北京大学2018—2019学年度第1学期通选课期末考试试卷

逻 辑 导 论

答卷须知

1. 本卷共2页，卷面满分100分，答题时限170分钟。
2. 请在答题纸的规定区域内作答。在试卷、草稿纸或答题纸密封区域内作答无效。
3. 考试结束后，请将试卷、答题纸和草稿纸按顺序整理好后上交。

约定

1. 为简明起见，本卷中的谓词逻辑公式*P*(*t*1,…,*tn*)均简写为*Pt*1…*tn*。考生可自行选择简写或不简写。
2. 题目形式为不定项选择的，考生得分＝[(选对数－选错数)×(该题分值÷正确选项数)]近似取0.5的整数倍；最低计0分。
3. 填空题。（共20分）
4. （2分）按要求对命题逻辑公式做等值变形。

（1）根据德-摩根律，*s*∨*r*等值于\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

（2）根据析取对合取的分配律，¬*s*∨(*p*∧*q*)等值于\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

（3）将公式((*q*∨*p*)→*q*)∨((¬*p*∧*q*)∧*q*)等值地化为最简（公式长度最短）：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

（4）将公式¬((*q*→*p*)→*q*)→¬(*p*→(¬*p*→*q*))等值地化为最简（公式长度最短）：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

1. （2分）一位同学对一个命题逻辑公式进行某种归谬赋值。他将该公式的主联结词赋值为1，最后得到了矛盾的赋值结果。上述赋值过程如果是正确的，则可以证明：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（填写所有正确结论的字母代号）。

A.该公式是重言式 B.该公式不是重言式 C.该公式是矛盾式D.该公式不是矛盾式

E.该公式是可满足式 F.该公式不是可满足式 G.该公式是偶真式 H.该公式不是偶真式

1. （2分）以下为一位同学证明*A*∨(*B*∨*C*)→(*A*∨*B*)∨*C*是PN定理时所给出的PN推演。其中，存在错误或书写不规范的行有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（填写行的序号）。
2. ○*A*∨(*B*∨*C*)前提
3. ○*A* 假设
4. (*A*∨*B*)∨*C* (2)∨+
5. *A*→(*A*∨*B*)∨*C* (2)(3)→+
6. ○*B*∨*C* 假设
7. ○*B* 假设
8. (*A*∨*B*)∨*C* (6)∨+
9. *B*→(*A*∨*B*)∨*C* (6)(7)→+
10. ○*C* 假设
11. (*A*∨*B*)∨*C* (9)∨+
12. *C*→(*A*∨*B*)∨*C* (9)(10)→+
13. (*A*∨*B*)∨*C* (8)(11)∨-
14. *B*∨*C*→(*A*∨*B*)∨*C* (5)(12)→+
15. (*A*∨*B*)∨*C* (12)∈
16. *A*∨(*B*∨*C*)→(*A*∨*B*)∨*C* (1)(14)→+
17. （2分）对任意二元真值函项▲，称▲有交换律，当且仅当，对任意公式*A*和*B*，总有(*A*▲*B*)↔(*B*▲*A*)是重言式。在所有的二元真值函项中，有交换律的共有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_个。
18. （2分）根据提示，填补以下直言命题的推理链条：

① （1） SEP （2） ；

② （3） SIP （4） 。

1. （4分）设一元谓词*S*、*P*、*Q*分别表示集合S、P、Q，用一阶公式表达下列命题（谓词符号只能使用*S*、*P*、*Q*）：

（1）所有的S和P的元素都不是Q的元素：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

（2）相对于S而言，P和Q呈矛盾关系：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

（3）Q是空集：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；

（4）P不等于Q：\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

1. （3分）设*a*是个体常项。以下公式可以单独推出*Pa*的有\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_（填写所有正确公式的字母代号）。

A.∀*xPx* B.∃*xPx*

C.∀*x*(*x*=*a*) D.∀*x*¬(*x*=*a*)

E.∀*x*(*x*=*a*→*Px*) F.∀*x*(*Px*→*x*=*a*) G.∀*x*(*Px*∧*x*=*a*)

H.∃*x*(*x*=*a*→*Px*) I.∃*x*(*Px*→*x*=*a*) J.∃*x*(*Px*∧*x*=*a*)

1. （3分）现用图示“x y”表示个体x和y之间有二元关系R。请在下图中的个体a、b、c、d、e之间添加箭头，使得下图整体上满足下列一阶公式陈述的所有条件。

（1）∀*x*(*x*=*a*∨*x*=*b*∨*x*=*c*∨*x*=*d*∨*x*=*e*)；

（2）¬*a*=*b*∧¬*a*=*c*∧¬*a*=*d*∧¬*a*=*e*∧¬*b*=*c*∧¬*b*=*d*∧¬*b*=*e*∧¬*c*=*d*∧¬*c*=*e*∧¬*d*=*e*；

