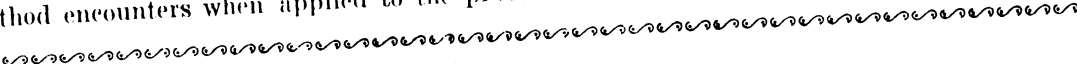


COMPLEX PHASE MATCHING METHOD AND ITS APPLICATION TO THE PROBLEM OF STRATIFIED HOMOGENEOUS MEDIA WITH CURVED INTERFACES: THEORY

ZHAO LIAN-SHE YAO ZHEN-XING
(Institute of Geophysics, Academia Sinica)

Abstract

A new method for synthetic seismograms is given in this paper, which is obtained by using phase matching principle to connect the solutions of wave propagation equations in complex domain with interfaces. This method solves mainly the problem of calculating the wave-field over stratified homogeneous media with arbitrarily shaped, smooth, curved interfaces, and overcomes the difficulty that the generalized ray method encounters when applied to the problem.



复相位匹配方法及其在具有弯曲界面层状均匀结构问题中的应用(I)——理论

赵连社 姚振兴
(中国科学院地球物理研究所)

摘 要

本文提出了利用复射线束相位匹配原理合成地震图方法——复相位匹配方法。该方法系利用相位匹配原理把复数域中波传播方程的解和界面联系起来得到的,可解决具有任意形状、光滑曲面界面的层状均匀弹性空间波场计算问题,克服了广义射线法应用于这个问题所遇到的困难。

引 言

目前,由于计算理论地震图在地球物理勘探和地震学中的广泛应用,综合理论地震图的理论发展很快,方法很多。然而,计算弯曲界面结构波场响应的理论和方法却很少。目前能够计算这种结构的方法有:标准射线法^[1]、光学法(Glorified Optics)^[2]、主曲率法^[3]、有限元和有限差分法^[4,5]、克希霍夫积分法^[6]。上述方法都有不足之处。有限元和有限差分法,由于计算时间过长和要求计算机内存过大,难于实际应用;标准射线法不能计算焦散区、临界区、影区和亮区边界处的场;克希霍夫积分法采用了数值积分,不可能处理众多弯曲界面;光学法和主曲率法,实际上把场分解为广义射线的迭加,若接收点在焦散面上,这两个方法便失效。

我们知道,在处理实空间场时失效的地方,可用加虚部的办法去解决。如姚振兴和Harkrider^[7]因为采用了复频率,从而解决了计算近场理论图的零频问题。广义射线法^[8]没有遇到标准射线那么多的奇异区,原因是用了复值的反射和透射系数。同样,Červený^[9]提出高斯光束法修正标准射线以致无奇异区,目前还没有人利用这种方法计算弯曲界面结构响应,至少没有这方面的文章见报。

本文将采用同样的方法,发展一种和广义射线、高斯光束、主曲率法相近的计算方法——复相位匹配方法。该方法在计算波场响应时,不存在任何奇点。

本文发展复相位匹配方法分为三步:1.在高频近似下把波传播方程变为 Schrödinger 型方程,所用的数学处理和 Červený 与 Pšenčík^[10]用以得到偏轴射线^[11]和高斯光束的处理一样,然后在复空间中解这个方程,得到复射线束;2.追踪复射线束,利用相位匹配原理解

决复空间曲面边界上的反射和透射问题^[12]; 3. 将前两步所得结果用以实空间即得到高斯光束, 把源所辐射的场在源区展成复射线束的迭加, 考虑每一复射线束的行为, 然后在接收点把它们迭加起来就得到接收点处的理论波场。所得到的理论波场再和地震记录仪的频响特性褶积, 即得到所要计算的理论地震图。

这种方法合成理论地震图不需要费时的二点射线追踪, 只要追踪足够多的复射线束, 计算出空间中足够多点理论波场, 就可以得到全空间的理论波场。这是由于复射线束不仅给出了中心射线处的振幅, 而且给出了中心射线附近的复射线束的振幅。

复相位匹配方法

1. 复空间中波传播方程的高频解

在无外力作用下均匀各向同性弹性介质质点的运动方程为

$$(\lambda + \mu)\nabla(\nabla \cdot \mathbf{u}(\mathbf{x}, t)) + \mu\nabla^2 \mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \mathbf{u}(\mathbf{x}, t). \quad (1)$$

