北京大学2016—2017学年度第2学期通选课期末试卷

逻 辑 导 论

答卷须知

1. 本卷卷面满分100分，答题时限150分钟。
2. 请在答题纸上作答。在试卷或草稿纸上作答无效。
3. 考试结束后，请将本卷、草稿纸与答题纸一同上交。

约定

为简明起见，本卷中的谓词逻辑公式*P*(*t*1,…,*tn*)均简写为*Pt*1…*tn*。考生可自行选择简写或不简写。

1. 填空题。（共20分）

1.（3分）将下列命题逻辑公式等值地变形为联结词仅含¬和→的公式：

（1）(*p*∧*q*)∨¬*r*等值于\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

（2）*p*↔¬*q*等值于\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

（3）(*p*∧*r*)∨(*q*∧*r*)→(*p*∨*q*)∧*r*等值于\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

2.（2分）以下命题逻辑公式中，属于重言式的是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（填写所有重言式的字母编号）。

A.*p*∨¬*p* B.(*p*→*p*)→*p* C.(*p*→¬*p*)∨(¬*p*→*p*)

D.¬(*p*→*q*∧¬*q*) E.*p*→(¬*q*→*p*) F. *p*∧(*q*→*r*)→(*p*∧*q*→*p*∧*r*)

3.（2分）以下6个公式无法同时为真；但其中有一个公式，如果将其去掉，那么剩下的5个可以同时为真，这个公式是\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（填写该公式的字母编号）。

A.*p*∨¬*p* →*q* B.*p*→¬(*p*∨*q*) C.(¬*p*→*p*)→*q*

D.*p*→¬*p*∨¬*q* E.*p*∨*q*→*p*∧*q* F.¬(¬*q*→*p*)

4.（3分）“所有的打印纸都不是黑色的。”写出该直言命题的以下三种直接推理结果：（1）用换质法推出\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；（2）用换位法推出\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；（3）用对当方阵中的矛盾关系推出\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

5.（2分）“所有的企鹅都是鸟，并非所有的鸟都会飞，所以，并非所有的企鹅都会飞。”

该推理整理为标准形式的三段论后，属于第 （1） 格 （2） 式；它是无效的，因为它违反了三段论的一般规则： （3） 。

6.（3分）在方框中填入合适的字母，构成有效的、标准的三段论推理形式：

（1）；（2）；（3）。

7.（2分）以下谓词逻辑公式中，与¬∃*xPx*等值的有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（填写所有等值公式的字母编号）。

A.∀*y*¬*Py* B.∀*x*(*Px*→¬*x*=*x*) C.∀*x*(*Px*→¬*Px*)

D.∃*xPx*→∃*x*(*Px*∧¬*Px*) E.∃*x*(*Px*→*Px*∧¬*Px*) F.∀*x*∀*y*(*Px*∧*Py*→¬*x*=*y*)

8.（3分）设语言*L*有三个一元谓词符号*P*,*Q*,*R*和三个常项符号*a*,*b*,*c*。<*D*,*I*>是一个*L*的解释：个体域*D*有且仅有三个元素*a*,*b*,*c*；*P*,*Q*,*R*是*D*的子集；*I*(*P*)＝*P*，*I*(*Q*)＝*Q*，*I*(*R*)＝*R*，*I*(*a*)＝*a*，*I*(*b*)＝*b*，*I*(*c*)＝*c*。将*a*,*b*,*c*三个元素填入文恩图中恰当位置，使得该图配置能使以下公式在<*D*,*I*>上同时为真：

