

Radfahrmodell

Georg Retschitzegger

18. Mai 2011

Inhaltsverzeichnis

1	Problemstellung	2
2	Momentengleichung	2
2.1	Deklaration der Variablen	2
2.2	Herleitung der Gleichung	3
2.2.1	Gyroskopisches Moment	4
2.2.2	Zentrifugalmoment	5
2.2.3	Moment bei Kippen des Rades und Fahrers	5
2.2.4	Moment bei Kippen des Radfahrers	6
2.3	Resultat	7
3	Regelung	8
3.1	Regelkreis	8
3.1.1	Totzeitglied	9
3.1.2	P-Glied	9
3.1.3	I-Glied	9
3.1.4	D-Glied	9
3.1.5	PID-Regler mit Totzeit	10
3.2	Regelparameter	10
3.2.1	Ziegler-Nichols-Einstellregeln	11

Abbildungsverzeichnis

1	Skizze des Fahrrads mit Größen	3
2	Momentenskizze	4
3	Wirkung der Fliehkraft beim Einfahren in eine Kurve	5
4	Moment bei Auslenkung von Fahrrad samt Fahrer	6
5	Moment bei Auslenkung des Fahrers	7
6	Allgemeine Darstellung eines Regelkreises, Quelle: [5]	8
7	Wirkung der Parameter bei einem PID-Regler, Quelle [6]	11

1 Problemstellung

Diese Arbeit befasst sich mit der Herleitung und Vorbereitung eines Problems aus dem Bereich des Radfahrens. Es soll folgendes Szenario modelliert werden. Ein Radfahrer fährt mit konstanter Geschwindigkeit. Er bekommt einen Stoß zur Seite und versucht anschließend diese Störung durch Bewegen des Lenkers und Neigen seiner Position auszugleichen. Das Modell soll anschließend in Matlab implementiert werden. Der Ausgleich soll dabei mittels Reglern realisiert werden. Hier wird allerdings nur die Vorbereitung zu der Realisierung behandelt, das heißt der genaue Aufbau des Systems wird erklärt und die Momentengleichung aufgestellt. Außerdem wird ein Überblick über die zu verwendende Regeltechnik gegeben. Die Angabe stammt aus [1].

2 Momentengleichung

2.1 Deklaration der Variablen

Wir definieren zuerst einmal einige Variablen um das System beschreiben zu können bevor wir Resultate aus der Mechanik benutzen um die einzelnen Komponenten miteinander in Verbindung zu bringen. Die Abb. 1 gibt einen Überblick, wie die folgenden Größen genau gemeint sind.

- $z_1(t)$... Winkel zwischen Lenker und Fahrradrahmen
- $z_2(t)$... Winkel zwischen dem Körper des Radfahrers und dem Fahrradrahmen
- $p(t)$... Winkel zwischen $0 - z$ -Achse und Fahrradrahmen
- M_F ... Zentrifugalmoment, welches durch die Fliehkraft beim Kurvenfahren entsteht
- M_G ... Gyroskopisches Moment erzeugt durch die Räder
- J ... Trägheitsmoment des Fahrrads samt Fahrer um die $0 - x$ -Achse
- M_1 ... Moment bei Auslenkung des Fahrradrahmens und des Radfahrerkörpers aus der Gleichgewichtsposition
- J^* ... Trägheitsmoment des Radfahrerkörpers um die $0^* - x^*$ -Achse
- M_2 ... Moment bei Auslenkung des oberen Teils des Radfahrerkörpers
- c ... Abstand der $0^* - x^*$ -Achse von der $0 - x$ -Achse (benötigt??)
- v ... Geschwindigkeit des Fahrrads
- g ... Erdbeschleunigung
- h ... Höhe des Fahrradrahmens bis zum Sattel
- h_p ... Höhe des Oberkörpers des Fahrers
- m ... Gesamtmasse Rad und Fahrer
- m_p ... Masse des Fahrers
- d ... Durchmesser der Räder

