

里程计初始标定及误差分析

时海涛, 马 静, 张小跃, 张春熹

(北京航空航天大学仪器科学与光电工程学院, 北京 100083)

摘 要: 介绍了里程计的初始标定计算方法, 利用该方法计算出里程计刻度系数和航向安装偏差角。在此基础上建立了里程计刻度系数的标定误差模型和航向安装偏差角的标定误差模型, 分析各因素对里程计刻度系数标定和航向安装偏差角标定的影响, 并对误差模型简化, 得出影响里程计标定的主要因素是初始航向角误差和 Z 轴陀螺漂移。最后, 进行数学仿真, 仿真结果与分析结果一致。

关键词: 里程计刻度系数; 航向安装偏差角; 陀螺漂移; 姿态角误差; 标定误差

中图分类号: U666.1 **文献标志码:** A **文章编号:** 1674-5558(2015)01-01002

doi: 10.3969/j.issn.1674-5558.2015.05.020

The Initial Calibration of Odometer and Error Analysis

SHI Hai-tao, MA Jing, ZHANG Xiao-yue, ZHANG Chun-xi

(School of Instrumentation Science and Opto-electronics Engineering, Beihang University, Beijing 100083)

Abstract: This paper introduced a method to calculate the initial calibration of odometer, using this method to calibrate the odometer scale and yaw installation angle. On this basis, the error model of odometer scale and yaw installation angle were established. The factors affecting the odometer calibration were analyzed and the error model of odometer scale and yaw installation angle were simplified. According to the error model and error analysis, the main factors affecting the odometer calibration are initial yaw angle error and Z-axis gyro drift. Finally, numerical simulation was carried out and the simulation results were consistent with the results of the analysis.

Key words: odometer scale; yaw installation angle; gyro drift; attitude error; calibration error

0 引言

在车辆导航中, SINS/里程计车载组合导航系统作为一种低成本、中等精度的陆地导航系统越来越受到关注^[1-3]。

里程计作为 SINS/DR 组合导航系统主要传感器之一, 其刻度系数与航向安装偏差角的标定准确程度将影响整个车载组合导航系统的定位定向精度^[4]。由于车轮周长受轮胎温度、充气压力以及表面磨损等因素的影响, 导致里程计的刻度系数发生变化, 而捷联惯组和里程计分别装在车体的

不同位置, 存在航向安装偏差角, 所以导航系统在使用前需要对里程计的刻度系数和航向安装偏差角进行初始标定。本文介绍了里程计的标定计算方法, 并建立了里程计的标定误差模型, 分析各因素对里程计初始标定的影响。

1 里程计标定算法

在两参考基准点之间, 选取一段平直的路段作为标定路线, 根据航位推算轨迹与真实轨迹相似原理^[5]对里程计的刻度系数和航向安装偏差角进行标定。

在进行标定计算时, 需要将经纬度坐标转换成高斯坐标, 坐标转换计算公式^[6]如下:

$$X = C_0 L - (C_1 \sin L + C_2 \sin^3 L) \cos L \quad (1)$$

$$N = \frac{C}{\sqrt{1 + E_2 \cos^2 L}} \quad (2)$$

$$m = (\lambda - \lambda_0) \cos L \quad (3)$$

$$x = X + N \tan L \left[\frac{1}{2} m^2 + \frac{1}{24} m^4 (5 - \tan^2 L + 9 E_2 \cos L) \right] \quad (4)$$

$$y = N \left[m + \frac{1}{6} m^3 (1 - \tan^2 L + E_2 \cos L) \right] + Y_0 \quad (5)$$

式中, $C = 6399698.9018$, $C_0 = 6367558.49686$, $C_1 = 32005.79642$, $C_2 = 133.86115$, $E_2 = 0.006738525$, $Y_0 = 500000$, L 为纬度, λ 为经度, λ_0 为中央子午线经度, x 、 y 为经纬度转化后的高斯坐标值。

图1中, $O(x_0, y_0)$ 为起始参考基准点的高斯坐标, $B(x_B, y_B)$ 为终点参考基准点的高斯坐标, $B'(x, y)$ 为航位推算终点的高斯坐标。标定算法如下:

$$S_1 = \sqrt{(x_B - x_0)^2 + (y_B - y_0)^2} \quad (6)$$

$$S_2 = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2} \quad (7)$$

S_1 为两参考基准点之间的真实距离, S_2 为计算距离。

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{K_D P_D}{K_0 P_0} \quad (8)$$

$$K_D = \frac{S_1}{S_2} K_0 \quad (9)$$

$$\alpha_\psi = \arctan\left(\frac{y_B - y_0}{x_B - x_0}\right) - \arctan\left(\frac{y - y_0}{x - x_0}\right) \quad (10)$$

