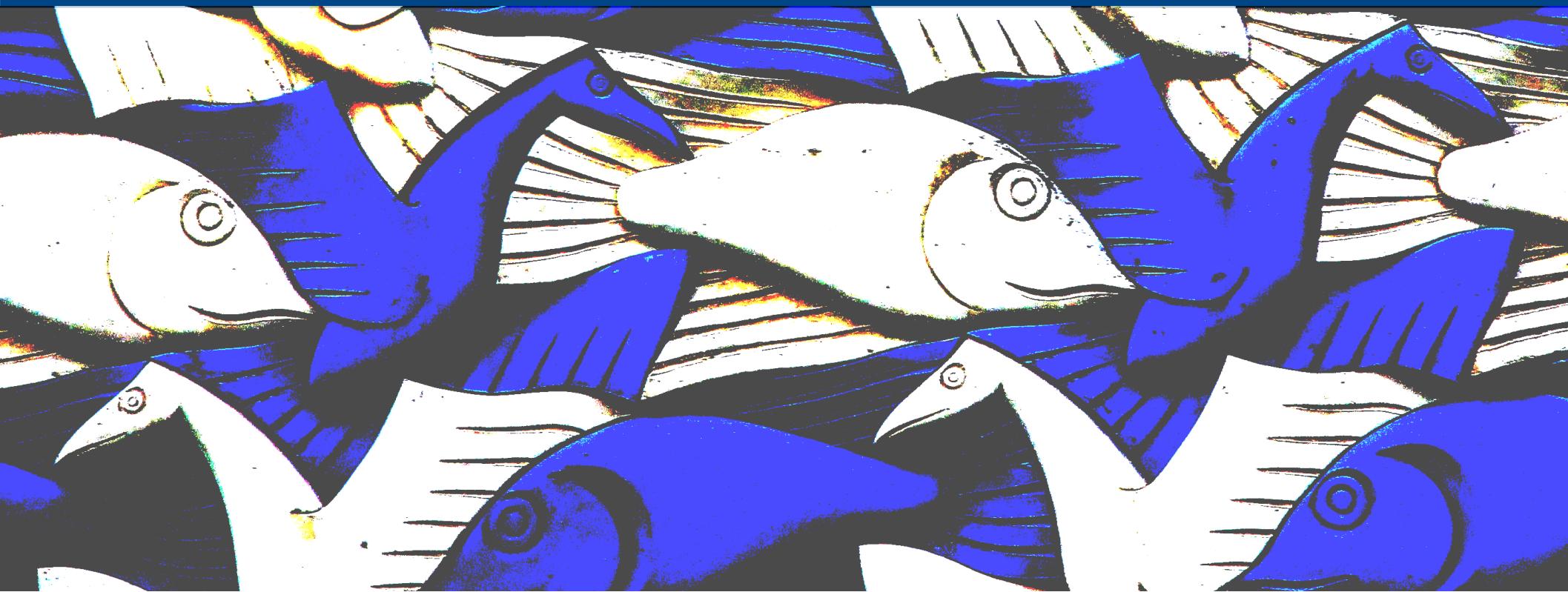


# Décisions collectives



Raisonnement et science de la décision

Master M1 MIAGE – Ingénierie Métier

Université Toulouse 1 Capitole

**Umberto Grandi**

# Une décision collective : le vote



Analysons son fonctionnement...

# Système majoritaire à deux tours

Quels sont les ingrédients pour utiliser la règle de pluralité à deux tours (plurality with runoff, ou scrutin majoritaire uninominal à deux tours) ?

- Un ensemble des **candidats** : Melenchon, Le Pen, Macron, Fillon, Hamon, Lassalle...
- Un ensemble des **votants** : tous Français ayant plus de 18 ans
- Deux expressions de **préférences** : d'abord pour décider deux candidats qui se présenteront au deuxième tour et en suite pour décider le gagnant.

**Une règle très critiquée** après l'entrée de Le Pen au deuxième tour en 2002, qui a ensuite perdu avec 82 – 18 de marge...mais quelles sont **les alternatives** ?

# Contenu du cours

- 1) Comment programmer des élections
- 2) Comment voter stratégiquement
- 3) Peut-on définir qu'est-ce que « le peuple » veut ?



# Ingrédients

Quels sont les ingrédients d'un problème de décision collective ?