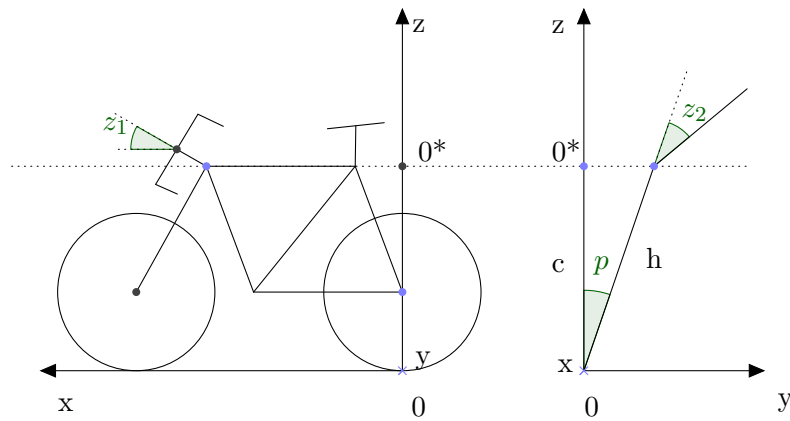


Abbildung 1: Skizze des Fahrrads mit Größen

2.2 Herleitung der Gleichung

Wir wollen nun die Momentengleichung herleiten. Wir werden dazu erst die verwendeten Momente erläutern und anschließend ihre Formel mit Sätzen aus der Mechanik berechnen. Das gyroskopische Moment entsteht bei einer Drehbewegung um eine Achse und stabilisiert den Körper um die Drehachse. Man denke zum Beispiel an einem Kreisel. Bei unserem Fahrrad entsteht dieses Moment, wenn der Lenker zur Kurvenfahrt eingeschlagen wird und somit der sich drehende Reifen nicht mehr senkrecht auf seine Drehachse steht, sondern im eingeschlagenen Winkel z_1 . Durch das gyroskopische Moment entsteht hier eine Kraft, die diese Auslenkung auszugleichen versucht. Als nächstes kommt das Zentrifugalmoment ins Spiel, besser bekannt als die Fliehkraft. Je schneller das Rad durch eine Kurve fährt um so stärker wird es nach Außen gedrückt. Weiters müssen wir noch die Momente berücksichtigen, die beim Kippen des Fahrradrahmes und des Radfahreroberkörpers entstehen. Je steiler das Rad in der Kurve liegt desto größer ist das Moment, das von der Erdanziehung erzeugt wird. Wir berechnen alle Größen um den Punkt auf dem vorderen Reifen auf der $0 - x$ -Achse, denn dort müssen sie sich ausgleichen, vgl. Abb. 2. Wir werden noch eine Reihe von Vereinfachungen treffen aber dazu mehr bei der Berechnung der Momente.

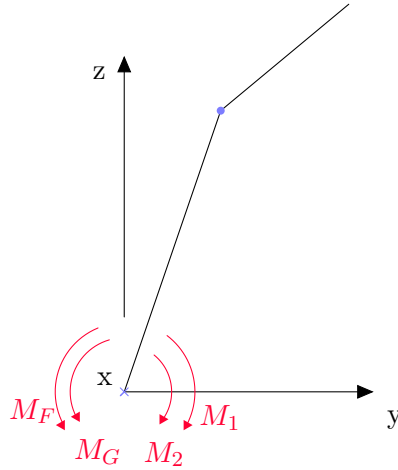


Abbildung 2: Momentenskizze

2.2.1 Gyroskopisches Moment

Das gyroskopische Moment entsteht durch die Drehbewegung der Räder des Fahrrads. Es ist ein Selbststeuerungseffekt der auch bei Kreislern beobachtet werden kann. Dort bewirkt es, dass der sich drehende Kreisel um seine Rotationsachse stabilisiert und nicht umkippt, sondern in eine Richtung ausweicht um etwaige Sörungen zu korrigieren. Ähnliches geschieht bei dem Fahrrad, wird der Rahmen ausgelenkt versucht sich das System durch die stabilisierende Wirkung der rotierenden Räder sich wieder aufzurichten. Das ermöglich auch das freihändige Fahren, sowohl geradeaus, als auch durch kleinere Kurven. Das hier entstehnde Moment hängt von einigen Faktoren ab und wir nehmen hier an, dass diese in einfachem proportionalen Zusammenhang stehen. Klarerweise spielt die Gesamtmasse des Fahrrads m eine große Rolle und weiters hängt ein Moment immer von der Größe des gedrehten Objektes d ab. Wie genau der Durchmesser der Räder hier einfließt ist aber unklar und sollte aus der Simulation verifiziert werden, nennen wir deshalb den mitspielenden Wert \hat{d} . Höhere Geschwindigkeit erhöht die Geschwindigkeit der Radumdrehungen und erleichtert wie erwähnt das freihändige Fahren, beeinflusst also auch das Moment. Als letztes nehmen wir noch an, dass die Geschwindigkeit der Auslenkung des Lenkers \dot{z}_1 ein entscheidender Faktor ist, da er angibt, wie schnell das Rad aus der stabilen Rotation um die Drehachse bewegt wird. In Form einer Gleichung nimmt das Moment die Gestalt

