

逻辑导论

参考答案与评分标准

一、填空题。(共 16 分)

1. (2 分) 每空 0.5 分。

- (1) $\neg(\neg p \vee \neg q)$;
- (2) $(\neg p \wedge s) \vee (\neg p \wedge q)$;
- (3) $\neg p \vee q$ (仅含 \neg 和 \vee 的等值式均可);
- (4) $p \rightarrow q$ 。

2. (2 分)

矛盾式 (不可满足式)

3. (3 分) 每空 1 分。

- (1) 2;
- (2) $n-1$;
- (3) $\{n \in \mathbf{N} \mid n \geq 5\}$ 。

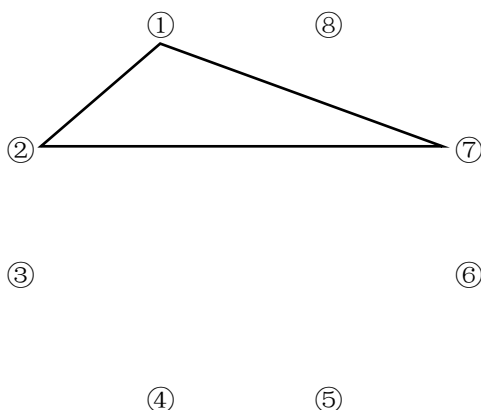
4. (2 分) 每空 0.5 分。

- (1) $\frac{P E M}{M I S} ; \frac{S O P}{S O P}$; (2) $\frac{P E M}{S A P} ; \frac{M E S}{M E S}$; (3) $\frac{P E M}{S A P} ; \frac{S E M}{S E M}$; (4) $\frac{M E P}{S A M} ; \frac{S E P}{S E P}$ 。

5. (2 分) (1) (2) 每空 0.5 分, (3) 1 分

- (1) 二; (2) AAI; (3) 中项至少周延一次。

6. (3 分) 每连对一条得 1 分, 连错一条扣 1 分; 最低得 0 分。



7. (2 分) 每选对一个得 0.5 分, 选错一个扣 0.5 分; 最低得 0 分。

ACDF

二、辨析题。判断下列命题的真假，然后给出支持你的判断的充分理由。（共 14 分）

8. （2 分）假。只能证明原式可满足。

9. （2 分）真。 $\Gamma \cup \Delta$ 可推演出矛盾，而矛盾可以推演出任意公式。

10. （2 分）假。反对关系的两个命题不能同真但可以同假；矛盾关系的两个命题必为一真一假。

11. （2 分）假。该图遗漏了表示“AC 非 B 非 D”和“BD 非 A 非 C”两个区域。（4 个集合总共应划分出 16 个逻辑上可能区域，而该图只有 14 个。）

12. （2 分）真。因为 $\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$ 和 $\forall xA(x)$ 有效，所以对任意模型（结构）， $\forall x(A(x) \rightarrow B(x))$ 和 $\forall xA(x)$ 都真，所以在该模型（结构）中，对任意自由变元的指派， $A(x) \rightarrow B(x)$ 和 $A(x)$ 都真，所以 $B(x)$ 真，所以 $\forall xB(x)$ 真；所以 $\forall xB(x)$ 有效。（语形方法不可，除非能用可靠性定理和完全性定理阐明内定理和有效式的关系。）

13. （2 分）假。每次使用存在消去类规则时必须引进新的特指常项，故 $\neg Q\alpha$ 应作 $\neg Q\beta$ ，这会导致该树形图的右枝无法封闭，故结论错误。

【评分标准】

（1）只有判断而无理由，或判断正确但理由完全错误的，均不得分。

（2）判断错误的均不得分。

（3）判断正确、理由有一定合理性但不够充分或存在瑕疵，酌情扣分。

（4）没有明确写出判断，但理由具有合理性的，可酌情给分，但不给满分。

三、证明题。写出必要的证明过程。（共 14 分）

14. （8 分）

（1）真值表方法。

A	$\neg A$	$\neg A \rightarrow \perp$	$A \leftrightarrow (\neg A \rightarrow \perp)$
0	1	0	1
1	0	1	1

