北京大学 2017—2018 学年度第 1 学期通选课期末试卷

逻 辑 导 论

参考答案与评分标准

一、填空题。（共 20 分）

1. （1）$(p\vee q)\wedge\neg(p\wedge q)$。（2）$\neg(p\wedge\neg q)$。（3）$\neg(\neg p\vee\neg q)$。（3）$(p\vee\neg r)\wedge(q\vee\neg r)$。

【评分标准】每空 1 分。前两题等值式亦可。

2.

p	q	$p\triangle q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

【评分标准】全部正确评 2 分，有且仅有一处错误评 1 分，多于一处错误评 0 分。

3. DE

【评分标准】2 分，每多选或少选一项扣 1 分。

4. （1）所有的天鹅都是非黑色的。（2）PIS。（3）有的自然数是有理数。

【评分标准】每空 1 分。

5.

$$\boxed{\begin{array}{c} \text{M I P} \\ \text{M A S} \\ \hline \text{S I P} \end{array}} \xrightarrow{\text{反三段论}} \begin{array}{c} \neg\ \text{S I P} \\ \text{M A S} \\ \hline \neg\ \text{M I P} \end{array} \xrightarrow{\text{矛盾关系}} \boxed{\begin{array}{c} \text{S E P} \\ \text{M A S} \\ \hline \text{M E P} \end{array}} \xrightarrow{\text{换字母}} \boxed{\begin{array}{c} \text{M E P} \\ \text{S A M} \\ \hline \text{S E P} \end{array}}$$

【评分标准】每个空格完全正确得 1 分。

6. CEF。

【评分标准】2 分。每多选或少选一项扣 1 分。

7. （1）$\forall x(Sx\rightarrow Px)$。（2）$\forall x(Sx\rightarrow(Px\rightarrow\neg Qx))$。（3）$\exists x(Sx\wedge Px)$。（4）$\forall x(Px\leftrightarrow Qx)$。

【评分标准】等值式可。每个公式完全正确得 1 分。

二、解答与证明（命题逻辑）。（共 20 分）

8. （4 分）

【答案例】真值表方法：

p	q	r	$p\rightarrow(q\wedge r)$	$q\leftrightarrow(p\rightarrow\neg r)$	$(q\vee r)\rightarrow p$
1	1	1	1	0	1
1	1	0	0	1	1

1	0	1	0	1	1
1	0	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0
0	1	0	1	1	0
0	0	1	1	0	0
0	0	0	1	0	1

表中可见，没有一行的赋值方式能使三个公式均为真，所以原公式不能同真。

【评分标准】证明方法不唯一。归谬赋值法、树形图方法、文字叙述推导等证明方式均可。

9. （6 分）

$\neg(p\rightarrow p)\rightarrow q$，$\neg p\rightarrow(p\rightarrow q)$，$p\rightarrow(\neg p\rightarrow q)$，$\neg(p\rightarrow q)\rightarrow p$，$p\rightarrow(\neg q\rightarrow p)$，$\neg q\rightarrow(p\rightarrow p)$。

【评分标准】每写对一个公式得 1 分，每写错一个公式扣 1 分。最低得 0 分。

10. （10 分）

（1）（2 分）$A\rightarrow B\vee\neg B$，$B\rightarrow C$，$\neg B\rightarrow D$，$D\rightarrow C\vdash A\rightarrow C$。

（2）（6 分）

(1)	$A\rightarrow B\vee\neg B$	前提
(2)	$B\rightarrow C$	前提
(3)	$\neg B\rightarrow D$	前提
(4)	$D\rightarrow C$	前提
(5)	$\mid A$	假设
(6)	$\mid B\vee\neg B$	(1) (5) →−（或 P^N 定理）
(7)	$\mid\ \mid\neg B$	假设
(8)	$\mid\ \mid D$	(3) (7) →−
(9)	$\mid C$	(4) (8) →−
(10)	$\neg B\rightarrow C$	(7) (9) →+
(11)	C	(6) (2) (10) ∨−
(12)	$A\rightarrow C$	(5) (11) →+

（3）（2 分）如果我们买保险，那么我们或者出险或者不出险。如果我们不出险，那么我们很安心。如果我们出险，那么我们得赔偿。如果我们得赔偿，那么我们很安心。所以，如果我们买保险，那么我们很安心。

