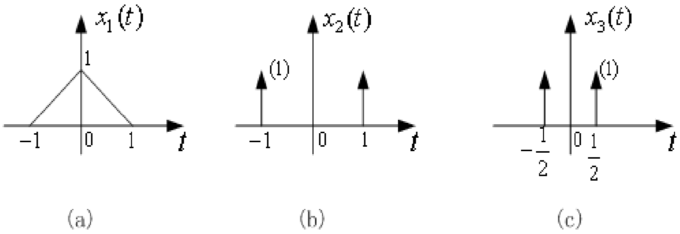
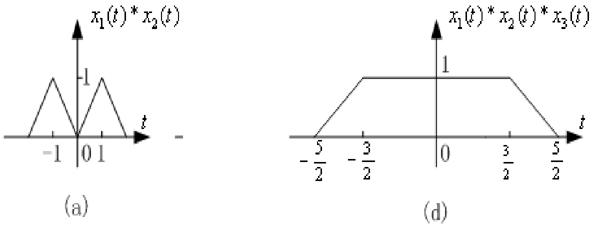
2.5 各信号波形如图所示，求下列卷积:

(a) $x_1(t) * x_2(t)$ (d) $x_1(t) * x_2(t) * x_3(t)$



解：书本 P59



2.9 某线性时不变系统的输入输出关系由下式表示：

$$y(t)=\int_{-\infty}^{t} e^{-(t-\tau)} x(\tau-2) d\tau$$

(a) 该系统的单位冲激响应 $h(t)$ 是什么？

(b) 当 $x(t)$ 如图所示时，确定系统的响应 $y(t)$ 。

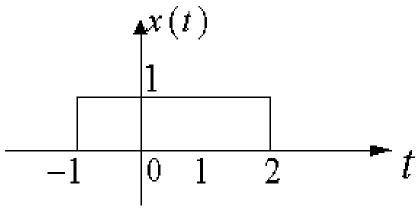


图 P3.7

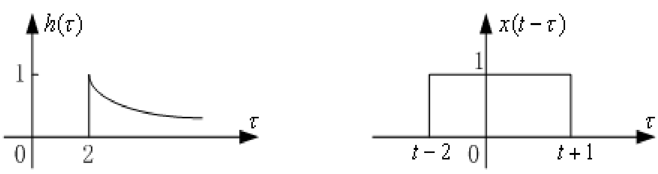
解：(a) $\because\ y(t)=\int_{-\infty}^{t} e^{-(t-\tau)} x(\tau-2) d\tau=\int_{-\infty}^{t-2} x(\sigma) e^{-(t-\sigma-2)} d\sigma=x(t) * e^{-(t-2)} u(t-2)$

$\therefore\ h(t)=e^{-(t-2)} u(t-2)$

(b) 由图知，当 $t \leq 1$ 时， $y(t)=x(t) * h(t)=0$

当 $1<t \leq 4$ 时， $y(t)=\int_{2}^{t+1} e^{-(\tau-2)} d\tau=1-e^{-(t-1)}$

当 $t>4$ 时， $y(t)=\int_{t-2}^{t+1} e^{-(\tau-2)} d\tau=e^{-(t-4)}-e^{-(t-1)}$



2.12 判断下列每一个系统的稳定性和因果性。

(a) $h(n)=(\frac{1}{2})^n u(n)$

(g) $h(t)=e^{-6|t|}$

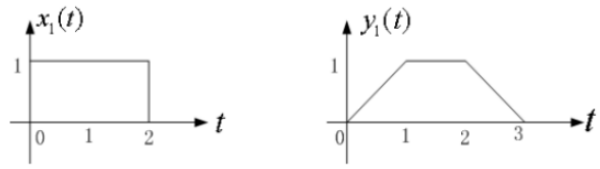
解：(a) $\because$ $n<0$ 时，$h(n)=0$，$\therefore$ 系统是因果的。

又 $\sum_{n=-\infty}^{\infty}|h(n)|=\sum_{n=0}^{\infty}(\frac{1}{2})^n=2$ $\therefore$ 系统是稳定的。

(g) $\because$ $t<0$ 时，$h(t)\neq 0$， 系统非因果。

又 $\int_{-\infty}^{\infty}|h(t)|dt=\int_{-\infty}^{0}e^{6t}dt+\int_{0}^{\infty}e^{-6t}dt=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}=\frac{1}{3}<\infty$， $\therefore$ 系统稳定。

2.14 已知某连续时间 LTI 系统当输入为图 P2.14(a)所示的$x_1(t)$时，输出为图 P2.14(b)所示的$y_1(t)$。现若给该系统施加的输入信号为$x_2(t)=sin\pi t[u(t)-u(t-1)]$，求系统的输出响应$y_2(t)$。



注意到$x_1(t)=u(t)-u(t-2)$，利用卷积的微分性质，对$x_1(t)$和$y_1(t)$各进行一次微分，有：$x_1'(t)=\delta(t)-\delta(t-2)$，

$$y_1'(t)=\begin{cases}1, t\in[0,1]\\-1,\ t\in[2,3]\\0,\ 其它\end{cases}=[u(t)-u(t-1)]-[u(t-2)-u(t-3)]$$

故可知系统的单位冲激响应$h(t)=u(t)-u(t-1)$。

$y_2(t)=x_2(t)*h(t)=sin\pi t[u(t)-u(t-1)]*[u(t)-u(t-1)]$

$t<0$或$t\geq 2$时，$y_2(t)=0$。

$0\leq t<1$时，$y_2(t)=\int_0^t sin\pi\sigma\, d\sigma=-\frac{1}{\pi}(\cos\pi t-cos0)=\frac{1}{\pi}(1-cos\pi t)$

$1\leq t<2$ 时 ， $y_2(t)=\int_{t-1}^{1} sin\pi\sigma\, d\sigma=-\frac{1}{\pi}(\cos 1-cos\pi(t-1))=\frac{1}{\pi}(1+\cos(\pi t-\pi))=\frac{1}{\pi}(1-cos\pi t)$

综上，$y_2(t)=\frac{1}{\pi}(1-cos\pi t)[u(t)-u(t-2)]$。

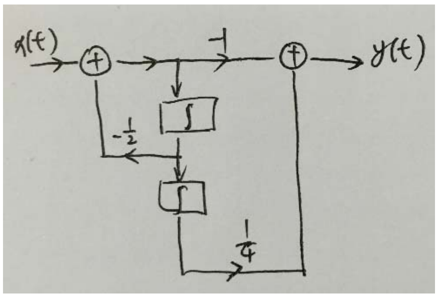
2.17 用直接Ⅱ型结构实现下列每个连续时间 LTI 系统，假定这些系统都是最初松弛的。

(a) $$4\frac{d^2y(t)}{dt^2}+2\frac{dy(t)}{dt}=x(t)-4\frac{d^2x(t)}{dt^2}$$

(b) $$\frac{d^2y(t)}{dt^2}=x(t)-2\frac{dx(t)}{dt}$$

解：(a) 直接Ⅱ型结构如图 PS2.17(a)所示。

(c) 直接Ⅱ型结构如图 PS2.17(b)所示。



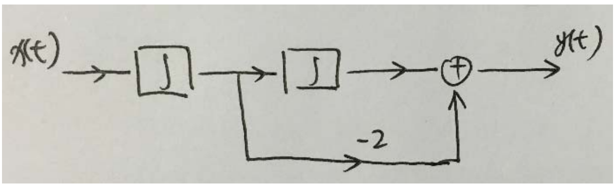


图 PS2.17