对任意赋值，原式总为真，故为重言式。（2 分）

（2）

①（1 分）

- (1) $\bigcirc \perp$ 假设
 (2) $\mid \neg \perp$ (1) $\perp -$
 (3) $\neg \perp$ (1) (1) (2) $\neg +$

②（3 分）

- (1) $\bigcirc A$ 假设
 (2) $\mid \bigcirc \neg A$ 假设
 (3) $\mid \mid \perp$ (2) $\perp +$
 (4) $\mid \neg A \rightarrow \perp$ (2) (3) $\rightarrow +$
 (5) $A \rightarrow (\neg A \rightarrow \perp)$ (1) (4) $\rightarrow +$

 (6) $\bigcirc \neg A \rightarrow \perp$ 假设
 (7) $\mid \bigcirc \neg A$ 假设
 (8) $\mid \mid \perp$ (6) (7) $\rightarrow +$
 (9) $\mid \mid A$ (8) $\perp -$
 (10) $\mid A$ (7) (8) (7) $\neg -$
 (11) $(\neg A \rightarrow \perp) \rightarrow A$ (6) (10) $\rightarrow +$

 (12) $A \leftrightarrow (\neg A \rightarrow \perp)$ (5) (11) $\leftrightarrow +$

（3）① $A \rightarrow \perp$ （1 分）；② $(A \rightarrow (B \rightarrow \perp)) \rightarrow \perp$ （1 分）。（符合条件的等值式均可。）

15. （6 分）

（1）取个体域为自然数集。 P 解释为奇数集， Q 解释为偶数集。 $\exists x(Px \wedge Qx)$ 表示“存在一个自然数既是奇数又是偶数”，为假； $\exists x Px \wedge \exists x Qx$ 表示“存在自然数是奇数并且存在自然数是偶数”，为真；故等值式为假；故原公式不有效。（3 分）

（2）个体域任取。 R 解释为空关系。则对个体域内的任意个体， Rxx 为假，故 $Rxx \rightarrow \neg \exists y Rxy$ 为真，所以 $\forall x(Rxx \rightarrow \neg \exists y Rxy)$ 为真，所以可满足。（3 分）

四、解答题。写出必要的解答步骤及过程。（共 10 分）

16. （4 分）图略。

【评分标准】

- （1）正确图示大前提 1 分。
- （2）正确图示小前提 1 分。
- （3）根据主项存在假设引进存在标记“ \oplus ” 1 分。
- （4）正确得出“有效”结论 1 分。

17. （8 分）

大前提特称肯定→①大项不周延→②结论肯定→③小前提肯定
↓
④中项在大前提中不周延→⑤中项在小前提中周延

} → ⑥小前提全称且中项做主项

③⑥→⑦小项不周延→⑧结论特称

所以只有可能是 IAI-3 和 IAI-4。经检验，IAI-3 和 IAI-4 满足所有规则，即为本题所求。

【评分标准】

- （1）①至⑧共 8 个中间结论共 6 分。
- （2）最终结论 2 分。每多写一个扣 1 分。

五、一阶形式化。根据要求运用一阶语言表达命题。(共 14 分)

18. (4 分) 每题 1 分; 等值式均可, 非等值式均不可。

- (1) $\forall x(Sx \rightarrow Px)$;
- (2) $\forall x(Sx \rightarrow (Px \rightarrow \neg Qx))$;
- (3) $\forall x(Sx \wedge Px \leftrightarrow Qx)$;
- (4) $\exists x Sx \wedge \exists x Px \wedge \forall x(Sx \rightarrow \neg Px)$ 。

19. (10 分)

