

Ψηφιακή Επεξεργασία Σήματος  
1η Σειρά Αναλυτικών Ασκήσεων

Ονοματεπώνυμο: Λιαροκάπης Αλέξανδρος  
Αριθμός Μητρώου: 03114860



## Άσκηση 1

Έστω τα πεπερασμένα σήματα διακριτού χρόνου

$$\begin{aligned}x[n] &= \delta[n] + 2\delta[n-1] + \delta[n-1] + 3\delta[n-3] + \delta[n-5] + 2\delta[n-6] - 4\delta[n-7] \\h[n] &= \delta[n] - 2\delta[n-1] + d[n-2]\end{aligned}$$

- (α) Αν  $X[k], H[k]$  είναι οι 8-σημείων DFT των σημάτων  $x[n], h[n]$  και  $Y[k] = X[k]H[k]$ , να βρείτε τις τιμές του σήματος  $y[n]$  που προκύπτει με ένα 8-σημείων αντίστροφο DFT του  $Y[k]$ . Εξηγήστε.
- (β) Να σχεδιάσετε τα σήματα  $x[n], h[n]$  και  $y[n]$
- (γ) Αν επαναλάβετε το (α) με DFT  $N$  σημείων, να βρείτε την τιμή του  $N$  ώστε  $y[n] = x[n] * h[n]$  για  $n = 0, 1, \dots, N-1$ . Εξηγήστε.
- (δ) Με βάση τον μετασχηματισμό  $X[k]$ , ορίζουμε τις ακολουθίες

$$\begin{aligned}P[k] &= j^k X[k], k = 0, \dots, 7 \\Q[k] &= \text{Re}\{X[2k]\}, k = 0, 1, 2, 3\end{aligned}$$

ως τους DFT των σημάτων  $p[n]$  και  $q[n]$ , αντίστοιχα. Χωρίς να υπολογίσετε τους ευθείς και αντίστροφους DFT των σχετικών ακολουθιών, αλλά χρησιμοποιώντας μόνο τις ιδιότητες του DFT:

- (δ.1) Να βρείτε αναλυτικά και να σχεδιάσετε το σήμα  $p[n]$ . Εξηγήστε.
- (δ.2) Να βρείτε αναλυτικά και να σχεδιάσετε το σήμα  $q[n]$ . Εξηγήστε.

## Λύση

Έχουμε  $x[n], h[n]$ :

$$\begin{aligned}x &= \{1, 2, -1, 3, 0, -1, 2, -2\} \\y &= \{1, -2, 1, 0, 0, 0, 0, 0\}\end{aligned}$$

- (α) Μπορούμε να υπολογίσουμε την γραμμική συνέλιξη υπολογίζοντας πρώτα την γραμμική συνέλιξη. Για τη γραμμική συνέλιξη έχουμε,

$$y_l = \sum_{m=0}^7 x[n]h[n-m]$$

και πιο συγκεκριμένα,

$$\begin{aligned}y_l[0] &= x[0]h[0] = 1 \\y_l[1] &= x[0]h[1] + x[1]h[0] = 0 \\y_l[2] &= x[0]h[2] + x[1]h[1] + x[2]h[0] = -4 \\y_l[3] &= x[0]h[3] + \dots + x[3]h[0] = 7 \\y_l[4] &= x[0]h[4] + \dots + x[4]h[1] = -7 \\y_l[5] &= x[0]h[5] + \dots + x[5]h[0] = 2 \\y_l[6] &= x[0]h[6] + \dots + x[6]h[0] = 4 \\y_l[7] &= x[0]h[7] + \dots + x[7]h[0] = -9 \\y_l[8] &= x[0]h[8] + \dots + x[8]h[0] = 10 \\y_l[9] &= x[0]h[9] + \dots + x[9]h[0] = -4\end{aligned}$$

Τώρα μπορούμε να υπολογίσουμε τη κυκλική με το γνωστό τρόπο:

$$y = \{11, -4, -4, 7, -7, 2, 4, -9, 10, -4\}$$