北京大学2018—2019学年度第1学期通选课期末考试试卷

逻 辑 导 论

约定

1. 为简明起见，本卷中的谓词逻辑公式*P*(*t*1,…,*tn*)均简写为*Pt*1…*tn*。考生可自行选择简写或不简写。
2. 题目形式为不定项选择的，考生得分＝[(选对数－选错数)×(该题分值÷正确选项数)]近似取0.5的整数倍；最低计0分。
3. 填空题。（共20分）
4. （3分）每空0.5分。答案唯一。

（1）¬(¬*s*∧¬*r*)；

（2）(¬*s*∨*p*)∧(¬*s*∨*q*)；

（3）*p*→*q*；

（4）*q*。

1. （2分）按约定2计算得分。附得分速查表。

BCFH

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 正确数  错误数 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| 0 | 2 | 1.5 | 1 | 0.5 | 0 |
| 1 | 1.5 | 1 | 0.5 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 0.5 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

1. （2分）按约定2计算得分。附得分速查表。

(1)(3)(7)(12)(14)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 正确数  错误数 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| 0 | 2 | 1.5 | 1 | 1 | 0.5 | 0 |
| 1 | 1.5 | 1 | 1 | 0.5 | 0 | 0 |
| 2 | 1 | 1 | 0.5 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5+ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

1. （2分）

8。

1. （2分）每空0.5分。

（1）PES；（2）SAP；

（3）¬SOP；（4）¬SEP。

1. （4分）每空1分。与下列答案逻辑等值的均可；不等值的均不可。

（1）∀*x*(*Sx*∨*Px*→¬*Qx*)，或∀*x*(*Sx*→¬*Qx*)∧∀*x*(*Px*→¬*Qx*)等；

（2）∀*x*(*Sx*→(*Px*↔¬*Qx*))，或∀*x*(*Sx*→(*Px*∨*Qx*)∧¬(*Px*∧*Qx*))等；

（3）∀*x*¬*Qx*，或¬∃*xQx*等；

（4）¬∀*x*(*Px*↔*Qx*)，或∃*x*(*Px*∧¬*Qx*)∨∃*x*(¬*Px*∧*Qx*))等。

1. （3分）按约定2计算得分。附得分速查表。

ADEGJ

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 正确数  错误数 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| 0 | 3 | 2.5 | 2 | 1 | 0.5 | 0 |
| 1 | 2.5 | 2 | 1 | 0.5 | 0 | 0 |
| 2 | 2 | 1 | 0.5 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 1 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

1. （3分）按约定2计算得分。附得分速查表。

a

b e

c d

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 正确数  错误数 | 10 | 9 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
| 0 | 3 | 2.5 | 2.5 | 2 | 2 | 1.5 | 1 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0 |
| 1 | 2.5 | 2.5 | 2 | 2 | 1.5 | 1 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0 | 0 |
| 2 | 2.5 | 2 | 2 | 1.5 | 1 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0 | 0 | 0 |
| 3 | 2 | 2 | 1.5 | 1 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 4 | 2 | 1.5 | 1 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 5 | 1.5 | 1 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 6 | 1 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 7 | 1 | 0.5 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 8 | 0.5 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 9 | 0.5 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 10 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

1. 解答与证明（命题逻辑）。写出必要的解答或证明过程。（共20分）
2. （4分）证明方法不唯一。

因为*p*∧*q*→*p*∨*q*是重言式，所以只能为*p*∧*q*假而*p*∨*q*真（1分）。 所以*p*、*q*为一真一假（1分）。若*p*真*q*假，则*p*↔¬*q*为真；若*p*假*q*真，则*p*↔¬*q*也为真（1分）。所以*p*↔¬*q*为真（1分）。

1. （16分）

（1）（8分）

①（2分）（0.5/0.3/0.1）

(1)○*A*†*A* 假设

(2) ¬*A* (1)†-

(3) *A* (1)†-

(4)¬(*A*†*A*) (1)(3)(2)¬+

②（6分）((*A*†*B*)†*B*)↔ *A*∧*B*

(1)○(*A*†*B*)†*B* 假设

(2) ¬(*A*†*B*) (1)†-

(3) *B* (1)†-

(4) ○¬*A* 假设

(5) ○*B*→*A* 假设

(6) *A* (5)(3)→-

(7) *A*†*B* (5)(6)(4)†+

(8) *A* (4)(7)(2)¬-

(9) *A*∧*B* (3)(8)∧+

(10)((*A*†*B*)†*B*)→*A*∧*B* (1)(9)→+ 3分（0.3/0.2/0.1）

(11)○*A*∧*B* 假设

(12) *A* (11)∧-

(13) *B* (11)∧-

(14) ○*B*→(*A*†*B*)假设

(15) *A*†*B* (14)(13)→-

(16) ¬*A* (15)†-

(17) (*A*†*B*)†*B* (14)(12)(16)†+

(18)*A*∧*B*→(*A*†*B*)†*B* (11)(17)→+ 2.4分（0.3/0.2/0.1）

(19)((*A*†*B*)†*B*)↔ *A*∧*B* (10)(18)↔+ 0.6分（0.6/0.3/0.1）

（2）（6分）

因为¬(*A*†*A*)是重言式，所以当*A*真或*A*假时，*A*†*A*都为假，故1†1＝0†0＝0。（2分）

因为((*A*†*B*)†*B*)↔ *A*∧*B*是重言式，所以当*A*真*B*真时，有((1†1)†1)↔1∧1为真，故(1†1)†1＝1＝0†1。（2分）

因为((*A*†*B*)†*B*)↔ *A*∧*B*是重言式，所以当*A*真*B*假时，有((1†0)†0)↔1∧0为真，故(1†0)†0＝0。假设1†0＝1，则(1†0)†0＝1†0＝0，矛盾。所以1†0＝0。（2分）

