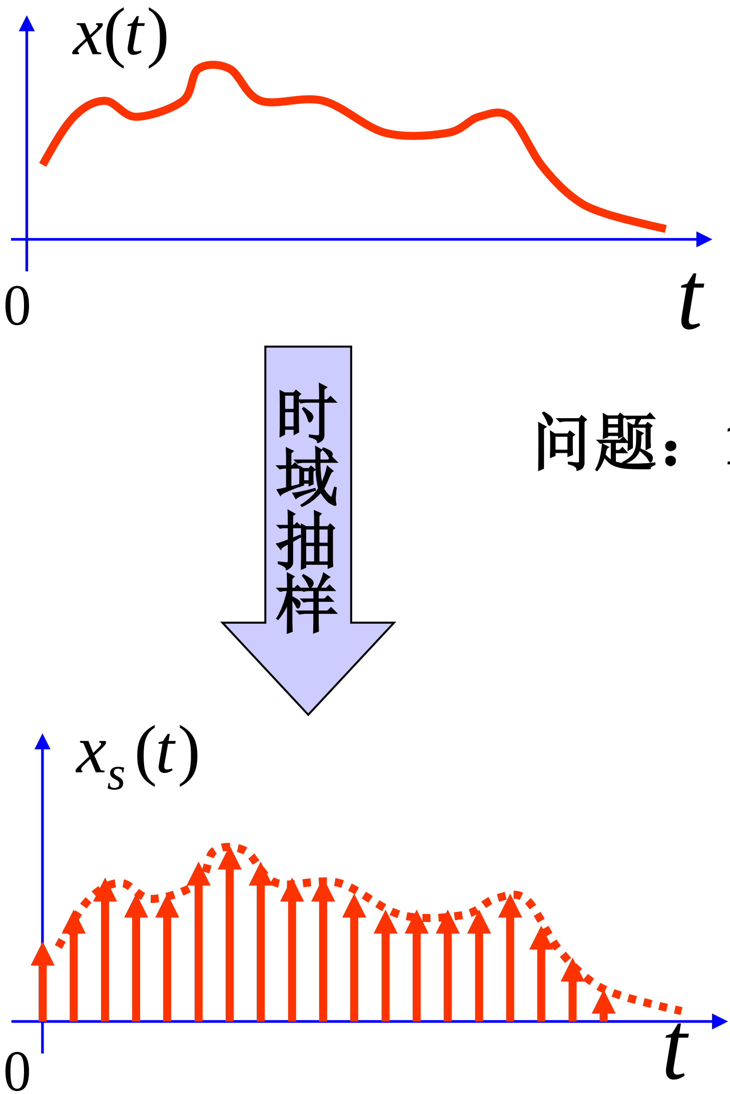
第七节* 连续时间信号的时域抽样

1 熟练掌握理想抽样的频谱

2 熟练掌握时域抽样定理的含义及应用

3 掌握实际抽样的频谱

4 理解连续时间信号的频域抽样

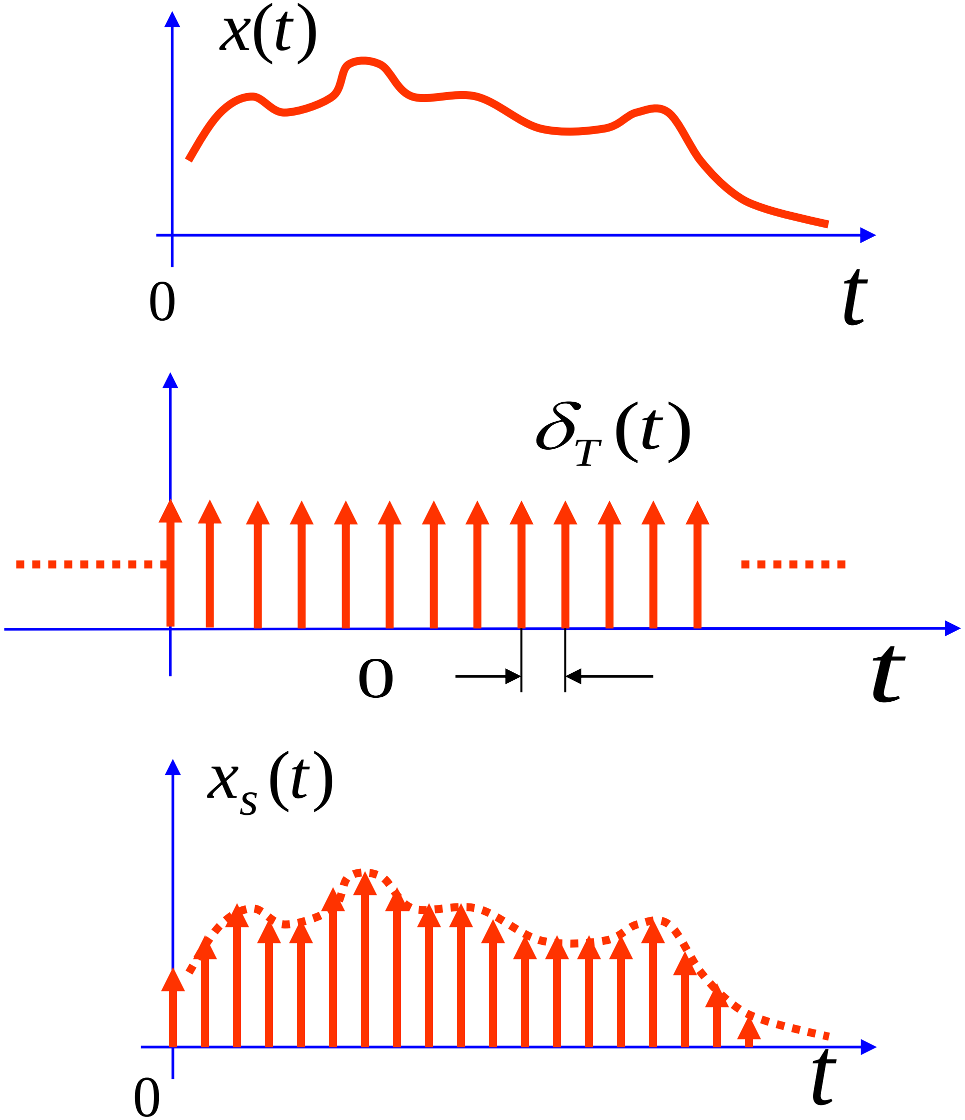


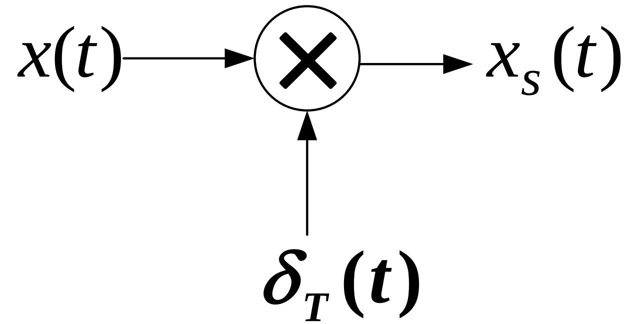
问题：1）怎样进行抽样？

2）如何抽样才能不损失原来信号中的信息？

3）如何从离散样本恢复原来的连续信号？

