北京大学 2020—2021 学年度第 1 学期通选课期末考试

逻 辑 导 论

参考答案与评分标准

一、单项选择题。（每小题 2 分，共 30 分）

题号	1	2	3	4	5
答案	D	B	A	C	C
题号	6	7	8	9	10
答案	D	C	A	A	B
题号	11	12	13	14	15
答案	B	D	D	D	C

二、证明题。（共 20 分）

16. （5 分）

$\neg$	(	p	$\wedge$	$\neg$	(	$\neg$	r	$\to$	q	))	$\leftrightarrow$	(	p	$\to$	r	)	$\vee$	(q	$\vee$	r)
1		1	$\underline{0}$	1		1	0	0	0		0		1	0	0		0	0	0	0
0		1	1	1		1	0	0	0		0		1	0	0		$\underline{1}$	0	0	0

将该公式赋值为 0 出现矛盾，故是重言式。

17. （5 分）取论域为自然数集，R 解释为整数上的小于关系。前件为“对任意整数 x, 都有整数 y，使得 $x<y$，并且对任意整数 x, 都有整数 y，使得 $y<x$”，为真；后件为“对任意整数 x, 都有整数 y，使得 $x<y$ 并且 $y<x$”，为假。故原公式在此解释下为假，所以不是有效的。

18.（6 分）

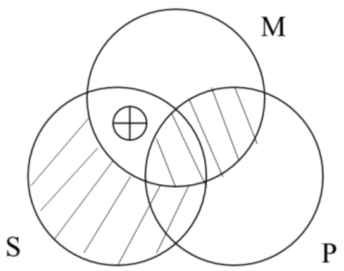
$\neg(\forall x(Px\wedge Qx)\rightarrow(\exists xPx\leftrightarrow\exists xQx))$ √

$\forall x(Px\wedge Qx)$
$\neg(\exists xPx\leftrightarrow\exists xQx)$ √

$\exists xPx$ √ $\neg\exists xQx$	$\neg\exists xPx$ $\exists xQx$ √
$P\alpha$	$Q\alpha$
$P\alpha\wedge Q\alpha$ √	$P\alpha\wedge Q\alpha$ √
$P\alpha$ $Q\alpha$	$P\alpha$ $Q\alpha$
$\neg Q\alpha$ ×	$\neg P\alpha$ ×

上面的树形图各个枝都是闭枝，故原公式的否定不可满足，原公式是有效的。

19.（4 分）由图可知，该推理形式是有效的。



三、解答题。（共 18 分）

20.（8 分）

(1) $\forall x(Nx\rightarrow\exists x(Nx\wedge Rxy))\wedge\exists x(Nx\wedge\forall y(Ny\rightarrow Rxy))$

(2) $\exists x\exists y(Nx\wedge Ny\wedge Rxa\wedge Rya\wedge\neg x=y\rightarrow\forall z(Nz\wedge Rza\rightarrow z=x\vee z=y))$

(3) $\forall x\forall y(Qx\wedge Qy\wedge\neg x=y\rightarrow\exists z(Qz\wedge((Rxz\wedge Rzy)\vee(Ryz\wedge Rzx)))$，或 $\forall x\forall y(Qx\wedge Qy\wedge Rxy\rightarrow\exists z(Qz\wedge Rxz\wedge Rzy))$

(4) $\exists x(Hx\wedge\exists y\exists z(Fxy\wedge Fxz\wedge\neg y=z))\wedge\neg\exists x(Hx\wedge\exists y\exists z(Fyx\wedge Fzx\wedge\neg y=z))$