Des votants



Des candidats ou alternatives



Les votants expriment  
leurs préférences



Un résultat

# Un exemple plus informatique



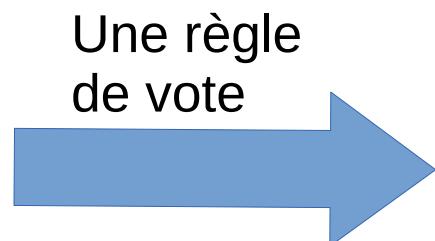
Des votants



Des candidats ou alternatives



Les votants expriment leurs préférences



 local picks  
by TripAdvisor®



Un résultat

# Les préférences

Ensemble des candidats  $\{C_1, C_2 \dots C_n\}$   
Ensemble des votants  $\{V_1, V_2 \dots V_n\}$



Il faut choisir dans quelle forme les votants vont exprimer leur préférences :

- Classement des candidats
- Classements avec égalités
- Ensemble des candidats approuvés
- Notes sur les candidats
- ...

Rank any number of options in your order of preference.

Begin voting below			
Office of Mayor			
1 First Choice	2 Second Choice	3 Third Choice	Mark your first, second and third choice candidates in the columns below. One to be elected.
<input type="radio"/> Susan Harris	<input type="radio"/> Susan Harris	<input type="radio"/> Susan Harris	
<input type="radio"/> David Grey	<input checked="" type="radio"/> David Grey	<input type="radio"/> David Grey	
<input type="radio"/> Juan Flores	<input type="radio"/> Juan Flores	<input checked="" type="radio"/> Juan Flores	
<input type="radio"/> Bill Brown	<input type="radio"/> Bill Brown	<input type="radio"/> Bill Brown	
<input checked="" type="radio"/> Anna Nath	<input type="radio"/> Anna Nath	<input type="radio"/> Anna Nath	

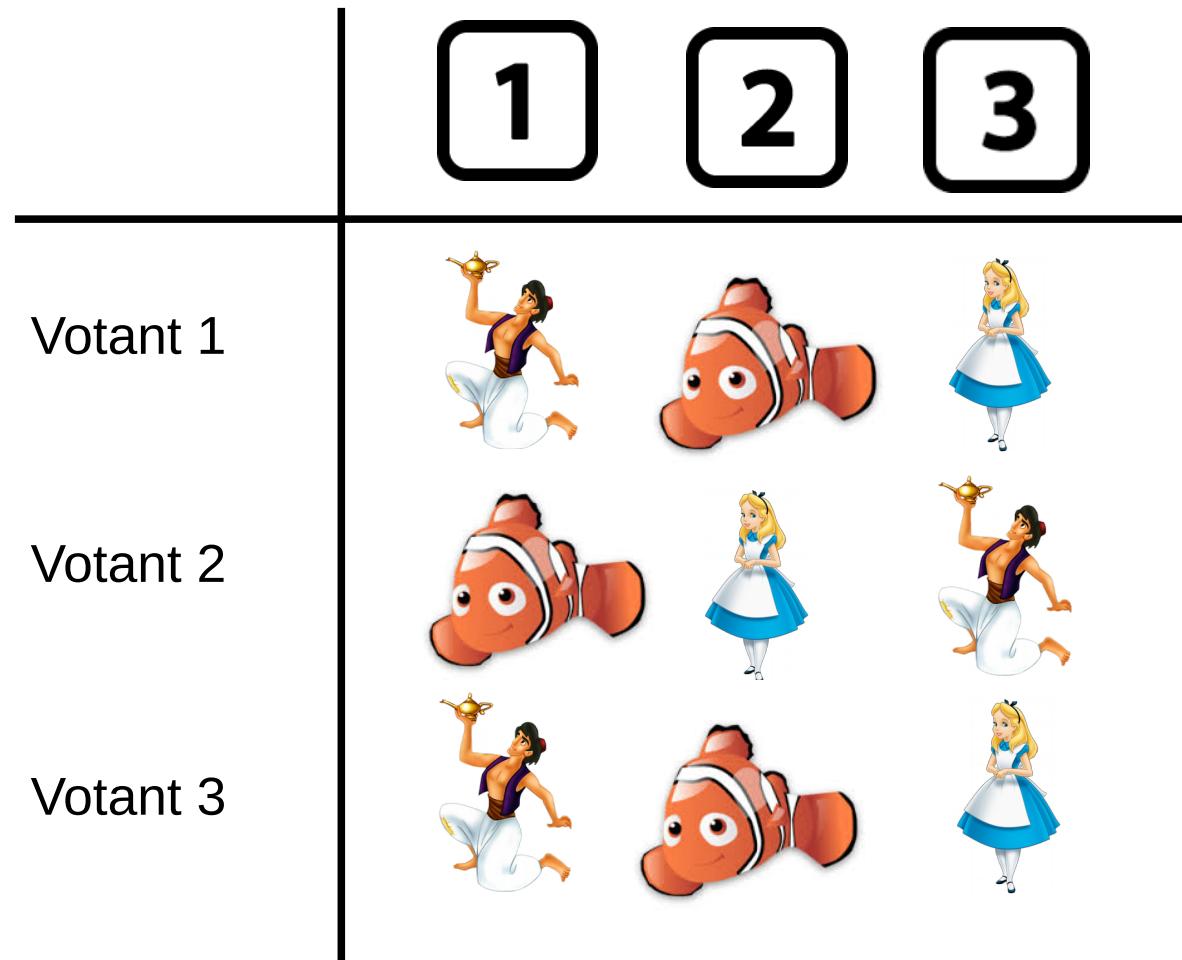
Grade each candidate from A (best) to F (worst). Leaving a candidate blank gives them an F. The candidate with the best grade from at least half the voters (median grade) wins.