式中, P_D 为里程计输出的脉冲数, K_0 为里程计刻度系数的初始装订值, K_D 为里程计的实际刻度系数, α_ψ 为里程计的航向安装偏差角。

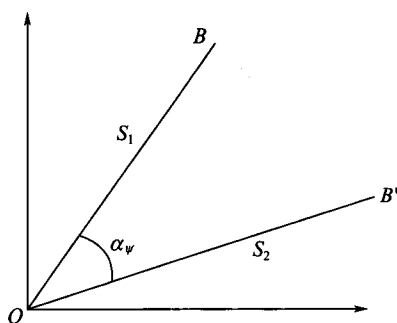


图1 轨迹图

Fig.1 Trajectory

2 里程计的标定误差分析

根据里程计刻度系数计算公式和航向安装偏差角计算公式, 可以得到里程计刻度系数的标定误差模型和航向安装偏差角的标定误差模型:

$$\delta K_D = K_0 \frac{S_1}{S_2^2} [(x - x_0) \delta x + (y - y_0) \delta y] \quad (11)$$

$$\delta \alpha_\psi = \frac{1}{S_2^2} [(y - y_0) \delta x - (x - x_0) \delta y] \quad (12)$$

式中, δK_D 为里程计刻度系数的标定误差, $\delta \alpha_\psi$ 为里程计航向安装偏差角的标定误差, δx 、 δy 为高斯坐标系下的位置误差。根据高斯坐标转换公式并作适当简化, 得到高斯坐标系下的位置误差模型:

$$\delta x = [C_0 + C_1(\sin^2 L - \cos^2 L) - C \sin^2 L(\lambda_0 - \lambda)^2] \delta L - [C \sin L \cos L(\lambda_0 - \lambda)] \delta \lambda \quad (13)$$

$$\delta y = \left[\frac{1}{6} C \sin L(\lambda_0 - \lambda)(6 - (\lambda_0 - \lambda)) \right] \delta L + [C \cos L] \delta \lambda \quad (14)$$

$\delta \lambda$ 、 δL 分别为经度误差和纬度误差。根据式(11)、式(12)、式(13)和式(14)可知, 里程计刻度系数的标定误差和航向安装偏差角的标定误差来自于航位推算的经度和纬度误差。

因此需要先对航位推算误差进行分析, 然后将分析得到的航位推算误差耦合到里程计刻度系数的标定误差模型与航向安装偏差角的标定误差模型中, 再分析里程计的标定误差。

在陆用导航中可以将地球近似为圆球, 取其半径为 R_e , 忽略车辆天向速度、高度以及高度误差, 则航位推算的姿态误差方程和位置误差方程可写为^[7]:

$$\dot{\phi}_{DE} = \phi_{DN}(\omega_{ie} \sin L_D + \frac{v_{DE}^n}{R_e}) - \phi_{DU} \omega_{ie} \cos L_D - \varepsilon_E^n \quad (15)$$

$$\dot{\phi}_{DN} = -\phi_{DE}(\omega_{ie} \sin L_D + \frac{v_{DE}^n \tan L_D}{R_e}) - (\omega_{ie} \sin L_D) \delta L_D - \varepsilon_N^n \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \dot{\phi}_{DU} = & \phi_{DE}(\omega_{ie} \cos L_D + \frac{v_{DE}^n}{R_e}) + \frac{v_{DN}^n}{R_e} \phi_{DN} + \frac{v_{DN}^n \tan L_D}{R_e} \phi_{DU} + \\ & (\omega_{ie} \cos L_D + \frac{v_{DE}^n \sec^2 L_D}{R_e}) \delta L_D - \varepsilon_U^n \end{aligned} \quad (17)$$

$$\delta \dot{L}_D = \frac{\delta v_{DN}^n}{R_e} \tag{18}$$

$$\delta \dot{\lambda}_D = \frac{\sec L_D}{R_e} \delta v_{DE}^n + \frac{\sec L_D \tan L_D}{R_e} \delta L_D \tag{19}$$

式中， ϕ_{DE} 、 ϕ_{DN} 、 ϕ_{DU} 分别表示航位推算的俯仰、横滚、航向的姿态误差， δv_{DE}^n 、 δv_{DN}^n 分别表示东向、北向速度误差， δL_D 表示纬度误差， $\delta \lambda_D$ 表示经度误差， ω_e 为地球自转角速率， ε_E^n 、 ε_N^n 、 ε_U^n 分别为东向、北向、天向陀螺漂移， λ_D 表示经度， L_D 表示纬度。