【评分标准】

每小题 2 分，按以下 5 档评定得分。答案不唯一。

0 分：不知所云，没有可取因素；

0.5 分：表示出零星的、片段的逻辑关系；

1 分：表示出句子的一些逻辑关系，主要考查点的处理存在实质性错误或过度简化；或仅仅处理了主要考查点，其他部分缺陷重大。

1.5 分：表示出句子主要的逻辑关系，主要考查点处理基本正确，存在一些缺陷或不当简化；

2 分：翻译准确，书写规范。允许出现不影响理解的小瑕疵（如左右括号不匹配等）。

标注非逻辑符号的语义解释不导致扣分，但评卷时原则上不予参考。

21.（10 分）翻译 2 分、推演 4 分、分析 4 分

(1)	$\exists x(Wx\wedge\forall y(Wy\rightarrow y=x)\wedge x=c)$	前提
(2)	Sc	前提
(3)	$\forall x(Sx\rightarrow\exists y(Dy\wedge Hxy))$	前提
(4)	$W\alpha\wedge\forall y(Wy\rightarrow y=\alpha)\wedge\alpha=c$	(1)∃−
(5)	$W\alpha\wedge\forall y(Wy\rightarrow y=\alpha)$	(4)∧−
(6)	$\alpha=c$	(4)∧−
(7)	$S\alpha$	(2)(6)R=
(8)	$S\alpha\rightarrow\exists y(Dy\wedge H\alpha y)$	(3)∀−
(9)	$\exists y(Dy\wedge H\alpha y)$	(7)(8)→−
(10)	$W\alpha\wedge\forall y(Wy\rightarrow y=\alpha)\wedge\exists y(Dy\wedge H\alpha y)$	(5)(9)∧+
(11)	$\exists x(Wx\wedge\forall y(Wy\rightarrow y=x)\wedge\exists y(Dy\wedge Hxy))$	(10)∃+

《威弗利》的作者是摹状词，司各特是专名。按罗素的观点，摹状词不是项，而是不完全符号，不具有指称功能。故“司各特”不能等同替换“《威弗利》的作者”。乔治四世想知道的是“是否存在唯一一个写了《威弗利》的人且这个人是司各特”，而不是“司各特等于司各特”。

【意思与此相近均可得分】

其他可能的回答：摹状词指称集合（类），专名指称个体，故二者不可等值替换。如同“《红楼梦》的作者”指称集合{x|x 写作了《红楼梦》}={曹雪芹,高鹗}一样，“《威弗利》的作者”这一摹状词实际上指称集合{x|x 写作了《威弗利》}={司各特}，而{司各特}≠司各特，所以原推理中的等同替换规则使用不正确，故推理无效。乔治四世想知道的是“司各特∈{x|x 写作了《威弗利》}”是否为真，而不是“司各特=司各特”是否为真。

四、形式推演。限用初始规则的题目，使用导出规则或定理应附证明。（共 32 分）

【评分建议】

评卷人可将每题满分平均分配给每个步骤，按步骤给分（最后得分取整）；也可根据考生所给证明的完整度、正确度和规范度综合评定得分。

对证明不完全正确的答卷，考生得分应与答案所展示的对形式推演规则的掌握、方法的理解、技巧的运用、规则使用的严格性和书写的规范性水平相匹配。对于作答较差的答卷，应充分考虑其中的合理因素。对证明方法与参考答案不同，尤其是又不完全正确的答卷，评卷人应仔细分析和评定其正确性和完成度，恰当给出分数，避免“要么满分，要么零分”的倾向。

证明的规范性问题，如不书写证明依据，或证明依据中的行号错误、行号遗漏、规则名称错误、规则名称不完整等均应影响得分。不书写证明依据的步骤或部分，得分不超过该步骤或部分满分的 50%。

证明过程中使用导出规则或定理的，如未正确附带给出其初始证明，应视使用导出规则或定理对推演的简省程度降低得分。使推演更复杂的，可减少扣分，但不可给满分。

参考答案简省了全部涉及自推规则的推导步骤。是否简省这些步骤原则上不影响得分。

22.（6 分）【证明】

(1)	$\forall x\exists y Rxy$	前提
(2)	$\forall x\forall y(Rxy\rightarrow\neg Ryx)$	前提
(3)	$\exists y\forall x Rxy$	假设
(4)	$\forall x Rx\alpha$	(3)∃−
(5)	$\exists y R\alpha y$	(1)∀−
(6)	$R\alpha\beta$	(5)∃−
(7)	$R\beta\alpha$	(4)∀−
(8)	$\forall y(R\alpha y\rightarrow\neg Ry\alpha)$	(2)∀−
(9)	$R\alpha\beta\rightarrow\neg R\beta\alpha$	(8)∀−
(10)	$\neg R\beta\alpha$	(6)(9)→−
(11)	$\neg\exists y\forall x Rxy$	(3)(7)(10)¬+