ELEANOR ROOSEVELT Incumbent	A B C D F
CESAR CHAVEZ Labor Organizer	A B C D F
WALTER LUM Publisher	A B C D F
JOHN HANCOCK Physician	A B C D F
MARTIN LUTHER KING, JR. Minister	A B C D F
NANCY REAGAN Actress	A B C D F

- Joe Smith
- John Citizen
- Jane Doe
- Fred Rubble
- Mary Hill

# Un profile des préférences

Les préférences de chaque votant forment un profile de vote :



Dans ce cours on suppose que les votants expriment un **classement** des candidats

# Mais pourquoi on n'utilise pas des utilités numériques ?

Dans le cours de systèmes de recommandation on représentait les préférences avec des utilités :

	<i>I Shot the Sheriff</i>	<i>Mother's little helper</i>	<i>Hells Bells</i>	<i>Single Ladies</i>
<i>Benoit</i>	3			1
<i>Julien</i>		2.5	2	4.5
<i>Valérie</i>	1,5		2	4

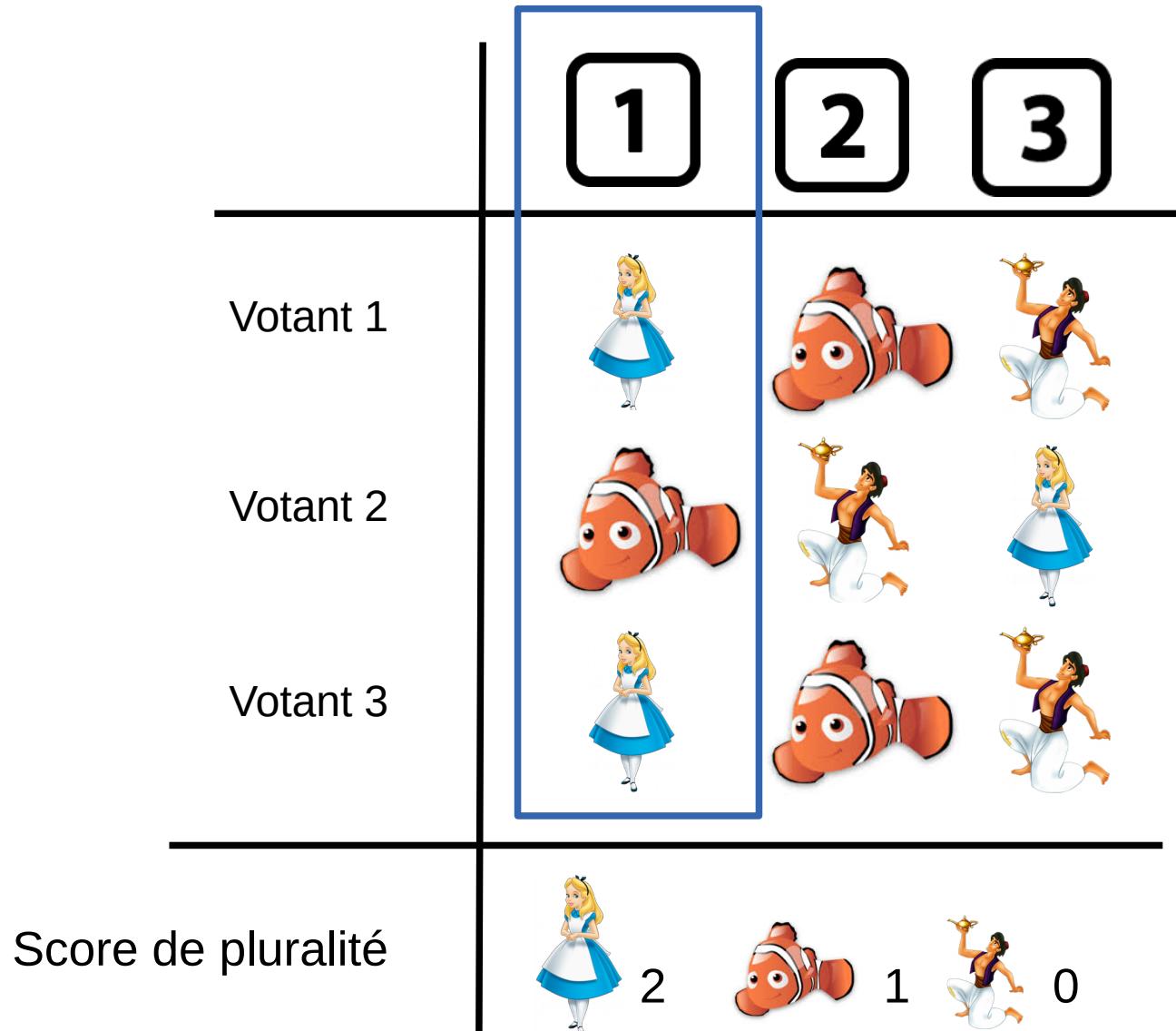
Cela peut se traduire dans un profile de préférences incomplètes:

