HIGIDURA BERTIKALA

9. Bi objektu altuera beretik jaurti ditugu, bata gorantz eta bestea beherantz. Arrazoitu abiadura berean iritsiko ote diren lurrera.

10. Lorontzi bat lurrera jausi da 25 m-ko altueratik. Kalkulatu zenbat denbora behar izan duen lurrera iristeko, eta zer abiaduratan iritsi den.

Sol.: 2,3 s; 22,5 m/s

11. Putzu baten ertzetik, balde bat utzi dugu barrura erortzen, eta hortik 1 s-era, beste balde bat utzi dugu erortzen, toki beretik.

a) Kalkulatu bata bestetik zer distantziatara dauden baldeak bigarrena erortzen utzi eta 2 s-ra. Demagun ez direla oraindik putzuaren hondora iritsi.

b) Adierazi grafikoki balde bakoitzaren abiadura eta posizioa, denboraren arabera, higiduraren lehen 5 s-etan.

Sol.: 24,5 m

12. Kanpamentutik 1 200 m gora dagoen mendizale batek bere kantinplora jaurti du bertikalki beherantz, 0,5 m/s-ko abiaduran. Kalkulatu:

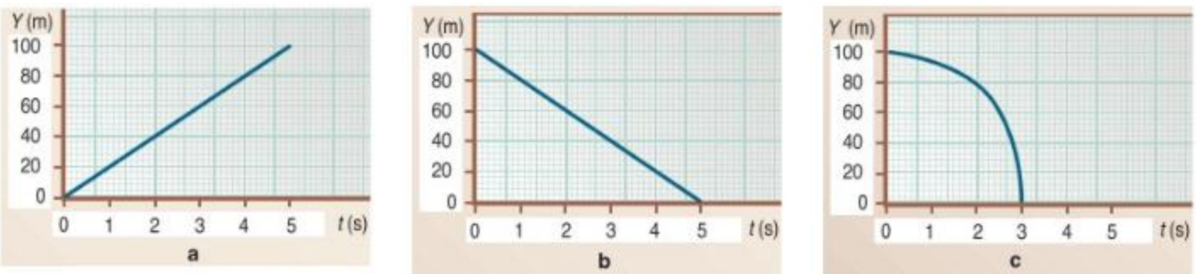
a) Zer abiaduratan iritsi den kantinplora kanpamentura.

b) Jaurti eta zenbat denboratara iritsi den.

Sol.: *a)* 153,4 m/s; *b)* 15,6 s

13. Gorputz bat bertikalki beherantz jaurti dute, 100 m-ko altueratik eta 20 m/s-ko hasierako abiaduran. Esan 1. irudiko zer grafikotan adierazi den gorputzaren posizioa.

Sol.: *c* grafikoan



14. Neska bat etxeko leihoan dago, lurretik 15 m-ra, eta espaloitik, haren nebak baloia jaurti nahi dio bertikalki. Kalkulatu:

a) Zer abiaduratan jaurti behar duen mutilak baloia arrebak harrapa dezan.

b) Zenbat denbora beharko duen baloiak leihora iristeko.

Sol.: *a)* 17,1 m/s; *b)* 1,7 s

15. Pilota bat bertikalki gorantz jaurti dute lurretik. Hirugarren pisuko auzokideak 5 m/s-ko abiaduran pasatzen ikusi du etxeko leihotik, lurretik 9 m-ra. Kalkulatu:

a) Pilotaren hasierako abiadura jaurti dutenean.

b) Zer altuera maximotara iritsi den.

c) Jaurti eta zenbat denboratara iritsi den leihoraino.

Sol.: *a)* 14,2 m/s; *b)* 10,3 m; *c)* 0,9 s

16. Arkatz bat utzi dugu erortzen lurretik 20 m-ra dagoen dorre batetik. Aldi berean, lurretik, klarion bat bertikalki gorantz jaurti dute, 10 m/s-ko hasierako abiaduran.

a) Adierazi grafikoki objektu bakoitzaren abiadura eta posizioa, denboraren arabera, higiduraren lehen 2 s-etan.