- (1) $\forall x(Px \rightarrow \exists y(Py \wedge Rxy)) \wedge \neg \exists x(Px \wedge \forall y(Py \rightarrow Ryx))$, 或 $\forall x \exists y(Px \rightarrow (Py \wedge Rxy)) \wedge \forall x \exists y(Px \rightarrow (Py \wedge \neg Ryx))$ 等。
- (2) $\forall x \forall y((Fx \vee Sx) \wedge (Fy \vee Sy) \rightarrow Rxy)$ 。
- (3) $\forall x \forall y(Cx \wedge Kyx \rightarrow \forall z(Kyz \rightarrow z=y))$, 或 $\forall x(Cx \wedge \exists y Kyx \rightarrow \forall z \forall w(Kzx \wedge Kwx \rightarrow z=w))$, $\forall x(Cx \wedge \exists y Kyx \rightarrow \exists y(Kyx \wedge \forall w(Kwx \rightarrow w=y)))$ 等。
- (4) $\forall x \forall y(Lx \wedge Sy \wedge \perp_{xy} \rightarrow \forall z(Lz \wedge \subset_{zx} \rightarrow \perp_{xz}))$ 。
- (5) $\exists x \exists y(Nx \wedge Ny \wedge \neg x=y) \wedge \forall x \forall y \forall z(Nx \wedge Ny \wedge Nz \rightarrow x=y \vee y=z \vee x=z)$, 或 $\exists x \exists y(Nx \wedge Ny \wedge \neg x=y \wedge \forall z(Nz \rightarrow z=x \vee z=y))$ 等。

【评分标准】

每小题 2 分。

0 分: 不知所云, 没有可取因素;

0.5 分: 表示出零星的、片段的逻辑关系;

1 分: 表示出句子的一些逻辑关系, 主要考查点的处理存在实质性错误或过度简化; 或仅仅处理了主要考查点, 其他部分缺陷重大。

1.5 分: 表示出句子主要的逻辑关系, 主要考查点处理基本正确, 存在一些缺陷或不当简化;

2 分: 翻译准确, 书写规范。允许出现不影响理解的小瑕疵(如左右括号不匹配等)。

标注非逻辑符号的语义解释不导致扣分, 但评卷时原则上不予参考。

六、应用题。阅读材料回答问题。(共 12 分)

20. (8 分)

(1) EI0-3。(2 分)

(2) $\forall x(Mx \rightarrow \neg Px)$, $\exists x(Mx \wedge Sx)$, 所以 $\exists x(Sx \wedge \neg Px)$ 。(1.5 分)

(3) 每行 0.5 分, 共 4.5 分。

- | | |
|---|------------------------|
| (1) $\forall x(Mx \rightarrow \neg Px)$ | 前提 |
| (2) $\exists x(Mx \wedge Sx)$ | 前提 |
| (3) $M\alpha \wedge S\alpha$ | (2) $\exists-$ |
| (4) $M\alpha$ | (3) $\wedge-$ |
| (5) $M\alpha \rightarrow \neg P\alpha$ | (1) $\forall-$ |
| (6) $\neg P\alpha$ | (5) (4) $\rightarrow-$ |
| (7) $S\alpha$ | (3) $\wedge-$ |
| (8) $S\alpha \wedge \neg P\alpha$ | (7) (6) $\wedge+$ |
| (9) $\exists x(Sx \wedge \neg Px)$ | (8) $\exists+$ |

21. (4 分)

【评分标准】

(1) 形式上, 揭示该推理的形式是二难推理。(2 分)

(2) 内容上, 从前提合理性、概念同一性、隐藏前提等方面进行分析, 言之成理即可。(2 分)

七、形式推演。限用初始规则的题目，使用导出规则或定理应附证明。（共 20 分）

22. (10 分) $A \wedge B \leftrightarrow \neg((B \rightarrow A) \rightarrow \neg B)$