	1	2	3
Benoit	I shot..	Single ladies	
Julien	Single ladies	Mother little..	Hells bells
Valérie	Single ladies	Hells bells	I shot..

Problème : est-ce que l'échelle d'évaluation est **comparable** entre individus ?

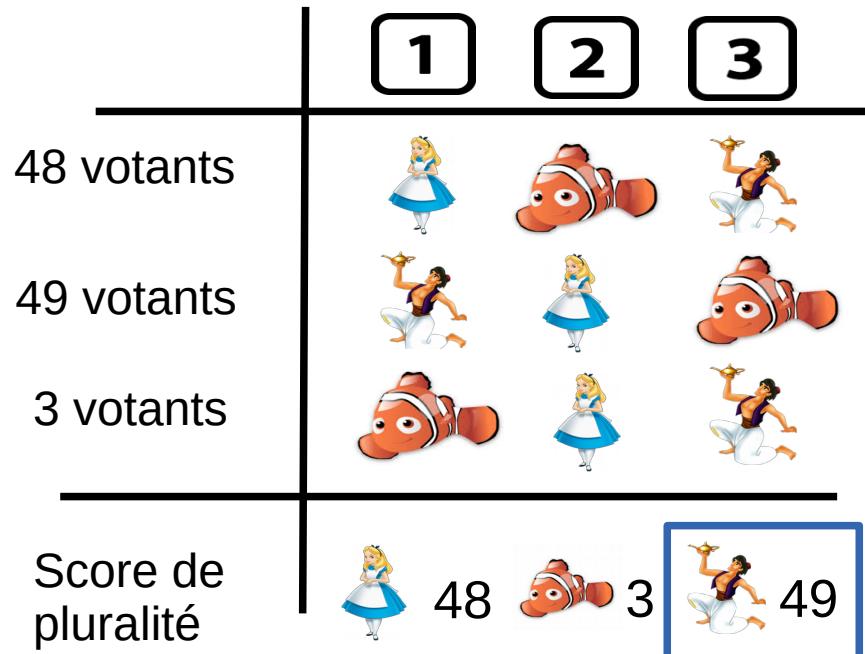
# Règle de pluralité

La règle la plus simple est la règle de pluralité :  
Le candidat qui est classé **premier le plus souvent** est le gagnant.

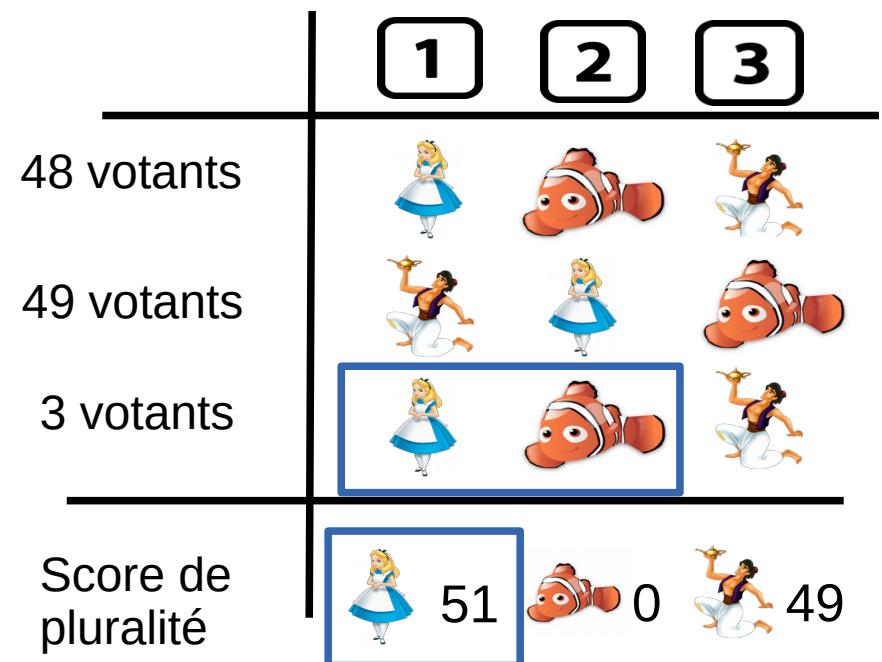


# Comment manipuler le vote de pluralité ?

Considérez l'exemple suivante :



Les supporters de Nemo auraient du voter pour Alice !!



