А. Эйнштейн

ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

ИЗБРАННЫЕ РАБОТЫ

Научно-издательский центр
«Регулярная и хаотическая динамика»

2000

УДК 530.18
Э-534

Э-534 **Эйнштейн А.**
Теория относительности. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика». — 2000, 224 с.

В книге собраны наиболее существенные работы и лекционные курсы создателя СТО и ОТО А. Эйнштейна. Этот материал актуален и сегодня, так как до сих пор не существует настолько глубокого изложения предмета, как у самого Эйнштейна.

Предназначена для студентов физиков и математиков, некоторые разделы доступны учащимся специализированных физических школ.

ISBN 5-93972-002-1

Содержание

Предисловие редакции

Издание настоящего сборника работ крупнейшего физика 20-го века Альберта Эйнштейна (1879–1955) вызвано отсутствием в современной отечественной литературе доступного, ясного и достаточно строгого изложения теории относительности. Такое положение обусловлено несколькими причинами.

Одна из них состоит в недоступности собрания научных трудов А. Эйнштейна, изданных в 1965 году в серии «Классики науки». Другая связана с отсутствием в имеющихся книгах и учебниках изложения теории относительности, конгениальном изложению самого Эйнштейна — основанного на эксперименте, сочетающего физичность подхода, философскую глубину и математическую ясность. Лучшие учебники типа «Гравитации» Мизнера, Торна, Уилера также являются практически недоступными, многие из них перегружены несущественными деталями, некоторые безнадежно устарели, что нельзя сказать о первоначальных работах Эйнштейна, которые в некотором смысле возвращают нас к простым и глубоким идеям, составляющим фундамент современной теории гравитации.

Идея создать этот сборник возникла у А. А. Белавина, который и отобрал для него работы Эйнштейна, используемые им при чтении лекций по теоретической физике в Московском независимом университете. Работы были взяты из собрания научных работ А. Эйнштейна 1965 г., вышедшем под редакцией И. Е. Тамма, Я. А. Смородинского, Б. Г. Кузнецова. Мы искренне благодарны А. А. Садыкину, позволившему нам воспользоваться этими переводами. Можно надеяться, что настоящее издание принесет большую пользу широкому кругу читателей — от студентов вузов до специалистов: физиков-теоретиков, математиков, философов.

К ЭЛЕКТРОДИНАМИКЕ ДВИЖУЩИХСЯ ТЕЛ[1]

Известно, что электродинамика Максвелла в современном ее виде приводит в применении к движущимся телам к асимметрии, которая несвойственна, по-видимому, самим явлениям. Вспомним, например, электродинамическое взаимодействие между магнитом и проводником с током. Наблюдаемое явление зависит здесь только от относительного движения проводника и магнита, в то время как, согласно обычному представлению, два случая, в которых движется либо одно, либо другое из этих тел, должны быть строго разграничены. В самом деле, если движется магнит, а проводник покоится, то вокруг магнита возникает электрическое поле, обладающее некоторым количеством энергии, которое в тех местах, где находятся части проводника, порождает ток. Если же магнит находится в покое, а движется проводник, то вокруг магнита не возникает никакого электрического поля; зато в проводнике возникает электродвижущая сила, которой самой по себе не соответствует никакая энергия, но которая — при предполагаемой тождественности относительного движения в обоих интересующих нас случаях — вызывает электрические токи той же величины и того же направления, что и электрическое поле в первом случае.

Примеры подобного рода, как и неудавшиеся попытки обнаружить движение Земли относительно «светоносной среды», ведут к предположению, что не только в механике, но и в электродинамике никакие свойства явлений не соответствуют понятию абсолютного покоя и даже, более того, — к предположению, что для всех координатных систем, для которых справедливы уравнения механики, справедливы те же самые электродинамические и оптические законы, как это уже доказано для величин первого порядка. Это предположение (содержание которого в дальнейшем будет называться «принципом относительности») мы намерены превратить в предпосылку и сделать, кроме того, добавочное допущение, находящееся с первым лишь в кажущемся противоречии,

[1] *Zur Elektrodynamik der bewegter Körper.* Ann. Phys., 1905, 17, 891–921.

