + 0.6982i   3.1952 - 0.9911i   0.8532 + 1.5962i  11.3836 - 3.6858i  -4.5543 -15.0135i  -7.8447 + 2.5301i  -0.1365 - 1.3862i

列 17 至 24

-3.0777 + 0.9511i   0.0708 - 0.7186i  -2.0004 + 0.5718i   0.1424 - 0.4693i  -1.5376 + 0.3925i   0.1775 - 0.3321i  -1.2889 + 0.2826i   0.1976 - 0.2408i

列 25 至 32

-1.1405 + 0.2045i   0.2100 - 0.1723i  -1.0482 + 0.1432i   0.2176 - 0.1163i  -0.9916 + 0.0912i   0.2222 - 0.0674i  -0.9608 + 0.0445i   0.2243 - 0.0221i

列 33 至 40

-0.9511 + 0.0000i   0.2243 + 0.0221i  -0.9608 - 0.0445i   0.2222 + 0.0674i  -0.9916 - 0.0912i   0.2176 + 0.1163i  -1.0482 - 0.1432i   0.2100 + 0.1723i

列 41 至 48

-1.1405 - 0.2045i   0.1976 + 0.2408i  -1.2889 - 0.2826i   0.1775 + 0.3321i  -1.5376 - 0.3925i   0.1424 + 0.4693i  -2.0004 - 0.5718i   0.0708 + 0.7186i

列 49 至 56

-3.0777 - 0.9511i  -0.1365 + 1.3862i  -7.8447 - 2.5301i  -4.5543 +15.0135i  11.3836 + 3.6858i   0.8532 - 1.5962i   3.1952 + 0.9911i   0.5730 - 0.6982i

列 57 至 64

 1.8670 + 0.5220i   0.4896 - 0.4018i   1.3526 + 0.3125i   0.4524 - 0.2418i   1.1052 + 0.1829i   0.4341 - 0.1317i   0.9867 + 0.0854i   0.4262 - 0.0420i
```



实验结果分析：

参数变化对信号频谱的影响

频率 f：信号的频率直接影响了频谱中主要频率成分的位置,随着 f 的增加，主要频率成分向更高频率移动；采样点数 N：采样点数 N 决定了 FFT 的分辨率,更大的 N 可以提供更高的频率分辨率，使得频谱中相邻频率成分更容易区分;采样间隔 T：决定了信号的奈奎斯特频率，较小的 T 允许更高的信号频率而不发生混叠；补零可以增加 FFT 的点数，从而提高频率分辨率，补零后的 FFT 点数增加，但主要频率成分的位置不变。

实验总结：本次实验中我们进行了快速傅里叶变换的程序实现，并生成了在不同输入频率等条件下的频谱图像，熟悉了快速傅里叶变换的算法，并且对于 DFT 有了更深的理解，通过对一个连续时间信号进行离散化、DFT 的全过程，我们对于信号处理过程中的一些取值限制有了更深的理解。