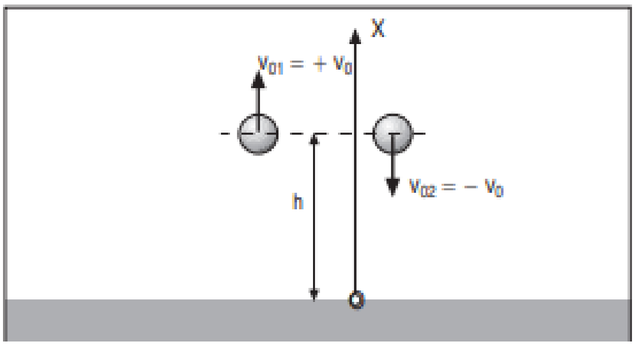
b) Esan zein ziren objektuen posizioa eta abiadura elkartu direnean.

c) Kalkulatu zenbat denboraren buruan elkartu diren.

Sol.: *b)* $x_1 = x_2 = 0{,}4$ m, $v_1 = 19{,}6$ m/s, $v_2 = 9{,}6$ m/s; *c)* 2 s

Emaitzak

9.



Kalkulatuko dugu, lehenik, lehenengo objektua zer abiaduratan iritsiko den lurrera. Horretarako, jaurtiketa-abiadurari $v_{01} = +v_0$ deituko diogu, eta hasierako altuerari, $x_{01} = h$.

$$v_1^2 = v_{01}^2 + 2\,a\,(x_1 - x_{01})$$

Lurrera iristean, $x_1 = 0$.

$$v_1^2 = v_0^2 - 2\,g\,(0 - h) = v_0^2 + 2\,g\,h$$

Ondoren, lurrera iristean bigarren objektuak duen abiadura kalkulatuko dugu. Hasierako abiadura $v_{02} = -v_0$ izan da eta hasierako altuera, $x_{02} = h$.

$$v_2^2 = v_{02}^2 + 2\,a\,(x_2 - x_{02})$$

$$v_2^2 = (-v_0)^2 - 2\,g\,(0 - h) = v_0^2 + 2\,g\,h$$

Formuletan hasierako abiadura, v_0, karratura jasota agertzen denez, bi gorputzak abiadura berean iritsiko dira lurrera, v_0 positiboa nahiz negatiboa izan. Hala gertatzen da energiaren kontserbazioaren ondorioz.

10. Datuak: $x = 0\ \text{m}$; $x_0 = 25\ \text{m}$; $v_0 = 0\ \text{m/s}$
$t_0 = 0\ \text{s}$; $a = -g = -9{,}8\ \text{m/s}^2$

a) $x = x_0 + v_0 t + \dfrac{1}{2} a t^2$

$$x = 0\ \text{m} = 25\ \text{m} - \frac{1}{2} 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$$

$$t = \sqrt{\frac{25\ \cancel{\text{m}} \cdot 2}{9{,}8 \dfrac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}^2}}} = 2{,}3\ \text{s}$$

b) $v = v_0 + a t$

$$v = -9{,}8 \frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 2{,}3\ \cancel{\text{s}} = -22{,}5\ \text{m/s}$$

eta horren modulua 22,5 m/s-koa da.

11. Datuak: $x_{01} = 0\ \text{m}$; $v_{01} = 0\ \text{m/s}$; $t_{01} = 0\ \text{s}$
$a = -9{,}8\ \text{m/s}^2$; $x_{02} = 0\ \text{m}$; $v_{02} = 0\ \text{m/s}$
$t_{02} = 1\ \text{s}$

a) Ontzien arteko distantzia kalkulatu behar dugu, hau da, $|x_2 - x_1|$.