三、解答与证明（词项逻辑）。（共 20 分）

11. （8 分）结论肯定，则两前提均为肯定。结论全称，则小项在结论中周延，故小项在小前提中周延，故小项只能做小前提的主项且小前提为全称。所以小前提必为 SAM。因为中项在小前提中不周延，所以中项在大前提中周延，所以中项只能做大前提的主项且大前提为全称。所以大前提必为 MAP。经检验 MAP，SAM，所以 SAP 满足所有三段论规则。故符合题意的解只有 AAA-1。

12. （6 分，每小题 3 分）图略。（1）是有效的。（2）不是有效的。

13. （6 分，每小题 2 分）

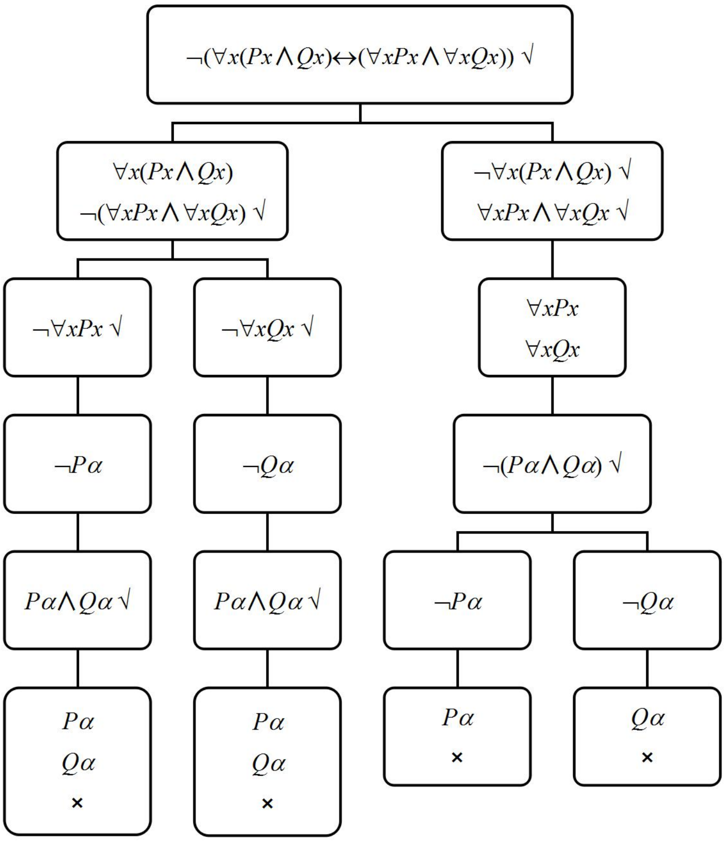
（1）无效。“华人”在两个前提中意义不一致，犯了四词项错误。

（2）无效。大项周延不当。

（3）无效。中项两次不周延。

四、解答与证明（谓词逻辑）。（共 20 分）

14. （6 分）



所有的枝都封闭，故原式的否定不可满足，所以原式是有效式。

【评分标准】根节点正确 1 分，枝叶延伸正确 3 分，√、×标记规范 1 分，得出合乎逻辑的结论 1 分。

15. （8 分，每小题 2 分）

（1）$\neg\exists x\exists y(Lx\wedge Ly\wedge\neg x=y\wedge Sxy)$。

（2）$\forall x(Px\rightarrow\exists yFyx\wedge\exists zMzx)\wedge\neg\forall x(Px\rightarrow\exists y(Fxy\vee Mxy))$。

（3）$\forall x\forall y(Bx\wedge Gy\wedge Lxy\rightarrow\forall z(Gz\wedge\neg z=y\rightarrow\neg Lxz))$。

（4）$\exists x\exists y(Nx\wedge Ny\wedge x<2\wedge y<\wedge\neg x=y)\wedge\forall x\forall y\forall z(Nx\wedge Ny\wedge Nz\wedge x<2\wedge y<2\wedge z<2\rightarrow x=y\vee y=z\vee x=z)$。