一、理想抽样模型

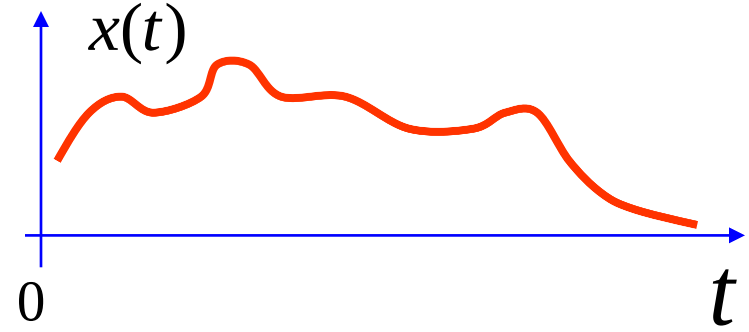


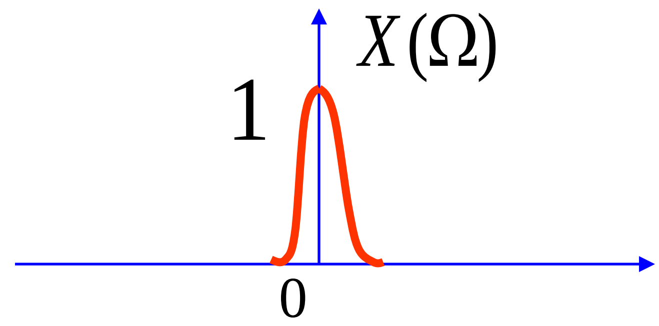


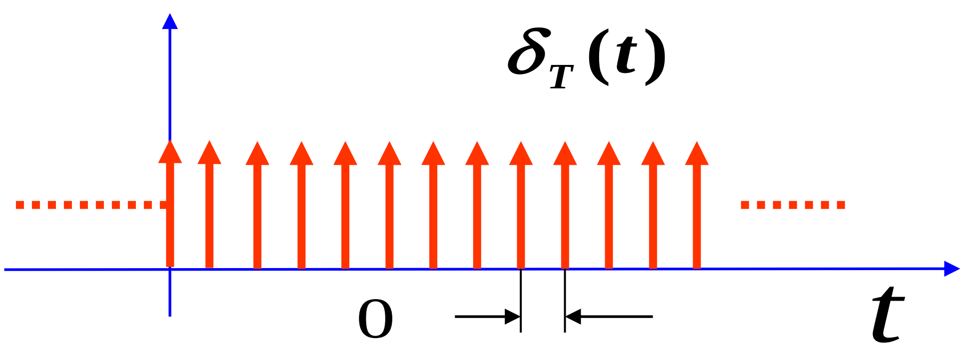
T—抽样间隔，

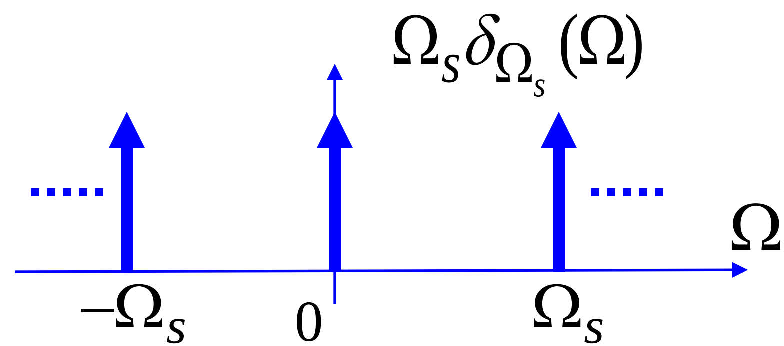
$\Omega_s=2\pi/T$为抽样频率。

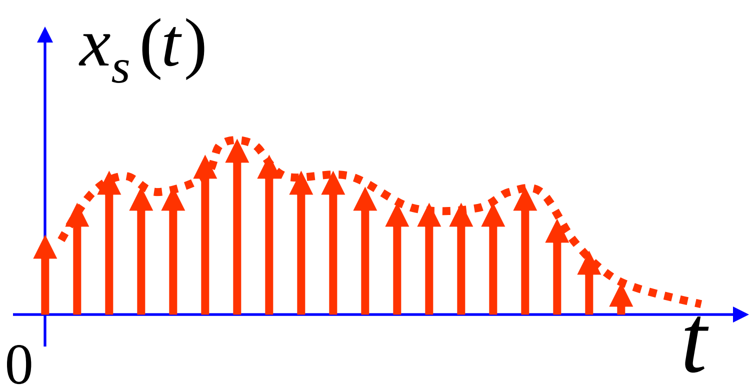