（3）∀*x*∀*y*(*Rxy*→¬*Ryx*)；

（4）∀*x*∀*y*∀*z*(*Rxy*∧*Ryz*→*Rxz*)；

（5）∀*x*(¬*x*=*e*→∃*yRxy*)；

（6）*Rab*∧*Rbc*∧*Rcd*。

a

b e

c d

1. 解答与证明（命题逻辑）。写出必要的解答或证明过程。（共20分）
2. （4分）若公式*p*∧*q*和*p*∨*q*的真值不同，求*p*↔¬*q*的真值。
3. （16分）现为命题逻辑语言引进一个新的二元联结词“†”，并在公式的定义中新增：如果*A*、*B*是公式，那么(*A*†*B*)也是公式。

（1）现在PN推演系统中新增关于“†”的如下两条推演规则：

Ⅰ.†消去规则（记作†-）：*A*†*B*├¬*A*；*A*†*B*├*B*。即从*A*†*B*可推出¬*A*；从*A*†*B*可推出*B*。

Ⅱ.†引入规则（记作†+）：如果 Γ,*B*→*A*├*C*,¬*C*，则 Γ├*A*†*B*。即若假设*B*→*A*后可推出一组矛盾，则可推出*A*†*B*。

在增加以上规则后的PN中证明：①¬(*A*†*A*)是PN定理；②((*A*†*B*)†*B*)↔*A*∧*B*是PN定理。（仅限使用初始规则外加以上两条规则。）

（2）若¬(*A*†*A*)和((*A*†*B*)†*B*)↔ *A*∧*B*都是重言式，求“†”的真值表。

（3）（填空）用“¬”和“†”定义“∨”和“→”：①*A*∨*B*定义为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_；②*A*→*B*定义为\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_。

1. 解答与证明（词项逻辑）。写出必要的解答或证明过程。（共20分）
2. （6分）运用三段论的一般规则回答：大前提为特称肯定命题的有效三段论格式是否存在？如果存在，求出所有满足题意的格式；如果不存在，请给出证明。
3. （4分）基于主项存在假设，用文恩图检验如下三段论的有效性： 。
4. （4分）将三段论 化归为EAE-1。须注明每次变形所使用的依据或规则。
5. （6分）结合词项逻辑相关知识或理论，评价下列词项逻辑推理的有效性并给出理由。

（1）所有资本主义的经济制度都是市场经济，而社会主义的经济制度都不是资本主义的经济制度。所以，社会主义的经济制度都不是市场经济。

（2）美国总统是一个职位。特朗普先生是美国总统。所以，特朗普先生是一个职位。

（3）所有的有神论者都不是共产主义者，也没有共产主义者同时持有神论。所以，不持有神论的人都是共产主义者。

1. 解答与证明（谓词逻辑）。写出必要的解答或证明过程。（共20分）
2. （6分）用树形图方法检验∀*x*(*Px*∧*Qx*)→(∃*xPx*↔∃*xQx*)是否是有效式。
3. （8分）用一阶公式翻译下列自然语言的句子。要求：①取个体域为全域；②根据需要使用等词；③不标注各种符号的语义解释。

（1）每个人都认识一些人，但没有人认识所有人。

（2）如果一把钥匙能打开某一把锁，那么它能打开的锁是唯一的。

（3）一个自然数是素数，当且仅当，它大于1并且它的因数只有1和自身。

（4）有且只有两个比2小的自然数。

1. （6分）构造恰当的模型，证明：

（1）公式∀*x*∃*yRxy*→∃*y*∀*xRxy*不有效。

（2）公式∀*x*∀*y*(*Px*∧*Py*→¬*x*=*y*)可满足。

1. 形式推演。写出规范的推演过程。限用初始规则的题目，使用导出规则或定理应附证明。（共20分）
2. （6分）限用QN初始规则，证明：∀*x*(∃*yRxy*→*Px*)↔∀*x*∀*y*(*Rxy*→*Px*)是QN定理。
3. （4分）在QN中推演：∀*x*∀*y*∀*z*(*Rxy*∧*Ryz*→*Rxz*),∀*x*∀*y*(*Rxy*→*Ryx*),∃*x*∀*yRxy*├∀*xRxx*。
4. （10分）限用PN初始规则，证明：*A*↔((*A*↔*B*)↔*B*)是PN定理。