

逻辑导论

答卷须知

- 1. 本卷共 2 页，卷面满分 100 分，答题时限 180 分钟。
- 2. 请在答题纸的规定区域内作答。在试卷、草稿纸或答题纸密封区域内作答无效。
- 3. 考试结束后，请将试卷、答题纸和草稿纸按顺序整理好后上交。

约定

- 1. 词项逻辑的题目均以接受“主项存在假设”为前提。
- 2. 为简明起见，本卷中的谓词逻辑公式  $P(t_1, \cdots, t_n)$  均简写为  $Pt_1 \cdots t_n$ 。考生可自行选择简写或不简写。

一、单项选择题。每小题有且只有一个选项符合题意，请将符合题意选项的字母代号写在答题纸上。（每小题 2 分，共 30 分）

- 1. 下列关于推理和推理形式的说法正确的是
  - A. 若一个推理的形式无效，则其结论必然为假
  - B. 若一个推理的结论为假，则其形式必然无效
  - C. 若一个推理的形式无效且所有前提为真，则其结论必然为假
  - D. 若一个推理的结论为假且所有前提为真，则其形式必然无效

2. 甲、乙、丙、丁四位女生穿的衣服颜色各不相同，有红色、黄色、蓝色、绿色四种。在问到她们各自衣服的颜色时，甲说：“乙的衣服不是黄色的。”乙说：“丙的衣服是绿色的。”丙说：“丁的衣服不是蓝色的。”丁说：“甲、乙、丙三人中恰有一个人的衣服是绿色的，而且她们三人中只有这个穿绿衣服的人说的是实话。”如果事实上丁说的是实话，那么穿红衣服的人是

- A. 甲
- B. 乙
- C. 丙
- D. 丁

3. 心理学家曾做过如下一个实验。实验员准备了一套特制的卡牌，每张卡牌的正面印有一个英文字母，背面印有一个阿拉伯数字。实验员将许多卡牌随意地放到被试面前的桌子上并告诉被试：“有这样一条规则——如果一张卡片的正面是元音字母，则其背面就是偶数。现在，请你们翻动面前的卡牌来验证这条规则是否正确。”结果许多被试翻动正面印有辅音字母的卡牌来检查其背面是否是奇数。这些被试

- ①试图寻找反例来证伪某个普遍性结论，尽管其找到的“反例”不一定正确
- ②试图归纳个例来得出某个普遍性结论，尽管其考察的个例不一定丰富而全面
- ③可能将某些“如果……则……”句子理解成了充分必要条件的表述方式
- ④认识到对于“如果……则……”类型的条件句，可以通过否定其后来来否定其前件

- A. ①③
- B. ①④
- C. ②③
- D. ②④

4. S 教授认为，A 国政府不应该实施严格的新冠肺炎疫情防控政策。因为如果实施，将不可避免地导致 A 国经济衰退和失业率升高，这将使得许多经济拮据的民众走上街头进行抗议甚至爆发群体性事件，加剧社会动荡。相较之下，不采取严格防控措施就不会牺牲经济，民众的收入就有一定的保障。这虽然会导致疫情加剧，但让医疗卫生系统承受更大的压力是代价最小的选择。下列选项如果为真，最能削弱 S 教授论证的是

- A. A 国政府有足够的能力和经验来应对偶发的民众抗议和群体性事件
- B. 并非所有国家的医疗系统都有足够的抗压能力来应对激增的新冠肺炎就医需求
- C. 民众健康长期受损和医疗系统承受极大压力也很可能积累不满并导致社会动荡
- D. S 教授被曝经常收受当局贿赂，发表不实言论来为某些官员的不合理决策辩护

- 5. 将某个命题逻辑公式和一个偶真式析取起来，必将得到一个
  - A. 偶真式
  - B. 重言式
  - C. 可满足式
  - D. 矛盾式

6. 设二元真值函项“ $\blacktriangle$ ”满足如下真值表，则下列推理**不有效**的是

$p$	$q$	$p\blacktriangle q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

- A. 从  $A\blacktriangle \neg B$  推出  $B\blacktriangle \neg A$
- B. 从  $A\blacktriangle \neg B$  和  $A$  推出  $B$
- C. 从  $A\blacktriangle \neg B$  推出  $\neg B\blacktriangle A$
- D. 从  $A\blacktriangle \neg B$  和  $B$  推出  $\neg A$