（1）*Pa*；

*D P*

*Q R*

（2）∀*x*(*Qx*→*x*=*c*)；

（3）∃*x*(*Px*∧*Qx*)；

（4）∀*x*¬(*Px*∧*Qx*∧*Rx*)；

（5）∀*x*(*Rx*→*Qx*)；

（6）∃*x*(*Px*∨*Qx*∨*Rx*→*Rx*)。

1. 判定题。（每小题4分，共16分）

9.用真值表方法判定公式(*p*→*q*)∧(*q*→*r*)→¬(*p*→*r*)是重言式、偶真式还是矛盾式。

10.用归谬赋值法判定公式((*p*→¬*r*)∨(*q*→¬*s*))∧¬(*p*∧*q*→¬*r*∨*s*)是否可满足。

11.用文恩图法判定以下三段论推理形式是否有效：所有的PN定理都是可满足式，有些可满足式是重言式，所以，有些重言式是PN定理。

12.用树形图方法判定公式∃*x*(*Px*∨*Qx*)↔∃*xPx*∨∃*xQx*是否有效。

1. 复合判断题。（每小题6分，共18分）

13.运用命题逻辑真值语义学知识，判断下列命题的真假，并简要说明理由：

（1）(*A*∨*B*)是重言式，当且仅当，*A*是重言式或*B*是重言式。

（2）(*A*∧*B*)是重言式，当且仅当，*A*是重言式且*B*是重言式。

14.运用命题逻辑形式推演知识，判断下列命题的真假，并简要说明理由：

（1）*A*├*B*且*A*├*C*，当且仅当，*A*├*B*∧*C*。

（2）*A*├*C*且*B*├*C*，当且仅当，*A*∧*B*├*C*。

15.设*D*是一个有效的、标准的三段论推理形式，且*D*的所有前提和结论中的词项恰有5个是周延的。判断下列命题的真假，并运用三段论的一般规则说明理由：

（1）*D*的结论必为SEP。

（2）*D*的两个前提必为全称。

1. 问答与分析。（共8分）

16.（8分）假定以下讨论均以欧氏几何为背景，并且已知欧氏几何中正多面体有且仅有正四面体、正六面体、正八面体、正十二面体和正二十面体这五种。

命题*p*：所有的正五面体都有100个面。

小甲：命题*p*显然是假的。根据五面体的定义，所有的五面体有且仅有5个面，所以所有的五面体都没有100个面；而所有的正五面体都是五面体，所以，所有的正五面都没有100个面；所以*p*是假的。

小乙：恰恰错了。命题*p*的形式是：∀*x*(*正五面体*(*x*)→*有100个面*(*x*))。由于根本不存在正五面体，所以，对任意的*x*，该蕴涵式前件总为假，故整个公式总为真。

根据以上讨论回答下列问题：（1）小甲和小乙在针对什么问题进行争论？（2）运用逻辑学知识，对两人的争论进行分析、评判和仲裁。

1. 解答与证明。（共18分）

17.（10分）设个体域为全域，构造满足题意的一阶谓词逻辑公式。

（1）用一个公式刻画第四格EIO式三段论。

（2）用一个含二元关系词的公式表达“0是自然数且是最小的自然数”。

（3）用一个公式表达“如果一个国家有国王，那么国王是唯一的”。

（4）“每位读者都读了小明的一篇文章”是一个歧义句。用两个公式揭示其中的歧义。

（5）用一个谓词逻辑公式表达“个体域中有且仅有3个元素”。

18.（8分）分别构造恰当的解释，证明：∀*x*(*Px*∨*Qx*)→∀*xPx*∨∀*xQx*不普遍有效，但可满足。

1. 形式推演构造。（共20分）

19.（4分）仅用PN初始规则，证明：├*A*∨(*B*∧*A*)→*A*。

20.（4分）仅用QN初始规则，证明：├∀*x*(*Px*→∃*y*(*Qy*∧*Rxy*))→∀*x*∃*y*(*Px*→(*Qy*∧*Rxy*))。

21.（6分）仅用QN初始规则，证明：∀*x*∀*y*∀*z*(*Rxy*∧*Ryz*→*Rxz*),∀*x*∀*y*(*Rxy*→*Ryx*), ∀*x*∃*yRxy*├∀*xRxx*。

22.（6分）现为命题逻辑语言引进一个新的二元联结词“†”，并规定：如果*A*、*B*是公式，那么(*A*†*B*)也是公式。然后在PN推理系统中新增关于“†”的如下两条规则：

Ⅰ.†消去规则（记作†-）：*A*†*B*├¬*A*；*A*†*B*├*B*。即从*A*†*B*可推出¬*A*；从*A*†*B*可推出*B*。

Ⅱ.†引入规则（记作†+）：由Γ,*B*→*A*├*C*,¬*C*，得Γ├*A*†*B*。即若在公式集Γ下假设*B*→*A*后可推出一组矛盾，则Γ可推出*A*†*B*。

在增加以上规则后的PN中证明：（1）├¬(*A*†*A*)；（2）├(*A*†¬*B*)→(*B*†¬ *A*)。