а именно, что свет в пустоте всегда распространяется с определенной скоростью V, не зависящей от состояния движения излучающего тела. Эти две предпосылки достаточны для того, чтобы, положив в основу теорию Максвелла для покоящихся тел, построить простую, свободную от противоречий электродинамику движущихся тел. Введение «светоносного эфира» окажется при этом излишним, поскольку в предлагаемой теории не вводится «абсолютно покоящееся пространство», наделенное особыми свойствами, а также ни одной точке пустого пространства, в котором протекают электромагнитные процессы, не приписывается какой-нибудь вектор скорости.

Развиваемая теория основывается, как и всякая другая электродинамика, на кинематике твердого тела, так как суждения всякой теории касаются соотношений между твердыми телами (координатными системами), часами и электромагнитными процессами. Недостаточное понимание этого обстоятельства является корнем тех трудностей, преодолевать которые приходится теперь электродинамике движущихся тел.

I. Кинематическая часть

§ 1. Определение одновременности

Пусть имеется координатная система, в которой справедливы уравнения механики Ньютона. Для отличия от вводимых позже координатных систем и для уточнения терминологии назовем эту координатную систему «покоящейся системой».

Если некоторая материальная точка находится в покое относительно этой координатной системы, то ее положение относительно последней может быть определено методами евклидовой геометрии с помощью твердых масштабов и выражено в декартовых координатах.

Желая описать *движение* какой-нибудь материальной точки, мы задаем значения ее координат как функций времени. При этом следует иметь в виду, что подобное математическое описание имеет физический смысл только тогда, когда предварительно выяснено, что подразумевается здесь под «временем». Мы должны обратить внимание на то, что все наши суждения, в которых время играет какую-либо роль, всегда являются суждениями об *одновременных событиях*. Если я, например, говорю: «Этот поезд прибывает сюда в 7 часов», — то это означает примерно следующее: «Указание маленькой стрелки моих часов на 7 часов и прибытие поезда суть одновременные события»[1].

Может показаться, что все трудности, касающиеся определения «времени», могут быть преодолены тем, что вместо слова «время» я напишу «положение маленькой стрелки моих часов». Такое определение, действительно, достаточно в случае, когда речь идет о том, чтобы определить время лишь для того самого места, в котором как раз находятся часы; однако это определение уже недостаточно, как только речь будет идти о том, чтобы связать друг с другом во времени ряды событий, протекающих в различных местах, или, что сводится к тому же, установить время для тех событий, которые происходят в местах, удаленных от часов.

Желая определить время событий, мы могли бы, конечно, удовлетвориться тем, что заставили бы некоторого наблюдателя, находящегося с часами в начале координат, сопоставлять соответствующее положение стрелки часов с каждым световым сигналом, идущим к нему через пустоту и дающим знать о регистрируемом событии. Такое сопоставление связано, однако, с тем неудобством, известным нам из опыта, что оно не будет независимым от местонахождения наблюдателя, снабженного часами. Мы придем к гораздо более практическому определению путем следующих рассуждений.

Если в точке A пространства помещены часы, то наблюдатель, находящийся в A, может устанавливать время событий в непосредственной близости от A путем наблюдения одновременных с этими событиями положений стрелок часов. Если в другой точке B пространства также имеются часы (мы добавим: «точно такие же часы, как в точке A»), то в непосредственной близости от B тоже возможна временная оценка событий находящимся в B наблюдателем. Однако невозможно без дальнейших предположений сравнивать во времени какое-либо событие в A с событием в B; мы определили пока только «A-время» и «B-время», но не общее для A и B «время». Последнее можно установить, ***вводя определение,*** что «время», необходимое для прохождения света из A в B, равно «времени», требуемому для прохождения света из B в A. Пусть в момент t_A по «A-времени» луч света выходит из A в B, отражается в момент t_B по «B-времени» от B к A и возвращает-

---

[1] Здесь не будет обсуждаться неточность, содержащаяся в понятии одновременности двух событий, происходящих (приблизительно) в одном и том же месте, которая должна быть преодолена также с помощью некоторой абстракции.

