习题课一　向量运算与空间解析几何

贺 丹 （东南大学）

一、填空选择题

1. $(\vec{a}\times\vec{b})\cdot\vec{c}=2$, 则$[(\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{b}+\vec{c})]\cdot(\vec{c}+\vec{a})=$______.

2. 设$|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2$, 且$|\vec{a}\times\vec{b}|=\sqrt{3}$, 则$\vec{a}\cdot\vec{b}=$ ______.

3. 若$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$, 则(　　)

   (A) $\vec{b}=\vec{c}$　　(B) $\vec{a}\perp\vec{b}$且$\vec{a}\perp\vec{c}$

   (C) $\vec{a}=\vec{0}$或$\vec{b}-\vec{c}=\vec{0}$　　(D) $\vec{a}\perp(\vec{b}-\vec{c})$

4. 若$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}\cdot\vec{c}$, 且$\vec{a}\neq\vec{0}$, 则(　　)

   (A) $\vec{b}=\vec{c}$　　(B) $|\vec{b}|=|\vec{c}|$

   (C) $(\vec{a})_{\vec{c}}=(\vec{b})_{\vec{c}}$　　(D) $(\vec{b})_{\vec{a}}=(\vec{c})_{\vec{a}}$

5. 已知三角形$A(1,1,1), B(2,3,4), C(4,3,2)$, 则$\triangle ABC$的面积 $S=$______.

6. 若$A(1,2,0), B(3,0,-3), C(5,2,6), D(6,0,-3)$, 则四面体 $ABCD$的体积$V=$________.

7. 设一平面过原点及$A(6,-3,2)$, 且与平面$4x-y+2z=8$垂直, 则此平面方程为________________.

8. 已知$L_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{0}=\dfrac{z-3}{-1}$和$L_2:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{1}$, 则过$L_1$且平行于$L_2$的平面方程为______________.

9. 点$P(3,-1,2)$到直线$L: x=1, y=3t+2, z=3t+4$的距离为 $d=$________________.

10. 直线$L_1:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y}{-3}=\dfrac{z-1}{4}$与$L_2:\begin{cases}x=3+3t\\y=1+4t\\z=7+t\end{cases}$ (　　)

(A) 垂直　　(B) 平行　　(C) 相交　　(D) 异面但不垂直

11. 直线$L:\dfrac{x+3}{-2}=\dfrac{y+4}{-7}=\dfrac{z}{3}$与平面$\pi:4x-2y-2z=3$的关系为(　　)

(A) 平行, 但直线不在平面上　　(B) 直线在平面上

(C) 垂直相交　　(D) 相交但不垂直

12. 两直线$L_1:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+8}{1}$与$L_2:\begin{cases}x-y=6\\2y+z=3\end{cases}$

的夹角为________.

13. 若直线$\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{\lambda}$与$\dfrac{x}{2}=\dfrac{y-1}{-3}=\dfrac{z-5}{4}$相交，

则$\lambda=$______.

14. 曲线$L:\begin{cases}(x+2)^2-z^2=4\\(x-2)^2+y^2=4\end{cases}$在$Oyz$平面上的投影曲线

方程为______________.

15. Oxy平面上的双曲线$4x^2-9y^2=36$绕x轴旋转而成的旋转

曲面方程为______________.

16. Oyz平面上的直线$2y-3z+1=0$绕z轴旋转而成的旋转曲

面方程为______________.

17. Oxz平面上的抛物线$z^2=5x$绕x轴旋转而成的旋转曲面方程为______________.

18. 已知曲线$L:\begin{cases} x^2+y^2=z \\ z=1-x^2 \end{cases}$,

(1) 关于Oxy平面的投影柱面的方程为______________.

(2) 在Oxz平面上的投影曲线的方程为______________.

19. 圆$L:\begin{cases} x^2+y^2+z^2=a^2 \\ x+y+z=a \end{cases}$ 的面积$S=$________.

二、解答题

1. 若向量$\vec{a}+3\vec{b}$垂直于向量$7\vec{a}-5\vec{b}$, 向量$\vec{a}-4\vec{b}$垂直于向量$7\vec{a}-2\vec{b}$, 求$\vec{a}$与$\vec{b}$的夹角.

2. 求过原点$O(0,0,0)$且包含平面$x+y+z=1$和$2x-y+7z=5$的交线的平面方程.

3. 求过点$M(-1,2,-3)$, 与平面$\pi: 6x-2y-3z+10$平行, 且与直线$L_1: \begin{cases} x+y+z-3=0 \\ x+6y+3z-4=0 \end{cases}$ 相交的直线L的方程.

4. 求点$A(3,-1,-1)$关于平面$\pi: 6x+2y-9z+96=0$的对称点的坐标.

5. 已知直线$L:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-2}{7}=\dfrac{z}{5}$, 求:

(1) L在平面$z=1$上的投影L_1的方程;

(2) 点$M(1,2,1)$到L_1的距离d.

6. 求过点$M(1,2,5)$且与直线$L_1:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-5}{2}$相交,

并和向量$\vec{j}=\{0,1,0\}$成45°角的直线L的方程.

7.求过直线$L:\begin{cases}7x-y-2z=8\\x-9y+8z=20\end{cases}$ 且与$(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=\dfrac{1}{2}$

相切的平面方程.

8. 求顶点在原点, 准线$L:\begin{cases}\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{8}+\dfrac{z^2}{3}=1\\ y=2\end{cases}$的锥面方程.

9. 证明平面$2x-12y-z+16=0$与双曲抛物面$x^2-4y^2=2z$的交线L是两条相交直线, 并写出它们的标准方程.

10. 求经过点$A(1,0,0)$与$B(0,1,1)$的直线L绕z轴旋转的旋转曲面的方程, 并求该曲面与平面$z=0, z=1$所围的立体的体积.

11. 求圆$\begin{cases}(x-3)^2+(y+2)^2+(z-1)^2=100\\ 2x-2y-z+9=0\end{cases}$的圆心和半径.