

DOI: 10.7500/AEPS201208067

# 基于混合 Copula 函数的风电功率相关性分析

季 峰, 蔡兴国, 王 俊

(哈尔滨工业大学电气工程及自动化学院, 黑龙江省哈尔滨市 150001)

**摘要:** 风电功率作为电力系统调度运行中不可忽视的随机输入变量, 其相关性分析直接影响电力系统的不确定性和运行风险评估。文中从风电功率相关结构的角度出发分析风电功率的相关性, 分析了风电功率间的尾部特征, 提出利用混合 Copula 函数建模分析风电功率相关性的方法。该方法依据风电功率测量数据的相关结构, 以线性加权的方式构造能够描述不对称尾部特征的混合 Copula 函数, 并利用期望最大化(EM)方法对相关参数进行估计, 研究结果表明, 混合 Copula 函数能够很好地刻画风电功率间的相关结构和尾部特征, 同时基于 Copula 函数的相关性测度理论能够方便地求取反映相关程度的指标。

**关键词:** 风电场; 尾部相关性; 混合 Copula 函数; 风电功率; 相关结构

## 0 引言

中国的风能资源分布较为集中, 主要分布在“三北”地区及东部沿海地区, 这就决定了国内风电开发具有规模化、连片式发展的特点<sup>[1]</sup>, 在一些风能丰富的地区存在多个地理位置相距较近的风电场, 如内蒙古的乌盟、锡盟等地。在一定区域内部由于气象学惯性的存在, 不同风电场间的风速具有明显的相关性, 而这种相关性会转换为风电功率间的相关性<sup>[2]</sup>, 由东北电网数据采集与监控(SCADA)系统实测并在调度管理信息系统(DMIS)汇总的风电出力数据显示, 同一地区不同风电场的出力具有很强的相关性<sup>[3]</sup>。

随着国内风电渗透率的不断提高, 有研究者开始关注风电功率相关性对电力系统的影响<sup>[4-5]</sup>, 但有关文献均采用线性相关系数来描述变量间的相关性。线性相关系数对于不符合正态分布的随机变量并不适用, 以线性相关为基础的分析研究可能不够准确<sup>[6]</sup>, 因此, 需要寻找合适的方法来描述风电功率相关性。文献[7]提出了电力系统不确定分析中随机相关性的 Copula 函数建模方法, 并利用正态 Copula 函数描述了荷兰境内 15 个风电场的相关性; 文献[8]则指出简单利用正态 Copula 函数分析相关性并不准确, 提出利用阿基米德 Copula 函数对光伏发电和风电相关性进行建模; 文献[9]在考虑风电场出力尾部相关性的基础上, 利用 Gumbel-Copula 函数来对风电场间的相关性进行建模, 但 Gumbel-

Copula 函数只能描述上尾相关性而无法描述下尾相关性。有关 Copula 函数相关性建模方面的应用, 文献[10]将 Copula 函数引入风力发电项目风险评估中, 使风险评估过程变得简单; 文献[11]利用 Copula 函数生成风电出力的相依概率性序列; 文献[12]将 Quantile-Copula 函数描述的相关性, 用在风电功率预测方面。有研究表明, 即使具有相同相关程度的 2 个随机变量, 也可能会因为有不同的相关结构而表现出完全不同的特点<sup>[13]</sup>, 对于风电功率相关性研究, 忽略相关结构建立的模型可能无法充分反映真实情况, 会导致不准确的(或错误的)相关性分析结果。因此, 本文首先分析风电功率间存在的尾部相关特征, 从相关结构入手利用混合 Copula 函数构造风电功率间的相关结构, 并在此相关结构的基础上研究风电功率间的相关性。

## 1 风电功率相关性分析

随着风电渗透率的不断提高, 风电功率成为电网运行分析中不可忽视的随机变量, 对于一定地理区域忽略风电场注入功率间的相关性, 可能会低估系统的不确定性进而增加系统的运行风险<sup>[14]</sup>, 因此, 需要考虑风电功率间的相关性。