ся назад в A в момент t'_A по «A-времени». Часы в A и B будут идти, согласно определению, синхронно, если

$$t_B - t_A = t'_A - t_B.$$

Мы сделаем допущение, что это определение синхронности можно дать непротиворечивым образом и притом для сколь угодно многих точек и что, таким образом, справедливы следующие утверждения:

1) если часы в B идут синхронно с часами в A, то часы в A идут синхронно с часами в B;

2) если часы в A идут синхронно как с часами в B, так и с часами в C, то часы в B и C также идут синхронно относительно друг друга.

Таким образом, пользуясь некоторыми (мысленными) физическими экспериментами, мы установили, что́ нужно понимать под синхронно идущими, находящимися в различных местах покоящимися часами, и благодаря этому, очевидно, достигли определения понятий: «одновременность» и «время». «Время» события — это одновременное с событием показание покоящихся часов, которые находятся в месте события и которые идут синхронно с некоторыми определенными покоящимися часами, причем с одними и теми же часами при всех определениях времени.

Согласно опыту, мы положим также, что величина

$$\frac{2\overline{AB}}{t'_A - t_A} = V$$

есть универсальная константа (скорость света в пустоте). Существенным является то, что мы определили время с помощью покоящихся часов в покоящейся системе; будем называть это время, принадлежащее к покоящейся системе, «временем покоящейся системы».

§ 2. Об относительности длин и промежутков времени

Дальнейшие соображения опираются на принцип относительности и на принцип постоянства скорости света. Мы формулируем оба принципа следующим образом.

1. Законы, по которым изменяются состояния физических систем, не зависят от того, к которой из двух координатных систем, движущих-

ся относительно друг друга равномерно и прямолинейно, эти изменения состояния относятся.

2. Каждый луч света движется в «покоящейся» системе координат с определенной скоростью V, независимо от того, испускается ли этот луч света покоящимся или движущимся телом.

При этом

$$\text{Скорость} = \frac{\text{Путь луча света}}{\text{Промежуток времени}},$$

причем «промежуток времени» следует понимать в смысле определения в § 1.

Пусть нам дан покоящийся твердый стержень, и пусть длина его, измеренная также покоящимся масштабом, есть l. Теперь представим себе, что стержню, ось которого направлена по оси X покоящейся координатной системы, сообщается равномерное и параллельное оси X поступательное движение (со скоростью v) в сторону возрастающих значений x. Поставим теперь вопрос о длине движущегося стержня, которую мы полагаем определенной с помощью следующих двух операций:

а) наблюдатель движется вместе с указанным масштабом и с измеряемым стержнем и измеряет длину стержня непосредственно путем прикладывания масштаба так же, как если бы измеряемый стержень, наблюдатель и масштаб находились в покое;

б) наблюдатель устанавливает с помощью расставленных в покоящейся системе синхронных, в смысле § 1, покоящихся часов, в каких точках покоящейся системы находятся начало и конец измеряемого стержня в определенный момент времени t. Расстояние между этими двумя точками, измеренное использованным выше, но уже покоящимся масштабом, есть длина, которую можно обозначить как «длину стержня».

Согласно принципу относительности, длина, определяемая операцией «а», которую мы будем называть «длиной стержня в движущейся системе», должна равняться длине l покоящегося стержня.

Длину, устанавливаемую операцией «б», которую мы будем называть «длиной (движущегося) стержня в покоящейся системе», мы определим, основываясь на наших двух принципах, и найдем, что она отлична от l.

В обычно применяемой кинематике принимается без оговорок, что длины, определенные посредством двух упомянутых операций, равны друг другу, или, иными словами, что движущееся твердое тело в момент времени t в геометрическом отношении вполне может быть заменено *тем же* телом, когда оно *покоится* в определенном положении.

Представим себе, что к обоим концам стержня (A и B) прикреплены часы, которые синхронны с часами покоящейся системы, т.е. показания их соответствуют «времени покоящейся системы» в тех местах, в которых эти часы как раз находятся; следовательно, эти часы «синхронны в покоящейся системе».