其中 λ 、 μ 是拉梅常数, \mathbf{u} 为位移矢量, \mathbf{x} 为位置矢量, t 为时间, ρ 为介质密度, 由 Helmholtz 定理, 位移场 $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$ 可表示为

$$\mathbf{u}(\mathbf{x}, t) = \nabla\phi(\mathbf{x}, t) + \nabla \times (\phi(\mathbf{x}, t)\mathbf{e}_z) + \nabla \times \nabla \times (\chi(\mathbf{x}, t)\mathbf{e}_z). \quad (2)$$

其中 \mathbf{e}_z 是直角坐标系 (x, y, z) 的 z 方向单位矢量。代入方程(1)可以得到

$$(\lambda + 2\mu)\nabla^2\phi(\mathbf{x}, t) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \phi(\mathbf{x}, t), \quad (3)$$

$$\mu\nabla^2\phi(\mathbf{x}, t) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \phi(\mathbf{x}, t), \quad (4)$$

$$\mu\nabla^2\chi(\mathbf{x}, t) = \rho \frac{\partial^2}{\partial t^2} \chi(\mathbf{x}, t). \quad (5)$$

(3)、(4)、(5)分别是 P 波、 SV 波、 SH 波的运动方程, 它们在形式上一样, 可用一个式子表示

$$\nabla^2\varphi(\mathbf{x}, t) = \gamma^{-2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \varphi(\mathbf{x}, t). \quad (6)$$

下面我们在复坐标空间解这个方程。

利用傅氏变换

$$u(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} u(\xi) \exp(i\omega\xi) d\xi, \quad (7)$$

$$u(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} u(\omega) \exp(-i\omega\xi) d\omega, \quad (8)$$

对时间 t 进行变换, 方程(6)可改写为

$$\nabla^2\varphi(x, y, z, \omega) + \frac{\omega^2}{\gamma^2} \varphi(x, y, z, \omega) = 0. \quad (9)$$

现在考虑方程(9)形如

$$\varphi(x, y, z, \omega) = \Phi(x, y, z, \omega) \exp[ikz] \quad (10)$$

的解,其中 $k = \omega/\gamma$. (10)中的坐标变量为复数. 从(10)可见, z 的虚部引起衰减和发散,只要把最终结果的 z 的虚部取为零,就能解决由 z 的虚部所引起的物理上的问题. 把(10)代入(9)可以得到

$$\nabla^2 \Phi(x, y, z, \omega) + 2ik \frac{\partial}{\partial z} \Phi(x, y, z, \omega) = 0. \quad (11)$$

下面我们讨论方程(11)的近似解——复射线束. 为此,根据 Červený^[13], 我们假定 x 、 y 和 $\omega^{-\frac{1}{2}}$ 同数量级. 这个假定意味着: 在物理上, ω 很大时, 我们只讨论在沿 z 轴很小的射线管中场. 把它运用到(11),在高频近似下,略去低 ω 一级项,方程(11)可写为

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \Phi(x, y, z, \omega) + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \Phi(x, y, z, \omega) + 2ik \frac{\partial}{\partial z} \Phi(x, y, z, \omega) = 0. \quad (12)$$

如果 (x, y, z) 为实数,这个方程是一个 Schrödinger 型的方程, 对于它已有过广泛的研究. 它的解为

$$\Phi(x, y, z, \omega) = \frac{c}{\sqrt{q_1 q_2}} \exp \left[\frac{ik}{2} \left(\frac{x^2}{q_1} + \frac{y^2}{q_2} \right) \right]. \quad (13)$$

从这个结果可见,它形式上和实坐标变量的结果一样^[14]. 其中 q_1 、 q_2 是 z 的一次函数, c 是一复常数. 在实坐标情况下, q_1 和 q_2 的物理意义是 z 处的相前曲面(等相位面)的主曲率半径. 同样,我们把解(13)中的 q_1 、 q_2 叫作复相前主曲率半径. 在此,我们用了 x 、 y 轴和复相前曲面的主曲率方向重合的假定. 下面我们仿照实坐标空间的讨论,具体给出 q_1 、 q_2 的表达式和结果推广.

