$\max\ 8x_1+5x_2 \rightarrow \max\ 8x_1+5x_2$

s.t.

$x_1+x_2\le 6$

$9x_1+5x_2\le 45$

$x_j\ge 0,\ j=1,2$

$\cancel{x_1, x_2 \in int}$ relax

s.t.

$S_1 = 6 - x_1 - x_2$ $\quad \underline{x_1=6}$

$S_2 = 45 - 9x_1 - 5x_2 \xrightarrow{x_1=5} x_1 = 5 - \frac{5}{9}x_2 - \frac{S_2}{9}$

$x_j\ge 0,\ j=1,2$

$\max\ 40 - \frac{40}{9}x_2 + 5x_2 - \frac{8}{9}S_2$

s.t.

$S_1 = 1 - \frac{4}{9}x_2 + \frac{S_2}{9} \rightarrow x_2 = \frac{9}{4} + \frac{S_2}{4} - \frac{9}{4}S_1$

$x_1 = 5 - \frac{5}{9}x_2 - \frac{S_2}{9}$

$x_1, x_2 \ge 0$

$\max\ 41\frac{1}{4} - \frac{3}{4}S_2 - \frac{5}{4}S_1$

s.t.

$x_2 = \frac{9}{4} + \frac{S_2}{4} - \frac{9}{4}S_1$

$x_1 = \frac{15}{4} - \frac{S_2}{4} + \frac{5}{4}S_1$

$x_1, x_2 \ge 0$

$\rightarrow (x_1, x_2) = (3.75, 2.25)$

$x_1=3.75,\ x_2=2.25$, obj $=41.25$

- $x_1\le 3$: $x_1=3,\ x_2=3$, obj $=39$
- $x_1\ge 4$: $x_1=4,\ x_2=1.8$, obj $=41$
  - $x_2\le 1$: $x_1=4.44,\ x_2=1$, obj $=40.555$
    - $x_1\le 4$: infeasible
    - $x_1\ge 5$: $x_1=5,\ x_2=0$, obj $=40$
  - $x_2\ge 2$: infeasible

The optimal integer sol. is $x_1=5,\ x_2=0$, obj $=40$ #

先用 simplex 解出最佳解(非整數)，在用 python 來算每個 node，最後求出最佳解(整數)。