实际分析时, 通常采用相关系数来量化随机变量间的相关性, 如线性相关系数用来描述变量之间的线性相关程度; 秩相关系数又称等级相关系数或顺序相关系数, 主要用于描述变量间的非线性相关程度; 尾部相关系数则用于描述变量取极小、极大数值时尾部部分的相关程度。

风电场的输出功率取决于风速, 假设已知风速

收稿日期: 2012-08-08; 修回日期: 2013-08-26。

$v_1$  符合如下的双参数韦伯分布:

$$w(v_1) = \frac{k_1}{c} \left( \frac{v_1}{c} \right)^{k_1-1} \exp \left( - \left( \frac{v_1}{c} \right)^{k_1} \right) \quad (1)$$

式中:  $k_1$  为韦伯分布形状参数;  $c$  为尺度参数。

为生成风速样本, 首先求出式(1)的累积分布函数, 然后再求取累积分布函数反函数, 最后, 利用求出的反函数模型由服从均匀分布的随机变量来生成服从韦伯分布的风速样本。对式(1)进行积分, 可得到符合韦伯分布的风速的累积分布函数为:

$$W(v_1) = 1 - \exp \left( - \left( \frac{v_1}{c} \right)^{k_1} \right) \quad (2)$$

其反函数为:

$$v_1 = W^{-1}(u) = c \sqrt[k_1]{\ln \frac{1}{1-u}} \quad (3)$$

式中:  $u$  为  $[0, 1]$  间的随机数。

按照式(3)对  $u$  进行蒙特卡洛随机抽样便可以得到符合此分布的模拟风速数据, 风电场的输出功率可以按照风速-功率特性曲线得到。假设某一区域内两风电场的风速符合附录 A 图 A1 所示的韦伯分布, 则当风速完全独立和完全相关时(实际的出力情况应该是介于完全独立和完全相关之间), 其输出功率的散点图如图 1 所示。

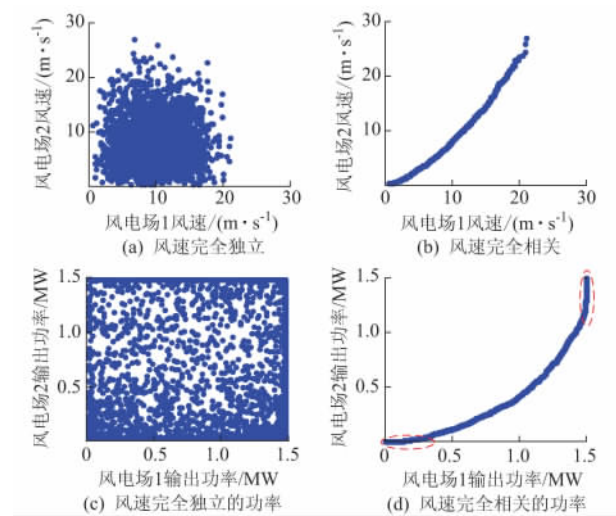


图 1 完全独立和完全相关时风速、风电功率散点图  
Fig. 1 Scatter diagrams of wind speed and wind power under independence and perfect dependence

从图 1 可以看出, 线性相关系数无法刻画风速以及功率间的相关性, 其中图 1(b) 和 (d) 进一步说明即使在理想的完全相关情况下, 线性相关系数仍然无法充分衡量风速之间以及风电功率之间的相关性, 因此, 需要采用描述非线性相关性的秩相关系数来衡量风电功率之间的相关性。同时, 图 1(d) 中标记的区域说明在无风期(或大风期)风电功率具有

明显的尾部特性, 而传统的秩相关系数是对随机变量的全局衡量, 不适合用于尾部这种局部特征的相关性衡量<sup>[15]</sup>, 因此, 在分析风电功率相关性时需要在秩相关系数的基础上进一步引入尾部相关系数, 即在头部、尾部部分用尾部相关系数描述, 而对于中间部分用秩相关系数描述。