$$x_1 = x_{01} + v_{01}(t - t_{01}) + \frac{1}{2} a (t - t_{01})^2$$

$$x_1 = -\frac{1}{2} 9{,}8\, t^2$$

$$x_2 = x_{02} + v_{02}(t - t_{02}) + \frac{1}{2} a (t - t_{02})^2$$

$$x_2 = -\frac{1}{2} 9{,}8 (t - 1)^2 = -\frac{1}{2} 9{,}8 (t^2 - 2t + 1)$$

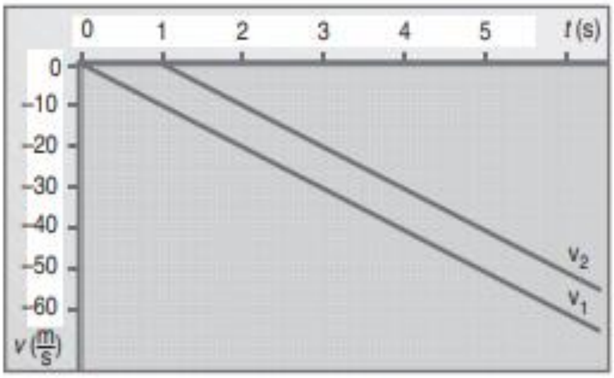
$$|x_2 - x_1| =$$

$$= \left|\left(\cancel{-\frac{1}{2} 9{,}8\, t^2} + 9{,}8\, t - \frac{1}{2} 9{,}8\right) - \left(\cancel{-\frac{1}{2} 9{,}8\, t^2}\right)\right| = \left|9{,}8\left(t - \frac{1}{2}\right)\right|$$

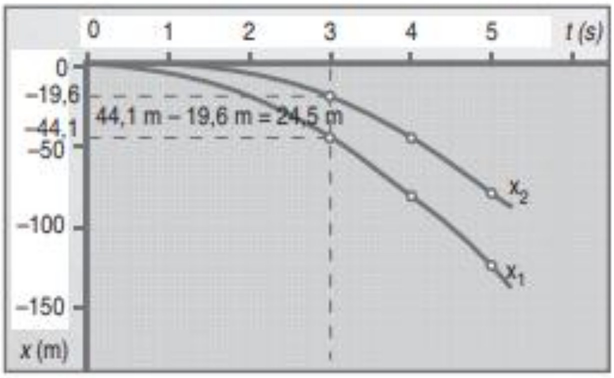
Ondoren, azken baldea erortzen utzi eta bi segundo geroago bi ontzien artean dagoen distantzia kalkulatuko dugu. Denboraren jatorritzat lehenengo baldea erortzen utzitako aldiunea aukeratu dugunez, eta bigarren ontzia hortik 1 s-era askatu dugunez, denbora hau hartu beharko dugu kontuan distantzia kalkulatzeko orduan: $t = 1\ \text{s} + 2\ \text{s} = 3\ \text{s}$.

$$|x_2 - x_1| = \left|9{,}8\left(3 - \frac{1}{2}\right)\right| = 24{,}5\ \text{m}$$

b) Bi baldeen abiadura grafikoki adieraziko dugu, denboraren arabera:



$x(t)$ motako grafikoari esker , bi ontzien ar teko distantzia kalkulatu ahal izango dugu edozein aldiunetan, t_1.



Horretarako, t_1 puntutik pasatzen den ler ro bertikal bat mar raztuko dugu, eta bi higidur en grafikoekin dituen ebaketa-puntuei er reparatuko diegu, bi ebaketa-puntu horien ar teko distantzia bi baldeen ar teko distantzia baita t_1 aldiunean. Adibide gisa, grafikoan $t_1 = 3$ s aldiuneari dagokion kalkulua egin dugu.

12. Datuak: $x = 0$ m ; $x_0 = 1200$ m

$v_0 = -0{,}5$ m/s ; $a = -g = -9{,}8$ m/s^2

a) $v^2 = v_0^2 + 2\,a(x - x_0)$

$$v = \sqrt{\left(-0{,}5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 - 2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(0\text{ m} - 1200\text{ m})} = 153{,}4\text{ m/s}$$

Kanpamentura iristean, kantinplorar en abiadura 153,4 m/s-koa izan da.

b) $x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$

$$0 = 1200 \text{ m} - 0{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}} t - \frac{1}{2} 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2$$

$$+4{,}9 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} t^2 + 0{,}5 \frac{\text{m}}{\text{s}} t - 1200 \text{ m} = 0$$

$$t = \frac{-0{,}5 \pm \sqrt{0{,}5^2 + 4 \cdot 4{,}9 \cdot 1200}}{2 \cdot 4{,}9} =$$

$$t_1 = -15{,}7 \text{ s} \; ; \; t_2 = 15{,}6 \text{ s}$$

Baztertu egingo dugu lehenengo soluzioa, denboraren balioak positiboa izan behar duelako.

Jaurti eta 15,6 s-ra iritsi da kanpamentura kantinplora.

