

Zinematika: Ebazpenak

Ariketak

Ariketa 01. Higikari baten hasierako posizioa, hasierako abiadura eta azelerazioa, hurrenez hurren, hauek dira: +60 m; +25 m/s; -4 m/s². Kalkulatu eta eman: a) higiduraren ekuazioak (posizioa, abiadura); b) noiz eta non geldituko den; c) noiz eta zer abiaduraz pasako den jatorritik.

Higiduraren taula				
t (s)	x (m)	v (m/s)	a (m/s ²)	deskribapena
∀ t	60 + 25 t - 2 t ²	25 - 4 t	-4	ekuazioa
0	60	25	-4	hasierako egoera
6,25	138,125	0	-4	gelditzen da (v=0)
14,56	0	-33,24	-4	pasa jatorritik (x=0)

① $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow x = 60 + 25t - 2t^2 \text{ (m)}$
 $x_0 = 60$
 $v_0 = 25$
 $a = -4$

$v = v_0 + a t \xrightarrow{v_0=25, a=-4} v = 25 - 4t$

$v = 0 \rightarrow 25 - 4t = 0 \rightarrow t = 6,25 \text{ s} \rightarrow x = 60 + (25 \times 6,25) - 2(6,25)^2 \rightarrow x = 60 + 156,25 - 78,125 = 138,125 \text{ m}$

$x = 0 \rightarrow 2t^2 - 25t - 60 = 0 \rightarrow t = \frac{25 \pm \sqrt{625 + 480}}{4} \rightarrow t = 14,56 \text{ s}$

$v = 25 - (4 \times 14,56) = -33,24 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Ariketa 02. Higikari baten hasierako posizioa +50 m-koa da eta +4 m/s-ko hasierako abiadura du. Lehen bost segundotan +18 m desplazatu bada, kalkulatu eta eman: a) azelerazioa; b) higiduraren ekuazioak (posizioa eta abiadura); c) non eta noiz geldituko den; d) zenbateko abiadura izango duen $t=2,5$ s denean.

Higiduraren taula				
t (s)	x (m)	v (m/s)	a (m/s ²)	deskribapena
$\forall t$	$50 + 4t - 0,08t^2$	$4 - 0,16t$	$-0,16$	ekuazioa
0	50	4	$-0,16$	hasierako egoera
5	68		$-0,16$	$t = 5$ s denean ($\Delta x = 18$ m)
25	100	0	$-0,16$	gelditu da ($v=0$)
2,5		3,6	$-0,16$	$t = 2,5$ s denean

② Lehen 5 s-tan ... $\Delta x = x - x_0 \rightarrow 18 \text{ m} = x - 50 \text{ m} \rightarrow x = 68 \text{ m}$

$$x_5 = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow 68 \text{ m} = 50 \text{ m} + 4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \times 5 \text{ s} + \frac{1}{2} a 25 \text{ s}^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow 68 = 50 + 20 + 12,5 a \rightarrow -2 = 12,5 a \rightarrow \boxed{a = -0,16 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \begin{matrix} x_0 = 50; v_0 = 4; \\ a = -0,16 \end{matrix} \rightarrow \boxed{x = 50 + 4t - 0,08t^2 \text{ (m)}}$$

$$v = v_0 + a t \quad \begin{matrix} v_0 = 4; a = -0,16 \end{matrix} \rightarrow \boxed{v = 4 - 0,16 t \text{ (m/s)}}$$

c) gelditu ... $v = 0 \rightarrow 4 - 0,16 t = 0 \rightarrow t = \frac{4}{0,16} \rightarrow \boxed{t = 25 \text{ s}}$

$$x = 50 + (4 \times 25) - 0,08 \times 25^2 = 50 + 100 - 50 = \boxed{100 \text{ m}}$$

d) $t = 2,5$ s denean $\rightarrow v = 4 - (0,16 \times 2,5) = \boxed{3,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