Pour info, si vous remplacez Alice avec Al Gore, Aladin avec Bush, et Nemo avec Nader, vous obtenez une situation similaire aux élections américaines du 2001 en Floride.

# Vote stratégique avec la pluralité

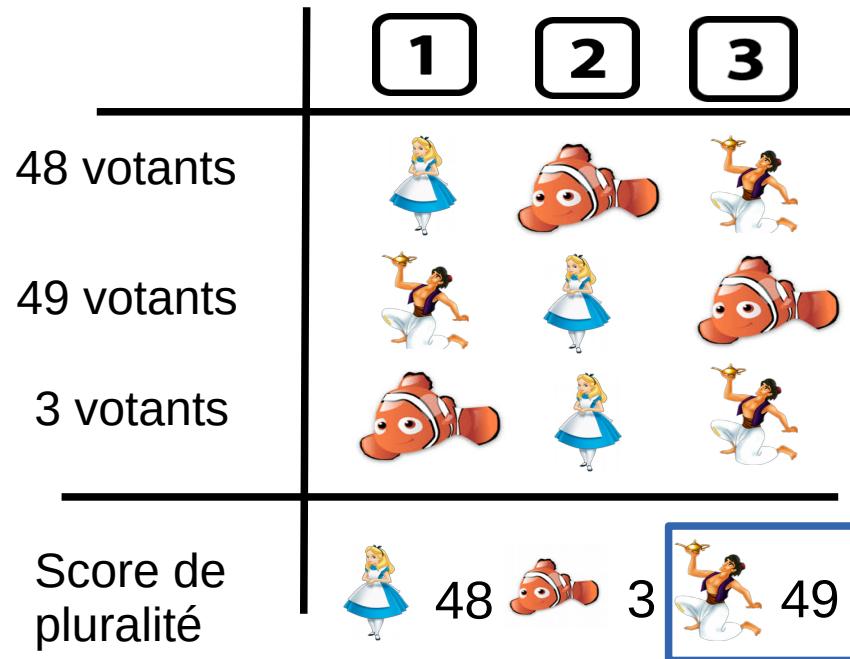
Étant donné un profile de vote :

	1	2	3
Votant 1			
Votant 2			
Votant 3			

## Algorithme de vote stratégique avec la pluralité

- Si mon candidat préféré gagne, je ne change pas mon vote.
- Autrement je vote pour mon candidat préféré **entre ceux qui peuvent devenir gagnants** (il y en a que  $m-1$ ).

# Gagnant de Condorcet



Dans cet exemple, Alice gagne contre Nemo et Aladin en **comparaison binaire** :

- Alice contre Nemo : 97 en faveur, 3 contraires
- Alice contre Aladin : 51 en faveur, 49 contraires

On appelle Alice un **gagnant de Condorcet**.