13. a) Lehenengo irudia desegokia da, altuera txikiagotu egin behar baita denbora pasatu ahala; eta irudian, aldiz, altuera handiagotu egiten da.

b) Bigarren irudia ere desegokia da, gorputz baten erorketa higidura azeleratua baita, eta grafikoan irudikatutakoa higidura uniforme bat da.

c) Proposaturiko higidurari grafiko hau dagokio:

- $t = 0$ denean, altuera 100 m-koa da.
- Zenbat eta denbora gehiago pasatu, txikiagoa da altuera.
- Irudiko lerroa, parabola bat, ezaugarri hauek dituen higidura zuzen eta uniformeki azeleratu bati dagokio: da, $v_0 = 20$ m/s, $x_0 = 100$ m eta $a = -9{,}8$ m/s^2.

$$x = x_0 + v_0 (t - t_0) = \frac{1}{2} a (t - t_0)^2$$

$$x(t) = 100 - 20\,t - \frac{1}{2} 9{,}8\,t^2$$

14. Datuak:

a) $x = 15\ \text{m}\ ;\ x_0 = 0\ \text{m}\ ;\ t_0 = 0\ \text{s}$

Baloia leihoaren parean une batez geldi egon dadin, suposatuko dugu amaierako abiadurak zer o izan behar duela.

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a(x - x_0)$$

$$0 = v_0^2 - 2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(15\ \text{m} - 0\ \text{m})$$

$$v_0 = \sqrt{2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 15\ \text{m}} = 17{,}1\ \text{m/s}$$

b) $v = v_0 + a(t - t_0)$

$$0 = 17{,}1\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t$$

$$t = \frac{17{,}1\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\cancel{\text{s}}}}{9{,}8\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}^{\cancel{2}}}} = 1{,}7\ \text{s}$$

15. Datuak: abiadura 9 m-ko altueran:

$$v(9\ \text{m}) = 5\ \text{m/s}$$

a) Datuak formula honetan ordezkatuko ditugu:

$$v^2 = v_0^2 + 2\,a(x - x_0)$$

$$\left(5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = v_0^2 - 2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,(9\ \text{m} - 0\ \text{m})$$

$$v_0 = \sqrt{\left(5\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + 2 \cdot 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 9\ \text{m}} = 14{,}2\ \text{m/s}$$

San Fidel ikastola Gernika-Lumo

b) Altuera maximoko puntuan, pilotar en abiadura nulua izango da:

$$0 = v = v_0 + a\,t$$

$$t = -\frac{v_0}{a} = -\frac{14{,}2\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}{-9{,}8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 1{,}4\ \text{s}$$

Emaitza idatziko dugu posizioa denboraren arabera azaltzen duen adierazpenean:

$$x = x_0 + v_0\,t + \frac{1}{2}\,a t^2$$

$$x = 14{,}2\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}}} \cdot 1{,}4\,\cancel{\text{s}} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}}\,(1{,}4\,\cancel{\text{s}})^2 = 10{,}3\ \text{m}$$

Pilotak 1,4 s behar ditu altuera maximora iristeko, eta altuera maximoa 10,3 m-koa da.

b ataleko emaitza honako era honetan ere kalkula daiteke:

$$v^2 = 0 = v_0^2 - 2g(x - x_0)$$

$$x - x_0 = \frac{v_0^2}{2g} = \frac{\left(14{,}2\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 \cdot 9{,}8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 10{,}3\ \text{m}$$

c) Leihora iritsi arte pasaturiko denbora kalkulatuko dugu:

$$v = v_0 + a\,t$$

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{5\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}} - 14{,}2\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}}}{-9{,}8\,\dfrac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0{,}9\ \text{s}$$

16. Datuak: Arkatza: $x_{0\,l} = 20$ m ; $v_{0\,l} = 0$ m/s

Klariona: $x_{0\,t} = 0$ m ; $v_{0\,t} = 10$ m/s

Arkatzaren eta klarionar en abiadur en eta posizioen ekuazioak:

$$v_a = v_{0\,a} - g\,t = -9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t$$

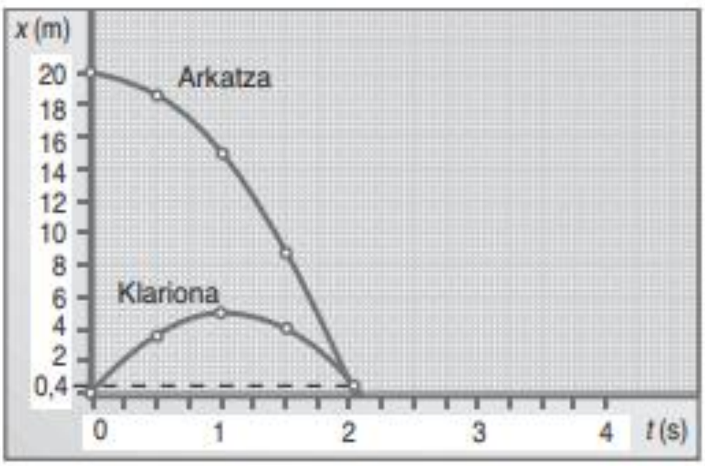
$$v_k = v_{0\,k} - g\,t = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t$$