二、理想抽样的频谱



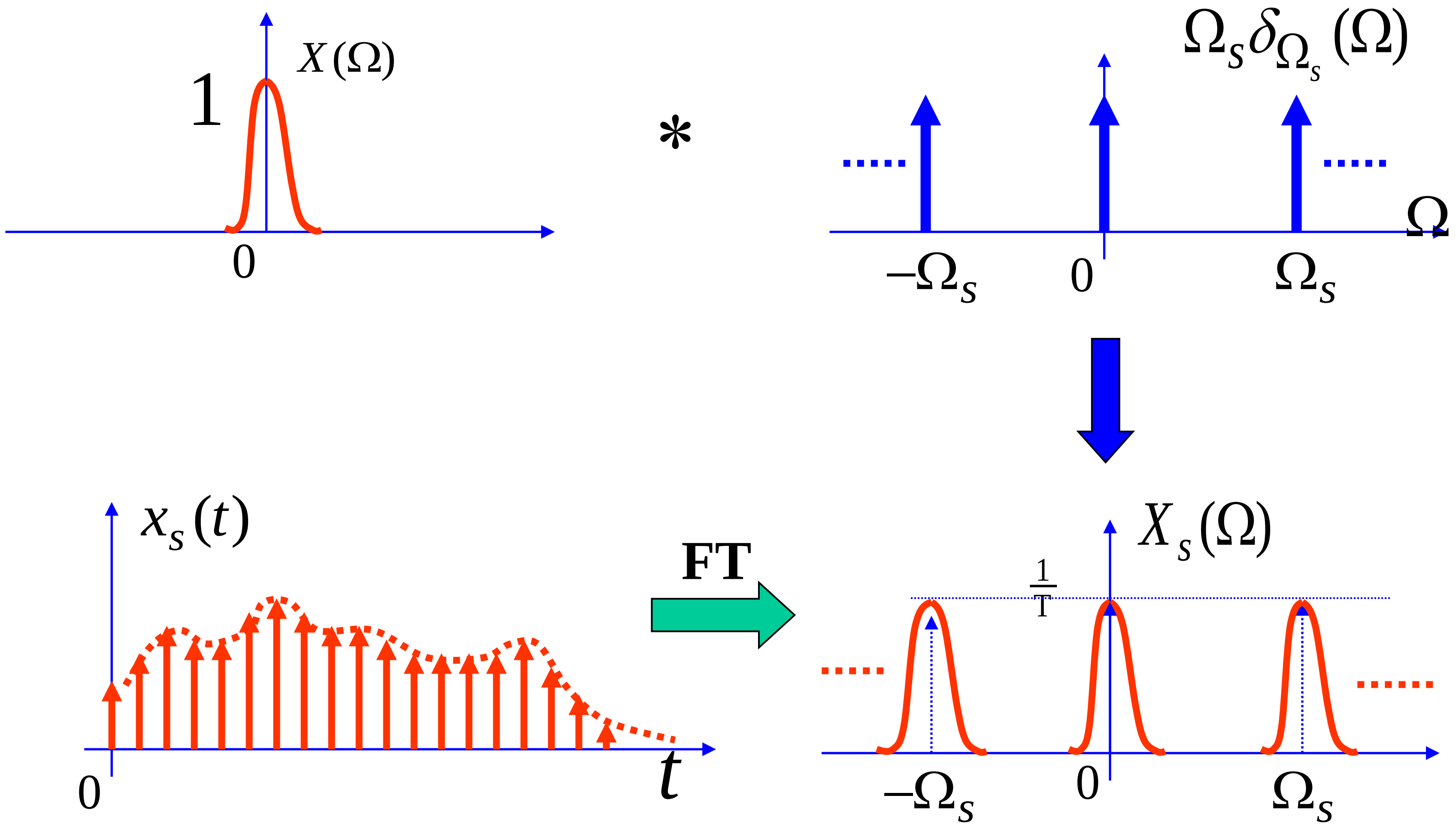






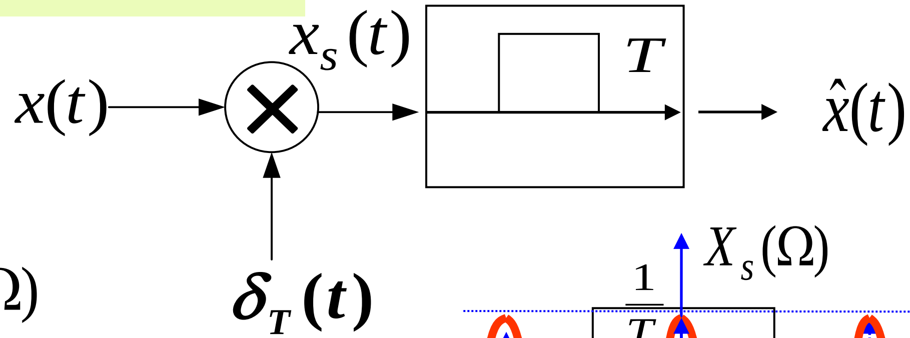


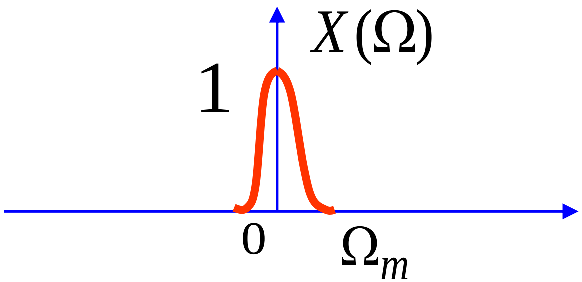
$$x_1(t)\bullet x_2(t)\leftrightarrow \frac{1}{2\pi}X_1(\Omega)*X_2(\Omega)$$

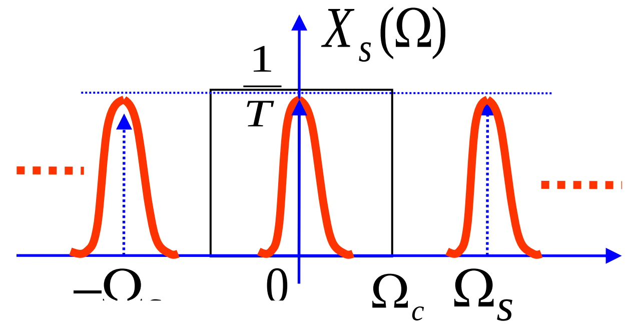


特点：理想抽样后的频谱，是将连续信号的频谱进行周期延拓，延拓的周期是抽样频率，频谱幅度乘以1/T。

三、信号的时域内插恢复







$$x_s(t) = x(t)\delta_T(t) \qquad \delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\delta(t-nT)$$

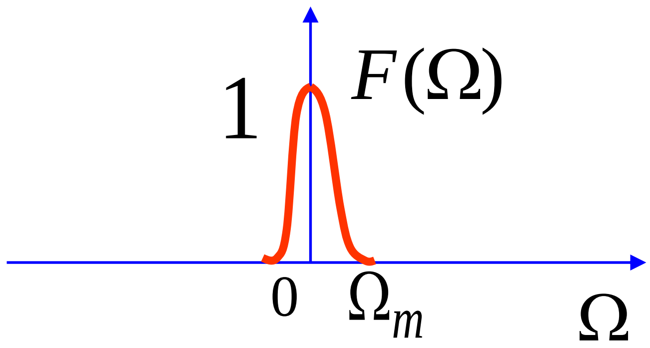
$$\boxed{\Omega_c = \frac{\Omega_s}{2}}$$