2. ARIKETA

$$x = 50 + 4t + \frac{1}{2}at^2$$

$$v = 4 + at$$

ekuazio hauek
une guztitan betetzen dira

beraz

$t=5$ denean, $x=68$ m balio
behar du

posizioaren ekuazioan ordezkatzuz

$$68 = 50 + (4 \times 5) + \frac{1}{2} a 5^2 \rightarrow 68 = 70 + 12,5 a \rightarrow$$

$$\rightarrow a = \frac{68 - 70}{12,5} = \boxed{-0,16 \frac{m}{s^2}} \rightarrow \text{abiaduraren balioa } 0,16 \text{ m/s jeisten da segunduro}$$

Higiduraren ekuazioak:

$$x = 50 + 4t - 0,08t^2 \text{ (m)}$$

$$v = 4 - 0,16t \text{ (m/s)}$$

Ekuazioak kalkulatzeko erabili dugun prozesua:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v = v_0 + at$$

ORDEZKAPENA

$$x_0 = 50 \text{ m}$$

$$v_0 = 4 \text{ m/s}$$

$$x = 50 + 4t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v = 4 + at$$

APLIKATU KASU
BATI AZELERAZIOA
KALKULATZEKO

$$a = -0,16 \text{ m/s}^2$$

AZELERAZIOA
ORDEZKATUZ

$$x = 50 + 4t - 0,08t^2 \text{ (m)}$$

$$v = 4 - 0,16t \text{ (m/s)}$$

Ariketa 03. Eskiatzaile bat geldituetik abiatu da eta 3 segundotan 9 metro egin ditu azelerazio konstantez. Eskema grafikoa egin ondoren, kalkulatu: a) azelerazioa; b) lehenengo 5 segundotan eginiko distantzia; c) zenbat denbora beharko du 90 km/h-ko abiadura lortzeko

Higiduraren taula				
t (s)	x (m)	v (m/s)	a (m/s ²)	deskribapena
$\forall t$	t^2	$2t$	2	ekuazioa
0	0	0	2	hasierako egoera
3	9		2	t = 3 s denean
12,5		25	2	90 km/h lortzeko
5	25		2	t = 5

③ a) $t = 3 \text{ s} \rightarrow x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow 9 = \frac{1}{2} \cdot a \cdot 9 \rightarrow 9 = 4,5 a \rightarrow$
 $\rightarrow a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

b) $x_5 = 5^2 = 25 \text{ m} \rightarrow \Delta x = 25 - 0 \rightarrow \Delta x = 25 \text{ m}$

c) $v = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

$v = 2t \rightarrow 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot t \rightarrow t = \frac{25}{2} \rightarrow t = 12,5 \text{ s}$

Ariketa 04. Motozikleta bat azeleratu egin da pausagunetik hasita eta 104,4 km/h abiadura hartu du 10 s-tan. Kalkulatu denbora-tarte horretan ibilitako distantzia metrotan.

Higiduraren taula				
t (s)	x (m)	v (m/s)	a (m/s ²)	deskribapena
$\forall t$	$1,45 t^2$		2,9	ekuazioa
0	0	0	2,9	hasierako egoera
10	145	29	2,9	t = 10 s

④ $t = 10 \text{ s}$ denean ... $v = 104,4 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = \boxed{29 \frac{\text{m}}{\text{s}}}$

$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow \boxed{x = 1,45 t^2 \text{ (m)}}$

$a = \frac{\Delta v}{t} = \frac{29 - 0}{10} = \boxed{2,9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$

$x = (1,45)(10)^2 = 145 \text{ m} \dots \Delta x = x - x_0 \rightarrow \boxed{\Delta x = 145 \text{ m}}$

Ariketa 05. Automobil baten abiadura handitu da 59,4 km/h baliotik 77,4 km/h baliora 4 segundotan. Kalkulatu: a) azelerazioa; b) 4 segundo horietan ibilitako distantzia