Представим себе далее, что у каждых часов находится движущийся с ними наблюдатель и что эти наблюдатели применяют к обоим часам установленный в § 1 критерий синхронности хода двух часов. Пусть в момент времени[1] t_A из A выходит луч света, отражается в B в момент времени t_B и возвращается назад в A в момент времени t'_A. Принимая во внимание принцип постоянства скорости света, находим

$$t_B - t_A = \frac{r_{AB}}{V - v} \quad \text{и} \quad t'_A - t_B = \frac{r_{AB}}{V + v},$$

где r_{AB} — длина движущегося стержня, измеренная в покоящейся системе. Итак, наблюдатели, движущиеся вместе со стержнем, найдут, что часы в точках A и B не идут синхронно, в то время как наблюдатели, находящиеся в покоящейся системе, объявили бы эти часы синхронными.

Итак, мы видим, что не следует придавать *абсолютного* значения понятию одновременности. Два события, одновременные при наблюдении из одной координатной системы, уже не воспринимаются как одновременные при рассмотрении из системы, движущейся относительно данной системы.

§ 3. Теория преобразования координат и времени от покоящейся системы к системе, равномерно и прямолинейно движущейся относительно первой

Пусть в «покоящемся» пространстве даны две координатные системы, каждая с тремя взаимно-перпендикулярными осями, выходящими из одной точки. Пусть оси X обеих систем совпадают, а оси Y и Z —

[1] Здесь «время» означает «время покоящейся системы» и вместе с тем «положение стрелки движущихся часов, которые находятся в том месте, о котором идет речь».

соответственно параллельны. Пусть каждая система снабжена масштабом и некоторым числом часов, и пусть оба масштаба и все часы в обеих системах в точности одинаковы.

Пусть теперь началу координат одной из этих систем (k) сообщается (постоянная) скорость v в направлении возрастающих значений x другой, покоящейся системы (K); эта скорость передается также координатным осям, а также соответствующим масштабам и часам. Тогда каждому моменту времени t покоящейся системы (K) соответствует определенное положение осей движущейся системы, и мы из соображений симметрии вправе допустить, что движение системы k может быть таким, что оси движущейся системы в момент времени t (через t всегда будет обозначаться время покоящейся системы) будут параллельны осям покоящейся системы.

Представим себе теперь, что пространство размечено как в покоящейся системе K посредством покоящегося в ней масштаба, так и в движущейся системе k посредством движущегося с ней масштаба, и что, таким образом, получены координаты x, y, z и соответственно ξ, η, ζ. Пусть посредством покоящихся часов, находящихся в покоящейся системе, и с помощью световых сигналов указанным в § 1 способом определяется время t покоящейся системы для всех тех точек последней, в которых находятся часы. Пусть далее таким же образом определяется время τ движущейся системы для всех точек этой системы, в которых находятся покоящиеся относительно последней часы, указанным в § 1 способом световых сигналов между точками, в которых эти часы находятся.

Каждому набору значений x, y, z, t, которые полностью определяют место и время событий в покоящейся системе, соответствует набор значений ξ, η, ζ, τ, устанавливающий это событие в системе k, и теперь необходимо найти систему уравнений, связывающих эти величины.

Прежде всего ясно, что эти уравнения должны быть *линейными* в силу свойства однородности, которое мы приписываем пространству и времени.

Если мы положим $x' = x - vt$, то ясно, что точке, покоящейся в системе k, будет принадлежать определенный, независимый от времени набор значений x', y, z. Сначала мы определим τ как функцию от x', y, z, t. Для этой цели мы должны выразить с помощью некоторых соотношений, что τ по своему смыслу есть не что иное, как совокупность показаний покоящихся в системе k часов, которые в соответствии с изложенным в § 1 правилом идут синхронно.

Пусть из начала координат системы k в момент времени τ_0 посылается луч света вдоль оси X в точку x' и отражается оттуда в момент времени τ_1 назад, в начало координат, куда он приходит в момент времени τ_2; тогда должно существовать соотношение

$$\frac{1}{2}(\tau_0 + \tau_2) = \tau_1,$$

или, выписывая аргументы функции τ и применяя принцип постоянства скорости света в покоящейся системе, имеем

$$\frac{1}{2}\left[\tau_0(0,0,0,t) + \tau_2\left(0,0,0,\left\{t + \frac{x'}{V-v} + \frac{x'}{V+v}\right\}\right)\right] = \\ = \tau_1\left(x',\, 0,\, 0,\, t + \frac{x'}{V-v}\right).$$