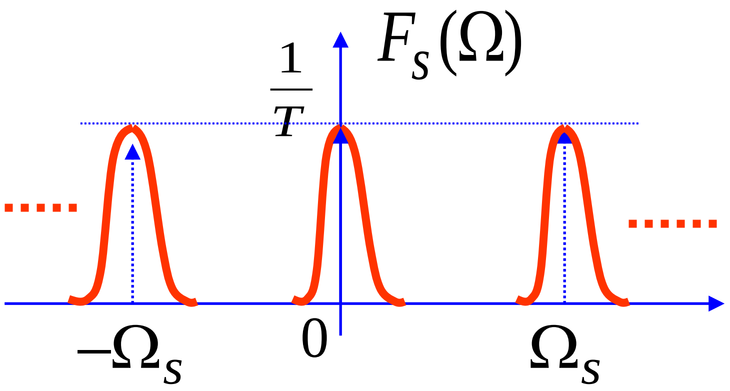
$$\hat{x}(t) = x_s(t) * h(t) \qquad \boxed{h(t) = T\frac{\Omega_c}{\pi}Sa(\Omega_c t)} = Sa(\frac{\Omega_s}{2}t)$$

$$= [\sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)\delta_T(t-nT)] * h(t)$$

内插函数

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)h(t-nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x(nT)Sa[\frac{\Omega_s}{2}(t-nT)]$$





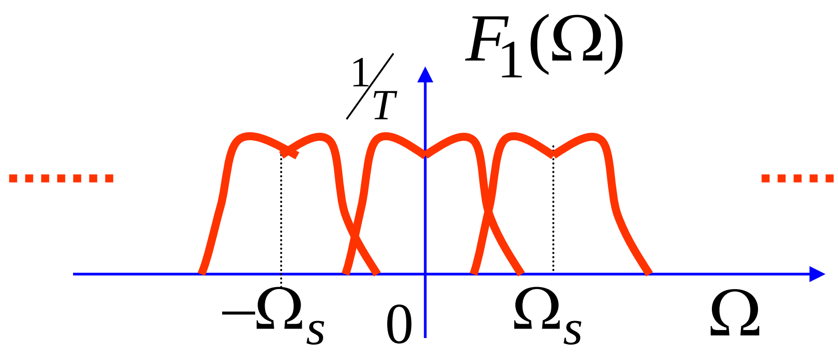
要从连续时间信号的离散样本恢复连续信号必须满足三个条件：

即：

1. 连续信号要带限于Ω_m

2. $\Omega_s \geq 2\Omega_m$

3. $\Omega_m \leq \Omega_c \leq (\Omega_s - \Omega_m)$，可取$\Omega_c = \Omega_s/2$.

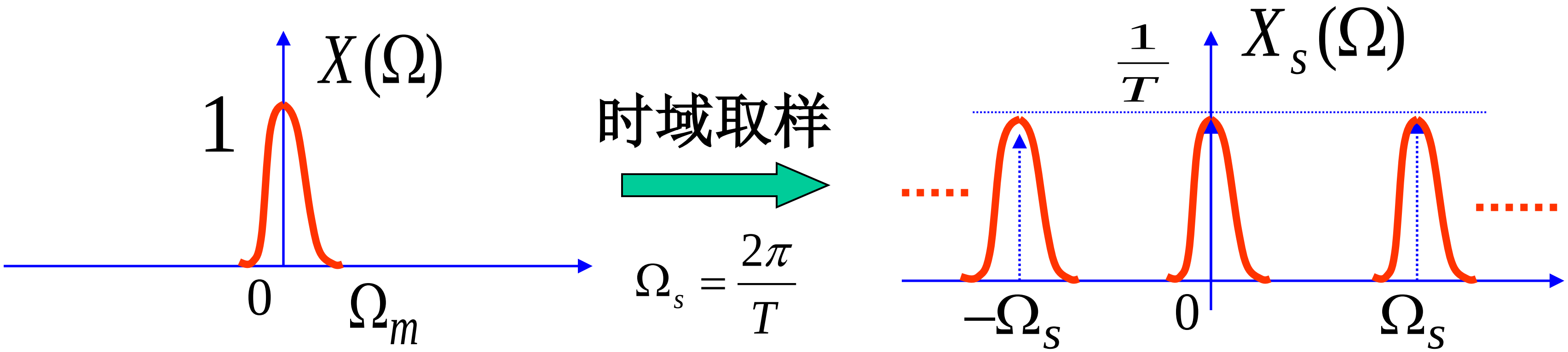


不满足条件1和2时产生频谱混叠现象

欠抽样

四、奈奎斯特抽样定理（香农抽样定理）

设**x(t)**是一个带限信号，在**|Ω|> Ω $_m$**时，**X (Ω) =0**。如果抽样频率**Ω $_s$≥2 Ω $_m$**，其中**Ω $_s$ ＝2π/T**， 那**x(t)** 就唯一地由其样本 **x_s(t)**所确定。



