



# 逻辑导论

## 答卷须知

1. 本卷共 2 页，卷面满分 100 分，答题时限 170 分钟。
2. 请在答题纸的规定区域内作答。在试卷、草稿纸或答题纸密封区域内作答无效。
3. 考试结束后，请将试卷、答题纸和草稿纸按顺序整理好后上交。

## 约定

为简明起见，本卷中的谓词逻辑公式  $P(t_1, \dots, t_n)$  均简写为  $Pt_1 \dots t_n$ 。考生可自行选择简写或不简写。

## 一、填空题。(共 20 分)

1. (4 分) 构造符合要求的命题逻辑公式。

(1) 仅考虑真值条件，用一个公式表达“要么  $p$ ，要么  $q$ ，二者只居其一”：\_\_\_\_\_。

(2) 用“ $\neg$ ”和“ $\wedge$ ”定义“ $\rightarrow$ ”： $p \rightarrow q$  定义为\_\_\_\_\_。

(3) 用“德-摩根律”变形： $p \wedge q$  等值于\_\_\_\_\_。

(4) 用“分配律”变形： $(p \wedge q) \vee \neg r$  等值于\_\_\_\_\_。

2. (2 分) 现引进一个新的二元真值联结词“ $\Delta$ ”，已知它能使以下公式成为重言式：①  $\neg((p \Delta p) \Delta (p \Delta p))$ ；②  $(p \Delta \neg p) \Delta (p \Delta p)$ 。根据以上条件，推断  $\Delta$  的真值表：

$p$	$q$	$p \Delta q$
1	1	
1	0	
0	1	
0	0	

3. (2 分) 一位同学对一个命题逻辑公式进行某种归谬赋值。他将该公式的主联结词赋值为 1，最后得到了无矛盾的赋值结果。上述赋值过程如果是正确的，则可以证明：\_\_\_\_\_（填写所有正确结论的字母代号）。

- A. 该公式是重言式      B. 该公式不是重言式      C. 该公式是矛盾式      D. 该公式不是矛盾式  
E. 该公式是可满足式      F. 该公式不是可满足式      G. 该公式是偶真式      H. 该公式不是偶真式

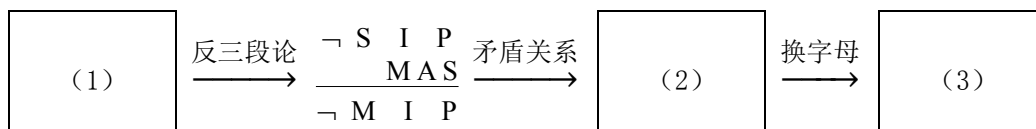
4. (3 分) 运用直言命题直接推理的知识填空：

(1) “所有的天鹅都不是黑色的”运用换质法可推出“\_\_\_\_\_”；

(2) SAP 运用换位法可推出\_\_\_\_\_；

(3) “所有的自然数都是有理数”运用差等关系可推出：“\_\_\_\_\_”。

5. (3 分) 以下为将一个标准形式的非第一格三段论化归为第一格的流程图。根据提示将化归步骤补充完整。



6. (4 分) 设一元谓词  $S$ 、 $P$ 、 $Q$  分别表示集合  $S$ 、 $P$ 、 $Q$ ，用一阶公式表达下列命题（谓词符号只能使用  $S$ 、 $P$ 、 $Q$ ）：

(1)  $S$  是  $P$  的子集：\_\_\_\_\_；

(2) 相对于  $S$  而言， $P$  和  $Q$  呈反对关系：\_\_\_\_\_；

(3)  $S$  和  $P$  的交集不是空集：\_\_\_\_\_；

(4)  $P$  等于  $Q$ : \_\_\_\_\_。

7. (2分) 设  $a$  是个体常项,  $P, Q$  是一元谓词。考虑如下推演关系:  $\exists xPx \wedge \exists xQx \vdash \boxed{\quad}$ 。现欲在方框中填入一个公式, 使得该推演关系成立。以下公式中可填入方框中的有 \_\_\_\_\_ (填写所有满足题意的公式的字母代号)。