$$x_a = x_{0\,a} + v_{0\,a}\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2 = 20\text{ m} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2$$

$$x_k = x_{0\,k} + v_{0\,k}\,t - \frac{1}{2}\,g\,t^2 = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,t - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2$$

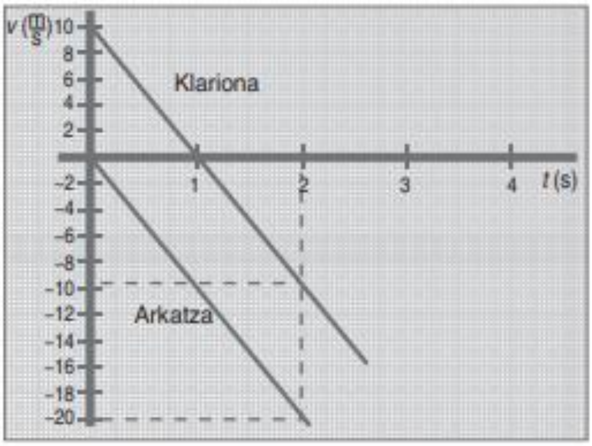
a) Posizioaren irudi grafikoa.

Arkatzaren eta klarionaren $x(t)$ motako irudi grafikoen ebaketa-puntuak datu hauek adierazten dizkigu: batetik, abzisen ardatzean, biek topo zein unetan egiten duten (2 s), eta bestetik, ordenatuen ardatzean, zer distantziatara biltzen dir en (0,4 m).



Abiaduraren grafikoak.

Abiaduraren grafikoen eta t aldiuneari dagokion abszisen ardatzaren zuzen perpendikularraren arteko ebaketek aldiune horri dagozkion abiadurak adierazten dizkigute. Grafikoan $t = 2$ s aldiuneari dagokiona irudikatu da.



b) Arkatzari dagokionez:

$$x_a = x_{0a} + v_{0a}\,t - \frac{1}{2}\,gt^2 = 20\ \text{m} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2$$

Klarionari dagokionez:

$$x_k = x_{0k} + v_{0k}\,t - \frac{1}{2}\,gt^2 = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,t - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2$$

Bien posizioa berdina denean ($x_k = x_a$) egingo dute topo:

$$10\,\frac{\text{m}}{\text{s}}\,t - \cancel{\frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2} = 20\ \text{m} - \cancel{\frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,t^2}$$

$$t = \frac{20\ \cancel{\text{m}}}{10\,\frac{\cancel{\text{m}}}{\text{s}}} = 2\ \text{s}$$

Arkatzaren posizioaren ekuazioan ordeztuz:

$$x_l = 20\ \text{m} - \frac{1}{2}\,9{,}8\,\frac{\text{m}}{\cancel{\text{s}^2}}\,(2\ \cancel{\text{s}})^2 = 0{,}4\ \text{m}$$

Arkatzaren abiaduraren ekuazioan ordeztuz:

$$v_l = v_{0\,l} - g\,t =$$

$$= 0\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^{\cancel{2}}} \cdot 2\,\cancel{\text{s}} = -19{,}6\ \text{m/s}$$

Emaitza negatiboa da, arkatza erortzen ari delako.

Abiaduraren modulua: $v_a = 19{,}6$ m/s

Orain, datuak klarionaren abiaduraren ekuazioan idatziko ditugu:

$$v_k = v_{0\,k} - g\,t$$

$$v_k = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}} - 9{,}8 \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^{\cancel{2}}}\,2\,\cancel{\text{s}} = -9{,}6\ \text{m/s}$$

Abiadura negatiboa da, klariona erortzen ari delako, arkatza bezala.

Abiadura horren modulua: $v_k = 9{,}6$ m/s

c) Topo egin ar te pasaturiko denbora kalkulatuta dago *b* atalean ($t = 2$ s).