$$M_G = \hat{d}mv\dot{z}_1(t) \quad (1)$$

an.

2.2.2 Zentrifugalmoment

Das Zentrifugalmoment wird durch Wirken der Fliehkraft erzeugt. Genauer gesagt entsteht sie durch die Trägheit der Masse des Körpers, die wirkt sobald letzterer versucht eine Kurve zu fahren. Aufgrund dieser Trägheit wirkt eine Kraft nach außen, die im Normalfall auch zu Reduzierung der Geschwindigkeit führt, was aber hier vernachlässigt wird da es rein um die Bewegung aus der Vertikalen des Körpers geht. Wir betrachten unser Fahrrad der Einfachheit halber als Punktmasse und wenden Erkenntnisse aus der Differentialgeometrie an, siehe hierzu [2]. Der Lenker wird mit Winkel z_1 ausgelenkt, das heißt es wird eine Kurve beschrieben, während das Fahrrad weiter mit konstanter Geschwindigkeit v fährt, vgl. Abb. 3. Die Änderung der Kurventangenten, die sogenannte Krümmung der Kurve, beträgt z_1 , also genau den Lenkeinschlag. Die durch die Richtungsänderung beschriebene Kurve ist ein Kreis, das heißt sie stimmt in jedem Punkt mit ihrem Krümmungskreis überein. Der Radius r des Krümmungskreises k ist die Inverse der Krümmung, also $\frac{1}{z_1}$. Nun setzen wir einfach in die Formel der Fliehkraft, siehe [3], ein und erhalten

$$M_F = mr\omega^2 = \frac{mv^2}{r} = mv^2 z_1(t), \quad (2)$$

wobei m die Masse des Fahrrads samt Fahrer bezeichnet.

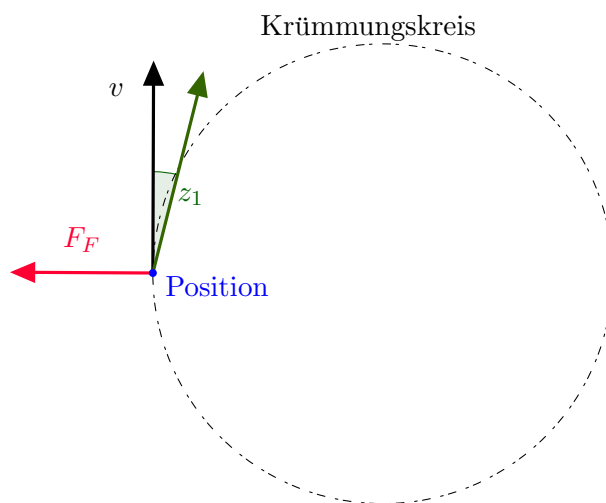


Abbildung 3: Wirkung der Fliehkraft beim Einfahren in eine Kurve

2.2.3 Moment bei Kippen des Rades und Fahrers

Wir wollen nun das Moment herleiten, welches entsteht wenn sich der gesamte Körper zur Seite neigt. Der Fahrer bleibt dabei relativ zum Rad ungeneigt, das heißt $z_2 = 0$ bzw. $z_2 = \text{const.}$ Das

