

Денежные потоки в виде серии равных платежей

На практике при проведении большинства финансовых операций возникают потоки платежей, распределенные во времени. Поток платежей, все элементы которого распределены во времени так, что интервалы между любыми двумя последовательными платежами постоянны, называют *финансовой рентой* или *аннуитетом*. Возможны различные виды рент в зависимости от условий формирования (величины платежей, срок осуществления выплат).

На практике часто встречаются так называемые простые (обыкновенные) аннуитеты, которые предполагают получение или выплаты одинаковых по величине сумм в течение всего срока операции в конце каждого периода. Согласно определению простой аннуитет обладает двумя важными свойствами:

1. все его n элементов равны между собой: $CF_1 = CF_2 = \dots = CF_n = CF$;
2. отрезки времени между выплатами сумм CF одинаковы, т.е.
 $t_n - t_{n-1} = t_{n-1} - t_{n-2} = \dots = t_2 - t_1$

В отличие от разовых платежей для количественного анализа аннуитетов понадобятся все рассмотренные ранее (ЛР1) характеристики денежных потоков: FV , PV , CF , i , n .

♦ Будущая стоимость простого (обыкновенного) аннуитета

Будущая стоимость простого (обыкновенного) аннуитета постнумерандо представляет собой сумму всех составляющих его платежей с начисленными процентами на конец срока проведения операции:

$$FV_n = CF \sum_{t=0}^{n-1} (1+i)^t = CF \frac{(1+i)^n - 1}{(1+i) - 1} = CF \frac{(1+i)^n - 1}{i} \quad (1).$$

Задача 1. Предположим, что в конце каждого месяца в банк помещается сумма в 1000 ден. ед. Ставка равна 12 % годовых, начисляемых в конце каждого месяца. Какова будет величина вклада к концу четвертого года? Как изменится сумма, если вклады помещаются в начале месяца? Почему отношение большей суммы к меньшей равно 1,01?

Задача 2. Для обеспечения некоторых будущих расходов создается фонд. Средства в фонд поступают в виде постоянной годовой ренты постнумерандо в течение 5 лет. Размер годового платежа 4 млн. руб. На поступившие взносы начисляются проценты по ставке 18,5 % годовых. Определить величину фонда на конец срока.

Задача 3. Пусть в задаче 2 проценты начисляются поквартально. Тогда $FV_n = 29.663$ млн. руб. Проверьте правильность указанной суммы (один из способов решения для получения корректного результата – использование эффективной процентной ставки).

Процентная ставка, равная отношению номинальной ставки i к количеству периодов начисления m , называется периодической. Необходимо помнить, что

периодическая ставка может использоваться в вычислениях только в том случае, если число платежей в году равно числу начислений процентов.

На практике наиболее часто встречаются случаи, когда число выплат в году (p) равно числу начислений процентов (m): $p=m$. Для получения необходимой формулы воспользуемся (1), в которой i заменена на j/m , вместо числа лет берется число периодов выплат ренты $pr=mt$, член ренты равен CF/p . Учитывая, что $p = m$, получим

$$FV_{mn} = \frac{CF}{m} \times \frac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{j/m} = CF \frac{(1 + j/m)^{mn} - 1}{j}.$$

Задача 4. Пусть в задаче 2 проценты начисляются поквартально и выплата членов ренты также осуществляется поквартально. Тогда $FV_n = 31.785$ млн. руб. Проверьте правильность указанной суммы.

♦ Текущая (современная) стоимость простого аннуитета

Под современной стоимостью потока платежей понимают сумму дисконтированных членов этого потока на некоторый предшествующий момент времени: (формула дана для рент постнумерандо)

$$PV_{mn} = CF \frac{1 - v^n}{i}, \quad \text{где } v^n = (1 + i)^{-n}.$$

Аналогично тому, как было показано выше, корректируются формулы при различных вариантах начисления процентов и срока выплат.

Для нахождения современной стоимости потока используется функция ПС().

Задача 5. Вы сдаете участок в аренду на 15 лет. Арендная плата будет осуществляться ежегодно по схеме постнумерандо платежами по 6 млн. руб. Оцените приведенную стоимость этого договора при процентной ставке 6,5 % годовых. Ответ: 56,416 млн. руб. Если же платежи будут осуществляться в начале периода, то приведенная стоимость возрастет до 60,083 млн. руб.

Задача 6. Пусть условия договора (см. задачу 5) изменились. Теперь арендная плата будет осуществляться ежегодно по схеме постнумерандо на следующих условиях: первые 10 лет по 6 млн. руб., в оставшиеся 5 лет – по 7 млн. руб. Оцените приведенную стоимость нового договора при прежней процентной ставке 6,5 % годовых.

Задача 7. Параметры ренты пренумерандо: $CF=100$ (годовая выплата), $n = 5$, $p = m = 2$. Рассчитать PV при полугодовой процентной ставке 6%.

Функция ЧПС(ставка, значение1, значение2, ...)

Функция ЧПС() применяется для расчета современной стоимости потока в случае, когда размеры членов потока произвольны, но выплаты постнумерандо производятся через равные интервалы времени.