如图 1 所示, z 处的相前曲面 $A'B'C'D'$ 是 $z=0$ 处的相前曲面 $ABCD$ 传播至 $z=z$ 的结果. 由图可见 $q_1 = OE + EF$, $q_2 = O'E + EF$, $EF = z$. 取 $q_{10} = OE$, $q_{20} = O'E$, $z=0$ 处的复相前主曲率半径. 所以,在均匀空间中, z 处的复相前主曲率半径 q_1 、 q_2 和 $z=0$ 处的 q_{10} 、 q_{20} 具有关系

$$\begin{cases} q_1 = q_{10} + z, \\ q_2 = q_{20} + z. \end{cases} \quad (14)$$

定义复相前曲率矩阵 \mathbf{Q}

$$\mathbf{Q}(z) = \begin{bmatrix} \frac{1}{q_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{q_2} \end{bmatrix}. \quad (15)$$

从(14)我们有

$$\mathbf{Q}(z) = \mathbf{Q}(0) + z \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (16)$$

$$\det \mathbf{Q}(z) = \frac{1}{q_1 q_2}, \quad (17)$$

$$\det \mathbf{Q}(0) = \frac{1}{q_{10} q_{20}}. \quad (18)$$

由图 1 我们注意到

于是(13)

令

其中 \mathbf{x} 类似下,波

这里 Φ (22)解形系. 我们扩展因子

2. 复

下面中心射在 P 点 $\hat{\mathbf{a}}_2$, 它们在图 2 中在

减和发
题。把

(11)

假定 x 、
轴很小
为

(12)

泛的研

(13)

函数, c
面)的主
用了 $-x$ 、
具, 右

传播至
 $= OE$,
曲率半

(14)

(15)

(16)

(17)

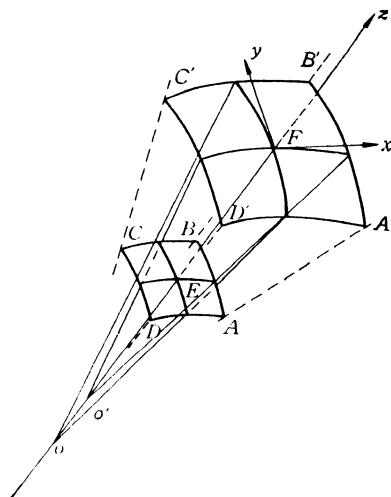


图 1 在均匀各向同性复空间中传播的复射线的几何图象

$$(A'B'C'D' \text{ 的面积}) \cdot \det \mathbf{Q}(z) = (ABCD \text{ 的面积}) \cdot \det \mathbf{Q}(0). \quad (19)$$

于是(13)式中的复常数 c 可写为

$$c = \Phi(0)(q_{10} \cdot q_{20})^{\frac{1}{2}}. \quad (20)$$

令

$$S(\mathbf{x}) = z + \frac{1}{2}(\mathbf{r})^T \cdot \mathbf{Q}(z)\mathbf{r}. \quad (21)$$

其中 $\mathbf{x} = (x, y, z)$; $\mathbf{r} = (x, y)^T$, T 表示转置; $\Phi(0) = \Phi(\mathbf{x}, \omega)|_{\mathbf{x}=0}$. 所以, 在高频近似下, 波传播方程(9)的解为

$$\varphi(x, y, z, \omega) = \varphi(0) \left[\frac{\det \mathbf{Q}(z)}{\det \mathbf{Q}(0)} \right]^{\frac{1}{2}} \exp[ikS(\mathbf{x})], \quad (22)$$

这里 $\Phi(0) = \varphi(0)$. 从(22)可见, $kS(\mathbf{x})$ 表示 \mathbf{x} 处的相位, 所以 $S(\mathbf{x})$ 称作相位函数. (22)解形式表示 z 轴附近(9)的解, 波传播方向为 z 轴, 这样取的坐标系为射线中心坐标系. 我们把解形式(22)称为复射线束, $[\det \mathbf{Q}(z)/\det \mathbf{Q}(0)]^{\frac{1}{2}}$ 等同于经典射线中的几何扩展因子.

