第 2 章 信号与系统的时域分析(P84)

2.2 计算下列各对信号的卷积和 $y(n)=x(n)*h(n)$：

(a) $x(n)=\alpha^n u(n) \qquad h(n)=\beta^n u(n) \quad \alpha \neq \beta$

(c) $x(n)=\left(-\frac{1}{2}\right)^n u(n-4) \qquad h(n)=4^n u(2-n)$

(d) $x(n)=h(n)$ 如图 P2.2 所示， $y(n)$ 的最大值在什么位置出现？其值为多少？

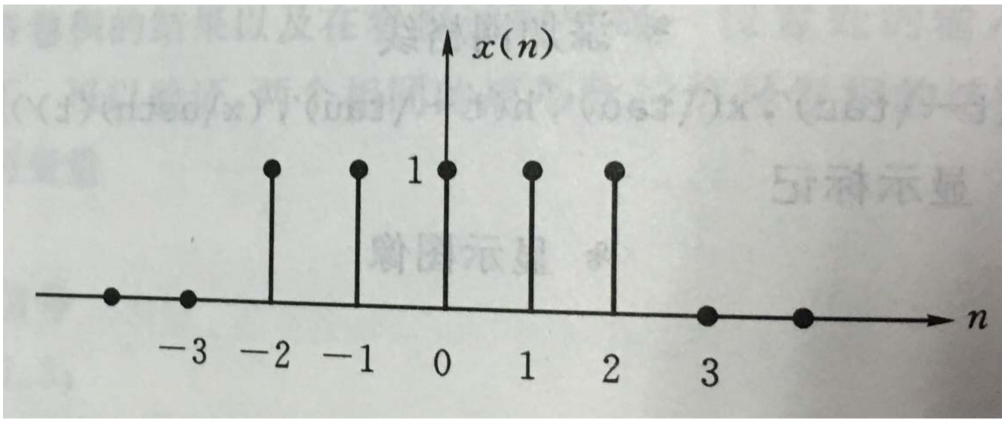


图 P2.2

解：书本 P54

(a)

$$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(k)h(n-k)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\alpha^k u(k)\beta^{n-k}u(n-k)$$

$$=\beta^n\sum_{k=0}^{n}(\alpha/\beta)^k=\left[\frac{\beta^{n+1}-\alpha^{n+1}}{\beta-\alpha}\right]u(n)$$

(c) $y[n]=\sum_{k=-\infty}^{\infty}\left(-\frac{1}{2}\right)^k u[k-4]4^{n-k}u[2-n+k]$

令 $\begin{cases}k-4\geqslant 0\\ 2-n+k\geqslant 0\end{cases}$，得 $\begin{cases}k\geqslant 4\\ k\geqslant n-2\end{cases}$

当 $n-2\leqslant 4$ 即 $n\leqslant 6$ 时，则有

$$y[n]=\sum_{k=4}^{\infty}\left(-\frac{1}{2}\right)^k 4^{n-k}=4^n\sum_{k=4}^{\infty}\left(-\frac{1}{8}\right)^k$$

$$=4^n\left[\sum_{k=0}^{\infty}\left(-\frac{1}{8}\right)^k-\sum_{k=0}^{3}\left(-\frac{1}{8}\right)^k\right]$$

$$=4^n\left[\frac{1}{1+1/8}-\frac{1-(-1/8)^4}{1+1/8}\right]=\frac{8}{9}\left(-\frac{1}{8}\right)^4 4^n$$

当 $n-2>4$ 即 $n>6$ 时，则有

$$y[n]=\sum_{k=n-2}^{\infty}\left(-\frac{1}{2}\right)^{k}4^{n-k}=4^{n}\sum_{k=n-2}^{\infty}\left(-\frac{1}{8}\right)^{k}$$

$$=4^{n}\left[\sum_{k=0}^{\infty}\left(-\frac{1}{8}\right)^{k}-\sum_{k=0}^{n-3}\left(-\frac{1}{8}\right)^{k}\right]$$

$$=4^{n}\left[\frac{1}{1+1/8}-\frac{1-(-1/8)^{n-2}}{1+1/8}\right]=\frac{512}{9}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n}$$

