

移动机器人里程计系统误差及激光雷达安装误差在线标定

达兴鹏, 曹其新, 王雯珊

(上海交通大学机械与动力工程学院, 上海 200240)

摘要: 为了降低传感器系统误差所带来的影响, 首先建立了差速移动机器人里程计系统误差及激光雷达安装误差数学模型. 然后, 基于拓展卡尔曼滤波算法, 提出了一种里程计系统误差及激光雷达安装误差迭代标定方法, 该方法能够在定位的同时对 2 组误差进行实时标定. 通过仿真对该方法进行验证, 误差估计有效地收敛到误差真值. 实物实验中, 误差估计能有效收敛, 标定后的航迹推算误差大幅度降低.

关键词: 差速移动; 移动机器人; 里程计标定; 激光雷达位姿标定; 扩展卡尔曼滤波

中图分类号: TP242.6

文献标识码: A

文章编号: 1002-0446(2017)-02-0205-09

On-line Calibration for Odometry Systematic Errors and Laser Rangefinder Installation Errors of a Mobile Robot

DA Xingpeng, CAO Qixin, WANG Wenshan

(School of Mechanical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200240, China)

Abstract: In order to reduce the influence of sensor systematic errors, a mathematical model of odometry systematic error and laser rangefinder installation error of differential-drive mobile robot is established firstly. Then, an iterative calibration method based on extended Kalman filter algorithm is proposed for odometry systematic error calibration and laser rangefinder installation error calibration, which can calibrate these two sets of errors during localization in real time. When verifying the method by simulation, the errors estimation can effectively converge to the true values of the errors. While in physical experiments, the errors estimation can effectively converge, and the error of dead-reckoning is greatly reduced after calibration.

Keywords: differential drive; mobile robot; odometry calibration; laser rangefinder pose calibration; extended Kalman filter

1 引言 (Introduction)

为了提高定位精度, 移动机器人通常需要采集多个传感器的数据进行融合定位, 从而对各类传感器取长补短. 在移动机器人上布置的传感器可以分为 2 类, 本体感知传感器 (proprioceptive sensor) 以及外部感知传感器 (exteroceptive sensor)^[1]. 本体感知传感器用于感知机器人本体的状态信息, 如机器人关节角度、温度等等; 而外部感知传感器一般用于感知外部环境的信息, 如障碍物的方位. 比较典型的传感器布置形式为里程计 (本体感知传感器) 加一个或多个外部感知传感器 (如激光雷达). 里程计定位方法是通过车轮码盘读数结合移动机器人运动学参数进行计算实现定位的, 但由于机器人加工及安装存在误差, 从而导致运动学参数存在

误差, 因此计算得到的里程计定位信息包含系统误差. 外部感知传感器获取的定位信息是传感器本体的定位信息, 在传感器信息融合过程中, 需要将所有的传感器定位信息转换到同一坐标系下进行融合. 由于外部感知传感器同样存在安装误差, 因此其信息在进行坐标转换的过程中引入了系统误差. 这 2 类系统误差降低了定位的精度, 影响了机器人的导航性能.

由于移动机器人定位导航以及地图创建等大部分上层算法都需要利用里程计信息, 因此移动机器人里程计系统误差标定一直以来都获得很大的关注^[2-9]. 目前移动机器人里程计误差标定方法可以分为 2 类: 离线标定方法和在线标定方法^[2].

离线方法以 UMBmark^[3] 方法最为著名, 此方

法让移动机器人沿边长 $4\text{ m} \times 4\text{ m}$ 的正方形轨迹运动, 通过测量末端点与预计的末端点之间的差来进行标定. Kelly^[4] 利用线性化的误差方程提出了一种适用于任何运行轨迹的标定方法. 国内有张铁^[5]、施家栋^[8]、王卫华^[9] 等利用 UMBmark 方法对双轮差速移动机器人里程计进行了误差标定. 离线标定方法的优点是只需要读取驱动电机编码器的信息就可以完成标定, 但是在具体操作中末端点的测量需要通过人工完成, 因此在精度上很难保证, 也限制了标定的自动化.

在线标定方法是指在外部感知传感器对机器人位姿进行实时估计的同时对里程计系统误差进行标定的方法, 也被总结为 SLAC (simultaneous localization and calibration) 方法. 此类方法以 Larsen^[6] 和 Martinelli^[7] 提出的 AKF (augmented extended Kalman filter) 方法最具影响力, 该方法实质为 EKF (extended Kalman filter) 方法, 其将系统误差作为变量增广到状态空间中, 通过外部感知传感器不断地测量更新, 使得系统误差的估计值逐步收敛到误差真值, 从而完成误差标定. AKF 方法假设外部感知传感器的测量误差只存在高斯随机误差, 而实际情况下, 外部感知传感器存在安装误差, 测量信息不可避免地存在系统误差, 因此标定效果会受到影响. 为了解决这个问题, 需要对里程计与外部感知传感器的位姿误差同时进行标定^[10]. 但如果将里程计系统误差参数以及外部感知传感器安装误差参数一次性增广到状态空间中, 则会导致系统可观性问题^[10-11].

为了解决上述可观性问题, 本文提出了一种迭代的在线标定方法, 该方法采用 2 个 EKF 误差标定滤波器对里程计系统误差以及外部感知传感器安装误差进行迭代标定. 为验证该方法的可行性, 本文以一台配备了激光雷达的双轮差速机器人为实验平台, 利用提出的迭代标定方法, 实现了对里程计和激光雷达传感器的标定.

2 里程计系统误差及激光雷达安装误差数学模型 (The mathematical model of odometry systematic errors and laser rangefinder installation errors)

2.1 里程计误差模型

Borenstein^[3] 经过长期的实验观察发现, 里程计的主要系统误差来源是左、右轮轮径的误差以及左、右轮之间距离的误差, 如图 1 所示.

记 $R^{R/L}$ 为右轮/左轮的标称半径, 设 $\delta_L R^L$ 和

$\delta_R R^R$ 为左、右轮半径的真值, 记 d 为轮距的标称值, 设 $\delta_d d$ 为轮距的真值. 里程计误差标定就是对 δ_R 、 δ_L 和 δ_d 进行标定. 设开始时刻为 0 时刻, 将第 k 次激光雷达测量数据到来时刻称为时刻 k , 将第 $k-1$ 时刻到第 k 时刻的时间间隔称为时间段 k , 每一个时间段可以不相等. 利用左、右轮轴的编码器在第 k 时间段的增量, 可以获得第 k 时间段左、右轮前进的距离, 如式 (1) 所示:

$$\delta \rho_k^{R/L} = 2\pi R^{R/L} \frac{n_k^{R/L}}{N} \quad (1)$$

式中, $\delta \rho_k^{R/L}$ 表示右轮/左轮在第 k 时间段中通过编码器读数直接算出的前进距离, 此公式使用轮子半径的标称值, 没有考虑轮径的系统误差; $n_k^{R/L}$ 表示第 k 时间段内右轮/左轮编码器的增量; N 表示轮子转 1 圈时编码器的脉冲数.