$\Omega_s = 2\Omega_m$ 称为**Nyquist抽样频率**，或**Shannon抽样频率**。

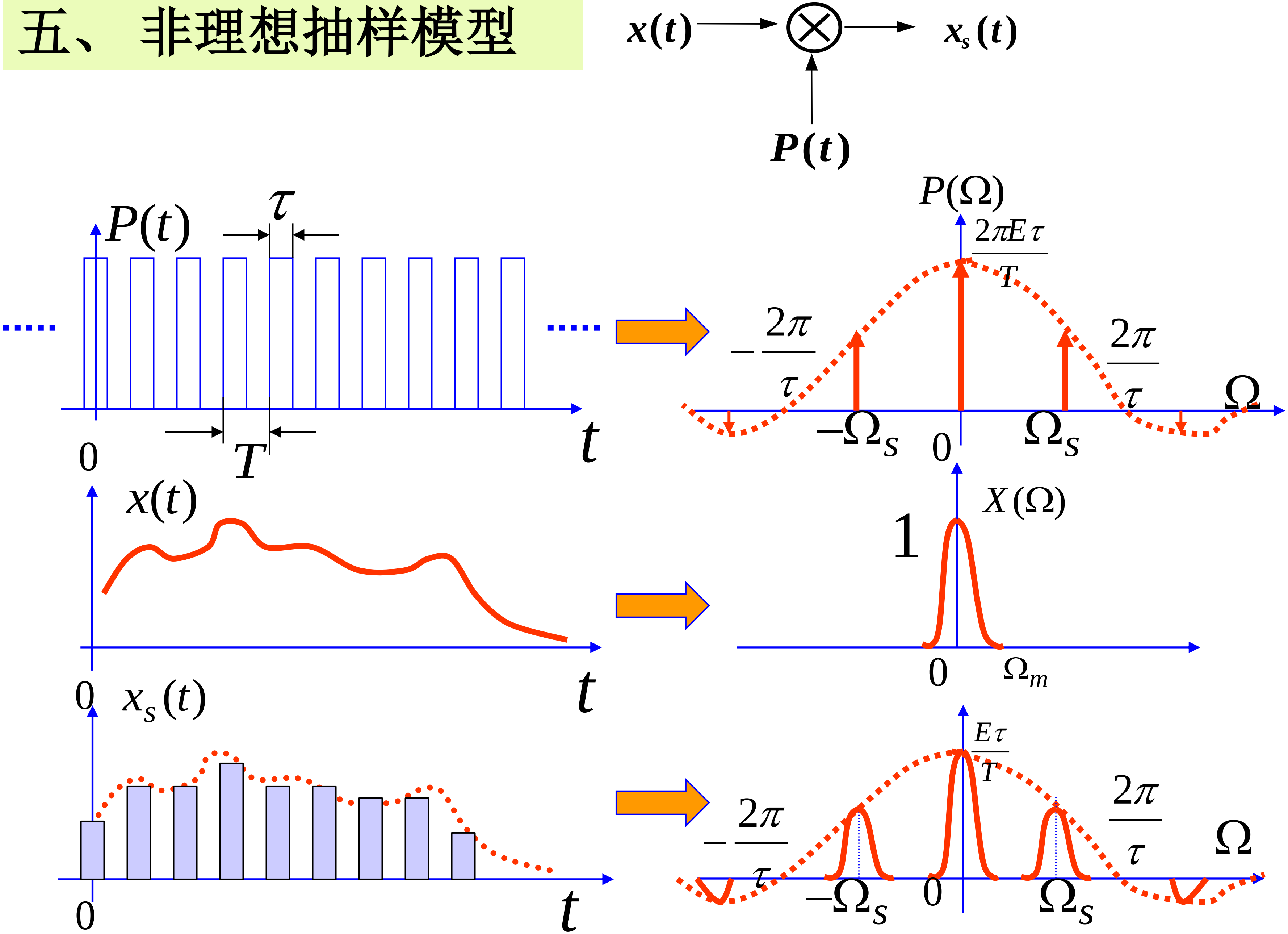
例1、连续时间信号x(t)所包含的最高频分量为100Hz，现对2x(5t-3)的信号进行理想抽样，则奈奎斯特抽样频率为多少？

$$\Omega_s = 2\Omega_m = 1000\text{Hz}$$

例2、连续时间信号$x_1(t)$是频宽为500Hz的带限信号，$x_2(t)$是频宽为1000Hz的带限信号,若对$x(t)=x_1(t) * x_2(0.5t)$ 进行理想抽样，则奈奎斯特抽样频率应为多少？