故

$$y[n]=\begin{cases}\frac{8}{9}\left(-\frac{1}{8}\right)^{4}4^{n}, & n\leqslant 6\\ \frac{8}{9}\left(-\frac{1}{2}\right)^{n}, & n>6\end{cases}$$

(d)

$$y(n)=x(n)*h(n)=\sum_{k=-\infty}^{\infty}x(k)h(n-k)$$

$$=x(-2)h(n+2)+x(-1)h(n+1)+x(0)h(n)+x(1)h(n-1)+x(2)h(n-2)$$

$$=h(n+2)+h(n+1)+h(n)+h(n-1)+h(n-2)$$

$y(n)$ 的最大值在 n=0 的位置出现，其值为 5。

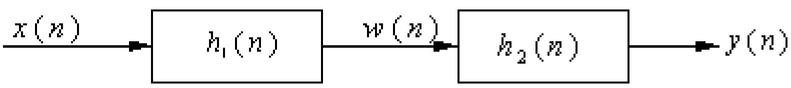
2.7 对图所示的两个 LTI 系统的级联，已知：

$h_1(n)$ = sin $6n$

$h_2(n)$ = $a^n u(n)$, $|a| < 1$

输入为 $x(n)=\delta(n)-a\delta(n-1)$

求输出 $y(n)$。



解：书本 P65

$$y(n)=x(n)*h_1(n)*h_2(n)$$

$$=(x(n)*h_2(n))*h_1(n) \quad \text{P65}$$

$$=\left(\delta(n)-a\delta(n-1)\right)*\left(a^{n}u(n)\right)*\left(sin6n\right)$$

$$=\left(a^{n}u(n)-aa^{n-1}u(n-1)\right)*\left(sin6n\right) \quad \text{P59}$$

$$=a^{n}\delta(n)*\left(sin6n\right) \quad \text{P31}$$

$$=a^{0}\delta(n)*\left(sin6n\right) \quad \text{P31}$$

$$=sin6n \quad \text{P59}$$

2.8 对图 P2.8-1 所示的 LTI 系统的互联：

(a) 用 $h_1(n), h_2(n), h_3(n), h_4(n), h_5(n)$ 表示总的单位脉冲响应 $h(n)$；

(b) 当 $h_1(n) = 4\left(\frac{1}{2}\right)^n \left[u(n) - u(n-3)\right]$

$$h_2(n) = h_3(n) = (n+1)u(n)$$
$$h_4(n) = \delta(n-1)$$
$$h_5(n) = \delta(n) - 4\delta(n-3)$$