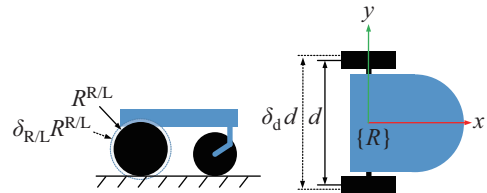


图 1 差速移动机器人里程计误差

Fig.1 Odometry errors of the differential-drive robot

由于轮径存在系统误差, 以及在轮子运动的过程中轮子前进距离存在随机误差, 因此将轮子实际的前进距离视为一个随机变量, 如式 (2) 所示:

$$\delta \rho_k^{R/L} = \overline{\delta \rho}_k^{R/L} + v_k^{R/L} \quad (2)$$

$$\overline{\delta \rho}_k^{R/L} = \delta_{R/L} \delta \rho_k^{eR/L} \quad (3)$$

$$v_k^{R/L} \sim N(0; K_\omega |\delta \rho_k^{eR/L}|) \quad (4)$$

其中 $\delta \rho_k^{R/L}$ 代表轮子在第 k 时间段内前进的距离的随机变量, 并假设其满足高斯分布; $\overline{\delta \rho}_k^{R/L}$ 为考虑了轮子半径误差后的右轮/左轮的前进距离, 并将其视为 $\delta \rho_k^{R/L}$ 分布的均值. $v_k^{R/L}$ 为 0 均值、方差为 $K_\omega |\delta \rho_k^{eR/L}|$ 的高斯噪声, 其表示轮子在转动过程中的随机误差, 设其方差与轮子的前进距离成正比^[6-7]. 实际情况下由于轮子打滑现象的影响, 轮子前进距离的误差分布是不对称的, 利用高斯分布对误差分布进行近似只是基于工程上的考虑. 为了减小这种近似所带来的影响, 可以适当地增大 K_ω , 降低 EKF 预测过程的置信度, 从而降低由于分布不对称对标定带来的影响.

利用式 (2), 可以推导出底盘在第 k 时间段内的前进距离以及转过的角度:

$$\delta \rho_k = \frac{\delta \rho_k^R + \delta \rho_k^L}{2} \quad (5)$$

$$\delta\theta_k = \frac{\delta\rho_k^R - \delta\rho_k^L}{d\delta_d} \quad (6)$$

其中, $\delta\rho_k$ 代表在 k 时间段里底盘前进的距离, $\delta\theta_k$ 代表在 k 时间段里底盘转过的角度. 两者都为随机变量.

设 k 时刻机器人在世界坐标系 $\{W\}$ 下的位姿为 $\mathbf{q}_k = [q_{xk}, q_{yk}, q_{\theta k}]^T$, q_{xk} 和 q_{yk} 分别为机器人坐标系 $\{R\}$ 的原点在 $\{W\}$ 下的 x 方向和 y 方向坐标, $q_{\theta k}$ 为 $\{R\}$ 坐标系 x 轴相对于 $\{W\}$ 系 x 轴的夹角, 如图 2 所示的逆时针为正, 则:

$$\mathbf{q}_k = \begin{bmatrix} q_{xk} \\ q_{yk} \\ q_{\theta k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_{x(k-1)} \\ q_{y(k-1)} \\ q_{\theta(k-1)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \delta\rho_k \cos(\theta_{k-1} + \frac{\delta\theta_k}{2}) \\ \delta\rho_k \sin(\theta_{k-1} + \frac{\delta\theta_k}{2}) \\ \delta\theta_k \end{bmatrix} \quad (7)$$

其中 $[q_{x(k-1)}, q_{y(k-1)}, q_{\theta(k-1)}]^T$ 为机器人 $k-1$ 时刻在世界坐标系下的坐标. 式 (7) 即为里程计误差模型, \mathbf{q}_k 为随机变量.

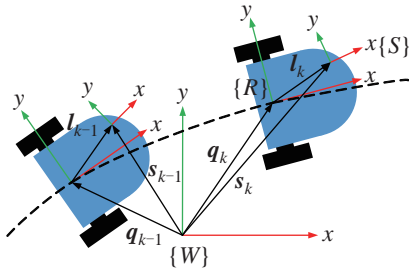


图 2 $k-1$ 时刻和 k 时刻的机器人及激光雷达位姿
Fig.2 Poses of the robot and laser rangefinder at moment $k-1$ and k

2.2 激光雷达位姿误差模型

对于激光雷达坐标系在机器人坐标系下的位姿误差模型, 假设激光雷达坐标系 xy 平面与机器人坐标系 xy 平面平行. 因此可以设激光雷达相对于机器人坐标系的位姿真值为

$$\mathbf{l}_k = [l_{xk}, l_{yk}, l_{\phi k}]^T = [\delta_{xk}l_x^n, \delta_{yk}l_y^n, \delta_{\phi k}l_\phi^n]^T \quad (8)$$

其中 \mathbf{l}_k 为 k 时刻激光雷达坐标系相对于机器人坐标系的位姿, 如图 2 所示; l_x^n, l_y^n, l_ϕ^n 为激光雷达的标称安装位姿; $\delta_{xk}, \delta_{yk}, \delta_{\phi k}$ 为激光雷达位姿误差参数.