7. 下列公式与  $(p \vee q) \vee r$  逻辑等值的是

- A.  $(\neg p \rightarrow q) \rightarrow r$
- B.  $\neg(p \rightarrow \neg q) \rightarrow r$
- C.  $\neg p \wedge \neg q \rightarrow r$
- D.  $\neg p \vee \neg q \rightarrow r$

8. 设命题  $p$  和命题  $q$  构成下反对关系，则

- A.  $\neg p$  和  $\neg q$  一定构成反对关系
- B.  $\neg p$  和  $\neg q$  一定构成矛盾关系
- C.  $\neg p$  和  $q$  一定构成反对关系
- D.  $\neg p$  和  $q$  一定构成矛盾关系

9. “并非所有的 N 类样本都是 M 实验室提供的。M 实验室提供的样本都能使 S 试剂变色。所以，有些 N 类样本不能使 S 试剂变色。”该三段论整理为标准形式后属于

- A. AOO 式
- B. OAO 式
- C. AEO 式
- D. EAO 式

10. “道教是中国传统文化，道教发源于江西龙虎山，所以，中国传统文化都发源于江西龙虎山。”该三段论的错误之处在于

- A. 大项周延不当
- B. 小项周延不当
- C. 中项两次不周延
- D. 从两个特称前提推出结论

11. 若一个有效的三段论推理的大前提和结论均为特称否定命题，则其小前提是

- A. SAM
- B. MAS
- C. SIM
- D. MIS

12. 已知 D 是一个有效的三段论推理，则下列关于 D 的命题**错误**的是

- A. 若 D 的结论是 A 命题，则 D 只能是 AAA-1
- B. 若 D 的结论是 E 命题，则将结论改为 O 命题后推理依然有效
- C. 若 D 的结论是 I 命题，则互换结论主谓项的位置后推理依然有效
- D. 若 D 的结论是 O 命题，则 D 不能有两个全称的前提

13. 设一元谓词  $P$ 、 $Q$ 、 $S$  表示事物 P、Q、S，则一阶公式  $\forall x(Px \rightarrow (Qx \rightarrow Sx))$  表达的是

- A. 所有的 P 都是 Q，并且所有的 Q 都是 S
- B. 所有的 P 都或者是 Q 或者是 S
- C. 如果所有的 P 都是 Q，那么所有的 Q 都是 S
- D. 所有既是 P 又是 Q 的事物都是 S

14. 设二元谓词  $R$  表示“认识”关系，个体常项  $a$  和  $b$  分别表示李明和张华。取个体域为人的集合，则下列一阶公式能够正确表达“最多只能有两个人既认识李明又认识张华”的是

- A.  $\exists x \exists y (Rxa \wedge Rxb \wedge Rya \wedge Ryb \wedge \forall z (Rza \wedge Rzb \rightarrow z=x \vee z=y))$
- B.  $\neg \forall x \forall y \forall z (Rxa \wedge Rxb \wedge Rya \wedge Ryb \wedge Rza \wedge Rzb \rightarrow \neg z=x \wedge \neg z=y \wedge \neg x=y)$
- C.  $\exists x \exists y (Rxa \wedge Rxb \wedge Rya \wedge Ryb) \rightarrow \forall z (Rza \wedge Rzb \rightarrow z=x \vee z=y)$
- D.  $\forall x \forall y (Rxa \wedge Rxb \wedge Rya \wedge Ryb \rightarrow \forall z (\neg z=x \wedge \neg z=y \wedge \neg x=y \wedge Rza \rightarrow \neg Rzb))$

15. 设  $P$ 、 $Q$ 、 $S$  是一元谓词， $a$  是个体常项。考虑如下推演关系： $\forall x(Px \wedge Qx \rightarrow Sx) \vdash \boxed{\hspace{2cm}}$ 。现欲在方框中填入一个公式，使得该推演关系成立。以下公式中**不可**填入方框中的是