2. 复射线束追踪

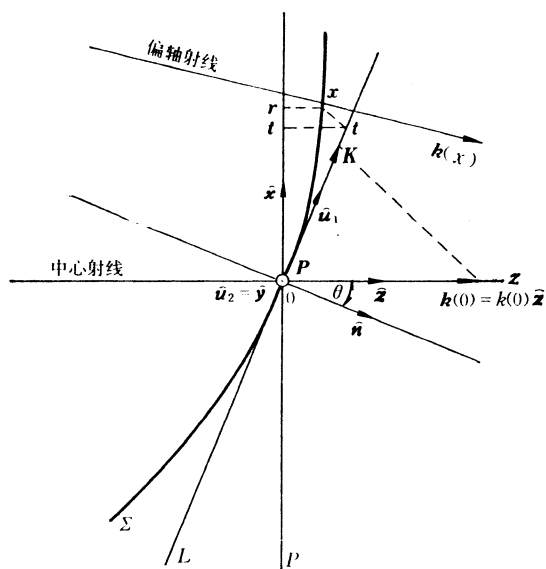
下面讨论复射线束和复空间中曲面 Σ 相交, 并发生反射和折射的情况. 设复射线束的中心射线, 即 $x = 0, y = 0$ 的那条射线和 Σ 的交点为 P 点, 并取 P 点为坐标原点; Σ 在 P 点的单位法向量为 \hat{n} ; 过 P 点 Σ 的切平面为 L , 在其上取相互垂直的单位向量 \hat{u}_1 、 \hat{u}_2 , 它们和 \hat{n} 形成正交基. 在 L 上取矢量 $\mathbf{t} = t_1\hat{u}_1 + t_2\hat{u}_2$, 满足 $\|\mathbf{t}\| = \sqrt{|t_1|^2 + |t_2|^2} \ll 1$. 在图 2 中给出了当 $\hat{u}_2 = \hat{y}$ —— y 方向单位基矢——情况下的几何构形.

在 P 点附近曲面 Σ 的方程可近似地写为

$$\mathbf{x}(t_1, t_2, n) = \mathbf{t} + n\hat{n} + O(\|\mathbf{t}\|^3), \quad (23)$$

$$n = -\frac{1}{2}(\mathbf{t})^T \cdot \mathbf{D}\mathbf{t}, \quad (24)$$

由(27)可

图2 复射线束和曲面 Σ 相交,选择 $\hat{u}_2 = \hat{y}$ 时的几何构形

\mathbf{D} 为曲面 Σ 在 P 点的曲率矩阵。(23)和(24)的具体证明在附录中给出,或参见文献[15]第七章。

入射线束的相位函数为

$$S(\mathbf{x}) = z + \frac{1}{2}(\mathbf{r})^T \cdot \mathbf{Q}(0)\mathbf{r}, \quad (25)$$

其中 $\mathbf{Q}(0)$ 是 P 点的相前曲率矩阵。考虑坐标变换

$$\begin{aligned} (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}) &\rightarrow (\hat{u}_1, \hat{u}_2, \hat{n}), \\ (\hat{u}_1, \hat{u}_2, \hat{n}) &= (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})\mathbf{M}. \end{aligned} \quad (26)$$

其中

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \hat{u}_1 \cdot \hat{x} & \hat{u}_2 \cdot \hat{x} & \hat{n} \cdot \hat{x} \\ \hat{u}_1 \cdot \hat{y} & \hat{u}_2 \cdot \hat{y} & \hat{n} \cdot \hat{y} \\ \hat{u}_1 \cdot \hat{z} & \hat{u}_2 \cdot \hat{z} & \hat{n} \cdot \hat{z} \end{bmatrix}$$

是坐标变换矩阵,注意到

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_1, t_2, n) &= (\hat{u}_1, \hat{u}_2, \hat{n}) \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ n \end{pmatrix} = (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})\mathbf{M} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ n \end{pmatrix} \\ &= (\hat{x}, \hat{y}, \hat{z}) \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}, \\ &= \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \mathbf{M} \begin{pmatrix} t_1 \\ t_2 \\ n \end{pmatrix}. \end{aligned} \quad (27)$$

其中

可见 \mathbf{v} 以 θ 也是复

注意在一把(2

其中

由于位相

其中 \mathbf{K} = 性项 \mathbf{K} ·

复射假定据相位匹等,有

由(33)可

或者

其中

由(27)可见

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= x\hat{\mathbf{x}} + y\hat{\mathbf{y}} + z\hat{\mathbf{z}} = \mathbf{r} + z\hat{\mathbf{z}}, \\ \mathbf{r} &= \boldsymbol{\Theta}\mathbf{t} + O(\|\mathbf{t}\|^2), \\ z &= \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} - \frac{1}{2}(\mathbf{t})^T \cdot \mathbf{D}\mathbf{t} \cos \theta + O(\|\mathbf{t}\|^3). \end{aligned} \quad (28)$$