\tilde{v}_D^n 为里程计在导航系下的实际速度，如下：

$$\tilde{v}_D^n = \tilde{C}_b^n v_D^b = (I - (\phi_D \times)) C_b^n v_D^b \tag{20}$$

式中， C_b^n 为捷联姿态矩阵， ϕ_D 为姿态误差， v_D^b 为里程计在载体系下的速度。

由式(20)得到里程计在导航系下的速度误差：

$$\delta v_D^n = \tilde{v}_D^n - v_D^n = \begin{bmatrix} \phi_{DU} v_{DN}^n \\ -\phi_{DU} v_{DE}^n \\ \phi_{DN} v_{DE}^n - \phi_{DE} v_{DN}^n \end{bmatrix} \tag{21}$$

式中， v_D^n 为导航系下里程计的理想速度；

v_{DE}^n 、 v_{DN}^n 分别为航位推算的东向速度、北向速度。

将得到的速度误差代入式(18)和式(19)中有：

$$\delta \dot{L}_D = -\frac{\phi_{DU} v_{DE}^n}{R_e} \tag{22}$$

$$\delta \dot{\lambda}_D = \frac{v_{DN}^n \sec L_D}{R_e} \phi_{DU} + \frac{\sec L_D \tan L_D}{R_e} \delta L_D \tag{23}$$

假设载车行驶条件： $R_e=6378137\text{m}$ ， $v_{DE}^n=v_{DN}^n=14\text{m/s}$ ， $L_D=40^\circ$ 。

计算式(15)、式(16)、式(17)、式(22)、式(23)中各误差项系数，得到航位推算误差方程各误差的误差分配系数，如表1所示。

各误差初值设置为： $\delta L_D=10/R_e \approx 1.6 \times 10^{-6}$ ， $\phi_{DE}=\phi_{DN}=0.5'$ ， $\phi_{DU}=3.6'$ ， $\varepsilon_E^n=\varepsilon_N^n=\varepsilon_U^n=0.01(^{\circ})/\text{h}$ ，则航位推算中各误差分配如表2所示。

从表2中可以看出影响航位推算的主要误差是航向误差角 ϕ_{DU} ，而航向角误差主要来自天向陀螺漂移。里程计的标定就是利用航位推算的结果进行计算，可以得出里程计的标定误差来自航向角误差和陀螺漂移。

表 1 误差分配系数

Table 1 Error distribution coefficient

	δL_D	$\delta \lambda_D$	ϕ_{DE}	ϕ_{DN}	ϕ_{DU}	ε_E^n	ε_N^n	ε_U^n
$\delta \dot{L}_D$	—	—	—	—	2.2e-6	—	—	—
$\delta \dot{\lambda}_D$	2.4e-6	—	—	—	2.8e-6	—	—	—
$\dot{\phi}_{DE}$	—	—	—	5.0e-5	5.6e-5	1	—	—
$\dot{\phi}_{DN}$	4.7e-5	—	4.9e-5	—	—	—	1	—
$\dot{\phi}_{DU}$	5.9e-5	—	5.8e-5	2.2e-6	2.2e-6	—	—	1

表 2 误差分配

Table 2 Error distribution

	δL_D	$\delta \lambda_D$	ϕ_{DE}	ϕ_{DN}	ϕ_{DU}	ε_E^n	ε_N^n	ε_U^n
$\delta \dot{L}_D$	—	—	—	—	2.4e-9	—	—	—
$\delta \dot{\lambda}_D$	3.8e-12	—	—	—	3.1e-9	—	—	—
$\dot{\phi}_{DE}$	—	—	—	7.5e-9	6.2e-8	4.8e-8	—	—
$\dot{\phi}_{DN}$	7.5e-10	—	7.5e-9	—	—	—	4.8e-8	—
$\dot{\phi}_{DU}$	9.4e-11	—	8.7e-9	3.3e-10	2.2e-9	—	—	4.8e-8