23. （6 分）【证明】

(1)	$\forall x(\exists yRxy\rightarrow Px)$	假设
(2)	$\exists yRxy\rightarrow Px$	(1)∀−
(3)	Rxy	x，y，假设
(4)	$\exists yRxy$	x，(3)∃+
(5)	Px	x，(2)(4)→−
(6)	$Rxy\rightarrow Px$	(3)(5)→+
(7)	$\forall y(Rxy\rightarrow Px)$	(6)∀+
(8)	$\forall x\forall y(Rxy\rightarrow Px)$	(7)∀+
(9)	$\forall x(\exists yRxy\rightarrow Px)\rightarrow\forall x\forall y(Rxy\rightarrow Px)$	(1)(8)→+
(10)	$\forall x\forall y(Rxy\rightarrow Px)$	假设
(11)	$\forall y(Rxy\rightarrow Px)$	(10)∀−
(12)	$\exists yRxy$	x，假设
(13)	$Rx\alpha$	x，(12)∃−
(14)	$Rx\alpha\rightarrow Px$	(11)∀−
(15)	Px	x，(14)(13)→−
(16)	$\exists yRxy\rightarrow Px$	(12)(15)→+
(17)	$\forall x(\exists yRxy\rightarrow Px)$	(16)∀+
(18)	$\forall x\forall y(Rxy\rightarrow Px)\rightarrow\forall x(\exists yRxy\rightarrow Px)$	(10)(17)→+
(19)	$\forall x(\exists yRxy\rightarrow Px)\leftrightarrow\forall x\forall y(Rxy\rightarrow Px)$	(9)(18)↔+

24. （6 分）【证明】

(1)	$A\vee(B\vee C)$	假设
(2)	A	假设
(3)	$A\vee B$	(2)∨+
(4)	$(A\vee B)\vee C$	(3)∨+
(5)	$A\rightarrow(A\vee B)\vee C$	(2)(4)→+
(6)	$B\vee C$	假设
(7)	B	假设
(8)	$A\vee B$	(7)∨+
(9)	$(A\vee B)\vee C$	(8)∨+
(10)	$B\rightarrow(A\vee B)\vee C$	(7)(9)→+
(11)	C	假设
(12)	$(A\vee B)\vee C$	(11)∨+
(13)	$C\rightarrow(A\vee B)\vee C$	(7)(9)→+
(14)	$(A\vee B)\vee C$	(6)(10)(13)∨−
(15)	$B\vee C\rightarrow(A\vee B)\vee C$	(7)(9)→+
(16)	$(A\vee B)\vee C$	(1)(5)(15)∨−
(17)	$A\vee(B\vee C)\rightarrow(A\vee B)\vee C$	(1)(16)→+

25. （6 分）【证明】$\neg(A\leftrightarrow B)\rightarrow(\neg A\leftrightarrow B)$

(1)	○$\neg(A\leftrightarrow B)$	假设
(2)	○$\neg A$	假设
(3)	○$\neg B$	假设
(4)	○A	假设
(5)	○$\neg B$	假设
(6)	B	(2) (4) (5) $\neg-$
(7)	$A\rightarrow B$	(4) (6) $\rightarrow+$
(8)	○B	假设
(9)	○$\neg A$	假设
(10)	A	(3) (8) (9) $\neg-$
(11)	$B\rightarrow A$	(8) (10) $\rightarrow+$
(12)	$A\leftrightarrow B$	(7) (11) $\leftrightarrow+$
(13)	B	(1) (10) (2) $\neg-$
(14)	$\neg A\rightarrow B$	(2) (13) $\rightarrow+$
(15)	○B	假设
(16)	○A	假设
(17)	○A	假设
(18)	$A\rightarrow B$	(17) (15) $\rightarrow+$
(19)	○B	假设
(20)	$B\rightarrow A$	(19) (16) $\rightarrow+$
(21)	$A\leftrightarrow B$	(18) (21) $\leftrightarrow+$
(22)	$\neg A$	(1) (21(16) $\neg-$
(23)	$B\rightarrow\neg A$	(15) (22) $\rightarrow+$
(24)	$\neg A\leftrightarrow B$	(14) (23) $\leftrightarrow+$
(25)	$\neg(A\leftrightarrow B)\rightarrow(\neg A\leftrightarrow B)$	(1) (24) $\rightarrow+$

