

# Using Bayes Law to Control Model Complexity - Gaussian\_pool0rNot.c Simulation Study

E94106169 工科系 114 李柏臻

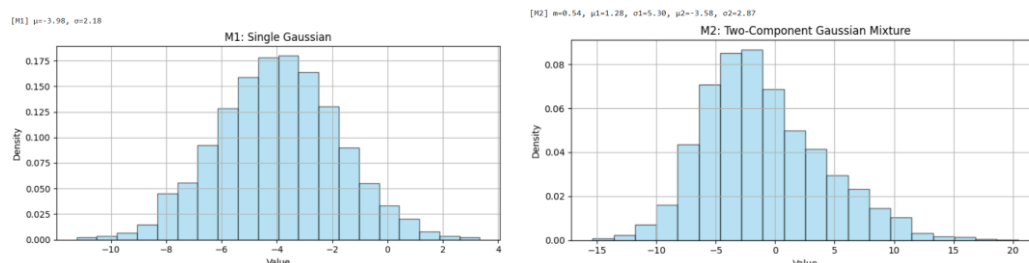
## 1. Introduction

在本實驗中，我們探討了使用貝式法則（Bayes Law）來控制模型複雜度的概念，並藉由 Gaussian\_pool0rNot.c 程式進行模擬。此程式可產生單一或雙成分高斯混合模型資料，並透過模擬觀察在不同參數設定下，判斷資料來自哪一種模型的準確率。本報告旨在視覺化模擬結果，並分析模型選擇過程中的參數影響。

## 2. Methodology

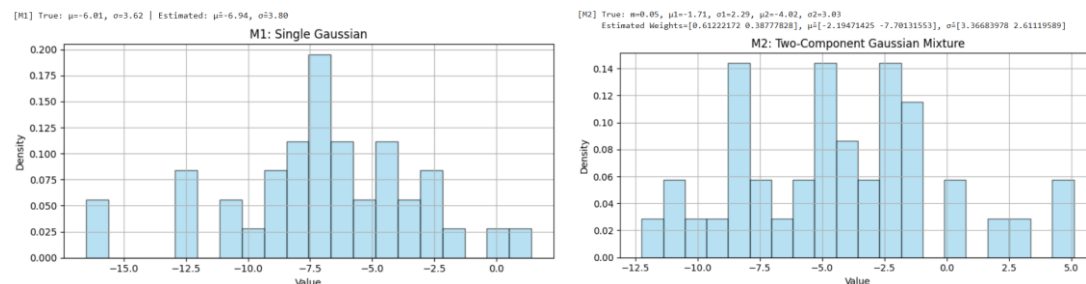
### 2.1 程式與執行方式

- 使用程式：Python
- 資料產生方式：根據事先設定的參數（例如  $(\mu, \sigma)$  ( $\mu$ ,  $\sigma$ ) 或  $(\mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2)$  ( $\mu_1$ ,  $\sigma_1$ ,  $\mu_2$ ,  $\sigma_2$ ) 隨機產生 40 筆樣本資料



### 2.2 模型估計方法

- 單一成分模型：使用樣本的平均與標準差作為最大概似估計
- 雙成分模型：使用期望最大化演算法（EM）估計  $(m, \mu_1, \sigma_1, \mu_2, \sigma_2)$



（大致上 1-component 的圖不會有問題，但 2-component 的會有分布分散的情況）

### 3. Simulation Design

本模擬主要探討「兩個高斯成分的均值差距  $\Delta \mu$  對模型識別準確率的影響」，具體設計如下：

| 模擬參數         | 說明                      |
|--------------|-------------------------|
| $\Delta \mu$ | 設定為 1, 2, 3, 4          |
| 每組樣本數        | 40 筆                    |
| 模型選擇判斷方式     | 使用程式輸出與真實產生模型比較         |
| 執行次數         | 每組 $\Delta \mu$ 執行 50 次 |