引入 Censi^[10] 的记号及运算符 \oplus . 对于表征 2 维平面位姿的列矩阵组成的李群, 运算符 \oplus 定义为

$$\begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_\theta \end{bmatrix} \oplus \begin{bmatrix} b_x \\ b_y \\ b_\theta \end{bmatrix} \triangleq \begin{bmatrix} a_x \\ a_y \\ a_\theta \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_x \cos a_\theta - b_y \sin a_\theta \\ b_x \sin a_\theta + b_y \cos a_\theta \\ b_\theta \end{bmatrix} \quad (9)$$

\oplus 运算实际上等价于坐标系变换运算, 将 \mathbf{a} 和 \mathbf{b} 分别以图 2 中 \mathbf{q} 和 \mathbf{l} 代替, 通过几何关系可知, 对于 $k-1$ 及 k 时刻有:

$$\mathbf{s}_{k-1} = \mathbf{q}_{k-1} \oplus \mathbf{l}_{k-1} \quad (10)$$

$$\mathbf{s}_k = \mathbf{q}_k \oplus \mathbf{l}_k \quad (11)$$

将式 (10)、(11) 通过式 (9) 展开并综合式 (7) 可得式 (12). 式 (12) 中 $\delta\rho_k$ 和 $\delta\theta_k$ 为第 k 时间段内机器人前进的距离及转过的角度, 可通过式 (5)、(6) 计算得到; $[s_{xk}, s_{yk}, s_{\theta k}]^T$ 以及 $[s_{x(k-1)}, s_{y(k-1)}, s_{\theta(k-1)}]^T$ 分别代表 k 和 $k-1$ 时刻激光雷达坐标系 $\{S\}$ 相对于世界坐标系 $\{W\}$ 的位姿 \mathbf{s}_k 和 \mathbf{s}_{k-1} , 可以通过激光雷达传感器的测量值直接得到.

$$\begin{cases} s_{xk} = s_{x(k-1)} + \delta\rho_k \cos(\theta_{k-1} + \frac{\delta\theta_k}{2}) - \\ \quad l_{x(k-1)} \cos(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)}) + \\ \quad l_{y(k-1)} \sin(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)}) + \\ \quad l_{xk} \cos(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)} + \delta\theta_k) - \\ \quad l_{yk} \sin(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)} + \delta\theta_k) \\ s_{yk} = s_{y(k-1)} + \delta\rho_k \sin(\theta_{k-1} + \frac{\delta\theta_k}{2}) - \\ \quad l_{x(k-1)} \sin(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)}) - \\ \quad l_{y(k-1)} \cos(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)}) + \\ \quad l_{xk} \sin(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)} + \delta\theta_k) + \\ \quad l_{yk} \cos(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)} + \delta\theta_k) \\ s_{\theta k} = s_{\theta(k-1)} + \delta\theta_k \end{cases} \quad (12)$$

式中, $[l_{xk}, l_{yk}, l_{\phi k}]^T$ 以及 $[l_{x(k-1)}, l_{y(k-1)}, l_{\phi(k-1)}]^T$ 分别代表 k 和 $k-1$ 时刻激光雷达坐标系 $\{S\}$ 相对于机器人坐标系 $\{R\}$ 的位姿 \mathbf{l}_k 和 \mathbf{l}_{k-1} , 由于激光雷达固定在机器人底盘上, 则有:

$$[l_{xk}, l_{yk}, l_{\phi k}]^T = [l_{x(k-1)}, l_{y(k-1)}, l_{\phi(k-1)}]^T \quad (13)$$

根据式 (12)、(13), 以及 $k-1$ 时刻 $\{S\}$ 相对于 $\{W\}$ 的位姿以及 k 时间段编码器增量就可以预测出 k 时刻 $\{S\}$ 相对于 $\{W\}$ 的位姿, 而 k 时刻会接收到激光雷达传感器的测量值, 根据测量值, 可以得到 $\{S\}$ 相对于 $\{W\}$ 的观测值, 因此可以通过拓展卡尔曼滤波将观测值与预测值融合得到 k 时刻 $\{S\}$ 相对于 $\{W\}$ 的估计.

3 里程计系统误差与激光雷达安装误差迭代标定 (Iterative calibration for odometry systematic errors and laser rangefinder installation errors)

3.1 迭代标定方法

为了标定里程计系统误差, Larsen^[6] 和 Mar-

tinelli^[7] 将里程计误差参数增广到 EKF 状态空间中, 形成增广的状态空间 $[x, y, \theta, \delta_R, \delta_L, \delta_d]^T$, 利用误差参数与机器人位姿的耦合关系以及 EKF 观测更新过程使得误差参数逐步收敛. EKF 更新过程的观测值为 $[x, y, \theta]^T$, 代表机器人坐标系相对于世界坐标系的位姿. 里程计系统误差的标定问题在本质上转化为通过观测量 $[x, y, \theta]^T$ 和系统的输入量 $[n^R, n^L]^T$ 估计状态空间中的误差参数的问题.

由于机器人坐标系的位姿是由激光雷达位姿的测量值通过坐标变换得到的, 因此机器人坐标系相对于激光雷达的位姿误差必定使得 EKF 更新过程的观测值引入系统误差. 如果将激光雷达位姿误差参数也增广到状态空间中, 那么此时的状态空间为 $[x, y, \theta, \delta_R, \delta_L, \delta_d, \delta_x, \delta_y, \delta_\phi]^T$. 系统观测量以及系统输入量仍然为 $[x, y, \theta]^T$ 和 $[n^R, n^L]^T$, 然而待估计的参数增加了 3 个. 待估计参数的增多, 导致有限的观测信息不足以对这些误差进行估计. 这是因为不同的误差组合可以导致相同的观测量, 即通过观测信息不能区分多组误差. 若采用这种方法, 误差参数会从一组收敛值跳变到另一组收敛值, 而这些收敛值都不是误差的真值. 这个问题就是采用 EKF 方法需要避免的可观性问题. 文 [10] 详细讨论了配备一个激光雷达传感器的双轮差速移动机器人的可观性问题, 文 [11] 讨论了移动机器人系统通过 EKF 方法进行误差估计的必要条件.

为了标定激光雷达位姿误差, 本文增加一个增广的 EKF 滤波器, 此滤波器只对激光雷达的位姿误差进行标定. 与里程计标定滤波器类似, 将激光雷达安装误差参数增广到状态空间中, 状态空间中的误差参数随着不断的观测更新过程会逐步收敛. 通过 2 个独立的 EKF 滤波器, 误差参数都会收敛, 解决了可观性带来的问题. 但是, 里程计系统误差标定滤波器中采用的激光雷达位姿参数未经过标定, 并且激光雷达安装误差标定滤波器中采用的里程计参数也未经过标定, 这使得 2 个滤波器的标定效果都比较差, 所得到的标定结果误差也较大.

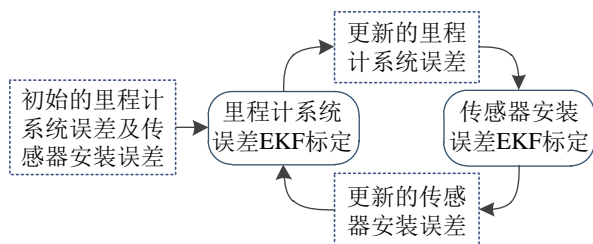


图 3 里程计系统误差及激光雷达安装误差迭代标定原理图
Fig.3 Diagram of iterative calibration of odometry system error and laser rangefinder installation error

为了解决这个问题, 本文提出的迭代标定方法思路如下: 首先让里程计标定结果更新激光雷达安装误差标定滤波器的参数, 然后进行激光雷达安装误差标定, 得到标定结果之后更新里程计系统误差标定滤波器的参数, 再进行一次里程计标定. 如此循环迭代, 如图 3 所示, 从而让最后的里程计标定结果和激光雷达位姿标定结果不断逼近真值.