## 2 Copula 函数的基本理论及相关性测度

### 2.1 Copula 函数的基本理论

概率理论中的分布函数是描述随机变量相关性(包含相关结构)的最根本方法, 但在实际应用中联合分布函数的解析式很难处理, 并且求解过程要求各边缘分布函数和联合分布函数类型一致<sup>[16]</sup>, 而 Copula 函数是一类将变量的联合分布函数同它们各自的边缘分布函数连接在一起的函数, 为求取联合分布函数提供了灵活的方法。

多元 Sklar 定理<sup>[17]</sup>指出, 对于边缘分布函数  $F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_N(x_N)$ , 存在一个 Copula 函数  $C$  满足:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_N) = C(F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_N(x_N)) \quad (4)$$

且当  $F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_N(x_N)$  连续时, Copula 函数  $C$  唯一确定, 其中  $F(x_1, x_2, \dots, x_N)$  是边缘分布函数为  $F_1(x_1), F_2(x_2), \dots, F_N(x_N)$  的联合分布函数。

### 2.2 基于 Copula 函数的相关性测度

Copula 函数反映的相关性测度是严格单调增变换下的相关性, 即对变量进行严格单调增变换时, 由 Copula 函数导出的相关性测度的值不会改变<sup>[7]</sup>, 并且使用 Copula 函数能够方便地描述秩相关系数以及尾部相关系数<sup>[18-19]</sup>。

对于随机变量  $X$  和  $Y$ , 当  $X \sim F(x), Y \sim G(y)$ , 且存在相应的 Copula 函数为  $C(u, v)$  时, 令  $u = F(x), v = G(y), u, v \in [0, 1]$ , 则 Kendall 秩相关系数  $\tau$  可以表示为<sup>[20]</sup>:

$$\tau = 4 \int_0^1 \int_0^1 C(u, v) dC(u, v) - 1 = 4E(C(u, v)) - 1 \quad (5)$$

式中:  $E(\cdot)$  为求期望函数。

尾部相关系数可以用 Copula 函数表示为:

$$\rho_u = \lim_{u^* \rightarrow 1} P(Y > G^{-1}(u^*) | X > F^{-1}(u^*)) = \lim_{u^* \rightarrow 1} \frac{\hat{C}(1 - u^*, 1 - u^*)}{1 - u^*} \quad (6)$$

$$\rho_l = \lim_{u^* \rightarrow 0} P(Y < G^{-1}(u^*) | X < F^{-1}(u^*)) = \lim_{u^* \rightarrow 0} \frac{C(u^*, u^*)}{u^*} \quad (7)$$

式中:  $P(\cdot)$  为求概率函数;  $u^*$  为某个给定的变量值;  $\hat{C}$  为 Copula 函数的生存函数, 其表达式见附录 A 式(A1) 和式(A2)。

### 3 混合 Copula 函数的构造

由 Sklar 定理可知求联合分布函数之前, 首先需要选定一个 Copula 函数。文献[21]分析证明在相关系数和边缘分布函数相同的情况下, 使用不同的 Copula 函数会得到不同的联合分布函数, 即不同的 Copula 函数在描述相关结构方面具有明显差异, 具有相同相关程度和相同边缘分布的 2 个随机变量不一定具有相同的相关结构。

如附录 A 图 A2 不同 Copula 密度函数所示, 每种 Copula 函数对相关结构的描述各具特点, 如常用的正态 Copula 函数具有对称性, 无法捕捉变量间的非对称相关性, Gumbel-Copula 函数具有非对称性, 其密度分布呈 J 字形, 可以捕捉变量间上尾相关的变化, 但很难捕捉到下尾相关的变化。在实际应用中如果只用一种 Copula 函数来拟合数据, 很容易失真, 可以将几种描述不同相关结构的 Copula 函数混合使用, 混合后的 Copula 函数如下所示:

$$C(u, v) = \sum_{n=1}^N \lambda_n C_n(u, v, \theta_n) \quad (8)$$

式中:  $C_n(u, v, \theta_n)$  为已知的 Copula 函数;  $\theta_n$  为相关参数;  $0 \leq \lambda_n \leq 1$ , 为权重系数并且  $\sum_{n=1}^N \lambda_n = 1$ 。