Если x' взять бесконечно малым, то отсюда следует:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{1}{V-v} + \frac{1}{V+v}\right)\frac{\partial \tau}{\partial t} = \frac{\partial \tau}{\partial x'} + \frac{1}{V-v}\frac{\partial \tau}{\partial t},$$

или

$$\frac{\partial \tau}{\partial x'} + \frac{v}{V^2 - v^2}\frac{\partial \tau}{\partial t} = 0.$$

Необходимо заметить, что мы могли бы вместо начала координат выбрать всякую другую точку в качестве отправной точки луча света, и поэтому только что полученное уравнение справедливо для всех значений x', y, z.

Если принять во внимание, что свет вдоль осей Y и Z при наблюдении из покоящейся системы всегда распространяется со скоростью $\sqrt{V^2 - v^2}$, то аналогичное рассуждение, примененное к этим осям, дает

$$\frac{\partial \tau}{\partial y} = 0, \qquad \frac{\partial \tau}{\partial z} = 0.$$

Так как τ — *линейная* функция, то из этих уравнений следует

$$\tau = a\left(t - \frac{v}{V^2 - v^2}x'\right),$$

где a — неизвестная пока функция $\varphi(v)$ и ради краткости принято, что в начале координат системы k при $\tau = 0$ также и $t = 0$.

Пользуясь этим результатом, легко найти величины ξ, η, ζ. С этой целью (как этого требует принцип постоянства скорости света в сочетании с принципом относительности) нужно с помощью уравнений выразить то обстоятельство, что свет при измерении в движущейся системе также распространяется со скоростью V. Для луча света, вышедшего в момент времени $\tau = 0$ в направлении возрастающих ξ, имеем

$$\xi = V\tau,$$

или

$$\xi = aV\left(t - \frac{v}{V^2 - v^2}x'\right).$$

Но относительно начала координат системы k луч света при измерении, произведенном в покоящейся системе, движется со скоростью $V - v$, вследствие чего

$$\frac{x'}{V - v} = t.$$

Подставив это значение t в уравнение для ξ, получим

$$\xi = a\frac{V^2}{V^2 - v^2}x'.$$

Рассматривая лучи, движущиеся вдоль двух других осей, находим

$$\eta = V\tau = aV\left(t - \frac{v}{V^2 - v^2}x'\right),$$

причем

$$\frac{y}{\sqrt{V^2 - v^2}} = t, \quad x' = 0;$$

следовательно,

$$\eta = a\frac{V}{\sqrt{V^2 - v^2}}y \quad \text{и} \quad \zeta = a\frac{V}{\sqrt{V^2 - v^2}}z.$$

Подставляя вместо x' его значение, получаем

$$\begin{aligned}
\tau &= \varphi(v)\,\beta\left(t - \frac{v}{V^2}x\right),\\
\xi &= \varphi(v)\,\beta(x - vt),\\
\eta &= \varphi(v)\,y,\\
\zeta &= \varphi(v)\,z,
\end{aligned}$$

где

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1-(v/V)^2}},$$

а φ — неизвестная пока функция от v.

Если не делать никаких предположений о начальном положении движущейся системы и о нулевой точке переменной τ, то к правым частям этих уравнений необходимо приписать по одной аддитивной постоянной.

Теперь мы должны показать, что каждый луч света — при измерении в движущейся системе — распространяется со скоростью V, если это утверждение, согласно нашему допущению, справедливо в покоящейся системе; мы еще не доказали, что принцип постоянства скорости света совместим с принципом относительности.

Пусть в момент времени $t = \tau = 0$ из общего в этот момент для обеих систем начала координат посылается сферическая волна, которая распространяется в системе K со скоростью V. Если (x, y, z) есть точка, в которую приходит эта волна, то мы имеем

$$x^2 + y^2 + z^2 = V^2 t^2.$$

Преобразуем это уравнение с помощью записанных выше формул преобразования; тогда получим

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = V^2 \tau^2.$$

Итак, рассматриваемая волна, наблюдаемая в движущейся системе, также является шаровой волной, распространяющейся со скоростью V. Тем самым доказано, что наши два основных принципа совместимы.

Выведенные формулы преобразования содержат неизвестную функцию φ от v, которую мы теперь определим.