3.2 里程计系统误差标定滤波器

在对里程计系统误差进行标定时, 激光雷达安装误差设为一个已知的带系统误差的常量. 根据式 (12) 即可以得到 EKF 的状态转移方程:

$$\mathbf{X}_{0k} = f_o(\mathbf{X}_{0(k-1)}, \mathbf{U}_k), \quad \mathbf{U}_k = [n_k^R, n_k^L]^T \quad (14)$$

\mathbf{X}_0 代表里程计标定过程的状态空间, 其为 $[s_x, s_y, s_\theta, \delta_R, \delta_L, \delta_d]^T$. 其中 \mathbf{X}_{0k} 为 k 时刻的状态, $\mathbf{X}_{0(k-1)}$ 为 $k-1$ 时刻的状态, \mathbf{U}_k 为输入控制量, 其为左、右轮编码器在 k 时间段内的增量. f_o 为里程计标定状态转移方程, 展开为式 (15). 通过式 (14), 能够由 k 时间段内左、右轮编码器增量以及 $k-1$ 时刻的状态预测 k 时刻状态.

$$\begin{aligned} & [s_{xk} \ s_{yk} \ s_{\theta k} \ \delta_{Rk} \ \delta_{Lk} \ \delta_{dk}]^T \\ &= [s_{x(k-1)} \ s_{y(k-1)} \ s_{\theta(k-1)} \ \delta_{R(k-1)} \ \delta_{L(k-1)} \ \delta_{d(k-1)}]^T + \\ & [g_1 \ g_2 \ \delta \ \theta_k \ 0 \ 0 \ 0]^T \end{aligned} \quad (15)$$

其中

$$\begin{aligned} g_1 &= \delta \rho_k \cos(\theta_{k-1} + \frac{\delta \theta_k}{2}) - l_{x(k-1)} \cdot \\ & \cos(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)}) + l_{y(k-1)} \sin(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)}) + \\ & l_{xk} \cos(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)} + \delta \theta_k) - \\ & l_{yk} \sin(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)} + \delta \theta_k) \\ g_2 &= \delta \rho_k \sin(\theta_{k-1} + \frac{\delta \theta_k}{2}) - l_{x(k-1)} \cdot \\ & \sin(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)}) - l_{y(k-1)} \cos(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)}) + \\ & l_{xk} \sin(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)} + \delta \theta_k) + \\ & l_{yk} \cos(s_{\theta(k-1)} - l_{\phi(k-1)} + \delta \theta_k) \end{aligned}$$

通过式 (14) 可以得到 EKF 的状态预测过程为

$$\hat{\mathbf{X}}_{0(k|k-1)} = f_o(\hat{\mathbf{X}}_{0(k-1|k-1)}, \mathbf{U}_k) \quad (16)$$

式中 $\hat{\mathbf{X}}_{0(n|m)}$ 表示在获得 m 时刻以及之前所有时刻的激光观测量的前提下对 \mathbf{X}_0 在 n 时刻状态的估计 (m, n 为任意的时刻, 且满足 $0 \leq m \leq n$). 下标 o 表示里程计标定过程相关的矩阵.

状态预测值的协方差矩阵 $\mathbf{P}_{0(k|k-1)}$ 可以通过以下公式获得:

$$\mathbf{P}_{o(k|k-1)} = \mathbf{F}_{o(k-1)} \mathbf{P}_{o(k-1|k-1)} \mathbf{F}_{o(k-1)}^T + \mathbf{G}_{o(k-1)} \mathbf{Q}_k \mathbf{G}_{o(k-1)}^T \quad (17)$$

其中:

$$\mathbf{F}_{o(k-1)} = \left. \frac{\partial f_o(\mathbf{X}_o, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{X}_o} \right|_{\mathbf{X}_o = \hat{\mathbf{X}}_{o(k-1|k-1)}, \mathbf{U} = \mathbf{U}_k} \quad (18)$$

$$\mathbf{G}_{o(k-1)} = \left. \frac{\partial f_o(\mathbf{X}_o, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{U}} \right|_{\mathbf{X}_o = \hat{\mathbf{X}}_{o(k-1|k-1)}, \mathbf{U} = \mathbf{U}_k} \quad (19)$$

$$\mathbf{Q}_k = \text{diag}(|\alpha_R n_k^R|^2, |\alpha_L n_k^L|^2) \quad (20)$$

其中 \mathbf{P}_o 为 $\hat{\mathbf{X}}_o$ 的协方差矩阵, \mathbf{F}_o 为 f_o 相对于增广状态空间的雅可比矩阵, \mathbf{G}_o 为 f_o 相对于输入量的雅可比矩阵, \mathbf{Q}_k 为过程处理误差矩阵, 其标准差与编码器增量成正比, 与式 (4) 相对应。

对于 EKF 更新过程, 观测量 \mathbf{z}_k 有:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_k &= \mathbf{h}(\mathbf{X}_o) + \boldsymbol{\xi}_k = [s_{x_k} \ s_{y_k} \ s_{\theta_k}]^T + \boldsymbol{\xi}_k \\ &= \mathbf{H}_k \mathbf{X}_o + \boldsymbol{\xi}_k \end{aligned} \quad (21)$$

其中 $\mathbf{H}_k = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \ \mathbf{0}_{3 \times 3}]$, $\boldsymbol{\xi}_k$ 为观测误差, 假设其为协方差为 \mathbf{R}_k 、均值为 0 的高斯白噪声, 即

$$\boldsymbol{\xi}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k) \quad (22)$$

再利用 EKF 公式, 计算预测信息与测量信息融合之后的 k 时刻状态的估计:

$$\mathbf{P}_{ok} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{o(k|k-1)} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (23)$$

$$\mathbf{K}_{ok} = \mathbf{P}_{o(k|k-1)} \mathbf{H}_k^T \mathbf{P}_{ok}^{-1} \quad (24)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{o(k|k)} = \hat{\mathbf{X}}_{o(k|k-1)} + \mathbf{K}_{ok} (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{o(k|k-1)}) \quad (25)$$

$$\mathbf{P}_{o(k|k)} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{ok} \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{o(k|k-1)} \quad (26)$$