【评分标准】答案不唯一。以 0.5 分为单位，按语形的正确度、语义的完整度和准确度酌情给分。

16. （6 分，每问 3 分）

（1）不有效。个体域任取，P 解释为空集，R 解释任取。则 Px 为假，$\forall x(Px\rightarrow\exists yRxy)$ 为真；$\exists x(Px\wedge\exists yRxy)$ 为假，故原蕴含式前件真后件假，原蕴含式为假，故不有效。

（2）可满足。个体域取自然数集，P 解释为奇数集，R 解释为小于关系。则 $\forall x(Px\rightarrow\exists yRxy)$ 表示对任意奇数，总有一个比它大的自然数，为真；$\exists x(Px\wedge\exists yRxy)$ 表示存在一个奇数，有一个比它大的自然数，也为真，故原蕴含式前件真后件真，原蕴含式为真，故可满足。

五、形式推演。限用初始规则的题目，使用导出规则或定理应附证明。（共 20 分）

17. （3 分）

(1) $(A\rightarrow A)\rightarrow A$　　　　假设

(2)	A	假设
(3)	$A \to A$	(2)(2) $\to+$
(4)	A	(1)(3) $\to-$
(5)	$((A \to A) \to A) \to A$	(1)(4) $\to+$

18. （10 分）

(1)	$\exists x(Px \to Qx)$	假设
(2)	$P\alpha \to Q\alpha$	(1) $\exists-$
(3)	$\forall xPx$	假设
(4)	$P\alpha$	(3) $\forall-$
(5)	$Q\alpha$	(2)(4) $\to-$
(6)	$\exists xQx$	(5) $\exists+$
(7)	$\forall xPx \to \exists xQx$	(3)(6) $\to+$
(8)	$\exists x(Px \to Qx) \to (\forall xPx \to \exists xQx)$	(1)(7) $\to+$
(9)	$\forall xPx \to \exists xQx$	假设
(10)	$\neg\exists x(Px \to Qx)$	假设
(11)	$\neg Px$	x，假设
(12)	Px	x，假设
(13)	$\neg Qx$	x，假设
(14)	Qx	x，(13)(12)(11) $\neg-$
(15)	$Px \to Qx$	x，(12)(14) $\to-$
(16)	$\exists x(Px \to Qx)$	(15) $\exists+$
(17)	Px	(11)(16)(10) $\neg-$
(18)	$\forall xPx$	(17) $\forall+$
(19)	$\exists xQx$	(9)(18) $\to-$
(20)	$Q\alpha$	(19) $\exists-$
(21)	$P\alpha$	假设
(22)	$P\alpha \to Q\alpha$	(21)(20) $\to+$
(23)	$\exists x(Px \to Qx)$	(22) $\exists+$
(24)	$\exists x(Px \to Qx)$	(10)(23)(10) $\neg-$
(25)	$(\forall xPx \to \exists xQx) \to \exists x(Px \to Qx)$	(9)(24) $\to+$
(26)	$(\forall xPx \to \exists xQx) \leftrightarrow \exists x(Px \to Qx)$	(8)(25) $\leftrightarrow+$

19. （7 分）

(1)	$\forall x\forall y\forall z(Rxy \wedge Ryz \to Rxz)$	前提
(2)	$\forall x\forall y(Rxy \to Ryx)$	前提
(3)	$\exists y\forall xRxy$	前提
(4)	$\forall xRx\alpha$	(3) $\exists-$
(5)	$Rx\alpha$	(4) $\forall-$
(6)	$\forall y(Rxy \to Ryx)$	(2) $\forall-$
(7)	$Rx\alpha \to R\alpha x$	(6) $\forall-$
(8)	$R\alpha x$	(7)(5) $\to-$
(9)	$\forall y\forall z(Rxy \wedge Ryz \to Rxz)$	(1) $\forall-$
(10)	$\forall z(Rx\alpha \wedge R\alpha z \to Rxz)$	(9) $\forall-$

(11) $Rx\alpha \wedge R\alpha x \rightarrow Rxx$	(10) $\forall -$
(12) $Rx\alpha \wedge R\alpha x$	(5) (8) $\wedge +$
(13) Rxx	(11) (12) $\rightarrow -$
(14) $\forall x Rxx$	(13) $\forall +$