车辆在行驶过程中速度一般不超过30m/s,捷联惯导系统初始对准后水平姿态误差角很小(一般为0.1°量级)而航向误差角较大(一般为5'左右),可以忽略与水平姿态误差角有关项的影响,且标定路线较为平直,在行驶过程中水平姿态角变化不大,可以认为 $\varepsilon_E^n \approx \varepsilon_x^b$ 、 $\varepsilon_N^n \approx \varepsilon_y^b$ 、 $\varepsilon_U^n \approx \varepsilon_z^b$ 。结合误差分配表和以上事实将误差方程进行简化,得到简化后的姿态误差方程和位置误差方程。

$$\dot{\phi}_{DE} = -(\omega_{ie} \cos L_D) \phi_{DU} - \varepsilon_x^b \quad (24)$$

$$\dot{\phi}_{DN} = -\varepsilon_y^b \quad (25)$$

$$\dot{\phi}_{DU} = -\varepsilon_z^b \quad (26)$$

$$\delta \dot{L} = -\frac{\phi_{DU} v_{DE}^n}{R_e} \quad (27)$$

$$\delta \dot{\lambda} = \frac{v_{DN}^n \sec L_D}{R_e} \phi_{DU} \quad (28)$$

在标定过程中,标定路程较短,经度和纬度变化不大,初始经度和纬度无误差,且行驶过程中车速基本保持不变,天向速度为零。在此基础上,可由上述误差方程得到经度和纬度误差和航向角误差。

$$\phi_{DU} = \phi_{U0} - \varepsilon_z^b t \quad (29)$$

$$\delta L_D = -\frac{\bar{v}_{DE}^n}{R_e} \left(\frac{1}{2} \varepsilon_z^b t^2 - \phi_{U0} t \right) \quad (30)$$

$$\delta \lambda_D = \frac{\bar{v}_{DN}^n \sec L_D}{R_e} \left(\frac{1}{2} \varepsilon_z^b t^2 - \phi_{U0} t \right) \quad (31)$$

式中, ϕ_{U0} 为捷联惯导对准后的初始航向角误差, \bar{v}_{DE}^n 、 \bar{v}_{DN}^n 分别为航位推算的东向和北向速度的平均值, t 为航位推算时间。先将得到的经度和纬度误差式(30)、式(31)耦合到高斯坐标系下的位置误差式(13)、式(14)中,再将高斯坐标系下的位置误差耦合到里程计的标定误差式(11)、式(12)中,得到关于初始航向角误差和Z轴陀螺漂移的里程计刻度系数标定误差模型与航向安装偏差角的标定误差模型:

$$\delta K_D = a \left(\frac{1}{2} \varepsilon_z^b t^2 - \phi_{U0} t \right) \quad (32)$$

$$\delta \alpha_\psi = b \left(\frac{1}{2} \varepsilon_z^b t^2 - \phi_{U0} t \right) \quad (33)$$

a 、 b 是关于航位推算终点位置 L_D 、 λ_D 、 x 、 y 的多项式,由于标定路程和行驶时间较短且经纬度变化较小, a 、 b 和航位推算时间 t 可视为常值。根据上述分析和式(32)、式(33)可知,

影响里程计标定的主要因素是初始航向角误差和Z轴陀螺漂移。

3 仿真验证及分析

仿真计算设置车体运动过程如下:

1) 车辆静止对准300s(车头初始朝向为北偏东45°);

2) 0.5m/s²加速度加速运动40s;

3) 匀速运动520s;

4) -0.5m/s²加速度减速运动40s;

仿真计算过程中误差设置如下:

1) 里程计标度初始装订值为1.2 K_D ,航向安装角为1°;

2) 陀螺噪声为0.001(°)/ \sqrt{h} ,陀螺漂移为0.01(°)/h,初始航向角误差 $\phi_{U0}=3.6'$;初始俯仰角和初始横滚角误差 $\phi_{E0}=\phi_{N0}=0.5'$;

完成仿真计算后,给出相关计算结果。表3列出了陀螺漂移为0.01(°)/h、初始航向角误差 $\phi_{U0}=3.6'$ 、初始俯仰角和初始横滚角误差 $\phi_{E0}=\phi_{N0}=0.5'$ 时,仿真计算得到的里程计刻度系数的标定误差为 $\delta \tilde{K}_D$ 和航向安装偏差角的标定误差为 $\delta \tilde{\alpha}_\psi$ 。表4列出了Z轴陀螺漂移为0.01(°)/h、初始航向角误差 $\phi_{U0}=3.6'$ 时,仿真计算得到的里程计刻度系数的标定误差 $\delta \tilde{K}_D$ 和航向安装偏差角的标定误差 $\delta \tilde{\alpha}_\psi$,以及通过式(32)和式(33)计算得到的里程计刻度的标定误差 δK_D 和航向安装偏差角的标定误差 $\delta \alpha_\psi$ 。