通过改变式(8)中的权重系数, 可以使构造的混合 Copula 函数不仅包含各个 Copula 函数的特性还包含混合特性<sup>[21]</sup>。

## 4 风电功率相关性分析

### 4.1 风电功率的预处理

选取 2006 年 1 月份某区域内两典型风电场 10 min 间隔的功率测量值作为研究对象, 由于不同风电场风电机装机容量数量与额定功率不同, 两风电场的实际输出功率存在较大差别, 为了便于对比分析功率相关性, 同时消除风电场计划(或事故停机)对实际输出功率的影响, 对实测数据进行归一化处理, 归一化处理后两风场的实测数据如附录 A 图 A3 所示。

### 4.2 风电功率相关结构建模

基于 Copula 函数的相关性分析可以将边缘分布和变量间的相关结构分开来研究, 因此, 在建立 Copula 函数模型时分为以下几个步骤。

#### 4.2.1 确定随机变量的边缘分布

对于任意的随机变量  $x$  有  $F(x) = P(X < x)$ , 可以用事件  $X < x$  的频率来估计发生的概率。因此, 在已知风电功率实测数据的情况下, 可以利用经验分布函数来估计各风电场功率的累积分布函数, 其表达式如下所示:

$$\hat{F}(x) = \begin{cases} 0 & x < x_1 \\ \sum_{h=1}^H f_h & x_i < x < x_{i+1} \\ 1 & x > x_H \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $i = 1, 2, \dots, H-1$ ;  $H$  为风电功率数据个数。

据此求得两风电场出力的经验分布函数如附录 A 图 A4 所示。

#### 4.2.2 相关结构的建模

根据式(4)所示的 Sklar 定理可知, 利用 Copula 函数理论建立相关结构模型时是以变量边缘分布为自变量, 因此, 在对风电场出力间的相关结构建模时需要将标么值间的相关结构转换为标么值对应分位数的相关结构。依据测量得到的风电场出力标么值间的相关结构, 将风电场出力标么值按照 4.2.1 节求得的经验分布函数如附录 A 图 A5 所示, 经过如图 2 所示的转换过程便可以得到如附录 A 图 A6 所示的风电场出力间相关结构的模型。

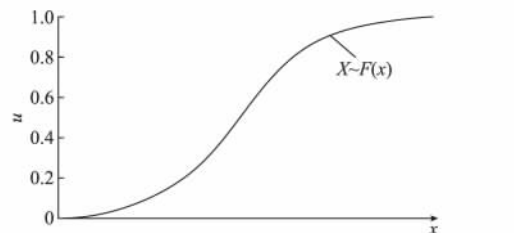


图 2 变量转换过程  
Fig. 2 Variable transformation

#### 4.2.3 选取并构造 Copula 函数

风电功率的相互关系受气象因素、地形地貌条件的影响较为复杂, 并且对于一定区域内的不同风电场, 其在大风时段可能会同时满发, 而无风时段又可能会同时停发。在这种情况下很难用一个简单的 Copula 函数来全面刻画风电场间的相关结构。两典型风电场实际输出功率的频数直方图如附录 A 图 A5 所示, 在此基础上绘制的联合密度函数如附录 A 图 A6 所示, 可以看出, 该密度函数具有明显不对称的尾部特征。对比附录 A 图 A2 中 Copula 函数的密度函数, 可以看出从相关结构上较难用某个单一 Copula 函数进行拟合。