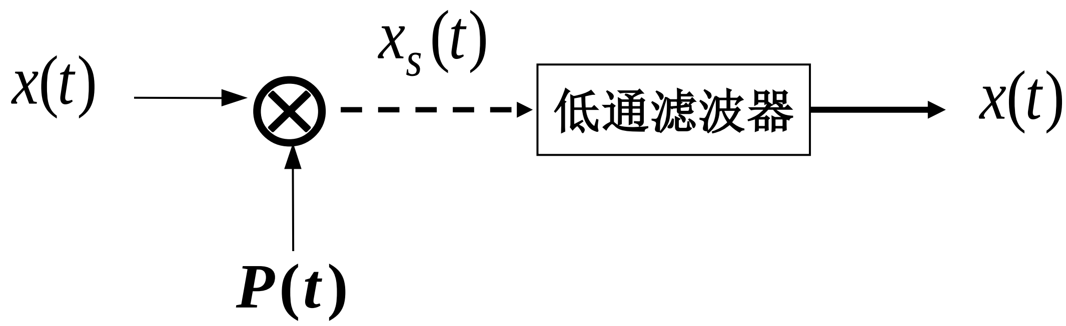
例3、连续时间信号$x_1(t)$是频宽为500Hz的带限信号，$x_2(t)$是频宽为1000Hz的带限信号,若对$x(t)=x_1(t)\cdot x_2(0.5t)$ 进行理想抽样，则奈奎斯特抽样频率应为多少？

五、 非理想抽样模型



$x(t)$
$x_s(t)$
$P(t)$
$P(t)$
τ
T
0
t
$P(\Omega)$
$\frac{2\pi E\tau}{T}$
$-\frac{2\pi}{\tau}$
$\frac{2\pi}{\tau}$
$-\Omega_s$
Ω_s
Ω
$x(t)$
$X(\Omega)$
1
Ω_m
$x_s(t)$
$\frac{E\tau}{T}$

连续与离散信号的转换：



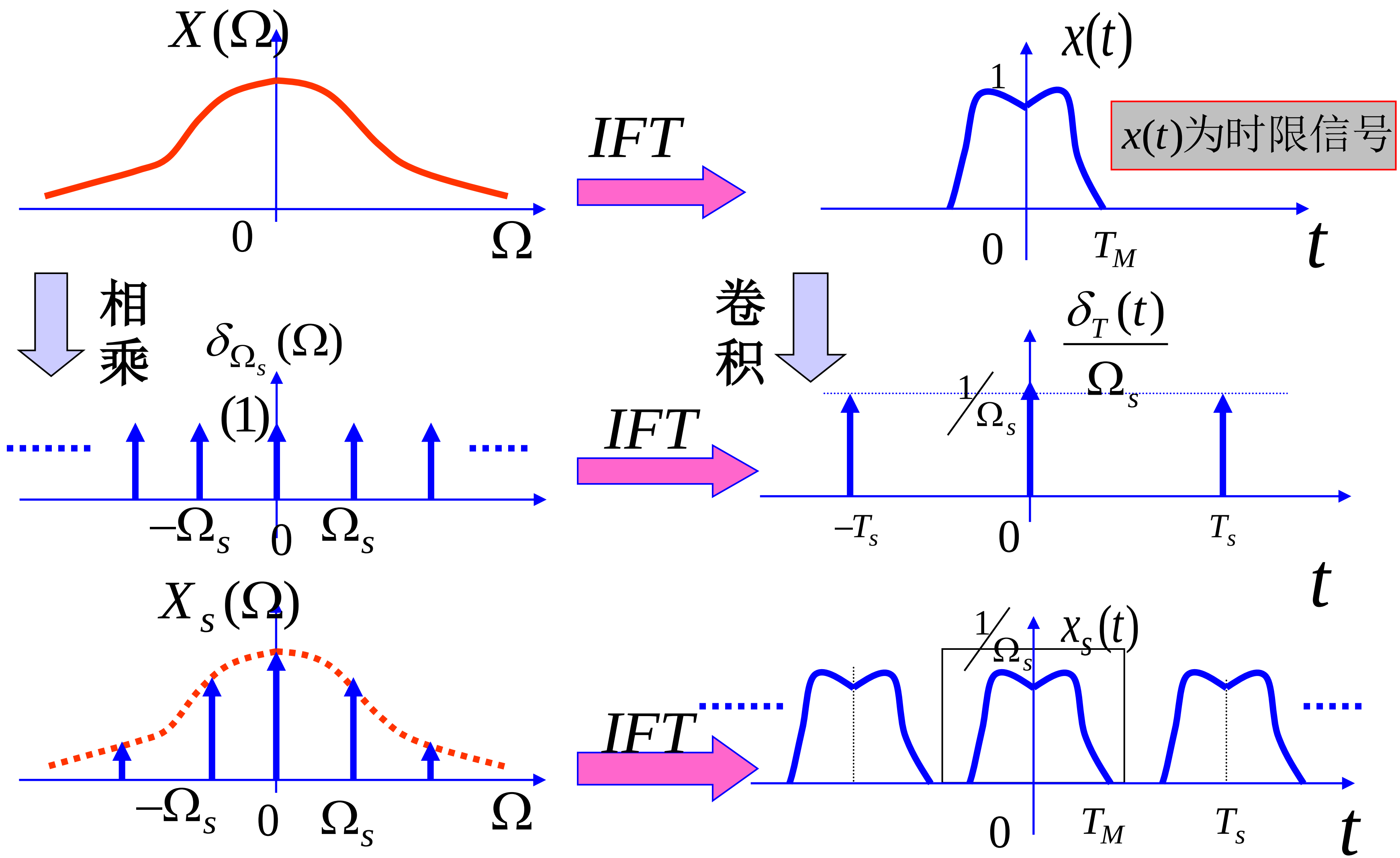
1) 构成抽样信号时，不可能产生理想冲激信号，这时候可以用任意的周期性脉冲信号代替，其结果不变。

