

1. 本卷共 2 页，卷面满分 100 分，答题时限 170 分钟。
2. 请在答题纸的规定区域内作答。在试卷、草稿纸或答题纸密封区域内作答无效。
3. 考试结束后，请将试卷、答题纸和草稿纸按顺序整理好后上交。

1. 为简明起见, 本卷中的谓词逻辑公式 $P(t_1, \cdots, t_n)$ 均简写为 $Pt_1 \cdots t_n$ 。考生可自行选择简写或不简写。

2. 题目形式为不定项选择的, 考生得分 = $[(\text{选对数} - \text{选错数}) \times (\text{该题分值} \div \text{正确选项数})]$ 近似取 0.5 的整数倍; 低于 0 分。

1. (2分) 按要求对命题逻辑公式做等值变形。

(1) 根据德-摩根律, $p \wedge q$ 等值于_____;

(2) 根据合取对取析的分配律, $\neg p \wedge (s \vee q)$ 等值于_____;

(3) 用 \neg 和 \vee 定义 \rightarrow : $p \rightarrow q$ 等值于_____。

(4) 将公式 $((p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)) \rightarrow (p \rightarrow q)$ 等值地化为最简 (公式长度最短): 该式等值于_____。

```

graph TD
    Start([开始]) --> Input[/操作 1. 输入命题逻辑公式 A/]
    Input --> Op2[操作 2. 令  $B = \neg A$ ]
    Op2 --> Op3[操作 3. 令  $C = (B \rightarrow \neg A)$ ]
    Op3 --> Decision{判断 4. C 是否为重言式?}
    Decision -- 是 --> Op5[操作 5. 令  $B = C$ ]
    Op5 --> Op3
    Decision -- 否 --> Output[/操作 6. 输出公式 C/]
    Output --> End([结束])

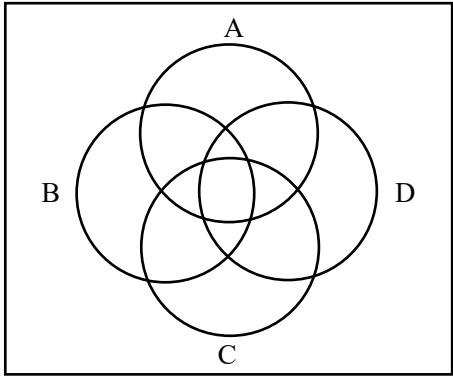
```

(1) $\xrightarrow{\text{反三段论}} \frac{\text{P E M}}{\neg \text{S O P}} \xrightarrow{\text{矛盾关系}} \neg \text{M I S} \xrightarrow{\text{换位法}} \text{(2)} \xrightarrow{\text{换字母}} \text{(3)} \xrightarrow{\text{换字母}} \text{(4)}$

第1页，共2页

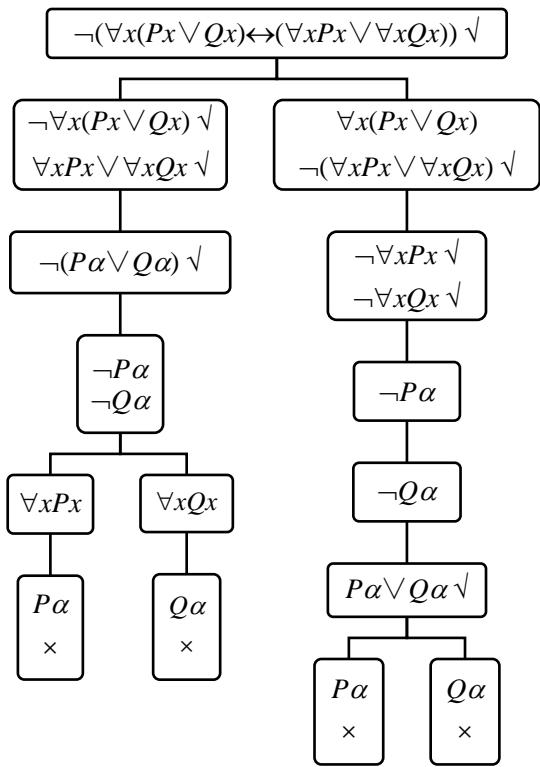
10. 对当方阵中，反对关系就是矛盾关系。

11. 四个词项的概念外延间的逻辑关系可以用如下形式的文恩图来表示：



12. 设一阶公式 $A(x)$ 和 $B(x)$ 含有自由变元 x 。如果 $\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$ 和 $\forall xA(x)$ 都是有效的，那么 $\forall xB(x)$ 是有效的。