其中

$$\boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{u}}_1 \cdot \hat{\mathbf{x}} & \hat{\mathbf{u}}_2 \cdot \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\mathbf{u}}_1 \cdot \hat{\mathbf{y}} & \hat{\mathbf{u}}_2 \cdot \hat{\mathbf{y}} \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$$\mathbf{v} = (\hat{\mathbf{u}}_1 \cdot \hat{\mathbf{z}})\hat{\mathbf{u}}_1 + (\hat{\mathbf{u}}_2 \cdot \hat{\mathbf{z}})\hat{\mathbf{u}}_2. \quad (30)$$

可见 \mathbf{v} 为单位矢量 $\hat{\mathbf{z}}$ 在过 P 点 Σ 切平面 L 上的投影矢量; θ 为 $\hat{\mathbf{z}}$ 和 $\hat{\mathbf{n}}$ 之间的交角, θ 也是复数. 如果取 $\hat{\mathbf{u}}_2 = \hat{\mathbf{y}}$, 则 $\hat{\mathbf{x}}$ 和 $\hat{\mathbf{u}}_1$ 的交角也是 θ , 此时, 矩阵 $\mathbf{M}, \boldsymbol{\Theta}$ 可以写为

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 & -\sin \theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \theta & 0 & \cos \theta \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{\Theta} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (31)$$

注意在一般情况下 $\boldsymbol{\Theta}$ 以及它的转置 $\boldsymbol{\Theta}^T$ 不是 U 矩阵.

把(28)代入到(25)式,可以得到

$$\begin{aligned} S(\mathbf{x}) &= \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} - \frac{1}{2}(\mathbf{t})^T \cdot \mathbf{D}\mathbf{t} \cos \theta + \frac{1}{2}(\mathbf{t})^T \cdot \boldsymbol{\Theta}^T \mathbf{Q}(0) \boldsymbol{\Theta} \mathbf{t} \\ &= \mathbf{v} \cdot \mathbf{t} + \frac{1}{2}(\mathbf{t})^T \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{t}, \end{aligned} \quad (32)$$

其中

$$\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\Theta}^T \mathbf{Q}(0) \boldsymbol{\Theta} - \mathbf{D} \cos \theta. \quad (33)$$

由于位相为

$$kS(\mathbf{x}) = k\mathbf{v} \cdot \mathbf{t} + \frac{1}{2}k(\mathbf{t})^T \cdot \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{t} = \mathbf{K} \cdot \mathbf{t} + \frac{1}{2}k(\mathbf{t})^T \cdot \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{t}, \quad (26)$$

其中 $\mathbf{K} = k\mathbf{v}$, 是 $\mathbf{k} = k\mathbf{z}$ 在切平面上 L 上的投影. 所以位相 $kS(\mathbf{x})$ 等于 (t_1, t_2) 的线性项 $\mathbf{K} \cdot \mathbf{t}$ 和二次项 $\frac{1}{2}(\mathbf{t})^T \cdot \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{t}$ 之和.

复射线束的折射

假定折射射线束的中心射线波矢 \mathbf{k}' , 在 L 上的投影为 \mathbf{K}' , 相前曲率矩阵 \mathbf{Q}' . 根据相位匹配原理: 在曲面上任一点 R , 折射(或反射)射线的位相和入射射线的位相等. 有

$$\mathbf{K}' = \mathbf{K}, \quad k'\boldsymbol{\Gamma}' = k\boldsymbol{\Gamma}. \quad (34)$$

由(33)可见

$$k'[\boldsymbol{\Theta}'^T \mathbf{Q}' \boldsymbol{\Theta}' - \mathbf{D} \cos \theta'] = k(\boldsymbol{\Theta}^T \mathbf{Q} \boldsymbol{\Theta} - \mathbf{D} \cos \theta), \quad (35)$$

或者

$$k'\boldsymbol{\Theta}'^T \mathbf{Q}' \boldsymbol{\Theta}' = k\boldsymbol{\Theta} \mathbf{Q} \boldsymbol{\Theta} + h\mathbf{D}. \quad (36)$$

其中

$$h = k' \cos \theta' - k \cos \theta. \quad (27)$$

复射线束的反射

根据相位匹配原理有

$$k' = k, \theta' = \pi - \theta, \quad (37)$$

代入(36)可以得到

$$\mathbf{Q}' = \mathbf{Q} - 2 \cos \theta [(\boldsymbol{\Theta}^{-1})^T \mathbf{D} \boldsymbol{\Theta}^{-1}]. \quad (38)$$

对于多层界面的情况,可以重复使用(35)、(36)和(38)来求得最终的相前曲率矩阵.也可以利用矩阵方法去处理^[12].

