北京大学2016—2017学年度第2学期通选课期中试卷

逻 辑 导 论

参考答案与评分标准

1. 单项选择题。（每小题2分，共16分）

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 题号 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| 答案 | A | C | A | B | D | D | D | A或C |

1. 填空题。（每小题3分，共12分）

9. *p*→*q*∨((*r*∨*s*)∧*t*)。

10.（1）*p*→¬*q*；（2）*q*∨*p*（或¬(¬*q*∧¬*p*））；（3）*p*∨¬*p*（或任意不含命题常项的重言式）。每空1分。

11. (*p*)＝**!语法错误，{**每空1.5分。

12.（1）0；（2）2；（3）*n*＋1。每空1分。

1. 判定题。（每小题5分，共15分）

13.【解】

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| *p* | *q* | *r* | *p*∨*q* | *p*∨*q*→*r* | *p*→*r* | *q*→*r* | (*p*→*r*)∧(*q*→*r*) | (*p*∨*q*→*r*)→(*p*→*r*)∧(*q*→*r*) |
| 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |

对任意赋值，原公式真值（最后一列）均为1，故原公式是重言式。

【评分细则】

制表1分，穷尽命题变元所有取值1分，正确计算子公式和原公式真值2分（任意一格出错，不得分），依据表中事实得出结论（独立于真值计算是否正确）1分。

14.【解】

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| ( | ¬ | *p* | ∧ | *q* | → | ¬ | ( | *q* | → | ¬ | *r* | ) | ) | ∨ | ( | ¬ | *r* | ↔ | ( | *p* | ↔ | *q* | ∨ | )) |
|  | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |  | 1 | 1 | 1 | 0 |  |  | 0 |  | 1 | 0 | 0 |  | 0 | 0 | 1 | 1 |  |

将该公式赋值为0没有矛盾，故不是重言式。

【评分细则】

主连结词赋值为假1分，两个析取支赋值为假1分，其余联结词正确赋值1分，命题变元正确赋值1分。依据赋值事实得出结论（独立于赋值是否正确）1分。

15.【解】

上面的树形图各个枝都是闭枝，故原公式不可满足。

【评分细则】

第一层正确分叉1分，左侧枝正确1分，右侧枝正确2分。依据图中事实得出结论（独立于图是否正确）1分。

1. 复合判断题。（每小题9分，共18分）

16.【解与评分细则】

每问真值判断正确1分，理由说明正确2分。

（1）假。偶真式和不以否定为主联结词的矛盾式既不在Γ中也不在Δ中（或举出一个具体的公式不在两集合之中）。

（2）真。任给*A*∈Δ，则*A*形如¬*B*，*B*是重言式，故¬¬*B*是重言式，而¬¬*B*即¬*A*，故¬*A*∈Γ。

（3）假。(*A*∧*B*)不以否定为主联结词，故不属于Δ。

17.【解与评分细则】

每问真值判断正确1分，理由说明正确2分。

（1）真。Γ├*A*，则Γ∪{*B*}├*A*，故Γ├*B*→*A*。

（2）真。Γ├*A*，故Γ∪Δ├*A*；Δ├¬*A*，故Γ∪Δ├¬*A*。所以Γ∪Δ├*A*∧¬*A*，而├*A*∧¬*A*→*B*，故Γ∪Δ├*B*。

（3）假。取*B*为定理即可。

1. 问答与分析。（每小题4分，共8分）

18. 【答1】不合理假设：如果数学家们没有证明某命题为真（假），则该命题不真（假）。

【答2】概念混淆。将数学命题为真和找到一个它的证明等同起来。

【答3】诉诸无知。不能证明为真（假）不等于不真（假）。

19. 【答】文不对题。科学家旨在表明某种情况可能发生，这与被研究对象是否具有代表性无关。

【评分细则】

分析角度不限于以上参考答案，言之成理的均可酌情给分。

1. 解答与证明。（共11分）

20. 【解】

（1）*p*→*q*＝def ¬(*q*†*p*)。证明见如下真值表（对任意赋值，*p*→*q*和¬(*q*†*p*)的真值总是相等）：

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| *p* | *q* | *q*†*p* | ¬(*q*†*p*) | *p*→*q* |
| 1 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 0 | 1 | 1 |