Higiduraren taula				
t (s)	x (m)	v (m/s)	a (m/s ²)	deskribapena
∀ t	16,5 t + 0,625 t ²		1,25	ekuazioa
0	0	16,5	1,25	hasierako egoera
4	76	21,5	1,25	t = 4 s denean

$$\textcircled{5} \quad v_0 = 59,4 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 16,5 \text{ m/s}$$

$$v_4 = 77,4 \frac{\text{km}}{\text{h}} \cdot \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} \cdot \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 21,5 \text{ m/s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{t} \rightarrow a = \frac{21,5 - 16,5}{4} \rightarrow \boxed{a = 1,25 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}$$

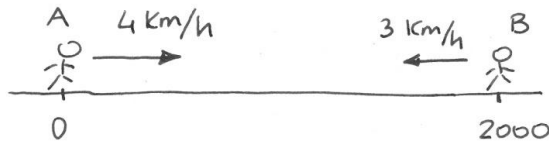
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \rightarrow \boxed{x = 16,5 t + 0,625 t^2 \text{ (m)}}$$

$$t = 4 \text{ s denean} \dots x = (16,5 \times 4) + (0,625 \times 4^2) = 66 + 10 = 76 \text{ m}$$

$$\Delta x = x - x_0 \dots \boxed{\Delta x = 76 \text{ m}}$$

Ariketa 06. Maider eta Itziar 2 km-ko distantziara daude eta zuzen-zuzen hurbiltzen ari dira elkarrengana. Maider, ezkerretik abiatuta, 4 km/h abiaduraz doa eta Itziar, eskuinetik abiatuta aldi berean, 3 km/h-ko abiaduraz. Kalkulatu non eta noiz elkartuko diren.

⑥



$$v_A = 4 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 1,11 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \text{eskuinerantz} \dots \oplus$$

$$v_A = +1,11 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_B = 3 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3600 \text{ s}} = 0,83 \frac{\text{m}}{\text{s}} \rightarrow \text{ezkerrerantz} \dots \ominus$$

$$v_B = -0,83 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{Ekuazioak} \quad \begin{cases} x_A = 1,11 t \text{ (m)} \\ x_B = 2000 - 0,83 t \text{ (m)} \end{cases}$$

Elkartzen direnean ... $x_A = x_B$

$$1,11 t = 2000 - 0,83 t \rightarrow 1,94 t = 2000 \rightarrow t = 1031 \text{ s}$$

17 min 11 s
NOIZ ELKARTZEN DIREN

$$x_A = x_B = 1,11 \times 1031 = 1144 \text{ m}$$

NON ELKARTZEN DIREN

Ariketa 07. Dorre baten altuera neurtzeko, goiko partetik objektu bat askatu eta lurrera iristeko zenbat denbora behar duen neurtuko dugu. Objektua lurrera iristeko 3,2 s behar baditu, kalkulatu: a) dorrearen altuera; b) lurra jotzean izango duen abiadura.

Higiduraren taula				
t (s)	y (m)	v (m/s)	a (m/s ²)	deskribapena
$\forall t$	$y_0 - 5 t^2$	$-10 t$	-10	ekuazioa
0	$y_0 = 51,2 \text{ m}$	0 (erortzen utzi)	-10	hasierako egoera
3,2	0	-32	-10	lurrera iritsi (y=0)