综合上述,我们利用相位匹配原理, Snell 定律的直接推论, 得到了一复射线束经过边界面传播并发生反射和折射后的相前曲率矩阵. 如果一复射线束和曲面边界系统相交 n 次, 并发生反射和折射, 由(22)式, 出射的复射线束为

$$\begin{aligned} \varphi(x_n, y_n, z_n, \omega) = & \varphi(S) \left(\frac{\det \mathbf{Q}(z_0)}{\det \mathbf{Q}(0)} \right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{\det \mathbf{Q}_1(z_{10})}{\det \mathbf{Q}_1(0)} \right)^{\frac{1}{2}} \\ & \cdots \left[\frac{\det \mathbf{Q}_{n-1}(z_{n-1,0})}{\det \mathbf{Q}_{n-1}(0)} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \left[\frac{\det \mathbf{Q}_n(z_n)}{\det \mathbf{Q}_n(0)} \right]^{\frac{1}{2}} \\ & \times \exp[i g(z_n)] \exp \left[\frac{i k_n}{2} (\mathbf{r}_n)^T \cdot \mathbf{Q}_n(z_n) \mathbf{r}_n \right]. \end{aligned} \quad (39)$$

其中, $\varphi(S)$ 是复射线束在入射点 S 的幅度, $\det \mathbf{Q}(0)$ 是该点的曲率矩阵的行列式值; $z_0, z_{10}, \dots, z_{n-1,0}$ 表示复射线束的中心射线和系统的 n 个交点; 和

$$g(z_n) = \sum_{j=0}^{n-1} k_j z_{j0} + k_n z_n.$$

注意, 每反射或透射一次, 改变一下坐标系, 并且新坐标系的坐标原点在该交点上. z_{j0} 就是在该坐标系下, 下一个交点的 z_j 分量; \mathbf{Q} 表示入射射线束的相前曲率矩阵; \mathbf{Q}_i 表示入射射线束和界面相交 i 次后出射的复射线束的相前曲率矩阵; k_i 为此时的波数; 基矢 $(\hat{x}_i, \hat{y}_i, \hat{z}_i)$ 的 \hat{z}_i 平行于 \mathbf{k}_i , \hat{x}_i 和 \hat{y}_i 的具体选择视方便而定.

3. 高斯光束

回到实坐标空间, 可见解形式(22)是高斯光束. 由于实坐标空间是复坐标空间的特殊情况, 所以结果(39)可直接推至高斯光束. 实际上高斯光束就是一束焦点在一个复点上的复射线. 由于高斯光束的中心射线和曲面 Σ 的交点通过合适的坐标系选择为实点, 所以不需要把 Σ 的方程解析开拓到复坐标空间, 从而使得高斯光束追踪问题变得简单.

4. 综合地震图的具体做法

上面我们给出了单一复射线束经过曲面系统, 并发生反射或折射之后的出射射线束的具体结果. 这里讨论利用这些结果来综合地震图的具体做法.

首先在源区(没有曲面)把源产生的波场展成复射线束的迭加, 得到相应于每一射线束的权重, 追踪每一复射线束, 注意到界面系统的耦合, 在结果(39)上乘以该复射线束的中心射线和曲面系统交点处的曲面切平面的平面反射、透射或转换系数, 这些系数在文献[7]中曾给出过; 然后在接收点处把所得到的复射线束按照源波场展开权重迭加起来, 转换为时域中的位移, 即得到理论波场. 详尽的综合地震图的步骤和结果将在文献[16]中给出.

我们在

Helmholtz 所得到的复束只和中心线中心坐标至复空间, 复点的困难幅, 所以计和主曲率法很有效的.

曲面的出考虑任意

其中 u, v 表

给出, 则

这是曲面 (Δ)

其中 \mathbf{r} 的下单位法向, 所

如果选择 \mathbf{r}_0

代入 (A3)

可见 (A4)和

小 结

我们在上面给出了复相位匹配方法的理论。在高频近似下,我们解位移势所满足的 Helmholtz 方程得到复射线束,以区别于直接解位移方程所得到的 Gauss 光束,可以把我们所得到的复射线束叫作广义 Gauss 光束。利用在复空间中追踪复射线束,得到的出射射线束只和中心射线的传播行为有关,应用于实空间,只要适当选择初始入射复射线束的射线中心坐标系,可以保证中心射线和曲面系统的交点为实点,从而不需要把曲面方程开拓至复空间,避免了直接在实空间中追踪 Gauss 光束所遇到的偏轴射线和实空间中曲面交一复点的困难。由于作为实空间中传播的复射线束,给出中心射线以及附近偏轴射线的振幅,所以计算地震图时不需要费时的两点射线追踪。同时,复相位匹配方法克服了光学法和主曲率法在焦散点处遇到几何扩展因子为零的困难。利用这种方法合成地震图将会是很有效的。