阿基米德 Copula 函数具有优良的性质, 在实际应用中广泛<sup>[22]</sup>, 因此, 本文采用阿基米德

Copula 函数构建混合 Copula 函数。从附录 A 图 A6 可以看出,两风电场输出功率在低位或者高位时具有更大的密度,且其低位和高位的密度并不相等,即具有不对称的尾部特征。因此,为了描述风电功率局部的尾部特性分别采用反映下尾特征的 Clayton-Copula 函数和反映上尾特征的 Gumbel-Copula 函数来描述风电场的尾部特征。两风电场输出功率的散点图和密度等高线如附录 A 图 A7 所示,可以看出,两风电场输出功率在全局范围内近似沿正对角线对称分布,且文献[23]指出风电功率间的非线性相关系数介于负数与正数之间,因此,选用具有对称性同时能够描述(-1,1)非线性相关系数的 Frank-Copula 函数来描述风电功率间的全局对称特性,即混合 Copula 具有如下形式:

$$C(u, v) = \lambda_1 C_1(u, v; \theta_1) + \lambda_2 C_2(u, v; \theta_2) + \lambda_3 C_3(u, v; \theta_3) \quad (10)$$

式中:  $C_1, C_2, C_3$  分别为 Clayton-Copula 函数、Gumbel-Copula 函数和 Frank-Copula 函数;  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  分别为相应 Copula 函数的权重系数,  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3 \in [0, 1]$  且  $\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3 = 1$ 。

#### 4.2.4 估计 Copula 函数模型中的未知参数

在式(10)中存在权重参数  $\lambda_k$  和相关参数  $\theta_k$  ( $k=1, 2, 3$ ) 多个未知参数,其极大似然估计比较复杂,本文采用用于求解混合模型的期望最大化(EM)方法进行参数估计<sup>[24]</sup>。利用式(9)求得的经验分布函数  $\hat{F}(x), \hat{F}(y)$  分别代替  $u$  和  $v$ , 则随机变量  $X, Y$  的联合密度函数可以表示为:

$$c(u, v; \lambda, \theta) = \lambda_1 c_1(u, v; \theta_1) + \lambda_2 c_2(u, v; \theta_2) + \lambda_3 c_3(u, v; \theta_3) \quad (11)$$

式中:  $\lambda = (\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ ;  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \theta_3)$ ;  $c_1, c_2, c_3$  分别为 Clayton-Copula 函数、Gumbel-Copula 函数和 Frank-Copula 函数的密度函数。

假设一个观测样本只是来自于混合 Copula 函数中的一个分量,引入隐藏随机变量  $z_i = (z_{i1}, z_{i2}, z_{i3})$ , 且  $z_i$  每次仅取  $z_{i1}, z_{i2}, z_{i3}$  中的一个。其中  $z_{i1} = 1$  时  $z_i$  为(1, 0, 0), 此时  $P(z_{i1} = 1) = \lambda_1$  表示样本  $i$  来自  $c_1$ ;  $z_{i2} = 1$  时  $z_i$  为(0, 1, 0), 此时  $P(z_{i2} = 1) = \lambda_2$  表示样本  $i$  来自  $c_2$ ;  $z_{i3} = 1$  时  $z_i$  为(0, 0, 1), 此时  $P(z_{i3} = 1) = \lambda_3$  表示样本  $i$  来自  $c_3$ 。

假设  $y_i = (u_i, v_i)$  表示一个观测样本, 则引入隐藏变量  $z_i$  后该观测样本表示为  $x_i = (y_i, z_i)$ , 令  $\varphi = (\lambda, \theta)$ , 则  $x_i$  的条件概率可以表示为:

$$P(x_i | \varphi) = \prod_{j=1}^3 (\lambda_j c_j(y_i | \varphi))^{z_{ij}} \quad (12)$$

而整个观测样本  $X$  的条件概率可以表示为:

$$P(X | \varphi) = \prod_{i=1}^n \prod_{j=1}^3 (\lambda_j c_j(y_i | \varphi))^{z_{ij}} \quad (13)$$

为了找到整个观测样本的合适参数, 求取式(13)的对数似然函数期望为:

$$E(\ln P(X | \varphi^{(k)})) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^3 z_{ij}^{(k)} \ln \lambda_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^3 z_{ij}^{(k)} \ln c_j(y_i | \varphi) \quad (14)$$

式中:  $k$  为迭代次数。

求得条件期望的最大值后, 可以将所求参数  $\varphi$  表示为:

$$\varphi^{(k+1)} = \arg \max E(\ln P(X | \varphi^{(k)})) \quad (15)$$

通过迭代求解最后可以得到混合 Copula 函数各参数的估计值如下:  $\lambda_1 = 0.49, \lambda_2 = 0.31, \lambda_3 = 0.20, \theta_1 = 8.72, \theta_2 = 4.23, \theta_3 = 9.84$ 。