表3 标定误差分配

Table 3 Calibration error distribution

	$\delta \tilde{K}_D$	$\delta \tilde{\alpha}_\psi / (^\circ)$
ε_x^b	4.016e-8 K_D	3.002e-5
ε_y^b	4.016e-8 K_D	2.944e-5
ε_z^b	4.016e-8 K_D	-7.968e-4
ϕ_{E0}	4.017e-8 K_D	-2.338e-5
ϕ_{N0}	4.015e-8 K_D	1.811e-4
ϕ_{U0}	4.016e-8 K_D	0.0596
综合	4.016e-8 K_D	0.0589

表 4 仿真标定误差与标定误差公式计算误差

Table 4 Simulation calibration error and calibration error formula calculation error

	ε_z^b	ϕ_{v0}
$\delta \tilde{K}_0$	$4.016\text{e-}8 K_0$	$4.016\text{e-}8 K_0$
$\delta \tilde{\alpha}_\psi / (^\circ)$	-0.0008	0.0596
δK_0	$4.845\text{e-}8 K_0$	$3.416\text{e-}6 K_0$
$\delta \alpha_\psi / (^\circ)$	-0.0008	0.0588

从表3可以得出陀螺漂移与初始姿态角误差对里程计刻度系数标定的影响基本相同；Z轴陀螺漂移相对其他两个轴陀螺漂移对航向安装偏差角标定影响较大；初始航向角误差对航向安装偏差角标定的影响最大，其他两个姿态角误差的影响相对较小。综合各因素可以得出，航向安装偏差角的标定误差主要来自于初始航向角误差和Z轴陀螺漂移，两者中初始航向角误差的影响最大。各因素对里程计刻度系数的标定误差影响基本相同且相对较小。从表4可以看出，仿真计算得到的里程计的标定误差与通过里程计标定误差公式计算出的误差基本一致，验证了标定误差方程的正确性。

4 结论

本文介绍了里程计的标定算法，建立了里程计的标定误差模型，分析了影响里程计标定的各因素，并进行仿真验证。由里程计的标定误差分析和仿真结果得出影响里程计标定的主要因素是初始航向角误差和Z轴陀螺漂移。其中初始航向角误差是影响航向安装偏差角标定的最主要因素，且航向安装偏差角的标定误差大小与初始航向角误差大小基本相等。因此，导航系统可以通

过提高初始对准精度来减小初始航向角误差、补偿Z轴陀螺漂移，从而提高里程计的标定精度。

参考文献

- [1] Gao J, Petovello M G, Cannon M E. Development of precise GPS/INS/wheel speed sensor/yaw rate sensor integrated vehicular positioning system[C]. National Technical Meeting of the Institute of Navigation, Monterey, Canada, 2006: 780-792.
- [2] Bingbing L, Martin A, Javier I G. Multi-aided inertial navigation for ground vehicles in outdoor uneven environments[C]. Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005: 4703-4708.
- [3] 李兵, 战兴群, 湛雷. 基于GPS/SINS/里程计的车载组合导航研究[J]. 测控技术, 2012, 31(11): 43-47.
LI Bing, ZHAN Xing-qun, ZHAN Lei. Research on vehicle borne GPS/SINS/OD integrated navigation system[J]. Measurement and Control Technology, 2012, 31(11): 43-47.
- [4] 张金红, 李岁劳, 杨洪友, 瞿赞. 里程仪刻度因子的动态标校[J]. 弹箭与制导学报, 2007, 27(3): 56-58.
ZHANG Jin-hong, LI Sui-lao, YANG Hong-you, QU Yun. A dynamic calibration of odometer for vehicles[J]. Journal of Projectiles, Rockets, Missiles and Guidance, 2007, 27(3): 56-58.
- [5] 严恭敏, 秦永元, 杨波. 车载航位推算系统误差补偿技术研究[J]. 西北工业大学学报, 2006, 24(1): 26-30.
YAN Gong-min, QIN Yong-yuan, YANG Bo. Research of vehicle DR system error compensation technology[J]. Journal of Northwestern Polytechnical University, 2006, 24(1): 26-30.
- [6] 刘基余. GPS卫星导航定位原理与方法[M]. 北京: 科学出版社, 2003.
LIU Ji-yu. Principles and methods of GPS navigation [M]. Beijing: Science Press, 2003.
- [7] 严恭敏. 车载自主定位定向系统研究[D]. 西安: 西北工业大学, 2006.
YAN Gong-min. Research of vehicle autonomous position and azimuth determining system[D]. Xi'an: Northwestern Polytechnical University, 2006.

作者简介: 时海涛, 男, 硕士, 研究方向为惯性导航及组合导航。