（3）（2分）每空1分。满足题意的等值式均可。

①¬(*B*†¬*A*)；②¬(*B*†*A*)。

1. 解答与证明（词项逻辑）。写出必要的解答或证明过程。（每小题5分，共20分）
2. （6分）证明方法不唯一。

唯一性：大前提为特称肯定，则大项无论做主项还是谓项均不周延，故结论中大项不周延，所以结论为肯定；所以小前提为肯定。因为中项至少周延一次，所以小前提不能为特称肯定只能为全称肯定，且中项做主项，小项做谓项，即小前提为MAS；所以结论中小项不周延。故结论为特称肯定SIP。满足以上条件的三段论格式仅有IAI-3和IAI-4。（5分）

存在性：经检验，IAI-3和IAI-4满足所有三段论规则，是有效的三段论格式。（1分）

所以满足题意的三段论格式为IAI-3和IAI-4。

1. （4分）图示大前提，图示小前提，由主项存在假设引进元素，以及作出结论格1分。

作图略。

S

P

M

由上图，由主项存在假设引进的S中元素必位于P之外，故有效。

1. （4分）方法不唯一。遗漏依据或依据不正确的步骤不得分。

由反三段论得 ¬¬ 由矛盾关系得 由换位法得 换字母得 。

1. （6分）每小题2分。答法不唯一。评分的差异体现在：能否恰当运用词项逻辑的知识和理论分析论证中的逻辑错误。

（1）该三段论格式为AEE-1，犯了大项周延不当的错误，所以是无效的。

（2）两个前提中“美国总统”的意义不同一，犯了四词项错误，所以是无效的。

（3）两个前提只能得出：相对于所有的人，“有神论者”和“共产主义者”是反对关系而非矛盾关系，故结论不能得出。

1. 解答与证明（谓词逻辑）。写出必要的解答或证明过程。（共20分）
2. （6分）用树形图方法检验∀*x*(*Px*∧*Qx*)→(∃*xPx*↔∃*xQx*)是否是有效式。

所有的枝都封闭，所以原公式的否定不可满足，原公式是有效的。

【评分标准】

图不唯一。

各分枝、节点正确3分，判断枝的封闭与否1分，√标记规范1分，得出合乎逻辑的结论1分。

以错误的公式作为根节点画树：树形图正确且结论配套的可酌情给分，但不超过3分；树形图正确但结论不配套的最高得2分。

1. （8分）答案不唯一。

（1）∀*x*(*Px*→∃*y*(*Px*∧*Rxy*)∧¬∃*x*(*Px*∧∀*y*(*Py*→*Rxy*)；

（2）∀*x*(*Kx*∧∃*y*(*Ly*∧*Rxy*)→∀*y*∀*z*(*Ly*∧*Lz*∧*Rxy*∧*Rxz*→*y*=*z*))，或∀*x*∀*y*(*Kx*∧*Ly*∧*Rxy*→∀*z*(*Lz*∧*Rxy*→*y*=*z*))等；

（3）∀*x*(*Nx*→(*Px*↔(*x＞1*∧∀*y*(*Rxy*→*y*=*1*∨*y*=*x*))))；

（4）∃*x*∃*y*(*Nx*∧*Ny*∧¬*x*=*y*∧*x＜2*∧*y＜2*)∧∀*x*∀*y*∀*z*(*Nx*∧*Ny*∧*Nz*∧*x＜2*∧*y＜2*∧*z＜2*→*x*=*y*∨*y*=*z*∨*x*=*z*)，或∃*x*∃*y*(*Nx*∧*Ny*∧¬*x*=*y*∧*x＜2*∧*y＜2*∧∀*z*(*Nz*∧*z＜2*→*z*=*x*∨*z*=*y*))等。

【评分标准】

每小题2分，按以下5档评定得分。

0分：不知所云，没有可取因素；

0.5分：表示出零星的、片段的逻辑关系；

1分：表示出句子的一些逻辑关系，主要考查点的处理存在实质性错误或过度简化；或仅仅处理了主要考查点，其他部分缺陷重大。

1.5分：表示出句子主要的逻辑关系，主要考查点处理基本正确，存在一些缺陷或不当简化；

2分：翻译准确，书写规范。允许出现不影响理解的小瑕疵（如左右括号不匹配等）。

标注非逻辑符号的语义解释不导致扣分，但评卷时原则上不予参考。

1. （6分）答案不唯一。

（1）公式∀*x*∃*yRxy*→∃*y*∀*xRxy*不有效。

取个体域为自然数集，*R*解释为小于关系。则前件为任意自然数总比某个自然数小，为真；后件为有一个自然数，所有的自然数都比它小，为假。故该蕴含式为假。所以该式不是有效的。