Для этой цели вводим еще одну, третью координатную систему K', которая относительно системы k совершает поступательное движение параллельно оси Ξ таким образом, что ее начало координат движется со скоростью $-v$ по оси Ξ. Пусть в момент времени $t = 0$ все три начала координат совпадают, и пусть при $t = x = y = z = 0$ время t' в системе K' равно 0. Пусть x', y', z' суть координаты, измеренные в системе K'. После двукратного применения наших формул преобразования получаем

$$
\begin{aligned}
t' &= \varphi(-v)\beta(-v)\left\{\tau + \frac{v}{V^2}\xi\right\} = \varphi(v)\varphi(-v)t,\\
x' &= \varphi(-v)\beta(-v)\{\xi + v\tau\} = \varphi(v)\varphi(-v)x,\\
y' &= \varphi(-v)\eta = \varphi(v)\varphi(-v)y,\\
z' &= \varphi(-v)\zeta = \varphi(v)\varphi(-v)z.
\end{aligned}
$$

Так как соотношения между x', y', z' и x, y, z не содержат времени t, то системы K и K' находятся в покое относительно друг друга, и ясно, что преобразование из K в K' должно быть тождественным преобразованием. Следовательно,

$$\varphi(v)\varphi(-v) = 1.$$

Выясним теперь физический смысл функции $\varphi(v)$. Для этого рассмотрим ту часть оси H системы k, которая лежит между точками $\xi = 0$, $\eta = 0$, $\zeta = 0$ и $\xi = 0$, $\eta = l$, $\zeta = 0$. Эта часть оси H представляет собой стержень, движущийся перпендикулярно своей оси со скоростью v относительно системы K. Концы этого стержня в системе K имеют следующие координаты:

$$x_1 = vt, \quad y_1 = \frac{l}{\varphi(v)}, \quad z_1 = 0$$

и

$$x_2 = vt, \quad y_2 = 0, \quad z_2 = 0.$$

Таким образом, длина стержня, измеренная в системе K, равна $l/\varphi(v)$; тем самым выяснен и физический смысл функции $\varphi(v)$. В самом деле, из соображений симметрии теперь ясно, что измеренная в покоящейся системе длина некоторого стержня, движущегося перпендикулярно своей оси, может зависеть только от величины скорости, но не от ее направления и знака. Следовательно, длина движущегося стержня, измеренная в покоящейся системе, не изменяется, если v заменить через $-v$. Отсюда следует:

$$\frac{l}{\varphi(v)} = \frac{l}{\varphi(-v)},$$

или

$$\varphi(v) = \varphi(-v).$$

Из этого и найденного ранее соотношений следует, что $\varphi(v) = 1$, так что найденные формулы преобразования переходят в следующие:

$$\tau = \beta\left(t - \frac{v}{V^2}x\right), \quad \xi = \beta(x - vt), \quad \eta = y, \quad \zeta = z,$$

где

$$\beta = 1/\sqrt{1 - (v/V)^2}.$$

§ 4. Физический смысл полученных уравнений для движущихся твердых тел и движущихся часов

Рассмотрим твердый шар[1] радиуса R, находящийся в покое относительно движущейся системы k, причем центр шара совпадает с началом координат системы k. Уравнение поверхности этого шара, движущегося относительно системы K со скоростью v, имеет вид

$$\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = R^2.$$

Уравнение этой поверхности, выраженное через x, y, z, в момент времени $t = 0$ будет

$$\frac{x^2}{\left(\sqrt{1-(v/V)^2}\right)^2} + y^2 + z^2 = R^2.$$

Следовательно, твердое тело, которое в покоящемся состоянии имеет форму шара, в движущемся состоянии — при наблюдении из покоящейся системы — принимает форму эллипсоида вращения с полуосями

$$R\sqrt{1-(v/V)^2},\ R,\ R.$$

В то время как размеры шара (а, следовательно, и всякого другого твердого тела любой формы) по осям Y и Z от движения не изменяются, размеры по оси X сокращаются в отношении $1 : \sqrt{1-(v/V)^2}$, и тем сильнее, чем больше v. При $v = V$ все движущиеся объекты, наблюдаемые из «покоящейся» системы, сплющиваются и превращаются в плоские фигуры. Для скоростей, превышающих скорость света, наши рассуждения теряют смысл; впрочем, из дальнейших рассуждений будет видно, что скорость света в нашей теории физически играет роль бесконечно большой скорости. Ясно, что те же результаты получаются для тел, находящихся в покое в «покоящейся» системе, но рассматриваемые из системы, которая равномерно движется.