ein Moment erst für $p > 0$ entsteht kommt daher, dass für $p = 0$ kein Kraftarm für die wirkende Gewichtskraft gm zur Verfügung steht. Je mehr sich der Körper neigt, umso stärker wird dieses Moment. Bis zu seinem Maximum bei waagrechtem Ausschlag. Wir nehmen der Einfachheit halber an, dass die Verbindung zwischen Radfahrer und Fahrrad starr ist, er also nicht durch die Bewegung des Rades ins Schwanken kommt. Weiters nehmen wir an, dass das Trägheitsmoment J zeitlich konstant ist und dass der Massenmittelpunkt im Übergangspunkt von Rahmen zu Fahrer liegt, vgl. Abb. 4. An dem Massenmittelpunkt greift nun die Gewichtskraft an und der Kraftarm lässt sich aus dem Sinus des Neigungswinkels p und der Höhe des Fahrradrahmes h berechnen. Nun wenden wir den Drallsatz an, welcher besagt, dass die zeitliche Ableitung des Dralls d_A eines Systems um einen festen Punkt A gleich dem Moment der äußeren Kräfte um diesen Punkt ist, siehe [4, Seite 98 ff]. Damit erhalten wir

$$\dot{d}_0 = \frac{d}{dt}(J\dot{p}) = J\ddot{p} = mhg \sin p.$$

Vereinfachen wir noch $\sin p \approx p$ für kleine p erhalten wir für das Moment insgesamt

$$M_1 = J\ddot{p}(t) - mhg p(t). \quad (3)$$

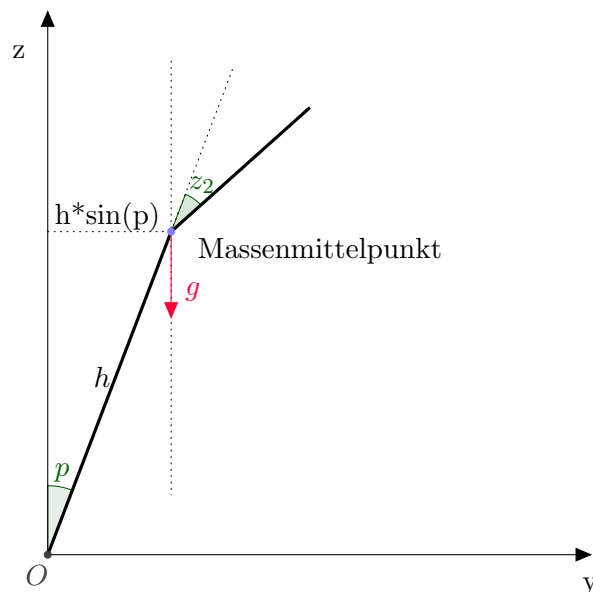


Abbildung 4: Moment bei Auslenkung von Fahrrad samt Fahrer

2.2.4 Moment bei Kippen des Radfahrers

Nicht nur das Kippen des Fahrrads erzeugt ein Moment um die $0 - x$ -Achse, auch wenn sich der Radfahrer aus der aufrechten Position neigt kann er ein Moment erzeugen um das Fahrrad in eine Richtung zu Neigen. Wohlgedenkt die umgekehrte Reaktion haben wir in (3) ausgeschlossen.

Wir leiten uns die Gleichung des Moments her für die Situation in Abb. 5. Das Rad steht aufrecht und der Fahrer neigt sich mit Winkel z_2 zur Seite. Wir nehmen an, dass das Massenmittelpunkt des Radfahrers zentral in seinem Oberkörper liegt und dass er aus stabilem Material besteht. Das heißt wenn h_p die Höhe des Torsos ist, liegt der Massenmittelpunkt $\frac{h_p}{2}$ vom Sattel entfernt. J^* bezeichnet das Trägheitsmoment des Fahrers um die $0^* - x^*$ Achse, wir benötigen es aber um die $0 - x$ Achse, da wir dort das Gleichgewicht der Momente aufstellen wollen. Wir verwenden den Satz von Steiner um das Trägheitsmoment zu transformieren, siehe [4, Seite 69]. Dieser Satz gibt eine einfache Formel und das Trägheitsmoment eines Körpers um eine Achse in das sein Trägheitsmoment um eine beliebige andere Achse zu berechnen.

$$J_p = J^* + m_p * \text{Abstand der Achsen}^2 = J^* + m_p h^2$$

Nun können wir wieder den Drallsatz um den Nullpunkt anwenden, vgl. Sektion 2.2.3. Die Höhe in der die Kraft wirkt spielt ja keine Rolle, nur die Länge des Kraftarmes, die wir über den Sinus des Neigungswinkels bekommen.