由式 (16) ~ (26) 可知, EKF 算法是一个递推算法, 状态空间在 k 时刻的估计 $\hat{\mathbf{X}}_{o(k|k)}$ 以及估计的协方差矩阵 $\mathbf{P}_{o(k|k)}$ 的获得只需要通过 $k-1$ 时刻状态的估计 $\hat{\mathbf{X}}_{o(k-1|k-1)}$ 及其协方差矩阵 $\mathbf{P}_{o(k-1|k-1)}$ 以及 k 时间段内的输入量 \mathbf{U}_k 即可计算得到, 与 $k-1$ 时刻之前的信息无关, 因此算法能满足实时性要求。在 EKF 预测—更新融合迭代过程中, 状态空间中的里程计系统误差参数也会跟着变化, 并最终收敛。文 [6-7] 中详细叙述讨论了收敛的原因, 本文的仿真以及实物实验进一步证实了这一结论。

3.3 激光雷达安装误差标定滤波器

在对激光雷达安装误差进行标定时, 里程计误差设为已知的带有系统误差的常量, 根据式 (12) 可以得到激光雷达位姿误差标定过程的状态转移方程:

$$\mathbf{X}_{sk} = \mathbf{f}_s(\mathbf{X}_{s(k-1)}, \mathbf{U}_k), \quad \mathbf{U}_k = [n_k^R, n_k^L]^T \quad (27)$$

\mathbf{X}_s 代表传感器位姿误差标定过程的状态空间, 其为 $[s_x, s_y, s_\theta, \delta_x, \delta_y, \delta_\phi]^T$ 。 \mathbf{f}_s 为传感器安装误差标定状态转移方程。

通过式 (27) 可以得到 EKF 的状态预测过程为

$$\hat{\mathbf{X}}_{s(k|k-1)} = \mathbf{f}_s(\hat{\mathbf{X}}_{s(k-1|k-1)}, \mathbf{U}_k) \quad (28)$$

$$\mathbf{P}_{s(k|k-1)} = \mathbf{F}_{s(k-1)} \mathbf{P}_{s(k-1|k-1)} \mathbf{F}_{s(k-1)}^T + \mathbf{G}_{s(k-1)} \mathbf{Q}_k \mathbf{G}_{s(k-1)}^T \quad (29)$$

$$\mathbf{F}_{s(k-1)} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}_s(\mathbf{X}_s, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{X}_s} \right|_{\mathbf{X}_s = \hat{\mathbf{X}}_{s(k-1|k-1)}, \mathbf{U} = \mathbf{U}_k} \quad (30)$$

$$\mathbf{G}_{s(k-1)} = \left. \frac{\partial \mathbf{f}_s(\mathbf{X}_s, \mathbf{U})}{\partial \mathbf{U}} \right|_{\mathbf{X}_s = \hat{\mathbf{X}}_{s(k-1|k-1)}, \mathbf{U} = \mathbf{U}_k} \quad (31)$$

下标 s 表示与传感器位姿误差标定过程相关的矩阵。过程处理误差矩阵 \mathbf{Q}_k 与里程计标定过程一样, 计算公式为式 (20)。

测量更新过程:

$$\begin{aligned} \mathbf{z}_k &= \mathbf{h}(\mathbf{X}_s) + \boldsymbol{\xi}_k = [s_{x_k} \ s_{y_k} \ s_{\theta_k}]^T + \boldsymbol{\xi}_k \\ &= \mathbf{H}_k \mathbf{X}_s + \boldsymbol{\xi}_k \end{aligned} \quad (32)$$

其中 $\mathbf{H}_k = [\mathbf{I}_{3 \times 3} \ \mathbf{0}_{3 \times 3}]$, $\boldsymbol{\xi}_k \sim N(0, \mathbf{R}_k)$ 。与里程计标定过程一致。

信息融合:

$$\boldsymbol{\Psi}_{sk} = \mathbf{H}_k \mathbf{P}_{s(k|k-1)} \mathbf{H}_k^T + \mathbf{R}_k \quad (33)$$

$$\mathbf{K}_{sk} = \mathbf{P}_{s(k|k-1)} \mathbf{H}_k^T \boldsymbol{\Psi}_{sk}^{-1} \quad (34)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_{s(k|k)} = \hat{\mathbf{X}}_{s(k|k-1)} + \mathbf{K}_{sk} (\mathbf{z}_k - \mathbf{H}_k \hat{\mathbf{X}}_{s(k|k-1)}) \quad (35)$$

$$\mathbf{P}_{s(k|k)} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{sk} \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{s(k|k-1)} \quad (36)$$

与里程计系统误差标定过程类似, 状态空间中的激光雷达安装误差参数也会跟着改变, 并且最终收敛。

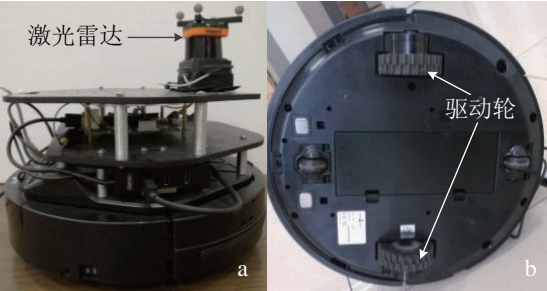
里程计系统误差标定以及激光传感器安装位姿误差的标定过程都需要假设获得的激光定位数据只含有高斯噪声, 但是实际情况下, 这个假设不一定能够满足。为了降低影响, 可以适当地降低激光观测数据的置信度。但如果定位算法具有累积误差, 对标定的影响是没有办法消除的。标定过程实质上是依据具有相对较高置信度的测量信息对预测过程模型中的参数进行优化的过程。因此测量信息中过大的累积误差会导致标定结果错误的情况。

4 仿真及实验 (Simulations and experiments)

由于实验过程中误差的真值无法获得, 因此首先通过仿真的方式验证采用迭代标定方法时误差参数能够收敛并且收敛到真值, 然后使用迭代标定方

法对一台移动机器人里程计系统误差以及激光传感器的安装误差进行标定试验，将标定前后的推算轨迹与激光雷达的实际测量轨迹进行对比来评估标定的效果。

本文采用 Kobuki 移动机器人作为实验平台，并在其前端安装一个激光雷达传感器，如图 4 所示。移动机器人编码器采样频率可以达到 50 Hz，激光雷达的定位信息的发布频率约为 10 Hz。



(a) 激光雷达布置图 (b) 移动机器人底部驱动轮
图 4 激光雷达布置图与移动机器人底部驱动轮
Fig.4 Layout of laser rangefinder and the driving wheels