附 录

曲面的曲率矩阵

考虑任意曲面,其方程为

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(u, v), \quad (\text{A1})$$

其中 u, v 表示曲面的坐标参数。如果曲面是以直角坐标方程

$$z = f(x, y),$$

给出,则

$$\mathbf{r} = (x, y, f(x, y)),$$

这是曲面 (A1) 的特殊情况。考虑曲面上某一点 \mathbf{r}_0 , 把曲面 (A1) 在 \mathbf{r}_0 点附近展成 u, v 的幂级数

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}_0 + \mathbf{r}_u du + \mathbf{r}_v dv + \frac{1}{2} (\mathbf{r}_{uu} du^2 + 2\mathbf{r}_{uv} dudv + \mathbf{r}_{vv} dv^2) + O(dS^3), \quad (\text{A2})$$

其中 \mathbf{r} 的下标表示对该坐标参数的求导, $dS^2 = du^2 + dv^2$ 。我们用 \mathbf{n} 表示曲面 (A1) 在 \mathbf{r}_0 点处的单位法向,所以 $\mathbf{r}_u \perp \mathbf{n}$, $\mathbf{r}_v \perp \mathbf{n}$, 由 (A2) 有

$$\begin{aligned} (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \cdot \mathbf{n} &= \frac{1}{2} (L du^2 + 2M dudv + N dv^2) + O(dS^3) \\ &= \frac{1}{2} (dudv) \begin{pmatrix} L & M \\ M & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} du \\ dv \end{pmatrix} + O(dS^3). \end{aligned} \quad (\text{A3})$$

如果选择 \mathbf{r}_0 为坐标原点,并用记号

$$\mathbf{n} = -\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}, \quad \mathbf{D} = \begin{pmatrix} L & M \\ M & N \end{pmatrix}, \quad \mathbf{t} = (u, v)^T,$$

代入 (A3) 可以得到

$$n = -\frac{1}{2} (\mathbf{t})^T \cdot \mathbf{D} \mathbf{t}, \quad (\text{A4})$$

可见 (A4) 和 (24) 一样。

参 考 文 献

- [1] Červený, V., Molotkov, I. A., and Pšenčík, I., Ray Method in Seismology, Univerzita Karlova Praha, 1977.
- [2] Hong Tai-Lin and Helmberger, D. V., Glorified optics and wave propagation in nonplanar structure, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **68**, 1313—1330, 1978.
- [3] Lee Jia-Ju and Langston, C. A., Three-dimensional ray tracing and the method of principal curvature for geometric spreading, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **73**, 765—780, 1983.
- [4] Aki, K., and Larnar, K. L., Surface motion of layered medium having an irregular interface due to incident plane *SH* wave, *J. Geophys. Res.*, **75**, 933—954, 1970.
- [5] Boore, D. M., Larnar, K. L., and Aki, K., Comparison of independent methods for the solution of wave-scattering problem: Response of a sedimentary basin to vertically incident *SH* waves, *J. Geophys. Res.*, **76**, 558—569, 1971.
- [6] Scott, P., and Helmberger, D. V., Application of the Kirchhoff-Helmholtz integral to problems in seismology, *Geophys. J.*, **72**, 237—254, 1983.
- [7] Yao Zhen-xing (姚振兴) and Harkrider, D. G., A generalized reflection-transmission coefficient matrix and discrete wavenumber method for synthetic seismograms, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **73**, 1685—1699, 1983.
- [8] Helmberger, D. V., The crust-mantle transition in Bering Sea, *Bull. Seism. Soc. Am.*, **58**, 179—214, 1968.
- [9] Červený, V., Synthetic body wave seismograms for laterally varying layered structure by the Gaussian beam method, *Geophys. J.*, **73**, 389—426, 1983.
- [10] Červený, V., and Pšencik, I., Gaussian beams and Paraxial ray approximation in three-dimensional elastic inhomogeneous media, *J. Geophys.*, **53**, 1—15, 1983.
- [11] Pšenčík, I., Ray amplitude of compressional, shear, and converted seismic body waves in 3D laterally inhomogeneous media with curved interfaces, *J. Geophys.*, **45**, 381—390, 1979.
- [12] Deschamps, G. A., Ray techniques in electromagnetics, *Proc. IEEE*, **60**, 1022—1035, 1972.
- [13] Červený, V., Expansion of a plane wave into Gaussian beams, *Studia Geoph. et Geod.*, **26**, 120—131, 1982.
- [14] Arnaud, J. A., and Kogelnik, H., Gaussian light beams with general astigmatism, *Appl. Optics*, **8**, 1687—1693, 1969.
- [15] 吴大任, 微分几何讲义, 人民教育出版社, 1982.
- [16] 赵连社, 姚振兴, 复相位匹配方法及其在具有弯曲界面层状均匀结构问题中的应用(II)——应用, (待发表).