Задача 8. Определить современную стоимость потока, члены которого 40, 50, 45, 70 выплачиваются постнумерандо по полугодиям. Процентная ставка

составляет 24% годовых. Нарращение производится в конце каждого полугодия. Как посчитать современную стоимость, если поток станет пренумерандо? Каков должен быть платеж, если данный поток будет преобразован в ренту той же периодичности?

Функция ПЛТ (ставка; кпер; пс; [бс]; [тип])

Данная функция применяется, если необходимо определить величину периодического платежа CF .

Задача 16. Пусть на счете имеется сумма в размере 30000 руб. Договор предусматривает, что часть суммы можно снимать со счета в конце каждого года платежами одинаковой величины. Какова должна быть получаемая часть, чтобы имеющейся суммы хватило на 5 лет при действующей ставке 10% годовых?

Результат использования функции **ПЛТ**(10%; 5; -30000) дает ответ на поставленный вопрос: можно снимать по 7913,92 руб. ежегодно, и тогда счет к концу 5-го года будет обнулен. Если же снимать со счета не в конце года, а в начале, то можно снимать лишь по 7194,48 руб. (= **ПЛТ**(10%; 5; -30000; ; 1)). Почему сумма уменьшилась?

Функция **ПЛТ()** может возвращать и неправдоподобный результат – слишком высокий размер периодической выплаты. Подобный исход не исключен и для других функций. В этом случае необходимо обратить внимание на используемые в вычислениях единицы, в первую очередь для аргументов *Ставка* и *Кпер*: периодичность ставки должна соответствовать количеству периодов. Кроме того, следует помнить что вложения и выплаты – взаимообратные операции, поэтому соответствующие суммы вводятся с противоположными знаками, т.е. следует проверить знаки аргументов *Плт*, *Пс*, *Бс*.

Задача 9. Финансовая компания создает фонд для погашения обязательств путем помещения в банк суммы в 50 тыс. ден. ед. с последующим ежегодным пополнением. Ставка по депозиту равна 10 % годовых. Каковы должны быть ежегодные пополнения, чтобы к концу 4-го года величина фонда составила 119615 ден. ед.?

Задача 10. Финансовая компания создает фонд для погашения обязательств путем помещения в банк суммы в 50 тыс. ден. ед. с последующим ежегодным пополнением суммами по 10000 ден. ед. Ставка по депозиту равна 10 % годовых. Какова будет величина фонда к концу 4-го года? Сравнить результаты для 2-х случаев: выплаты производятся в начале и в конце каждого периода.

Создание шаблона для анализа аннуитетов.

Постройте шаблон для определения количественных характеристик денежных потоков, представляющих собой простой аннуитет. Его можно получить путем несложных преобразований предыдущего шаблона. Назовите лист "Анализ аннуитетов".

	A	B	C
1			
2	АНАЛИЗ ОПЕРАЦИЙ В ВИДЕ АННУИТЕТОВ		
3			
4		Исходные данные:	
5	Годовая процентная ставка i =		
6	Количество начислений в году m =	1	
7	Срок проведения операции (лет) n =		
8	Начальное значение PV =		
9	Будущее значение FV =		
10	Периодический платеж CF =		
11	Тип начислений (0 или 1)		
12			
13		Результаты вычислений:	
14			
15	Будущая величина FV =	=БС(В5/В6; В7*В6; В10; В8; В11)	
16	Периодическая процентная ставка i/m =	=СТАВКА(В7*В6; В10; В8; В9; В11)	
17	Годовая процентная ставка i =	=В16*В9	
18	Общее число периодов проведения mn =	=КПЕР(В5/В6; В10; В8; В9; В11)	
19	Современная величина PV =	=ПС(В5/В6; В7*В6; В10; В9; В11)	
20	Периодический платеж CF =	=ПЛТ(В5/В6; В7*В6; В8; В9; В11)	

По аналогии с предыдущей работой сделайте корректировку шаблона с помощью логических функций ЕСЛИ(), И(), ИЛИ()).

Задача 11. Корпорация планирует ежегодно в течение 2х лет делать ежемесячные отчисления по 3000 ден. ед. для создания фонда выкупа своих облигаций. Средства помещаются в банк под 12 % годовых. Капитализация ежегодная ($m = 1$). Какая сумма будет накоплена к концу срока операции? Сравнить результаты для 2-х случаев: выплаты производятся в начале и в конце каждого периода.

Задача 12. Оценить, сколько будет стоить в конце августа поток платежей пренумерандо: с января по апрель по 300 руб., с мая по декабрь – по 200 руб. ежемесячно при ставке 4 % в месяц. Расчет производится на конец августа этого же года.

Задача 13. Существуют обязательства уплатить 1000 руб. через 2 года и 3000 руб. через 8 лет. Стороны согласились изменить условия выплат: весь долг дробится на серию платежей по 1000 руб. Выплаты начнутся через год и будут осуществляться в начале каждого квартала. Определите количество выплат. Скорректируйте при необходимости величину последнего платежа. Действующая ставка – 15 % годовых с ежемесячным начислением процентов.

Задача 14. Какую минимальную сумму необходимо поместить на счет в банке, чтобы иметь возможность снимать в течение полугода в конце каждого месяца по 100 руб., затем еще 3 раза в конце каждого месяца по 200 руб. при ставке 7,5 % годовых с ежемесячным начислением процентов?