- A.  $(Pa \rightarrow Qa) \wedge Pa \rightarrow Sa$
- B.  $Pa \wedge \neg Sa \rightarrow \neg Qa$
- C.  $\exists x Px \wedge \exists x Qx \rightarrow \exists x Sx$
- D.  $\forall x Px \wedge \forall x Qx \rightarrow \forall x Sx$

二、证明题（共 20 分）

- 16.（5 分）用归谬赋值法判明如下公式是否是重言式： $\neg(p \wedge \neg(\neg r \rightarrow q)) \leftrightarrow (p \rightarrow r) \vee (q \vee r)$ 。
- 17.（5 分）构造恰当的模型，证明：一阶公式 $\forall x \exists y Rxy \wedge \forall x \exists y Ryx \rightarrow \forall x \exists y (Rxy \wedge Ryx)$ 不是有效的。
- 18.（6 分）作树形图验证如下公式的有效性： $\forall x (Px \wedge Qx) \rightarrow (\exists x Px \leftrightarrow \exists x Qx)$ 。
- 19.（4 分）作文恩图验证如下三段论的有效性：所有 M 都不是 P，所有 S 都是 M，所以，有的 S 不是 P。

三、解答题（共 18 分）

- 20.（8 分）设一元谓词  $N$ 、 $Q$  分别表示“...是自然数”和“...是有理数”，二元谓词  $R$  表示“小于”关系，常项  $a$  表示自然数“2”。用一阶公式表达下列命题。【要求：①取个体域为全域；②根据需要使用等词；③第(4)问自行选择适当的谓词符号。】
- （1）没有最大的自然数，但有最小的自然数。
- （2）有且只有两个小于 2 的自然数。
- （3）任意两个有理数之间总能找到第三个有理数。
- （4）有的人是两个孩子的父亲，但没有人是两个父亲的孩子。

21. 摹状词理论是罗素的一项伟大创造。

- （1）（6 分）在  $Q^N$  中证明如下推理有效：

《威弗利》的作者是司各特，司各特是苏格兰人，每个苏格兰人都至少有一条格子裙，  
所以，《威弗利》的作者至少有一条格子裙。

【要求：①先翻译为一阶语句，再推演；②把“《威弗利》的作者”处理为限定摹状词、“司各特”为个体名字；③翻译时个体域取全域，选择适当的谓词符号和常项符号，并注明非逻辑符号的解释。】

- （2）（4 分）考虑如下推理：乔治四世想知道《威弗利》的作者是否是司各特，司各特是《威弗利》的作者，  
所以，乔治四世想知道司各特是否是司各特。

这个推理只使用了等同替换规则。但直观上我们不认为这是一个有效的推理。请用摹状词理论分析，这个推理为什么无效。

四、形式推演。写出规范的推演过程。限用初始规则的题目，使用导出规则或定理应附证明。（22-25 题各 6 分，26 题 8 分，共 32 分）

22. 在  $Q^N$  中推演： $\forall x \exists y Rxy, \forall x \forall y (Rxy \rightarrow \neg Ryx) \vdash \neg \exists y \forall x Rxy$ 。
23. 限用  $Q^N$  初始规则，证明： $\forall x (\exists y Rxy \rightarrow Px) \leftrightarrow \forall x \forall y (Rxy \rightarrow Px)$  是  $Q^N$  定理。
24. 限用  $P^N$  初始规则，证明： $A \vee (B \vee C) \rightarrow (A \vee B) \vee C$  是  $P^N$  定理。
25. 限用  $P^N$  初始规则，证明： $\neg(A \leftrightarrow B) \rightarrow (\neg A \leftrightarrow B)$  是  $P^N$  定理。
26. 限用  $Q^N$  初始规则，证明： $(\exists x Px \rightarrow \forall x (Px \rightarrow \neg x = x)) \leftrightarrow \forall x \forall y (Px \wedge Py \rightarrow \neg x = y)$

【在证明过程中，可以把任何形如  $\neg x = x$  的公式看作逻辑矛盾】