利用各参数的估计值, 可以得到使用构造的混合 Copula 函数建模时两风电场输出功率的密度函数如图3所示。为了便于同单一 Copula 函数进行对比分析, 给出单一 Copula 函数建模时的密度函数如附录 A 图 A8 所示。分别将单个 Copula 函数、混合 Copula 函数的模型同实际数据进行比较, 得到其误差情况如附录 A 图 A9 和图 A10 所示。从附录 A 图 A9 中可以看出, Clayton-Copula 函数对下尾部分的描述好于上尾, Gumbel-Copula 函数对上尾部分的描述好于下尾, Gaussian-Copula 函数和 Frank-Copula 函数在头部和尾部区间时误差较大。而附录 A 图 A10 则说明混合 Copula 函数不仅能够较好地描述尾部特性且具有更小的误差。

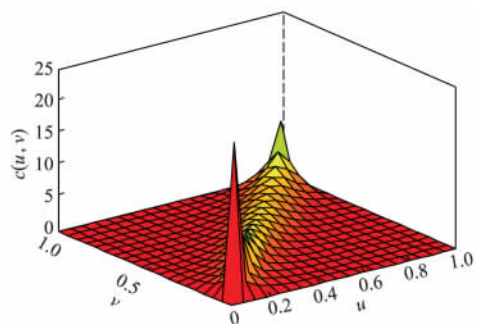


图3 混合 Copula 函数拟合的密度函数  
Fig.3 Density function of wind power based on hybrid Copula

#### 4.2.5 相关系数的计算

目前, 随机抽样在电力系统中有广泛的应用, 而随机抽样的前提是要知道各种量化的相关系数。依据 Copula 函数的相关性测度理论, 按照式(5) — 式(7)可以得到具体的相关系数如下:  $\tau = 0.71, \rho_u =$

0.83  $\rho_1 = 0.90$ 。该结果表明混合 Copula 函数能够较好地描述不对称的尾部特性,且尾部相关系数表明风电功率在大风期(或无风期)具较强一致性。

从相关结构角度,将风电功率的尾部特征和非线性相关性分别考虑计算,这样在随机抽样过程中可以依据风电出力的大小,分块衡量风电功率间的相关性,能够提供更准确的抽样数据,对于电力系统的分析、安全评估具有重要的意义。

## 5 结语

中国风能资源规模化、连片式开发的特点,决定了一定区域内风电功率具有强相关性,而风电功率作为电网中的随机输入变量,其相关性对于电力系统的规划运行、风险分析具有重要意义。本文通过分析研究表明一定区域内的风电功率具有传统相关性分析方法无法刻画的尾部特征,为此,本文从风电功率间的相关结构入手,构造能够描述风电功率尾部特征的混合 Copula 函数,并利用 EM 方法对混合 Copula 函数中的相关参数进行估计,最终得到的结果表明混合 Copula 函数能够较好地刻画风电功率的相关结构,避免了传统相关性分析中只关注相关程度的缺点,能够更准确地刻画风电功率间的相关性,特别是大风期(或无风期)风电场同时接近满发(或停发)时的尾部特征,其结果对于含风电场的电力系统调度运行和风险分析有一定的意义。