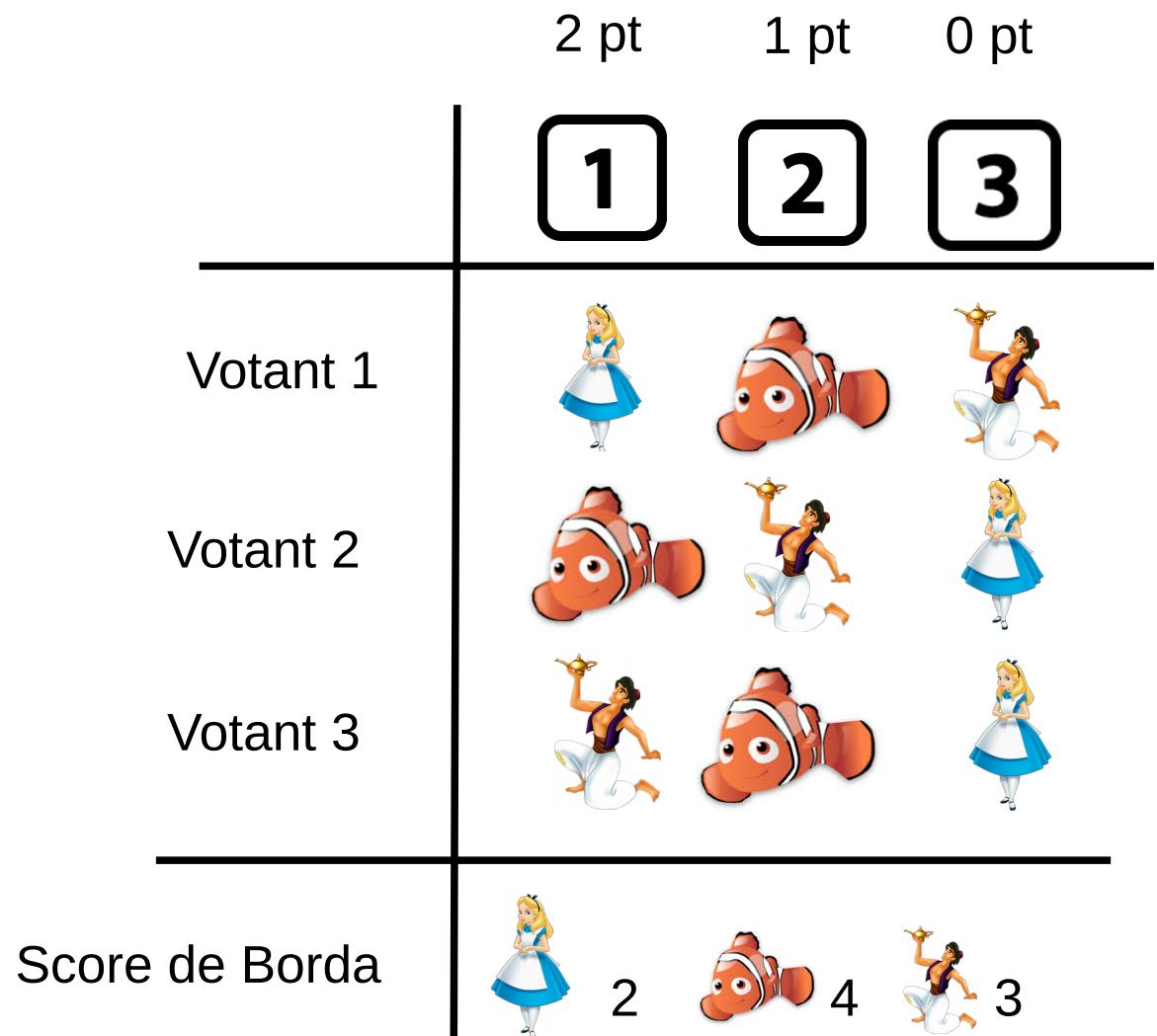
Cet exemple montre que la règle de pluralité peut passer à coté d'un gagnant de Condorcet – pas une bonne propriété !

# Règle de Borda

Avec  $m$  candidats, on donne :

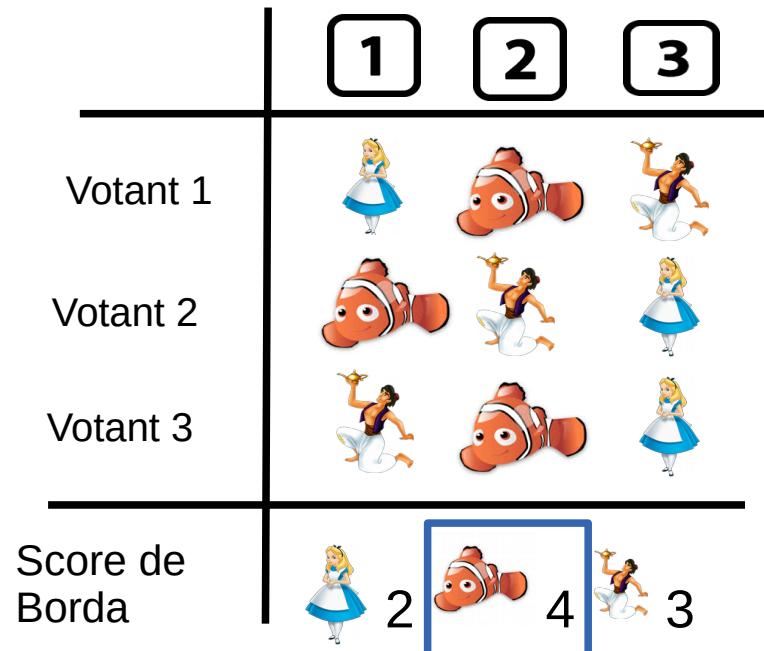
- $m-1$  points si classé 1<sup>er</sup>
- $m-2$  si classé 2<sup>eme</sup>
- ...
- 0 si classé dernier

Le candidat avec le **score totale plus élevé** gagne.