26.（8 分）

证明:

(1)	$\exists xPx\to\forall x(Px\to\neg x=x)$	假设
(2)	$\quad\neg\forall x\forall y(Px\wedge Py\to\neg x=y)$	假设
(3)	$\quad\quad Px\wedge Py$	x,y,假设
(4)	$\quad\quad\quad x=y$	x,y,假设
(5)	$\quad\quad\quad Px$	x, (3)∧-
(6)	$\quad\quad\quad \exists xPx$	(5)∃+
(7)	$\quad\quad\quad \forall x(Px\to\neg x=x)$	(1) (6)→-
(8)	$\quad\quad\quad P\alpha$	(6)∃-
(9)	$\quad\quad\quad P\alpha\to\neg\alpha=\alpha$	(7)∀-
(10)	$\quad\quad\quad \neg\alpha=\alpha$	(8)(9)→-
(11)	$\quad\quad \neg x=y$	x,y, (4)(10)¬+
(12)	$\quad Px\wedge Py\to\neg x=y$	(3)(11)→+
(13)	$\quad\forall y(Px\wedge Py\to\neg x=y)$	(12) ∀+
(14)	$\quad\forall x\forall y(Px\wedge Py\to\neg x=y)$	(13) ∀+
(15)	$\forall x\forall y(Px\wedge Py\to\neg x=y)$	(2)(14)¬-
(16)	$(\exists xPx\to\forall x(Px\to\neg x=x))\to\forall x\forall y(Px\wedge Py\to\neg x=y)$	(1)(15)→+
(17)	$\quad\forall x\forall y(Px\wedge Py\to\neg x=y)$	假设
(18)	$\quad\quad\neg(\exists xPx\to\forall x(Px\to\neg x=x))$	假设
(19)	$\quad\quad\quad\neg\exists xPx$	假设
(20)	$\quad\quad\quad\quad\exists xPx$	假设
(21)	$\quad\quad\quad\quad\quad\neg\forall x(Px\to\neg x=x)$	假设
(22)	$\quad\quad\quad\quad\quad\exists xPx$	(20)∈
(23)	$\quad\quad\quad\quad\quad\neg\exists xPx$	(19)∈
(24)	$\quad\quad\quad\quad\forall x(Px\to\neg x=x)$	(21) (22) (23)¬+
(25)	$\quad\quad\quad\exists xPx\to\forall x(Px\to\neg x=x)$	(20) (24)→+
(26)	$\quad\quad\quad\neg(\exists xPx\to\forall x(Px\to\neg x=x))$	(18) ∈
(27)	$\quad\quad\exists xPx$	(19) (25) (26)¬−
(28)	$\quad\quad P\alpha$	(27)∃-
(29)	$\quad\quad\forall y(P\alpha\wedge Py\to\neg\alpha=y)$	(17) ∀−
(30)	$\quad\quad P\alpha\wedge P\alpha\to\neg\alpha=\alpha$	(29)∀-
(31)	$\quad\quad P\alpha$	(28)∈
(32)	$\quad\quad P\alpha\wedge P\alpha$	(28)(31)∧+
(33)	$\quad\quad\neg\alpha=\alpha$	(30)(32)→-
(34)	$\quad\exists xPx\to\forall x(Px\to\neg x=x)$	(18)(33)¬-
(35)	$\forall x\forall y(Px\wedge Py\to\neg x=y)\to\exists xPx\to\forall x(Px\to\neg x=x)$	(17) (34)→+
(36)	$(\exists xPx\to\forall x(Px\to\neg x=x))\leftrightarrow\forall x\forall y(Px\wedge Py\to\neg x=y)$	(16) (34)↔+