附录见本刊网络版(<http://aeaps.sgepri.sgcc.com.cn/aeaps/ch/index.aspx>)。

## 参考文献

- [1] 尹明,葛旭波,王成山.我国风电大规模开发相关问题探讨[J]. 中国电力,2010,43(3):59-62.  
YIN Ming, GE Xubo, WANG Chengshan. Analysis of issues about China's large-scale wind power development[J]. Electric Power, 2010, 43(3): 59-62.
- [2] PAPAERTHYMIU G, SCHAVEMAKER P H, VANDERSLUIS L. Integration of stochastic generation in power systems[J]. International Journal of Electrical Power and Energy Systems, 2006, 28(9): 655-667.
- [3] 高德宾,李群,金元.东北电网风电运行特性分析与研究[J]. 电力技术,2010,19(2):33-37.  
GAO Debin, LI Qun, JIN Yuan. Analysis and research of operational characteristics of wind power generation in Northeast power grid[J]. Electric Power Technology, 2010, 19(2): 33-37.
- [4] 陈雁,文劲宇,程时杰.考虑输入变量相关性的概率潮流计算方法[J]. 中国电机工程学报,2011,31(22):80-86.  
CHEN Yan, WEN Jinyu, CHENG Shijie. Probabilistic load flow analysis considering dependencies among input random variables[J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31(22): 80-86.
- [5] 李俊芳,张步涵.基于进化算法改进拉丁超立方抽样的概率潮流计算[J]. 中国电机工程学报,2011,31(25):90-96.  
LI Junfang, ZHANG Buhai. Probabilistic load flow based on improved Latin hypercube sampling with evolutionary algorithm[J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31(25): 90-96.
- [6] 张尧庭.我们应该选用什么样的相关性指标[J]. 统计研究,2002(9):41-44.
- [7] PAGAETHYMIU G. Using Copulas for modeling stochastic dependence in power system uncertainty analysis[J]. IEEE Transactions on Power Systems, 2009, 24(1): 40-49.
- [8] VALIZADEH H H, TAVAKOLI B M, GOLKAR M A, et al. Using Copulas for analysis of large datasets in renewable distributed generation: PV and wind power integration in Iran[J]. Renewable Energy, 2010, 35(9): 1991-2000.
- [9] 王爽.含多风电场的电力系统随机优化调度研究[D].长沙:长沙理工大学,2011.
- [10] 史晓娜.基于 Copula 和 Monte-Carlo 方法的风力发电项目投资风险分析研究[D].北京:中国地质大学,2007.
- [11] 张宁,康重庆.风电出力分析中的相依概率性序列运算[J]. 清华大学学报:自然科学版,2012,52(5):704-709.  
ZHANG Ning, KANG Chongqing. Dependent probabilistic sequence operations for wind power output analyses[J]. Journal of Tsinghua University: Science and Technology, 2012, 52(5): 704-709.
- [12] BESSA R J, MENDES J, MIRANDA V, et al. Quantile-Copula density forecast for wind power uncertainty modeling[C]// 2011 IEEE Trondheim PowerTech, June 19-23, 2011, Trondheim, Norway: 8p.
- [13] 陶文龙.金融数据的尾部相关性研究[D].武汉:武汉理工大学,2005.
- [14] PAPAETHYMIU G. Integration of stochastic generation in power systems[D]. Delft, the Netherlands: Delft University of Technology, 2007.
- [15] 王璐,王沁,庞浩.股票收益率尾部相关性的 Copula 度量及模拟[J]. 数学的实践与认识,2007,37(10):57-61.  
WANG Lu, WANG Qin, PANG Hao. Measuring and simulating the tail dependence of returns by Copula[J]. Mathematic in Practice and Theory, 2007, 37(10): 57-61.
- [16] 任先玲,张世英.基于 Copula 函数的金融市场尾部相关性分析[J]. 统计与信息论坛,2008,23(6):66-71.  
REN Xianling, ZHANG Shiyong. Tail dependence analysis of financial market based on the Copula[J]. Statistics & Information Forum, 2008, 23(6): 66-71.
- [17] SKLAR A. Fonctions de repartition à n dimensions et leurs marges[R]. 1959.
- [18] SCHWETTZER B, WOLFF E. On nonparametric measures of dependence for random variables[J]. Annals of Statistics, 1981, 9(4): 879-885.
- [19] JURI A, WUTRICH M V. Copula convergence theorems for tail events[J]. Insurance: Mathematics and Economics, 2002, 30(3): 405-420.
- [20] CHEN X Y T. Modelling with parameter mixture Copulas[D]. Sydney, Australia: the University of Sydney, 2006.
- [21] 张世英,韦艳华. Copula 理论及其在金融上的应用[M]. 北京:清华大学出版社,2008.