4.1 仿真

仿真环境为 Matlab R2015a，仿真的参数为：① 编码器采样频率平均为 50 Hz。② 轮径标称值 $R^{R/L}$ 为 35 mm，轮距标称值 d 为 230 mm。③ 激光雷达在机器人坐标系下的安装位姿标称值 $[l_x^p, l_y^p, l_\phi^p]^T$ 为 $[110, 10, 0.1]^T$ （长度单位为 mm，角度单位为 rad）。若标称位姿 l_x^p, l_y^p, l_ϕ^p 中某几项为 0，则与之对应的误差参数与标称值相乘之后将在误差模型中消失。为了避免这种情况，当标称值为 0 时，可以适当取一个不为 0 的值作为标定的初始值。④ 车轮编码器分辨率为 2578 脉冲/圈。⑤ 输入量 U_k 的标准差为输入量的 20%，即协方差矩阵 Q_k 中参数 $\alpha_R = \alpha_L = 0.2$ 。⑥ 激光雷达定位位置与姿态测量的标准差分别为 15 mm 和 0.1 rad。

传感器位姿误差参数仿真真值： $\delta_x = 1.1$ ， $\delta_y = 0.8$ ， $\delta_\phi = -1$ ；里程计误差参数仿真真值： $\delta_R = 1.05$ ， $\delta_L = 0.97$ ， $\delta_d = 1.04$ 。

图 5 所示为仿真采用的左、右轮转速曲线，图中黑色曲线与紫色曲线所示为转速的测量值，红色曲线与蓝色曲线为机器人的实际转速值。为了使仿真与真实情况尽量接近，仿真用的转速测量值就是实际的测量值，而机器人的转速真值则通过在测量值上添加一个高斯噪声获得，用来模拟机器人运行中的各种不确定性。噪声的标准差为转速的 20%。

图 6 中，激光标定结果中的红、绿、蓝 3 条曲线分别为激光位姿误差参数 $\delta_x, \delta_y, \delta_\phi$ 的变化曲线，

相应颜色的虚线为真值；类似地，里程计标定结果中红、绿、蓝 3 条曲线分别对应里程计系统误差参数 δ_R, δ_L 与 δ_d 。图中黑色框中的数值为当次标定的结果。表 1 中序号与图 6 中的图号相对应。第 1 次激光位姿以及里程计的标定初值都设为 1，分别得到的误差结果将作为第 2 次标定初值，依此类推。由于第 1 次标定的初值都为 1，这意味着在进行第 1 次激光雷达位姿标定时忽略了里程计系统误差，并且在进行第 1 次里程计系统误差标定时忽略了激光安装误差的影响。因此，第 1 次标定结果代表着文 [6-7] 提出的方法分别应用于里程计以及激光雷达标定的效果。为了降低滤波器参数不准确对标定效果的影响，本文提出进行迭代标定，第 2 次及第 3 次标定则代表着迭代方法的效果。由收敛情况来看，经过迭代过程之后标定效果有明显提升。

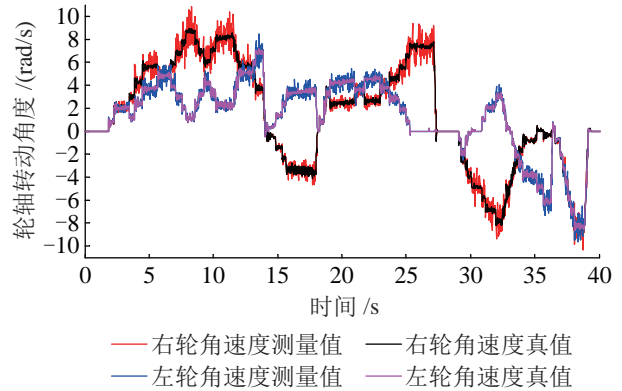


图 5 轮子转动角速度仿真真值及其测量值
Fig.5 Simulated true value of angular velocities of wheels and its measurements

表 1 误差参数仿真初值以及标定结果

Tab.1 Initial values of error parameters in simulation and calibration results

序号	误差参数初值 ($\delta_R; \delta_L; \delta_d; \delta_x; \delta_y; \delta_\phi$)	误差参数标定结果 ($\delta_R; \delta_L; \delta_d; \delta_x; \delta_y; \delta_\phi$)
(1)	(1.0000; 1.0000; 1.0000; 1.0000; 1.0000; 1.0000)	(1.0000; 1.0000; 1.0000; 1.0955; 0.6686; -0.9623)
(2)	(1.0000; 1.0000; 1.0000; 1.0000; 1.0000; 1.0000)	(1.0476; 0.9478; 1.0314; 1.0000; 1.0000; 1.0000)
(3)	(1.0476; 0.9478; 1.0314; 1.0955; 0.6686; -0.9623)	(1.0476; 0.9478; 1.0314; 1.0913; 0.6976; -1.0215)
(4)	(1.0476; 0.9478; 1.0314; 1.0955; 0.6686; -0.9623)	(1.0556; 0.9593; 1.0286; 1.0955; 0.6686; -0.9623)
(5)	(1.0556; 0.9593; 1.0286; 1.0913; 0.6976; -1.0215)	(1.0556; 0.9593; 1.0286; 1.0908; 0.6976; -1.0255)
(6)	(1.0556; 0.9593; 1.0286; 1.0913; 0.6976; -1.0215)	(1.0570; 0.9598; 1.0309; 1.0913; 0.6976; -1.0215)

从仿真结果还可以看出，第 1 次标定的时候，由于滤波器的参数存在较大误差，因此收敛效果比较差，并且收敛速度较慢。这说明任何一组误差参

数不准确都会影响另一组误差的标定, 因此里程计系统误差与激光传感器位姿误差的同时标定是非常有必要的. 将 3 次标定之后的结果与真值进行对比, 右轮半径、左轮半径以及轮距标定结果与真值分别相差 0.2442 mm、-0.3575 mm、-2.1005 mm. 激光雷达安装 x 、 y 方向位置及 z 方向安装角度的标定结果与真值分别相差 -1.0148 mm、-1.0235 mm、-0.0026 rad. 如图 6 所示, 激光雷达 y 方向位姿标定收敛效果较差, 但是通过式 (8) 计算得到的最终标定结果并不差. 这是由于 y 方向的标称值较小的缘故.