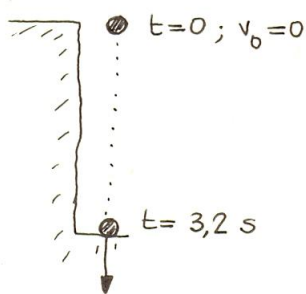
$$\textcircled{7} \quad y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow[v_0=0]{a=-10} y = y_0 - 5 t^2$$

$$t = 3,2 \text{ s denean } y = 0$$

$$\rightarrow 0 = y_0 - 5 (3,2)^2 \rightarrow \boxed{y_0 = 51,2 \text{ m}}$$

$$\rightarrow v = -10 \times 3,2 = \boxed{-32 \text{ m/s}}$$

(7) → JAUZI LIBREA



$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

ordez

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

$$a = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

grabitatea

esan
nahi
du

t=0 t=1 t=2

• ↓ ↓

-10 m/s -20 m/s

Jauzi librearen ekuazioak

$$y = y_0 + v_0 t - 5 t^2 \text{ (m)}$$

$$v = v_0 - 10 t \text{ (m/s)}$$

GURE KASUAN

$$y_0 = ?$$

$$v_0 = 0 \rightarrow \text{"utzi erortzen"}$$

$$y = y_0 - 5 t^2 \text{ (m)}$$

$$v = -10 t \text{ (m/s)}$$

GURE
GORPUTZAREN
EKUAZIOAK

Taula:

t	y	v	deskribapena
edozein	$y_0 - 5 t^2$	$-10 t$	ekuazioak
0	y_0	0	hasiera
3,2	0		lurra jotzean

$$a = -10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\begin{cases} y = y_0 - 5t^2 \\ v = -10t \end{cases}$$

EGOERA:

$t = 3,2$ s denean

$y = 0$ da

BALIO HORIEK
ORDEZKATUZ

$$0 = y_0 - 5 \times (3,2)^2$$



$$0 = y_0 - 51,2$$



Hasierako altuera

$$y_0 = 51,2 \text{ m}$$

lurra jotzean ($t = 3,2$ s denean)
abiadura:

$$v = -10 \times 3,2 \rightarrow$$

$$v = -32 \text{ m/s}$$

minus: beherantz

Ariketa 08. Tranpolin-jauzilari batek 10 metroko altuera duen palanka batetik utzi du erortzen bere burua. Kalkulatu: a) uretara iristeko behar izan duen denbora; b) uretara iristean izan duen abiadura.

Higiduraren taula				
t (s)	y (m)	v (m/s)	a (m/s ²)	deskribapena
$\forall t$	$10 - 5 t^2$	$-10 t$	-10	ekuazioa
0	10	0 (erortzen utzi)	-10	hasierako egoera
1,41	0	-14,1	-10	uretara iritsi ($y=0$)

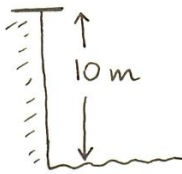
$$\textcircled{8} \quad y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \xrightarrow[y_0=10; v_0=0; a=-10]{} y = 10 - 5 t^2 \text{ (m)}$$

uretara iristean:

$$y = 0 \rightarrow 0 = 10 - 5 t^2 \Rightarrow t = 1,41 \text{ s}$$

$$v = -10 t \rightarrow v = -10 \times 1,41 = -14,1 \text{ m/s}$$

8



Jauzi Librearen ekuazioak

$$y = y_0 + v_0 t - 5 t^2 \text{ (m)}$$

$$v = v_0 - 10 t \text{ (m/s)}$$

gure kasuan

$$v_0 = 0$$

$$y_0 = 10 \text{ m}$$

$$y = 10 - 5 t^2 \text{ (m)}$$

$$v = -10 t$$

Uretara iristean ... $y = 0$

$$\rightarrow y = 0 = 10 - 5 t^2 \rightarrow 5 t^2 = 10 \rightarrow t = \sqrt{2} \rightarrow \boxed{t = 1,41 \text{ s}}$$