时，求 $h(n)$。

(c) $x(n)$ 如图 P2.8-2 所示，求(b)中所给系统的响应，并画出响应的波形图。

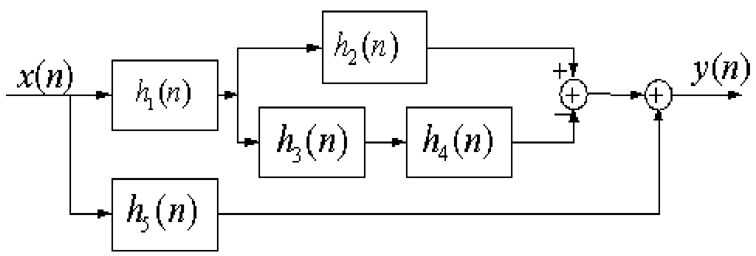


图 P2.8-1

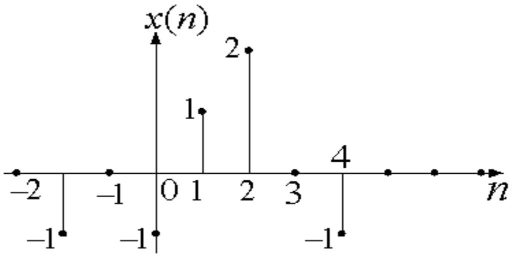


图 P2.8-2

解：(a) $h(n)=h_5(n)+h_1(n)*\left[h_2(n)-h_3(n)*h_4(n)\right]$ 书本 P64，P65

(b) $\because\ h_3(n)*h_4(n)=(n+1)u(n)*\delta(n-1)=nu(n-1)$ P59

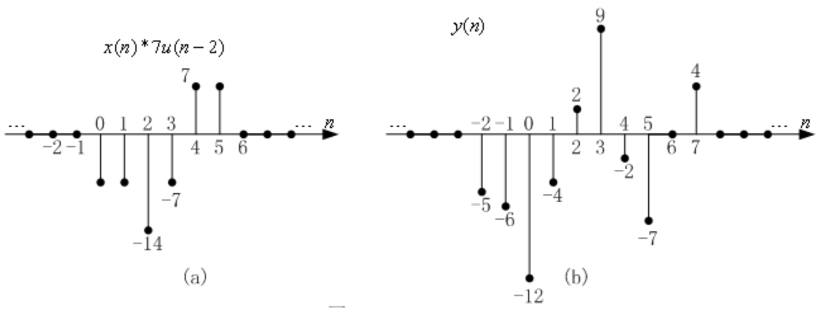
$h_2(n)-h_3(n)*h_4(n)=h_2(n)-nu(n-1)=(n+1)u(n)-nu(n-1)=n\delta(n)+u(n)=u(n)$ P31

$$h_1(n)*\left[h_2(n)-h_3(n)*h_4(n)\right]=h_1(n)*u(n)=4\left(\frac{1}{2}\right)^n\left[u(n)-u(n-3)\right]*u(n)$$
$$=4\left(\frac{1}{2}\right)^n\left[\delta(n)+\delta(n-1)+\delta(n-2)\right]*u(n)$$
$$=4\left[\left(\frac{1}{2}\right)^n\delta(n)+\left(\frac{1}{2}\right)^n\delta(n-1)+\left(\frac{1}{2}\right)^n\delta(n-2)\right]*u(n)$$
$$=4\left[\left(\frac{1}{2}\right)^0\delta(n)+\left(\frac{1}{2}\right)^1\delta(n-1)+\left(\frac{1}{2}\right)^2\delta(n-2)\right]*u(n)$$
$$=\left[4\delta(n)+2\delta(n-1)+\delta(n-2)\right]*u(n)$$
$$=4u(n)+2u(n-1)+u(n-2)=4\left[u(n-1)+\delta(n)\right]+2u(n-1)+u(n-2)$$
$$=4\delta(n)+6u(n-1)+u(n-2)=4\delta(n)+6\left[u(n-2)+\delta(n-1)\right]+u(n-2)$$
$$=4\delta(n)+6\delta(n-1)+7u(n-2)$$

$$\therefore\ h(n)=5\delta(n)+6\delta(n-1)-4\delta(n-3)+7u(n-2)$$

(c) $y(n)=x(n)*h(n)=5x(n)+6x(n-1)-4x(n-3)+7\sum_k x(k)u(n-k-2)$

其中 $x(n)*7u(n-2)$ 如图 PS2.8(a)所示， $y(n)$ 如图 PS2.8(b)所示。



2.16 用直接Ⅱ型结构实现下列每个离散时间 LTI 系统，假定这些系统都是最初松弛的

(a) $y(n)-y(n-1)=x(n)-x(n-4)$

解：(a) 直接Ⅱ型结构如图 PS3.17(a)所示。

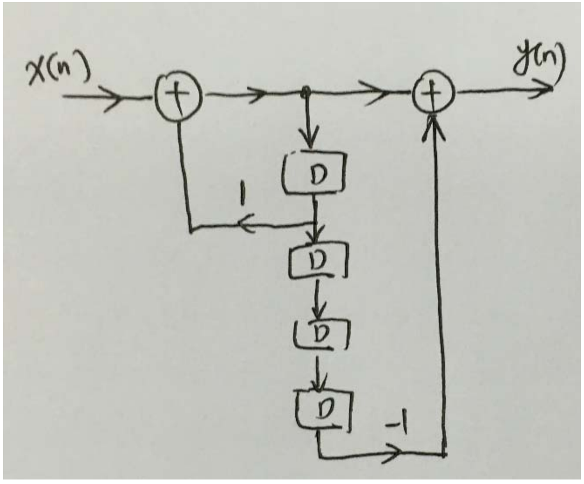


图 PS3.17