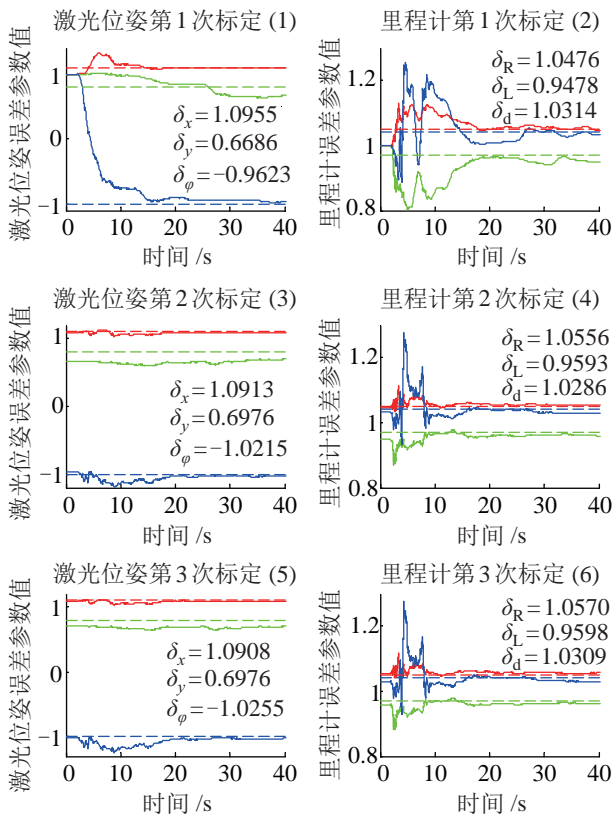


图 6 仿真标定结果

Fig.6 Results of calibration in simulation

第 3 轮标定时, 标定曲线与第 2 轮的标定曲线并没有很大的区别, 因此再进行第 4 轮标定也不会有明显的区别. 从仿真结果来看, 迭代的标定方法只需要进行较少次数的迭代就可以获得一个稳定的结果.

4.2 实验

实验过程中首先实时记录 Kobuki 轮子编码器信息、激光雷达点云信息. 考虑到激光雷达的安装具有较大误差, 因此先利用采集的数据进行传感器位姿误差的标定, 将标定结果更新里程计系统误差滤波器的参数之后, 利用相同的数据进行里程计系

统误差的标定, 如此循环迭代. 实验中将左、右轮半径的标称值设为 35 mm, 轮距设为 230 mm. 将激光雷达安装位姿的标称值设为 (110 mm, 10 mm, 0.1 rad). 为了通过激光点云数据获得激光雷达定位信息, 本文采用 Censi 的 PLICP^[12] 方法, 具体的定位算法以及协方差矩阵计算过程请见文 [12].

图 7 中曲线颜色的含义与图 6 一致. 从收敛曲线中可以看出, 误差参数可以在较短的时间内收敛. 表 2 为标定的结果, 表中序号与图 7 中的图号对应. 表 2 中第 1 列中的数据为误差参数, 第 2 列中激光雷达安装误差标定结果的 3 个参数依次代表激光雷达 x 、 y 方向坐标以及 z 方向安装角度. 第 2 列中里程计系统误差标定结果的 3 个参数依次代表右轮半径、左轮半径以及轮距. 从里程计系统误差的标定结果可以看出, 轮子半径标定结果与标称值相差在 0.04 mm 之内, 而轮距标定结果与标称值相差较大, 这是由于轮子有一定厚度, 如图 4(b) 所示. 激光雷达安装误差标定结果较大的原因在于激光雷达没有通过任何机械上的定位装置进行安装.

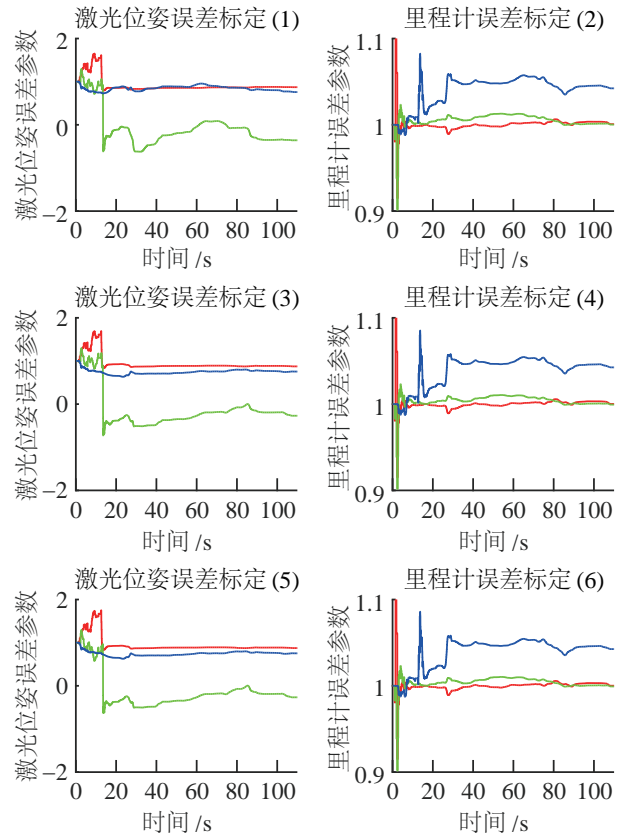


图 7 实验标定结果

Fig.7 Calibration results in experiment

通过实验结果可以看出, 迭代的标定方法标定效果比文 [6-7] 提出的方法分别应用于里程计以及激光雷达标定的效果要好, 也可以看出里程计系统

误差与激光雷达安装误差同时标定的重要性. 与仿真得到的结论基本一致.

表 2 激光雷达安装误差值以及里程计系统误差值
Tab.2 Values of laser installation error and odometry system error

序号	误差参数	标定结果
(1)	(0.8728; -0.3603; 0.7522)	(96.0119; -3.6032; 0.0752)
(2)	(1.0008; 1.0001; 1.0423)	(35.0278; 35.0017; 239.7205)
(3)	(0.8748; -0.2721; 0.7531)	(96.2234; -2.7215; 0.0753)
(4)	(1.0003; 0.9992; 1.0426)	(35.0092; 34.9731; 239.7921)
(5)	(0.8754; -0.2686; 0.7523)	(96.2234; -2.7215; 0.0753)
(6)	(1.0002; 0.9991; 1.0426)	(35.0062; 34.9692; 239.7889)

为了评价里程计标定的效果, 仅利用编码器数据进行轨迹推算, 将标定前的轨迹与标定后的轨迹与激光雷达测量轨迹进行比较. 在此需要假设所采用的激光雷达定位算法累积误差足够小, 保证真值轨迹与激光雷达定位轨迹相差足够小. 图 8 所示为标定前后航迹推算轨迹点与激光雷达测量轨迹点之间的欧氏距离曲线. 可以看出里程计标定之后, 航迹推算轨迹与激光雷达测量轨迹更为接近, 说明里程计标定结果改善了机器人轨迹推算精度. 由于激光雷达位姿的准确性较大地影响了里程计的标定, 因此里程计标定精度的提升间接地说明了激光雷达位姿标定的准确性.