(下转第 32 页 continued on page 32)



宋琪(1989—),女,硕士研究生,主要研究方向:智能电网效益测评、计及可再生能源发电的电力系统规划。  
E-mail: songqiqi1123@gmail.com

文福拴(1965—),男,通信作者,特聘教授,博士生导师,主要研究方向:电力系统故障诊断、系统恢复和电力市场。E-mail: fushuan.wen@gmail.com

王维洲(1967—),男,硕士,教授级高级工程师,主要研究方向:电力系统运行管理、降损技术的开发及应用。  
E-mail: wangweizhou945@sina.com

(编辑 万志超)

## Evaluating Social Welfare of Smart Grid Development in Pressure-State-Response Framework

SONG Qi<sup>1</sup>, WEN Fushuan<sup>1</sup>, WANG Weizhou<sup>2</sup>, HE Jing<sup>2</sup>

(1. College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China;

2. Gansu Electric Power Research Institute, Lanzhou 730050, China)

**Abstract:** Rational evaluation of the social benefits of the smart grid is of great significance for guiding rational investment and scientific development of the smart grid. Given this background, the well-established pressure-state-response (PSR) framework in resource economics is employed to analyze the generating mechanism of the social benefits associated with smart grid development and a novel evaluation model is developed. First, the emerging types of technology in the power generation sector, power grid sector as well as terminal consumer sector brought about by smart grid development are taken as the incentives, and the enhanced capability of accommodating renewable energy generation, improved efficiency of power system operation, optimized allocation of energy resources and so on as the evolving states. Then, the relationship between technological development and system state is investigated, based on which an evaluation system for measuring the social benefits associated with smart grid development proposed. Finally, the successful social benefit evaluation of a smart grid in a province in Northwest China is given as an example of the merits of the model.

This work is supported by National Basic Research Program of China (973 Program) (No. 2013CB228202) and a Key Project from Gansu Electric Power Corporation (No. 2012101031).

**Key words:** smart grid; social welfare; evaluation system; pressure-state-response model; technical indices

(上接第5页 continued from page 5)

- [22] NELSEN R B. An introduction to Copulas [M]. New York: Springer, 2006.
- [23] LOUIE H. Evaluation of bivariate Archimedean and elliptical Copulas to model wind power dependency structures [EB/OL]. [2012-11-22]. <http://onlinelibrary.wiley.com/resolve/doi?DOI=10.1002/2Fwe.1571>.
- [24] KOLE E, KOEDIJK K, VERBEEK M. Selecting Copulas for risk management [J]. Journal of Banking and Finance, 2007, 31(8): 2405-2423.

季峰(1984—),男,通信作者,博士研究生,主要研究方向:不确定环境下的电力系统调度。E-mail: jifeng\_sy@163.com

蔡兴国(1945—),男,教授,博士生导师,主要研究方向:电力系统运行分析与控制。

王俊(1979—),男,博士研究生,主要研究方向:电力系统可用输电能力评估。

(编辑 万志超)

## Wind Power Correlation Analysis Based on Hybrid Copula

JI Feng, CAI Xingguo, WANG Jun

(School of Electrical Engineering and Automation, Harbin Institute of Technology, Harbin 150001, China)

**Abstract:** Wind power is a new stochastic variable in the power system operation and dispatch, the correlation of wind power generation should be quantified to determine the variability of power flows, the system uncertainty and operational risk. This paper analyzes the tail dependency of wind power first, and then improves a hybrid Copula method to model the wind power dependency considering the dependency structure. The method constructs a hybrid Copula which can describe the tail characteristic by linear weight, then uses the expectation maximization (EM) algorithm to evaluate the parameter, the analysis results of two typical wind farms show that hybrid Copula can accurately describe the correlation structure of wind power, and the correlation index and tail correlation index can be easily calculated based on the correlation measure theory of Copula.

**Key words:** wind farm; tail correlation; hybrid Copula; wind power; dependency structure