13. 用树形图方法检验 $\forall x(Px \vee Qx) \leftrightarrow \forall xPx \vee \forall xQx$ 是否是有效式的正确而规范的解法如下：



图中所有的枝均封闭，所以原公式是有效式。

三、证明题。写出必要的证明过程。（共 14 分）

14. （8 分）现为命题逻辑语言引进一个新的符号“ \perp ”，并在公式的定义中新增： \perp 是公式。并规定：对任意赋值， \perp 的值总为假。同时，在 P^N 推演系统中新增关于“ \perp ”的如下两条推演规则：

I. \perp 消去规则（记作 $\perp-$ ）： $\perp \vdash A$ 。即 \perp 可推出任意公式 A 。

II. \perp 引入规则（记作 $\perp+$ ）： $A, \neg A \vdash \perp$ 。即从 $A, \neg A$ 可推出 \perp 。

（1）证明： $A \leftrightarrow (\neg A \rightarrow \perp)$ 是重言式。

（2）在增加以上规则后的 P^N 中证明：① $\neg \perp$ 是 P^N 定理；② $A \leftrightarrow (\neg A \rightarrow \perp)$ 是 P^N 定理。（仅限使用初始规则外加以上两条规则。）

（3）（填空）用“ \rightarrow ”和“ \perp ”定义“ \neg ”和“ \wedge ”：① $\neg A$ 定义为_____；② $A \wedge B$ 定义为_____。

15. （6 分）构造恰当的模型，证明：

（1）公式 $\exists x(Px \wedge Qx) \leftrightarrow \exists xPx \wedge \exists xQx$ 不有效。

（2）公式 $\forall x(Rxx \rightarrow \neg \exists yRxy)$ 可满足。

四、解答题。写出必要的解答步骤及过程。（共 12 分）

16. （4 分）基于主项存在假设，作文恩图验证如下三段论推理形式是否有效：MEP，MAS，所以 SOP。

17. （8 分）运用三段论一般规则，求大前提为特称肯定命题的所有三段论有效格式。

五、一阶形式化。根据要求运用一阶语言表达命题。（共 14 分）

18. （4 分）设一元谓词 S 、 P 、 Q 分别表示集合 S、P、Q。用一阶公式表达下列命题（谓词符号只能使用 S 、 P 、 Q ）：

- （1）S 包含于 P。
- （2）相对于 S 而言，P 和 Q 呈反对关系。
- （3）S 和 P 的交集是 Q。
- （4）S 和 P 都非空且是全异关系。

19. （10 分）用一阶公式翻译下列自然语言的句子。要求：①取个体域为全域；②根据需要等词；③不标注各种符号的语义解释。

- （1）每个人都认识一些人，但没有人被所有人认识。
- （2）所有的大一学生和大二学生都互相认识。
- （3）如果一个国家有国王，那么其国王是唯一的。
- （4）如果一条直线与一个平面垂直，那么这条直线与这个平面内的任意一条直线都垂直。
- （5）教室内恰有 2 个人。

六、应用题。阅读材料回答问题。（共 12 分）

20. （8 分）现有如下三段论推理：

所有的有神论者都不是共产主义者，有的有神论者是基督教徒，所以，有的基督教徒不是共产主义者。

问题：（1）指明该三段论推理的格式。

（2）用一阶语言将上述推理形式化。用一元谓词 S 、 M 、 P 分别表示小项、中项和大项。

（3）在 Q^N 中证明该推理是正确的。

21. （4 分）某学生拒绝完成教师布置的课后习题，理由如下：这些习题如果我已经会做了，那么就根本没必要去做；如果我还会不会做，那么想做也做不出来。我要么已经会做，要么还不会做。所以，做习题或者无必要，或者不可能。因此我不做习题。

问题：从形式和内容两方面简要分析和评价该学生的上述论证。

七、形式推演。写出规范的推演过程。限用初始规则的题目，使用导出规则或定理应附证明。（共 20 分）

22. （10 分）限用 P^N 初始规则，证明： $A \wedge B \leftrightarrow \neg(B \rightarrow \neg A)$ 是 P^N 定理。

23. （10 分）限用 Q^N 初始规则，证明： $(\forall xPx \rightarrow \exists xQx) \leftrightarrow \exists x(Px \rightarrow Qx)$ 是 Q^N 定理。