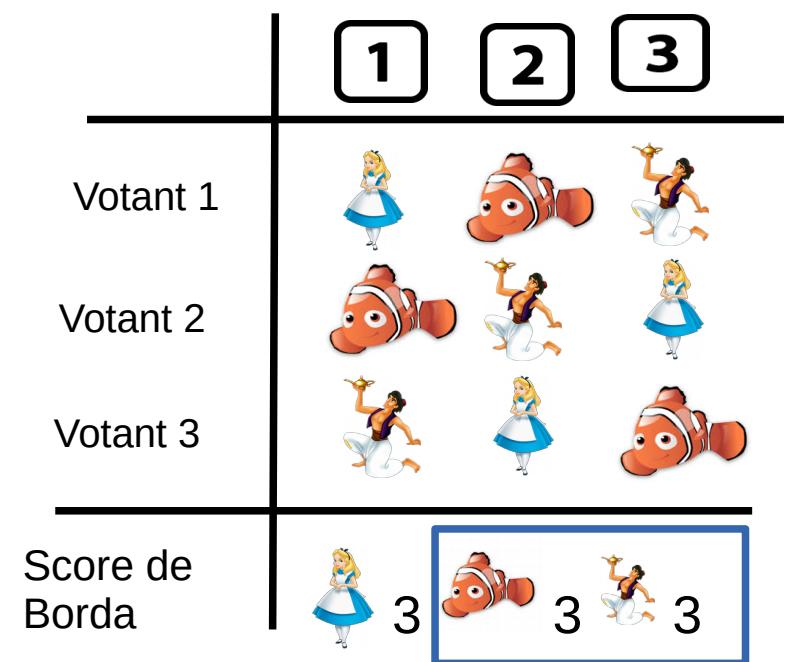


# Comment manipuler Borda ?

Considérez l'exemple suivante :



Les supporters de Aladin pourraient déclasser Nemo et obtenir une parité.



# Vote stratégique avec Borda

Un votant peut changer tout son classement pour influencer le résultat de la règle de Borda. Un algorithme « force brute » devrait donc considérer un nombre exponentiel des possibilités...

## Algorithme de vote stratégique « greedy » avec Borda

- Si mon candidat préféré gagne, je ne change pas mon vote.
- Autrement je positionne un candidat X que je voudrais faire gagner en première position.
- Je contrôle s'il y a un candidat que je peux mettre en deuxième position sans empêcher X de gagner :
- Si aucun candidat peut être trouvé, je m'arrête et j'essai avec un nouveau candidat Y en première position.
- Autrement je continue de manière itérative avec les candidats restant à classer jusqu'à avoir trouvé un classement que rends X le gagnant.

L'algorithme est **correct**, et permet à un votant de considérer seulement un nombre limité des possibilités pour manipuler une élection avec Borda.

# Est-il toujours possible de manipuler un vote ?

Est-il possible de concevoir une règle qui ne peut pas être manipulée ?

## Théorème de Gibbard Satterthwaite (1973)

La seule règle qui n'est pas biaisé vers aucun candidat et qui n'est pas manipulable est la dictature.

Une règle dictatoriale donne toujours comme résultat le candidat préféré par le dictateur. *Exercice* : montrer que cette règle n'est pas manipulable.

Par contre : il y a des règles pour lesquelles la manipulation est un **problème algorithmique trop compliqué** pour être résolu dans un temps admissible.

→ études de **complexité computationnelle** de la manipulation

# Paradoxe de Condorcet (XVIII siècle)

Les problèmes ne sont pas finis. Considérez la situation suivante :