behar du uretara
iristeko

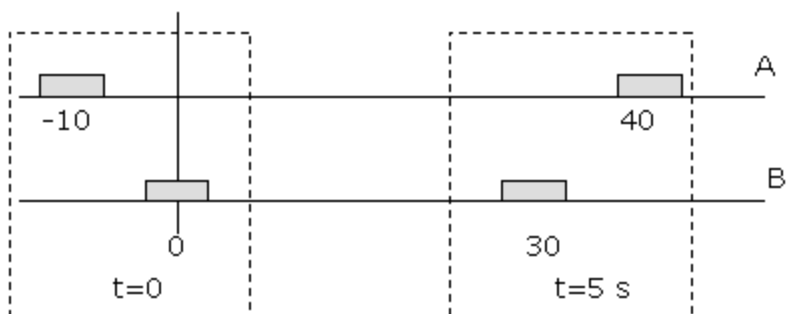
$$v = -10 t \xrightarrow{t=1,41 \text{ s}}$$

$$v = -14,1 \text{ m/s}$$

da abiadura

beherantz

Ariketa 09. Hona hemen A eta B bi higikarien hasierako posizioa eta $t=5$ s denean. Biak abiadura konstantez mugitzen dira



Kalkulatu eta eman: a) bi higikarien posizioaren ekuazioak; b) non eta noiz elkartuko diren.

9

"A"-ren desplazamendua

$$\rightarrow \Delta x = x - x_0 \rightarrow \Delta x = (40 \text{ m}) - (-10 \text{ m}) = 50 \text{ m ibili du } 5 \text{ s-tan}$$

"A"-ren abiadura

$$v_A = \frac{\Delta x}{t} = \frac{50 \text{ m}}{5 \text{ s}} \rightarrow v_A = 10 \text{ m/s}$$

"B"-ren desplazamendua eta abiadura

$$\rightarrow \Delta x = x - x_0 = (30 \text{ m}) - (0 \text{ m}) = 30 \text{ m}$$

$$v_B = \frac{30 \text{ m}}{5 \text{ s}} = 6 \text{ m/s}$$

"A" eta "B"-ren ekuazioak

$$x_A = -10 + 10t$$

$$x_B = 6t$$

Non eta noiz elkartuko diren

$$\rightarrow \text{elkarth} \dots x_A = x_B \rightarrow -10 + 10t = 6t \rightarrow t = 2,5 \text{ s}$$

denean elkartuko dira

$$x_A = x_B = 6 \times 2,5 = 15 \text{ m posizioan elkartuko dira}$$

Ariketa 10. 40 m-k altueratik gorputz bat botatzen da gorantz 20 m/s-ko abiaduraz. Kalkulatu eta eman: a) higiduraren ekuazioak (posizioa eta abiadura); b) zer altuera hartuko duen; c) zer abiaduraz iritsiko den lurrera.

Higiduraren taula				
t (s)	y (m)	v (m/s)	a (m/s ²)	deskribapena
$\forall t$	$40 + 20 t - 5 t^2$	$20 - 10 t$	-10	ekuazioa
0	40	20	-10	hasierako egoera
2	60	0	-10	altuera maximoa (v=0)
5,46	0	-34,6	-10	lurrera iritsi (y=0)

$$\textcircled{10} \quad y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 \quad \begin{matrix} y_0 = 40 & v_0 = 20 \\ a = -10 \end{matrix} \rightarrow \boxed{y = 40 + 20t - 5t^2 \text{ (m)}}$$

$$v = v_0 + a t \quad \begin{matrix} v_0 = 20 \\ a = -10 \end{matrix} \rightarrow \boxed{v = 20 - 10t \text{ (m/s)}}$$

altuera maximoa:

$$v = 0 \rightarrow 20 - 10t = 0 \rightarrow t = 2s \rightarrow y = 40 + (20 \times 2) - 5 \times 2^2 = \boxed{60 \text{ m}}$$

lurrera iritsi:

$$y = 0 \rightarrow 0 = 40 + 20t - 5t^2 \rightarrow t^2 - 4t - 8 = 0$$

$$t = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 32}}{2} \rightarrow t = 5,46 \text{ s}$$

$$v = 20 - 10t \quad \xrightarrow{t=5,46} v = 20 - 54,6 = \boxed{-34,6 \text{ m/s}}$$