### 4. Results

#### 4.1 模型識別準確率 vs $\Delta \mu$

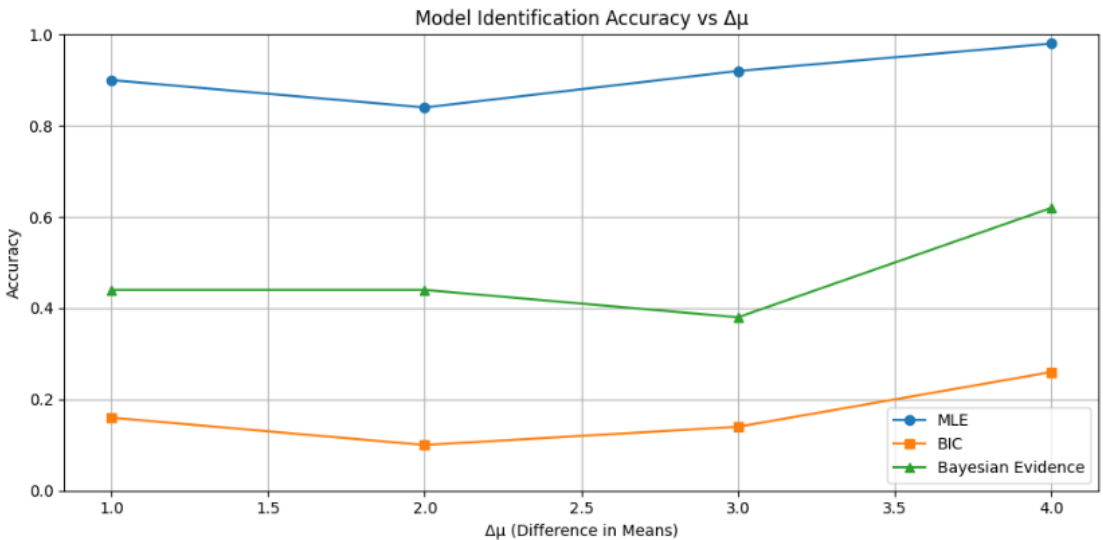
此部分呈現  $\Delta \mu$  與正確識別混合模型的準確率關係圖：

$\Delta \mu = 1$ , MLE = 0.90, BIC = 0.16, Bayes = 0.44

$\Delta \mu = 2$ , MLE = 0.84, BIC = 0.10, Bayes = 0.44

$\Delta \mu = 3$ , MLE = 0.92, BIC = 0.14, Bayes = 0.38

$\Delta \mu = 4$ , MLE = 0.98, BIC = 0.26, Bayes = 0.62



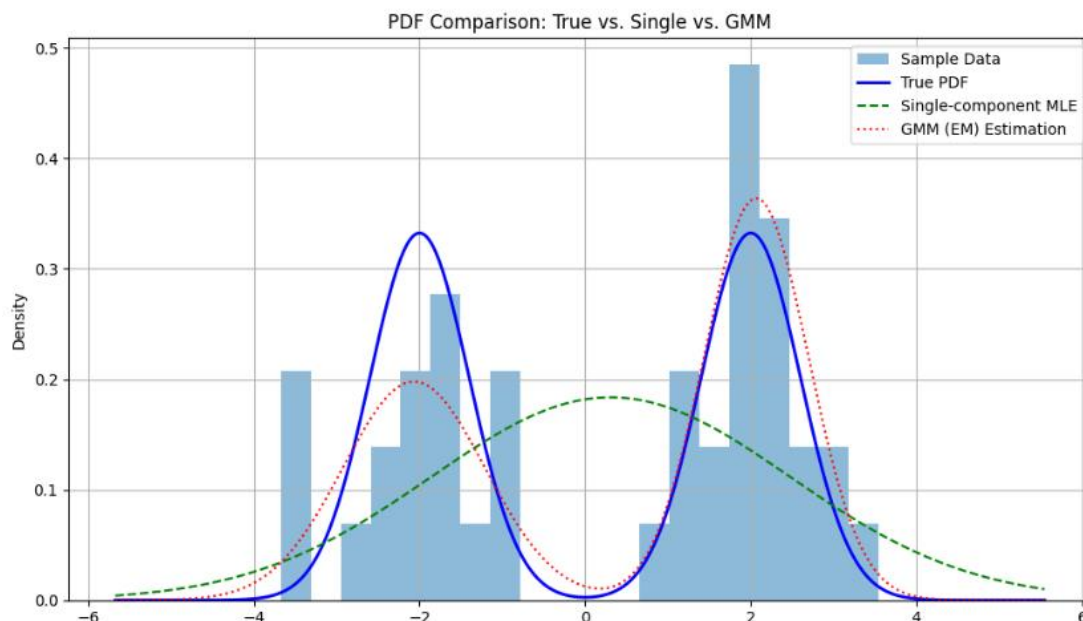
(可以看出整體準確度大致符合  $MLE > BE > BIC$  的狀態)

#### 4.2 MLE 估計結果與參數分布比較

針對部分樣本資料，繪製：

- 真實生成參數的機率密度函數 (PDF)
- 單一成分模型估計出的 PDF

- 雙成分模型透過 EM 得到的 PDF



## 5. Discussion

### 5.1 參數變化對識別影響

從 4.1 的附圖可以明顯看出，當  $\Delta \mu$  越大，混合模型的兩個成分越容易區分，程式越能準確判斷模型類型，識別率有上升的趨勢。

### 5.2 單一模型與混合模型估計比較

1. 單一成分估計有一個缺點是它僅能提供平均分佈，會錯估雙峰情況。
2. 混合模型透過 EM 能逼近原始生成的兩個高斯分布，但需更高運算成本，會讓我的爛筆電燒起來。

### 5.3 模型選擇與貝式法則的連結

此模擬實作展示了如何用模型證據 (marginal likelihood) 來進行模型選擇，避免單純用複雜模型 overfit 資料。Bayes Law 在這裡透過對參數與模型進行積分，達成模型選擇上的自動化調節。

## 6. Conclusion

本實驗說明了在面對不同複雜度的生成模型時，使用貝式方法進行模型選擇的優勢。透過模擬與視覺化分析，我們可清楚看出不同參數設定對模型判別能力的影響。

很抱歉我沒有看清楚老師的指示，全部都用 python 做。但發現的時候已經來不及了。真的非常對不起。

---

### 附錄

程式都在這邊：

[https://github.com/libojhen/E94106169\\_GMM\\_HW](https://github.com/libojhen/E94106169_GMM_HW)