$$(J^* + h^2 m) \ddot{z}_2 = \frac{h}{2} m g \sin z_2$$

Für kleine Auslenkungen z_2 können wir wieder $\sin z_2 \approx z_2$ annehmen und erhalten

$$M_2 = (J^* + h^2 m) \ddot{z}_2 - \frac{h}{2} m g z_2. \quad (4)$$

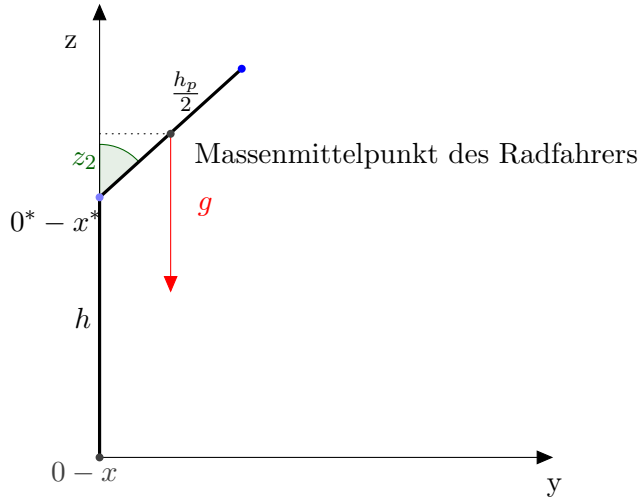


Abbildung 5: Moment bei Auslenkung des Fahrers

2.3 Resultat

Wir haben in den vorherigen vier Abschnitten die Gleichungen der vier Momente aus Abb. 2 hergeleitet, die wir benötigen um die Momentengleichung aufzustellen. In welchem Zusammenhang sie zu einander stehen geht aus dieser Abbildung auch klar hervor. Das gyroscopische

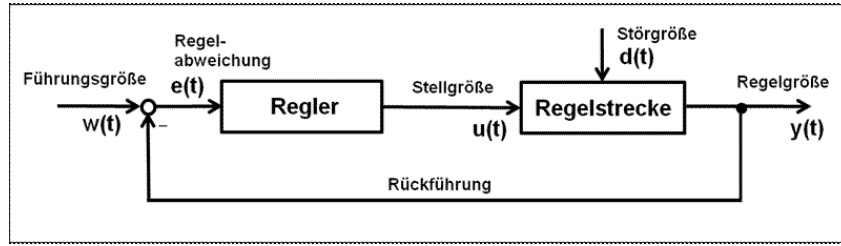


Abbildung 6: Allgemeine Darstellung eines Regelkreises, Quelle: [5]

Moment (1) und das Zentrifugalmoment (2) sind negativ zu werten, da sie gegen den Uhrzeigersinn wirken. Die Auslenkmomente M_1 (3) und M_2 (4) positiv. Das Gesamtmoment muss natürlich verschwinden, da sich das Rad frei bewegen und neigen kann und jedes Moment sofort in eine Bewegung resultiert, das heißt $\sum_i M_i = 0$. Das ergibt

$$M_G + M_F = M_1 + M_2 \quad (5)$$

$$\hat{d}mv\dot{z}_1 + mv^2z_1 = J\ddot{p} - mhg\dot{p} + (J^* + h^2m)\ddot{z}_2 - \frac{h}{2}mgz_2 \quad (6)$$

3 Regelung

In der Einleitung wurde bereits erwähnt, dass dieses Problem auf ein Regelungsmodell führt. Das heißt die erzwungene Auslenkung des Fahrrads soll mittels Bewegung des Lenkers bzw. Oberkörpers wieder in die aufrechte Position geregelt werden. Wir werden nun kurz allgemein diesen Regelkreis beschreiben und dann zeigen, wie er in unserem Fall aussieht.