(1)	$\bigcirc A \wedge B$	假设	0.4 分
(2)	A	(1) $\wedge -$	0.4 分
(3)	B	(1) $\wedge -$	0.4 分
(4)	$\bigcirc (B \rightarrow A) \rightarrow \neg B$	假设	0.4 分
(5)	$\bigcirc B$	假设	0.4 分
(6)	$B \rightarrow A$	(5) (2) $\rightarrow +$	0.4 分
(7)	$\neg B$	(4) (6) $\rightarrow +$	0.4 分
(8)	$\neg((B \rightarrow A) \rightarrow \neg B)$	(4) (3) (7) $\neg +$	0.4 分
(9)	$A \wedge B \rightarrow \neg((B \rightarrow A) \rightarrow \neg B)$	(1) (8) $\rightarrow +$	0.4 分（第一部分 3.6 分）
(10)	$\bigcirc \neg((B \rightarrow A) \rightarrow \neg B)$	假设	0.4 分
(11)	$\bigcirc \neg B$	假设	0.4 分
(12)	$\bigcirc B \rightarrow A$	假设	0.4 分
(13)	$(B \rightarrow A) \rightarrow \neg B$	(12) (11) $\rightarrow +$	0.4 分
(14)	B	(11) (13) (10) $\neg -$	0.4 分
(15)	$\bigcirc \neg(B \rightarrow A)$	假设	0.4 分
(16)	$\bigcirc B \rightarrow A$	假设	0.4 分
(17)	$\bigcirc B$	假设	0.4 分
(18)	$\neg B$	(17) (16) (15) $\neg +$	0.4 分
(19)	$(B \rightarrow A) \rightarrow \neg B$	(16) (18) $\rightarrow +$	0.4 分
(20)	$B \rightarrow A$	(15) (19) (10) $\neg +$	0.4 分
(21)	A	(14) (20) $\rightarrow -$	0.4 分
(22)	$A \wedge B$	(21) (14) $\wedge +$	0.4 分
(23)	$\neg((B \rightarrow A) \rightarrow \neg B) \rightarrow A \wedge B$	(10) (22) $\rightarrow +$	0.4 分（第二部分 5.6 分）
(24)	$A \wedge B \leftrightarrow \neg((B \rightarrow A) \rightarrow \neg B)$	(9) (23) $\leftrightarrow +$	0.8 分（第三部分 0.8 分）

23. (10 分)

证明:

(1)	$\bigcirc \exists x(Px \rightarrow Qx)$	假设	0.3 分
(2)	$P\alpha \rightarrow Q\alpha$	(1) $\exists-$	0.4 分
(3)	$\bigcirc \forall xPx$	假设	0.4 分
(4)	$P\alpha$	(3) $\forall-$	0.4 分
(5)	$Q\alpha$	(2) (4) $\rightarrow-$	0.4 分
(6)	$\exists xQx$	(5) $\exists+$	0.4 分
(7)	$\forall xPx \rightarrow \exists xQx$	(3) (6) $\rightarrow+$	0.4 分
(8)	$\exists x(Px \rightarrow Qx) \rightarrow (\forall xPx \rightarrow \exists xQx)$	(1) (7) $\rightarrow+$	0.3 分 (第一部分 3.0 分)
(9)	$\bigcirc \forall xPx \rightarrow \exists xQx$	假设	0.3 分
(10)	$\bigcirc \neg \exists x(Px \rightarrow Qx)$	假设	0.4 分
(11)	$\bigcirc \neg Px$	x , 假设	0.4 分
(12)	$\bigcirc Px$	x , 假设	0.4 分
(13)	$\bigcirc \neg Qx$	x , 假设	0.4 分
(14)	Qx	x , (13) (12) (11) $\neg-$	0.4 分
(15)	$Px \rightarrow Qx$	x , (12) (14) $\rightarrow-$	0.4 分
(16)	$\exists x(Px \rightarrow Qx)$	(15) $\exists+$	0.4 分
(17)	Px	(11) (16) (10) $\neg-$	0.4 分
(18)	$\forall xPx$	(17) $\forall+$	0.4 分
(19)	$\exists xQx$	(9) (18) $\rightarrow-$	0.4 分
(20)	$Q\alpha$	(19) $\exists-$	0.4 分
(21)	$\bigcirc P\alpha$	假设	0.4 分
(22)	$P\alpha \rightarrow Q\alpha$	(21) (20) $\rightarrow+$	0.4 分
(23)	$\exists x(Px \rightarrow Qx)$	(22) $\exists+$	0.4 分
(24)	$\exists x(Px \rightarrow Qx)$	(10) (23) (10) $\neg-$	0.4 分
(25)	$(\forall xPx \rightarrow \exists xQx) \rightarrow \exists x(Px \rightarrow Qx)$	(9) (24) $\rightarrow+$	0.3 分 (第二部分 6.6 分)
(26)	$(\forall xPx \rightarrow \exists xQx) \leftrightarrow \exists x(Px \rightarrow Qx)$	(8) (25) $\leftrightarrow+$	0.4 分 (第三部分 0.4 分)