2) 恢复信号时，理想LPF是不可能实现的，只能用其它的LPF，所以抽样频率必须进一步增加，一般取的3~5倍。

3) 抽样也是一个线性处理过程，它满足齐次性和叠加性。这是我们通过它达到用离散时间系统处理连续信号的基础。

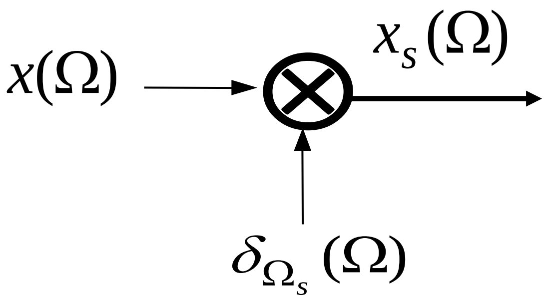
4) 在实际工作中，对非带限信号进行抽样，为了避免抽样中发生频谱混叠，常需要在采样前先进性抗混叠滤波（如低通滤波），将其变成带限信号后再进行抽样。

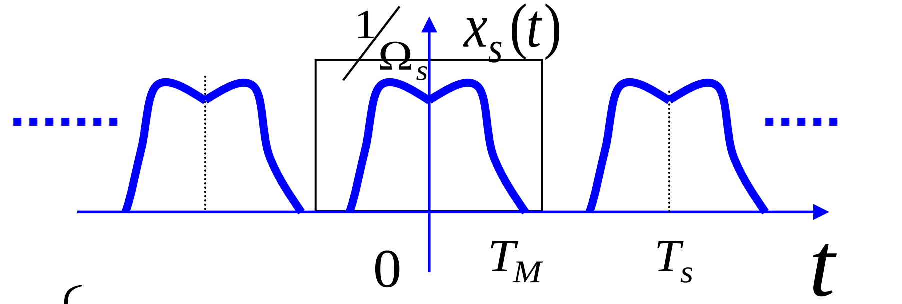
六、连续时间信号的频域抽样 ⟹ 时域周期延拓



$$T_s=\frac{2\pi}{\Omega_s}\geq 2T_M \qquad T_M\leq T_s-T_M$$

七、信号的频域内插恢复





$$x(t) = x_s(t) \cdot w(t) \qquad w(t) = \begin{cases} \Omega_s & |t| \le \dfrac{\pi}{\Omega_s} \\ 0 & |t| > \dfrac{\pi}{\Omega_s} \end{cases} \qquad T = \frac{2\pi}{\Omega_s} \ge 2T_M$$

$$X(\Omega) = \frac{1}{2\pi} X_s(\Omega) * W(\Omega) \qquad W(\Omega) = 2\pi Sa(\frac{\pi}{\Omega_s}\Omega)$$

$$X_s(\Omega) = X(\Omega) \cdot \delta_{\Omega_S}(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(n\Omega_s)\delta(\Omega - n\Omega_s)$$

$$X(\Omega) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(n\Omega_s) Sa(\frac{\pi}{\Omega_s}(\Omega - n\Omega_s))$$

$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} X(n\Omega_s) \operatorname{sinc}(\frac{\Omega - n\Omega_s}{\Omega_s})$$

频域内插公式

作业： **6.4 (a)(b)(f)**

6.8

注意：将 **6.8 (a)**的证明改为计算信号$\boldsymbol{x_p(t)}$的频谱。