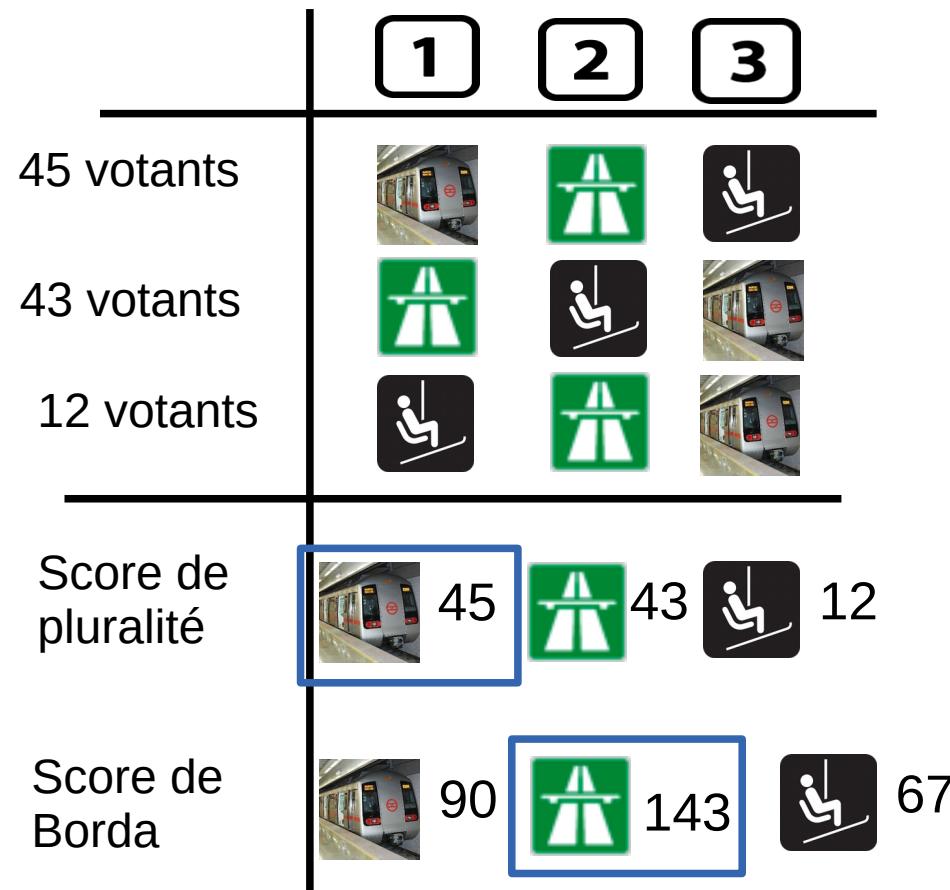
# Référendum multiples

La mairie de Toulouse demande aux citoyens leur avis sur trois projets pour améliorer la mobilité, à l'aide d'un référendum multiple :

			
Centre	OUI	NON	NON
Minimes	NON	NON	OUI
Mirail	NON	OUI	NON
	NON	NON	NON

Tous citoyens sont **unanimes** et veulent approuver **au moins un projet**, mais à la fin du référendum **aucun projet** est approuvé...

# Quelle règle choisir ?



Le gagnant de pluralité est mais le gagnant de Borda est

Selon **la règle** qu'on choisit **le résultat** peut donc être différent..

Exercice : y a-t-il un gagnant de Condorcet ?

# E-democracy I

Comment s'en sortir ? Une possibilité est organiser des expériences dans des domaines de choix **moins importants** que des élections politiques, **mais plus fréquents**.

Plusieurs plateformes de démocratie interactive/directe/en ligne sont disponibles :

- *LiquidFeedback* - <http://liquidfeedback.org/>

Plateforme de discussion et de vote. Une fois les questions décidés, un réseau de **délegation** est contruit, et en suite une élection pesée est organisé (avec la règle de Schultz)

- *Vilfredo goes to Athens* - [www.vilfredo.org](http://www.vilfredo.org)

Adaptée à des décisions dans de petit groupes. Il s'agit d'une procédure de discussion, proposition des réponses, et vote itératif (à la base un **algorithme génétique**) fondé sur le concept de domination de Pareto.



**LiquidFeedback**



# E-democracy II

...continue :

- *RoboVote* - <http://robovote.org/>

Utilisée pour deux différentes situations de vote : subjectives – comme dans une élections – et objectives – par exemple pour décider sur quel produit investir.

- *Spliddit* - <http://www.spliddit.org/>

Propose plusieurs applications pour le partage équitable – par exemple la division du loyer, l'allocation des tâches, la division d'une facture de taxi...

- *Whale* - <https://whale.imag.fr/>

Développée à Grenoble, permet d'organiser des séances de vote avec différentes règles et modalités d'expression de préférences.



# Conclusions

Nous avons vu **plusieurs règles** de vote quand les votants expriment leurs préférences avec un classement des candidats :

- Pluralité, Borda, Pluralité à deux tours
- Ces trois règles peuvent être manipulées, et nous avons fait un court étude algorithmique du vote stratégique
- Le gagnant de Condorcet est une solution non controversée (mais un tel gagnant n'existe pas toujours)

Des **problèmes** plus généraux :

- Il est impossible de définir « ce que les gentes veulent »
- Le résultat du vote peut facilement changer selon la règle qu'on utilise

Solution proposée : proposer des **expériences** dans la prise de décision dans nos sociétés, par exemple avec des plateformes de **vote interactif**/direct/en ligne. Il faut donc développer des bons algorithmes et concevoir des nouvelles procédures !

# Références

Un bon livre de vulgarisation sur ce sujet est le suivant :

- *George Szpiro, Numbers Rule. Princeton University Press, 2010.*

Une proposition pour changer la règle d'élection présidentielle en France :

- <http://www.slate.fr/story/54811/presidentielle-systeme-vote-alternatifs>

Un article d'approfondissement paru sur « Interstices » :

- [https://interstices.info/jcms/p\\_92522/comment-designer-le-vainqueur-d-une-election](https://interstices.info/jcms/p_92522/comment-designer-le-vainqueur-d-une-election)

Et pour finir une petite vidéo tournée à la manufacture en 2016 :

- <https://www.youtube.com/watch?v=G0R-RJPd5r0>