3.1 Regelkreis

Ein allgemeiner Regelkreis ist, wie der Name erahnen lässt, ein zyklischer Prozess. Das heißt er wird so lange wiederholt bis ein gewünschtes Ergebnis erreicht wurde. Schematisch wird das Ganze in Abb. 6 gezeigt. Die Führungsgröße gibt den gewünschten Wert an. Die Regelgröße wird dann im Regelkreis so modifiziert, dass die Differenz zur Führungsgröße im optimalen Fall verschwindet oder relativ klein wird. Sie durchläuft den Regelkreis und wird im ersten Schritt durch den Regler gesteuert um den gewünschten Wert anzunehmen, das heißt sie wird gestellt. Im zweiten Schritt werden etwaige Störungen berücksichtigt und der neue gestörte Wert ermittelt. Dann wird der Wert zurückgegeben und überprüft ob er genau genug am gewünschten Wert liegt. Ist das nicht der Fall geht der Prozess von vorne los.

Das die Abweichung in jedem Schritt kleiner wird ist natürlich nur bei Stabilität des Reglers gesichert. Die Stabilität zu überprüfen ist bei komplexen Systemen und bei vorhandenem Totzeitglied sehr schwierig und soll deshalb bei unserem Versuch einfach numerisch nachgewiesen werden. Ein Testlauf bei dem alle Parameter auf 1 gesetzt werden, soll die Stabilität des Problems bestätigen.

Für unseren Regler wird ein sogenannter PID-Regler mit vorgeschaltetem Totzeitglied verwendet werden, um den Lenkausschlag z_1 und die Fahrerneigung z_2 aus der aktuellen Position des Fahrradrahmens p zu steuern. Dieser ist eine Zusammensetzung aus drei verschiedenen Regliedern, dem P-, I- und D-Glied. Wir werden diese nun kurz erläutern.

3.1.1 Totzeitglied

Das Totzeitglied dient hier lediglich dazu die verzögerte Reaktion des menschlichen Gehirns abzubilden. Der Fahrer kann nicht sofort auf eine Störung reagieren, es dauert einige Zeit bis die Information das Nervensystem seines Körpers durchlaufen hat. In einem Regelalgorithmus hat die Form

$$u(t) = e(t - \tau), \quad (7)$$

wobei $e = y - w$ und u wie in Abb. 6 den Vergleich zwischen Führungs- und Regelgröße und die Stellgröße bezeichnen. τ ist die Konstante für das menschliche Reaktionsvermögen, welche bei unserer Simulation $\tau = 0,02$ gesetzt wird.

3.1.2 P-Glied

Das Proportionalglied bewirkt eine sofortige proportionale Reaktion zu Eingangsgröße, das heißt

$$u(t) = K_p e(t), \quad (8)$$

mit dem Verstärkungsfaktor K_p . Der Vorteil dieser Regelung ist die schnelle, unverzerrte Reaktion auf die Eingangsgröße. Der Nachteil ist, dass ein kleiner Fehler stets zurückbleibt und es so nicht möglich ist, die Abweichung zwischen Führungs- und Regelgröße zu eliminieren. Als praktisches Beispiel kann man hierfür den mechanischen Hebel anführen, der nur eine kleine zu vernachlässigbare Verzögerung hat.

3.1.3 I-Glied

Das Integratorglied ist im Gegensatz dazu ein träges langsames Regelglied und hat außerdem eine Nachstellzeit. Der Vorteil durch diese langsamere Regelung ist, dass Abweichungen vollständig korrigiert werden können.

$$u(t) = K_I \int_0^t e(\tau) d\tau \quad (9)$$

Die Nachstellzeit $T_n = \frac{1}{K_I}$ bedeutet die Zeit, die u benötigt um den Eingangswert von e zu erreichen, falls dieser konstant ist. Ein praktisches Beispiel hierfür ist die Beziehung zwischen Geschwindigkeit und Weg.

3.1.4 D-Glied

Ein Differentiationsglied kann noch zu P- oder I- Reglern hinzugefügt werden. Es gibt keine eigenständigen D-Regler. Das D-Glied benutzt die Geschwindigkeit des Fehlers e um eine lineare Extrapolation durchzuführen, das heißt es regelt nicht selber, sondern modifiziert nur bereits vorhandene Regelsignale. Der Nachteil an dieser Methode ist, dass es Messrauschen verstärkt und im Vergleich zum P-Regler langsam wirkt. Die Vorhaltzeit $T_D = K_D$ gibt an wie stark das differentielle oder proportionale Signal korrigiert wird. Weiters gleicht zu kleine Vorhaltzeit Überschwingen nicht genug aus, während zu große Vorhaltzeit zu großer Korrektur führt.