Представим себе, далее, что часы, находясь в покое относительно покоящейся системы, показывают время t, а находясь в покое относительно движущейся системы, показывают время τ. Пусть они помещены в начале координат системы k. Как быстро идут эти часы при рассмотрении из покоящейся системы?

[1]Т. е. тело, которое в состоянии покоя имеет шаровую форму.

Величины x, t, τ, относящиеся к месту, в котором находятся эти часы, очевидно, связаны соотношениями

$$\tau = \frac{1}{\sqrt{1-(v/V)^2}}\left(t - \frac{v}{V^2}x\right) \quad \text{и} \quad x = vt.$$

Таким образом,

$$\tau = t\sqrt{1-(v/V)^2} = t - \left(1 - \sqrt{1-(v/V)^2}\right)t,$$

откуда следует, что показание часов (наблюдаемое из покоящейся системы) отстает в секунду на

$$\left(1 - \sqrt{1-(v/V)^2}\right) \text{ сек},$$

или, с точностью до величин четвертого и высших порядков, на

$$\frac{1}{2}(v/V)^2 \text{ сек}.$$

Отсюда вытекает своеобразное следствие. Если в точках A и B системы K помещены покоящиеся синхронно идущие часы, наблюдаемые в покоящейся системе, и если часы из точки A двигать по линии, соединяющей ее с B, в сторону последней со скоростью v, то по прибытии этих часов в B они уже не будут более идти синхронно с часами в B. Часы, передвигавшиеся из A в B, отстают по сравнению с часами, находящимися в B с самого начала, на $\frac{1}{2}t\left(v^2/V^2\right)$ сек (с точностью до величин четвертого и высших порядков), если t — время, в течение которого часы из A двигались в B. Сразу видно, что этот результат получается и тогда, когда часы движутся из A в B по любой ломаной линии, а также тогда, когда точки A и B совпадают.

Если принять, что результат, доказанный для ломаной линии, верен также для непрерывно меняющей свое направление кривой, то получаем следующую теорему.

Если в точке A находятся двое синхронно идущих часов и мы перемещаем одни из них по замкнутой кривой с постоянной скоростью до тех пор, пока они не вернутся в A (на что потребуется, скажем, t сек), то эти часы по прибытии в A будут отставать по сравнению с часами, остававшимися неподвижными, на

$$\frac{1}{2}t\left(v^2/V^2\right)\ \text{сек.}$$

Отсюда можно заключить, что часы с балансиром, находящиеся на земном экваторе, должны идти несколько медленнее, чем точно такие же часы, помещенные на полюсе, но в остальном поставленные в одинаковые условия.

§ 5. Теорема сложения скоростей

Пусть в системе k, движущейся со скоростью v вдоль оси X системы K, движется точка согласно уравнениям

$$\xi = w_\xi \tau, \qquad \eta = w_\eta \tau, \qquad \zeta = 0,$$

где w_ξ и w_η — постоянные.

Найдем движение точки относительно системы K. Если в уравнения движения точки с помощью выведенных в § 3 формул преобразования ввести величины x, y, z, t, то получим

$$x = \frac{w_\xi + v}{1 + \dfrac{v w_\xi}{V^2}} t, \qquad y = \frac{\sqrt{1 - (v/V)^2}}{1 + \dfrac{v w_\xi}{V^2}} w_\eta t, \qquad z = 0.$$

Итак, закон параллелограмма скоростей в нашей теории верен только в первом приближении. Положим

$$U^2 = \left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2, \quad w^2 = w_\xi^2 + w_\eta^2 \quad \text{и} \quad \alpha = \operatorname{arctg}\frac{w_y}{w_x};$$

тогда α надо рассматривать как угол между скоростями v и w. После простого вычисления получается

$$U = \frac{\sqrt{(v^2 + w^2 + 2vw\cos\alpha) - \left(\dfrac{vw\sin\alpha}{V}\right)^2}}{1 + \dfrac{vw\cos\alpha}{V^2}}.$$