（2）公式∀*x*∀*y*(*Px*∧*Py*→¬*x*=*y*)可满足。

取个体域为自然数集，*P*解释为空集。则前件显然为假。故该蕴含式为真。所以该式是可满足的。

【评分标准】

每小题3分。指明个体域且谓词解释正确2分，阐明公式真值并得出可满足或不有效的结论1分。

1. 形式推演。（共20分）
2. （6分）
3. ○∀*x*(∃*yRxy*→*Px*)假设
4. ∃*yRxy*→*Px* (1)∀-
5. ○*Rxy x，y，*假设
6. ∃*yRxy x，*(3)∃+
7. *Px x，*(2)(4)→-
8. *Rxy*→*Px* (3)(5)→+
9. ∀*y*(*Rxy*→*Px*) (6)∀+
10. ∀*x*∀*y*(*Rxy*→*Px*) (7)∀+
11. ∀*x*(∃*yRxy*→*Px*)→∀*x*∀*y*(*Rxy*→*Px*)(1)(8)→+ 2.7分（0.3/0.2/0.1）
12. ○∀*x*∀*y*(*Rxy*→*Px*)假设
13. ∀*y*(*Rxy*→*Px*)(10)∀-
14. ○∃*yRxy x，*假设
15. *Rxα x，*(12)∃-
16. *Rxα*→*Px* (11)∀-
17. *Px x，*(14)(13)→-
18. ∃*yRxy*→*Px* (12)(15)→+
19. ∀*x*(∃*yRxy*→*Px*) (16)∀+
20. ∀*x*∀*y*(*Rxy*→*Px*)→∀*x*(∃*yRxy*→*Px*) (10)(17)→+ 2.7分（0.3/0.2/0.1）
21. ∀*x*(∃*yRxy*→*Px*)↔∀*x*∀*y*(*Rxy*→*Px*)(9)(18)↔+ 0.6分（0.6/0.3/0.1）
22. （4分）

(1) ∀*x*∀*y*∀*z*(*Rxy*∧*Ryz*→*Rxz*) 前提

(2) ∀*x*∀*y*(*Rxy*→*Ryx*) 前提 0.7分（0.7/0.4/0.2）

(3) ∃*x*∀*yRxy* 前提

(4) ∀*yRαy* (3)∃-

(5) *R**αx* (4)∀-

(6) ∀*y*(*Rαy*→*Ryα*) (2)∀-

(7) *Rαx*→*Rxα* (6)∀-

(8) *Rxα* (7)(5)→-

(9) ∀*y*∀*z*(*Rxy*∧*Ryz*→*Rxz*) (1)∀-

(10)∀*z*(*Rxα*∧*Rαz*→*Rxz*) (9)∀-

(11)*Rxα*∧*Rαx*→*Rxx* (10)∀-

(12)*Rxα*∧*Rαx* (8)(5)∧+

(13)*Rxx* (11)(12)→-

(14)∀*xRxx* (13)∀+ 3.3分（0.3/0.2/0.1）

1. （10分）仅用PN初始规则，证明：*A*↔((*A*↔*B*)↔*B*)是PN定理。
2. ○*A* 假设
3. ○*A*↔*B* 假设
4. *A*→*B* (2)↔-
5. *B* (3)(1)→-
6. (*A*↔*B*)→*B* (2)(5)→+
7. ○*B* 假设
8. ○*A* 假设
9. *A*→*B* (7)(6)→+
10. ○*B* 假设
11. *B*→*A* (9)(1)→+
12. *A*↔*B* (8)(10)↔+
13. *B*→(*A*↔*B*) (6)(11)→+
14. (*A*↔*B*)↔*B* (5)(12)↔+
15. *A*→((*A*↔*B*)↔*B*) (1)(13)→+ 4.2分（0.3/0.2/0.1）
16. ○(*A*↔*B*)↔*B* 假设
17. (*A*↔*B*)→*B* (15)↔-
18. *B*→(*A*↔*B*)(15)↔-
19. ○*B* 假设
20. *A*↔*B* (17)(18)→+
21. *B*→*A* (19)↔-
22. *A* (20)(18)→-
23. *B*→*A* (18)(21)→+
24. ○¬*A* 假设
25. ○*A* 假设
26. ○¬*B* 假设
27. *B* (26)(25)(24)¬-
28. *A*→*B* (25)(27)→+
29. *A*↔*B* (22)(28)↔+
30. *B* (16)(29)→-
31. *A* (22)(29)→-
32. *A*  (23)(31)(23)¬-
33. ((*A*↔*B*)↔*B*)→*A* (15)(31)→+ 5.4分（0.3/0.2/0.1）
34. *A*↔((*A*↔*B*)↔*B*)(14)(32)↔+ 0.4分（0.4/0.2/0.1）