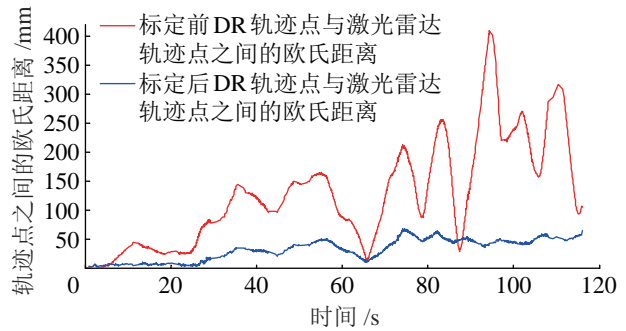


图 8 标定前后机器人航迹推算精度
Fig.8 Dead reckoning accuracies before and after calibration

5 结论 (Conclusion)

针对里程计系统误差以及外部感知传感器位姿误差对移动机器人定位、地图创建以及导航等上层算法的影响, 本文建立里程计以及外部感知传感器位姿误差的联合误差模型, 然后利用 2 个独立的拓展卡尔曼滤波器循环地对外部感知传感器位姿误差以及里程计系统误差进行标定, 解决了由于误差参数增多而带来的可观性问题, 实现了对移动机器人里程计系统误差以及外部感知传感器位姿误差的

标定, 标定后的航迹推算轨迹误差有较大幅度的降低, 说明了标定结果的有效性, 并验证了标定方法的可行性.

通过仿真及实物实验, 可以得到如下结论: ① 里程计系统误差对传感器位姿误差的标定效果影响较大, 同时传感器位姿误差对里程计系统误差的标定效果影响较大, 因此里程计系统误差以及传感器安装位姿误差的同时标定是非常必要的. ② 对于里程计系统误差及传感器安装位姿误差的同时标定问题, 本文提出的标定方法避免了系统的可观性问题, 相较于利用传统增广 EKF 标定算法分别对里程计以及传感器位姿进行标定的方法, 本文方法的标定效果更好. ③ 本文提出的迭代方法能够在较短时间内收敛, 而且只需要进行较少次数的迭代就能得到稳定的结果.

本文在理论推导以及实验评估过程中都需要假设激光雷达测量信息是一个只带有白噪声的测量值, 而实际上由于激光雷达安装误差以及采用的激光雷达定位算法的累积误差, 这个假设不一定能够成立. 激光雷达测量值累积误差会造成标定结果错误的情况. 因此, 选择一个良好的激光雷达定位算法对于标定过程是至关重要的. 对于测量信息的要求较高是本方法有待改进的地方.

本文提出的方法理论上可以应用于任何可以获得其自身平面位姿的传感器, 如超声雷达、RGB-D 传感器等. 今后的主要工作是利用其他传感器进行标定, 研究本方法的适用范围. 另外, 需要深入研究 EKF 中几个关键参数对于标定结果的影响, 如车轮执行误差以及传感器测量协方差对于标定的影响. 此外, 全方位轮式移动机器人的系统误差标定也是一个待解决的问题.

参考文献 (References)

[1] Siciliano B, Khatib O. Springer handbook of robotics[M]. Berlin, Germany: Springer, 2016.

[2] Yun Y, Park B, Chung W K. Odometry calibration using home positioning function for mobile robot[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2008: 2116-2121.

[3] Borenstein J, Feng L Q. Measurement and correction of systematic odometry errors in mobile robots[J]. IEEE Transactions on Robotics and Automation, 1996, 12(6): 869-880.

[4] Kelly A. Linearized error propagation in odometry[J]. International Journal of Robotics Research, 2004, 23(2): 179-218.

[5] 张铁, 陈伟华, 邹焱飏. 移动机器人里程计系统误差的校正方法 [J]. 华南理工大学学报: 自然科学版, 2014, 42(9): 7-11.

Zhang T, Chen W H, Zou Y B, et al. Calibration method of systematic odometry errors of mobile robot[J]. Journal of

- South China University of Technology: Natural Science Edition, 2014, 42(9): 7-11.
- [6] Larsen T D, Bak M, Andersen N A, et al. Location estimation for an autonomously guided vehicle using an augmented Kalman filter to autocalibrate the odometry[C]//International Conference on Multisource-Multisensor Information Fusion. Athens, USA: CSREA Press, 1998: 245-250.
- [7] Martinelli A, Tomatis N, Tapus A, et al. Simultaneous localization and odometry calibration for mobile robot[C]//IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems. Piscataway, USA: IEEE, 2003: 1499-1504.
- [8] Shi J D, Liu J, Wang J Z. Novel method to calibrate mobile kinematic parameters for robots[J]. Journal of Beijing Institute of Technology, 2015, 24(1): 91-96.
- [9] 王卫华, 熊有伦, 孙容磊. 测程法系统误差的测量与校核[J]. 机器人, 2004, 26(5): 454-460.
Wang W H, Xiong Y L, Sun R L. Measurement and calibration of systematic errors of odometry[J]. Robot, 2004, 26(5): 454-460.
- [10] Censi A, Franchi A, Marchionni L, et al. Simultaneous calibration of odometry and sensor parameters for mobile robots[J]. IEEE Transactions on Robotics, 2013, 29(2): 475-492.
- [11] Martinelli A, Siegwart R. Observability properties and optimal trajectories for on-line odometry self-calibration[C]//45th IEEE Conference on Decision and Control. Piscataway, USA: IEEE, 2006: 3065-3070.
- [12] Censi A. An accurate closed-form estimate of ICP's covariance[C]//IEEE International Conference on Robotics and Automation. Piscataway, USA: IEEE, 2007: 3167-3172.

作者简介:

- 达兴鹏 (1992 -), 男, 硕士生. 研究领域: 移动机器人误差标定, 移动机械臂抓取.
- 曹其新 (1960 -), 男, 博士, 教授, 博士生导师. 研究领域: 泛在机器人技术, 机器人组件化与中间件技术, 机器视觉与模式识别, 移动机械臂技术等.
- 王雯珊 (1986 -), 女, 博士生. 研究领域: 泛在机器人技术, 任务规划.