5.4

解:具有线性相位的理想低通滤波器(P185)

$$h(t)=\frac{\sin 2\pi(t-2)}{\pi(t-2)} \leftrightarrow H(j\omega)=\begin{cases} e^{-j\omega 2}, & |\omega|<2\pi \\ 0, & |\omega|>2\pi \end{cases}$$

(a) $x(t)=\cos\pi t+2\sin\frac{3}{2}\pi t$ 中 $\cos\pi t$ 的频率分量 $\pm\pi$ 在通带[-2π, 2π]内; $\sin\frac{3}{2}\pi t$ 的频率分量 $\pm\frac{3}{2}\pi$ 在通带[-2π, 2π]内。因此不失真;

注:书本 P124

$\cos\pi t \leftrightarrow \pi\left[\delta\left(\Omega-\pi\right)+\delta\left(\Omega+\pi\right)\right]$ 所以频率分量为 $\pm\pi$

$\sin\frac{3}{2}\pi t \leftrightarrow \frac{\pi}{j}\left[\delta\left(\Omega-\frac{3}{2}\pi\right)-\delta\left(\Omega+\frac{3}{2}\pi\right)\right]$ 所以频率分量为 $\pm\frac{3}{2}\pi$

(b) 失真.

$$x(t)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta\left(t-\frac{10}{3}k\right),\quad T=\frac{10}{3}$$

$$a_k=\frac{1}{T},\quad X(j\omega)=\frac{2\pi}{T}\sum_{k=-\infty}^{\infty}\delta(\omega-k\omega_0),\quad \omega_0=\frac{2\pi}{T}=\frac{6}{10}\pi$$

k>3 后的频率分量都被滤波器滤掉了.

所以
$$Y(j\omega)=\frac{2\pi}{T}\delta(\omega)+\frac{2\pi}{T}[\delta(\omega-\omega_0)+\delta(\omega+\omega_0)]+\frac{2\pi}{T}[\delta(\omega-2\omega_0)+\delta(\omega+2\omega_0)]+\frac{2\pi}{T}[\delta(\omega-3\omega_0)+\delta(\omega+3\omega_0)]$$

经反变换后
$$y(t)=\frac{1}{T}+\frac{2}{T}(\cos\omega_0 t+\cos 2\omega_0 t+\cos 3\omega_0 t)$$

5.18 求图 P5.18 所示已调信号的频谱。

解: $x_1(t)=x_{10}(t)\bullet\cos\Omega_0 t$,其中 $x_{10}(t)$ 如图 PS5.18 所示。

$$X_1(\Omega)=\frac{1}{2\pi}X_{10}(\Omega)*\pi\left[\delta(\Omega-\Omega_0)+\delta(\Omega+\Omega_0)\right]$$

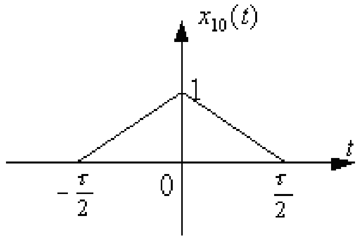

图 PS5.18

6.4 如果信号$x_1(t)$的最高频率为$500Hz$，$x_2(t)$的最高频率为$1000Hz$，下列信号是由$x_1(t)$和$x_2(t)$构成的，试确定对每一个信号进行理想抽样时，所允许的最大抽样时间间隔 T。

解：求最大抽样时间间隔T，实际就是求 Nyquist 抽样频率，由$\Omega_s = 2\Omega_m$，

问题转化为求新信号的最高频率。

a. $f_1(t) = x_1(t) + x_2(t)$

$\Omega_{s1} = 2\Omega_{m1} = 2\max\{\Omega_{m1}, \Omega_{m2}\} = 2000Hz$

b. $f_2(t) = x_1(t) * x_2(t)$

$\Omega_{s2} = 2\Omega_{m2} = 2\min\{\Omega_{m1}, \Omega_{m2}\} = 1000Hz$

c. $f_3(t) = x_1(t)x_2(t/3)$

$\Omega_{s3} = 2\Omega_{m3} = 2(\Omega_{m1} + \Omega_{m2}/3) = (\frac{5000}{3})Hz$