（2）*p*∧*q*＝¬(*p*→¬*q*)＝¬¬(¬*q*†*p*)＝¬*q*†*p*。

*p*∨*q*＝(¬*p*→*q*)＝¬(*q*†¬*p*)。

*p*↔*q*＝(*p*→*q*)∧(*q*→*p*)＝¬(*q*†*p*)∧¬(*p*†*q*)＝¬¬(*p*†*q*)†¬(*q*†*p*)＝(*p*†*q*)†¬(*q*†*p*)。

【评分细则】

（1）定义正确2分，证明正确3分。

（2）每个联结词定义正确2分。

1. 形式推演构造。（共20分）

【评分细则】

1.按行给分。依据每行体现的证明工作的内容相较于完成证明的贡献度和正确性给予得分。

2.错误的行不得分。错误行不影响后面行的得分。

3.仅限使用PN初始规则的题目，如果使用导出规则或定理，若正确则不影响得分；但因此导致证明长度缩短，其他得分行被简省，其分数不予补足。

4.不书写证明依据或存在微小错误（如单纯的笔误或书写不规范）的行得分减少四分之一至一半。

5.标为“同理可证”的行，若真同理，则在该行补足被省略行的分数。若并不完全同理，则不同理部分的分数不予补足。若被比照行存在扣分，则补足分数时将扣分复制到“同理可证”的行。

6.与参考答案不同的其他证明方法比照参考答案赋分。

7.每小题得分应为0.5的整数倍。不为0.5的整数倍时向上取整至0.5的整数。

8.使用命题逻辑其他形式系统进行推演，正确的可得分。

9.使用语义学方法的，不得分。

21.【证明】

(1)*A*↔*B* 前提

(2)*A*→*B* (1)↔-

(3)*B*→*A* (1)↔-

(4)○*A* 假设

(5) *B* (2)(4)→-

(6) *A*∧*B* (4)(5)∧+

(7) *A*→*A*∧*B* (4)(6)→+

(8)○¬*A* 假设

(9) ○*B* 假设

(10) *A* (3)(9)→-

(11)¬*B* (9)(10)(8)¬+

(12) ¬*A*∧¬*B* (8)(11)∧+

(13)¬*A*→¬*A*∧¬*B* (8)(12)→+

(14)*A*∨¬*A* PN定理

(15)(*A*∧*B*)∨(¬*A*∧¬*B*) (7)(13)(14)DR3

【赋分】

除第一行外每行0.5分。

22.【证明】

(1)○¬¬*A* 假设

(2) ○¬*A* 假设

(3) *A* (2)(2)(1) ¬-

(4) ¬¬*A*→*A* (1)(3)→+

【赋分】

每行1分。

23.【证明】

(1) ○¬(*A*∧*B*)∨*C* 假设

(2) ○¬(*A*∧*B*) 假设

(3) ○¬*C* 假设

(4) ○*A* 假设

(5) ○*B* 假设

(6) *A*∧*B* (4)(5)∧+

(7) ¬*B* (5)(6)(2) ¬+

(8) *A*→¬*B* (4)(7)→+

(9) ¬*C*→(*A*→¬*B*) (3)(8)→+

(10) ¬(*A*∧*B*)→(¬*C*→(*A*→¬*B*)) (2)(9)→+

(11) ○*C* 假设

(12) ○¬*C* 假设

(13) ○¬(*A*→¬*B*) 假设

(14) *C* (11)∈

(15) ¬*C* (12)∈

(16) *A*→¬*B* (13)(14)(15) ¬-

(17) ¬*C*→(*A*→¬*B*) (12)(16)→+

(18) *C*→(¬*C*→(*A*→¬*B*)) (11)(17)→+

(19) ¬*C*→(*A*→¬*B*) (1)(10)(18)∨-

(20) ¬(*A*∧*B*)∨*C*→(¬*C*→(*A*→¬*B*)) (1)(19)→+

【赋分】

除(14)(15)行外每行0.5分。