$$u(t) = K_D \frac{de(t)}{dt} \quad (10)$$

3.1.5 PID-Regler mit Totzeit

Der PID - Regler ist nun eine Parallelschaltung aus den vorher erwähnten einzelnen Regler, um ihre Vorteile zu vereinen und Nachteile gegenseitig zu kompensieren. Formal nimmt der PID - Regler mit vorgeschaltetem Totzeitglied nun die Gestalt

$$u(t) = K_P e(t - \tau) + K_I \int_0^t e(s - \tau) ds + K_D \frac{de(t - \tau)}{dt} \quad (11)$$

an und wird auch als *Lead - Lag - Glied* bezeichnet. *Lead* wegen dem PD-Glied, welches schnelle Regelung mit kleiner bleibender Abweichung sichert und *Lag*, wegen der Verzögerung des I-Gliedes, welches die Regelabweichung kompensiert.

Betrachten wir nun welche Parameter die Rollen der Führungs- oder Stellgröße einnehmen. Unser Ziel ist es das Fahrrad in aufrechter Position zu halten, bzw. es in diese zurück zu bringen. Das heißt die Führungsgröße ist die konstante 0- Funktion $w(t) \equiv 0$. Die Regelabweichung $e(t)$, also der Fehler, ist die Differenz der aktuellen Auslenkung, der Regelgröße $y(t) = p(t)$, und der Führungsgröße $w(t)$, also

$$e(t) = y(t) - w(t) = p(t).$$

Die Stellgröße $u(t)$ repräsentiert die Maßnahmen, die eingeleitet werden um die Regelgröße an die Führungsgröße anzupassen. Wie Anfangs erwähnt benutzt der Fahrer seinen Oberkörper und den Lenker um die Störung auszugleichen. Das heißt $u(t) = (z_1(t), z_2(t))$. Setzen wir nun den PID-Regler (11) für die Stellgröße ein und bezeichne $\tau = 0,2$ die Totzeit ergibt das

$$z_1(t) = K_{P,1} p(t - \tau) + K_{I,1} \int_0^t p(s - \tau) ds + K_{D,1} \frac{dp(t - \tau)}{dt}, \quad (12)$$

$$z_2(t) = K_{P,2} p(t - \tau) + K_{I,2} \int_0^t p(s - \tau) ds + K_{D,2} \frac{dp(t - \tau)}{dt}. \quad (13)$$

Mit dieser Regelgröße $u(t_0)$ wird dann in der Regelstrecke die neue Regelgröße $y(t_1) = p(t_1)$ aus der Momentengleichung berechnet. Die Störgröße $d(t)$ ist der erwähnte Stoß, der die Regelung erst nichttrivial macht, da die aufrechte Anfangsposition $p(t) = 0$ in (12) und (13) sonst nur zu $z_1 = z_2 = 0$ führt. Zu einem gewissen Zeitpunkt t_α soll also $p(t_\alpha) = \lambda$ sein, wobei λ die gewünschte Auslenkung bezeichnet. $d(t)$ wird in der Regelstrecke auf die Regelgröße addiert, das heißt wir definieren eine Dirac Funktion

$$d(t) = \begin{cases} \lambda, & \text{wenn } t = t_\alpha, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

3.2 Regelparameter

Für das Einstellen der Regelparameter K_P, K_I, K_D gibt es meistens keine sofort erkenntliche beste Wahl. Es muss immer etwas probiert werden, bis die richtige Abstimmung gefunden wird. Diese Abstimmung soll die Stabilität und Robustheit unseres Reglers garantieren. In der Aufgabenstellung werden Parameter präsentiert, die das Güntefunktional des Fehlers, also das quadratische Integral, minimieren. Sie wurden mit Hilfe der POWELL METHOD ermittelt, ein Verfahren um das Minimum von Funktionen zu finden, bei denen die partiellen Ableitungen nicht zur Verfügung stehen. Dabei wird die (mehrdimensionale) Funktionen entlang der Einheitsvektoren betrachtet und als Funktion einer Variable aufgefasst. Parallel zu den Achsen wird sie dann sukzessive minimiert. So entsteht eine Punktfolge parallel der Achsenrichtungen die bei