COMPLEX PHASE MATCHING METHOD AND ITS APPLICATION TO THE PROBLEM OF STRATIFIED HOMOGENEOUS MEDIA WITH CURVED INTERFACES: THEORY

ZHAO LIAN-SHE YAO ZHEN-XING
(Institute of Geophysics, Academia Sinica)

A new
by using ph
tions in co
calculating
smooth, cur
thod encoun

中国地球
力学及固体薄
位、120多名
讨论会除
天文大地重力
这次讨论
1. 重力测
研究地质构造
煤盆地等方面
2. 取得一
绝对和相对重
3. 对重力
野外及室内测
了实验资料。
4. 在重力
地形改正和流
5. 在固体
字磁带记录
扰动因素等
讨论会
1. 关于
探矿资源
预报等基础
2. 建议
3. 建议
会议最

S

Abstract

A new method for synthetic seismograms is given in this paper, which by using phase matching principle to connect the solutions of wave propagation in complex domain with interfaces. This method solves mainly the calculating the wave-field over stratified homogeneous media with arbitrary smooth, curved interfaces, and overcomes the difficulty that the generalized method encounters when applied to the problem.

全国第二届地球重力学及固体潮学术讨论会

中国地球物理学会委托中国科学院地球物理研究所和国家地震局地质研究所负责筹力学及固体潮学术讨论会, 于1984年10月6日至11日在北京召开。参加本届讨论会的位、120多名代表。会议收到103篇论文摘要, 有110名代表宣读了学术论文。

讨论会除了大会报告外, 主要按精密重力测量与仪器、重力资料的处理与解释、地球天文大地重力和固体潮四个专题分小组进行报告和交流。

这次讨论会反映了近两年来在重力学和固体潮研究上取得的进展:

1. 重力测量在地质普查找矿, 面向国民经济方面作了不少工作。利用重力资料进行地质研究地质构造, 提出新的数据处理方法及计算技术, 在寻找含油气构造、盐矿铜镍矿、弱磁煤盆地等方面, 都有一定的进展和取得相应的地质效果。

2. 取得一批较高精度的重力观测资料, 如部分地区区域测量、重建全国重力基点网、绝对和相对重力联合观测、重力基线场测定、固体潮系统观测和重力非潮汐变化的流动重力。

3. 对重力仪性能和观测技术有较深入细致的观测试验, 如对各类型石英弹簧重力仪野外及室内测试。不论在温度、气压、振动对仪器的影响方面, 还是与拉科斯特仪器精度对比了实验资料。另外, 对拉科斯特仪器的性能, 经过两年的摸索, 也积累了一些经验。

4. 在重力学基本理论方面, 空间位场研究、提取深部信息, 以及应用现代计算技术建立地形改正和深部地质解释等方面, 都有新的进展。

5. 在固体潮研究上, 开展了地倾斜、地应变及井下应变的观测和这方面的仪器研究, 字磁带记录系统。在潮汐理论值计算方面, 应用了新的统一参数和公式系统; 对海洋负荷扰动因素等作了探讨。

讨论会还就以下几个专题进行了讨论:

1. 关于重力学科发展方向与国民经济结合的问题。讨论认为, 应继续加强结合区域地质探矿产资源、寻找含油气构造等方面服务; 并应加强大地测量与地球物理结合, 开展地球预报等基础研究。

2. 建议由国家测绘总局统一组织有关部门共同筹建建立国家标准重力基线。

3. 建议委托国家地震局分析预报中心负责整理统一参数计算固体潮理论值并提交使, 会议最后就下届重力学与固体潮学术讨论会进行了磋商。

SECOND SYMPOSIUM ON EARTH GRAVITY FIELD AND EARTH TIDES IN BEIJING