A.  $Px$

B.  $Pa$

C.  $\exists yPy \wedge \exists zQz$

D.  $\exists x(Px \wedge Qx)$

E.  $\neg(\exists xQx \rightarrow \forall x\neg Px)$

F.  $\neg\exists x(Px \wedge \neg Px)$

## 二、解答与证明 (命题逻辑)。(共 20 分)

8. (4分) 公式  $p \rightarrow (q \wedge r)$ ,  $q \leftrightarrow (p \rightarrow \neg r)$  和  $(q \vee r) \rightarrow p$  能否同时为真? 如果能, 求出同时为真时命题变元的取值; 如果不能, 请给出证明。

9. (6分) 对以下 8 个符号进行重新排列组合, 形成重言式。列举出所有可能的组合 (每个重言式须全部用上 8 个符号)。

$p \quad p \quad q \quad \neg \quad \rightarrow \quad \rightarrow \quad ( \quad )$

10. (10分) 现有如下一段旨在劝人们不要买保险的推理:

如果我们买保险 ( $A$ ), 那么我们或者出险 ( $B$ ) 或者不出险。如果我们出险, 那么我们很沮丧 ( $C$ )。如果我们不出险, 那么我们白花钱 ( $D$ )。如果我们白花钱, 那么我们很沮丧。所以, 如果我们买保险, 那么我们很沮丧。

(1) 将以上推理用命题逻辑语言符号化。

(2) 构造  $P^N$  形式推演证明该推理的形式是正确的。

(3) 模仿上述推理, 运用类似的推理形式“反其道而行”, 构造一段同样合乎常识的推理来论证“如果我们买保险, 那么我们很安心”(用文字叙述)。

## 三、解答与证明 (词项逻辑)。(共 20 分)

11. (8分) 运用三段论一般规则, 求结论为全称肯定命题的所有三段论有效格式。

MEP

12. (6分) 基于主项存在假设, 用文恩图检验如下三段论的有效性: (1)  $\frac{MAS}{SOP}$ ; (2) OIO-3。

13. (6分) 结合词项逻辑相关知识或理论, 评价下列词项逻辑推理的有效性并给出理由。

(1) 华人居住在世界各地。张小明是华人。所以, 张小明居住在世界各地。

(2) 有些甲类样本不是乙类样本, 所有乙类样本都是丙类样本。所以, 有些甲类样本不是丙类样本。

(3) 所有的大学都是社会组织。有些社会组织不是公司。所以, 并非有些公司是大学。

## 四、解答与证明 (谓词逻辑)。(共 20 分)

14. (6分) 用树形图方法验证一阶公式  $\forall x(Px \wedge Qx) \leftrightarrow (\forall xPx \wedge \forall xQx)$  是有效式。

15. (8分) 用一阶公式翻译下列自然语言的句子。要求: ①取个体域为全域; ②根据需要等词; ③只写公式, 不标注各种符号的语义解释。

(1) 没有两片相同的树叶。

(2) 每个人都有父母, 但并非每个人都是父母。

(3) 如果一位男生喜欢一位女生, 那么这位男生不喜欢别的女生。

(4) 有且仅有两个比 2 小的自然数。(要求使用二元谓词“ $<$ ”。“ $x$  小于  $y$ ”可直接写作“ $x < y$ ”。)

16. (6分) 构造恰当的模型, 证明: 公式  $\forall x(Px \rightarrow \exists yRxy) \rightarrow \exists x(Px \wedge \exists yRxy)$  不有效, 但可满足。

## 五、形式推演。限用初始规则的题目, 使用导出规则或定理应附证明。(共 20 分)

17. (3分) 仅用  $P^N$  初始规则, 证明:  $((A \rightarrow A) \rightarrow A) \rightarrow A$  是  $P^N$  定理。

18. (10分) 仅用  $Q^N$  初始规则, 证明:  $(\forall xPx \rightarrow \exists xQx) \leftrightarrow \exists x(Px \rightarrow Qx)$  是  $Q^N$  定理。

19. (7分) 在  $Q^N$  中推演:  $\forall x\forall y\forall z(Rxy \wedge Ryz \rightarrow Rxz), \forall x\forall y(Rxy \rightarrow Ryx), \exists y\forall xRxy \vdash \forall xRxx$ 。