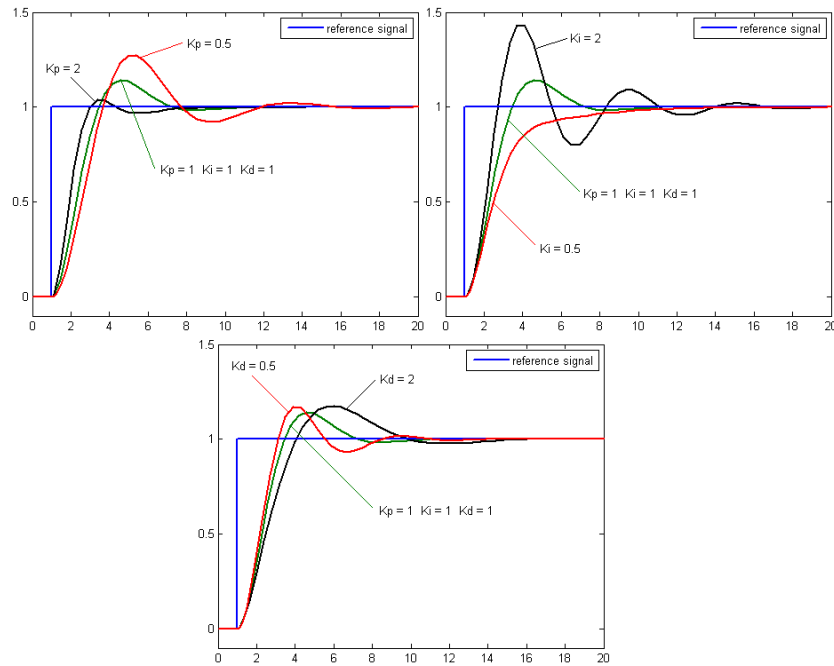


Abbildung 7: Wirkung der Parameter bei einem PID-Regler, Quelle: [6]

adequatem Anfangswert auf ein Minimum führt.

Wir werden hier allerdings auf die allgemeinere ZIEGLER-NICHOLS-METHODE eingehen, die es ermöglicht passende Parameter für einen PID-Regler zu erzeugen. Wie die Parameter der einzelnen Glieder auf das Verhalten des Reglers Einfluss nehmen ist in Abb. 7 exemplarisch dargestellt.

3.2.1 Ziegler-Nichols-Einstellregeln

Für das Verfahren wird der PID-Regler zunächst nur als reiner P-Regler eingestellt und es wird mit einem kleinen Anfangswert für K_p begonnen zu Simulieren. K_p wird nun sukzessive vergrößert bis sich eine Dauerschwingung für einen gewissen Wert $K_p = K_{krit}$ einstellt, die sogenannte Methode des Stabilitätsrandes. Man misst nun die Schwingungsdauer T_{krit} der Schwingungsperiode und setzt die Parameter des Regelkreises für den PID-Regler wie folgt.

$$\begin{aligned} K_p &= 0,6K_{krit} \\ K_I &= 2\frac{K_p}{K_{krit}} \\ K_D &= \frac{K_p}{8K_{krit}} \end{aligned}$$

In der Praxis wird bei mechanisches Systemen, zum Beispiel einem Kühltank, dieses Verfahren eher gemieden, da es auf Grund des Überschwingens zu technischen Ausfällen und Schäden kommen kann. Ein richtig eingestellter Regler liefert so ein schwingendes Führungsverhalten und gutes Störverhalten.

Literatur

- [1] Pieter Eykhoff: System Identification: Parameter and State Estimation, 1974
- [2] Manfred Manhart: Differentialgeometrie, WS 2010/11, TU Wien, Institut für Diskrete Mathematik und Geometrie
- [3] <http://de.wikipedia.org/wiki/Zentrifugalkraft>, 16.5.2011
- [4] Alois Steindl: Mechanik für TPH, Wintersemester 2010/11, TU Wien, Institut für Mechanik und Mechatronik
- [5] <http://de.wikipedia.org/wiki/Regler>, 16.5.2011
- [6] Dirk Müller: Regelungstechnik: eine Einführung, Wintersemester 2010/11, TU Chemnitz, Fakultät für Informatik