Замечательно, что v и w входят симметрично в выражение для результирующей скорости. Если w тоже имеет направление оси X (оси Ξ), то формула для U принимает следующий вид:

$$U = \frac{v+w}{1+\frac{vw}{V^2}}.$$

Из этого уравнения следует, что результирующая скорость, получающаяся при сложении двух скоростей, которые меньше V, всегда меньше V. Положив $v = V - \varkappa$, $w = V - \lambda$, где $\varkappa$ и λ обе положительны и меньше V, имеем:

$$U = V\frac{2V-\varkappa-\lambda}{2V-\varkappa-\lambda+\frac{\varkappa\lambda}{V}} < V.$$

Далее следует, что скорость света V от сложения со скоростью, которая меньше скорости света, не может быть изменена. Для этого случая получается

$$U = \frac{V+w}{1+\frac{w}{V}} = V.$$

В том случае, когда v и w имеют одинаковые направления, мы могли бы получить формулу для U также путем последовательного применения двух преобразований из § 3. Если мы наряду с системами K и k, фигурирующими в § 3, введем еще третью координатную систему k', движущуюся параллельно системе k вдоль оси Ξ со скоростью w, то получим уравнения, которые связывают величины x, y, z, t с соответствующими величинами системы k'. Они отличаются от найденных в § 3 только тем, что вместо v стоит величина

$$\frac{v+w}{1+\frac{vw}{V^2}}.$$

Отсюда видно, что такие параллельные преобразования, как это и должно быть, образуют группу.

Таким образом, мы вывели необходимые нам положения кинематики, построенной в соответствии с нашими двумя принципами, и переходим теперь к тому, чтобы показать их применение в электродинамике.

II. Электродинамическая часть

§ 6. Преобразование уравнений Максвелла – Герца для пустого пространства. О природе электродвижущих сил, возникающих при движении в магнитном поле

Пусть уравнения Максвелла – Герца справедливы для пустого пространства в покоящейся системе K; в таком случае имеем

$$\frac{1}{V}\frac{\partial X}{\partial t} = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}, \qquad \frac{1}{V}\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial Y}{\partial t} = \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}, \qquad \frac{1}{V}\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial Z}{\partial t} = \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}, \qquad \frac{1}{V}\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x},$$

где (X, Y, Z) — вектор напряженности электрического поля, (L, M, N) — вектор напряженности магнитного поля.

Если мы применим к этим уравнениям преобразование, которое было получено в § 3, и отнесем электромагнитные процессы к введенной там координатной системе, движущейся со скоростью v, то получим уравнения

$$\frac{1}{V}\frac{\partial X}{\partial \tau} = \frac{\partial \beta\left(N - \frac{v}{V}Y\right)}{\partial \eta} - \frac{\partial \beta\left(M + \frac{v}{V}Z\right)}{\partial \zeta},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial \beta\left(Y - \frac{v}{V}N\right)}{\partial \tau} = \frac{\partial L}{\partial \zeta} - \frac{\partial \beta\left(N - \frac{v}{V}Y\right)}{\partial \xi},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial \beta\left(Z + \frac{v}{V}M\right)}{\partial \tau} = \frac{\partial \beta\left(M + \frac{v}{V}Z\right)}{\partial \xi} - \frac{\partial L}{\partial \eta},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial L}{\partial \tau} = \frac{\partial \beta\left(Y - \frac{v}{V}N\right)}{\partial \xi} - \frac{\partial \beta\left(Z + \frac{v}{V}M\right)}{\partial \eta},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial \beta\left(M + \frac{v}{V}Z\right)}{\partial \tau} = \frac{\partial \beta\left(Z + \frac{v}{V}M\right)}{\partial \xi} - \frac{\partial X}{\partial \zeta},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial \beta\left(N - \frac{v}{V}Y\right)}{\partial \tau} = \frac{\partial X}{\partial \eta} - \frac{\partial \beta\left(Y - \frac{v}{V}N\right)}{\partial \xi},$$

где

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - (v/V)^2}}.$$

Принцип относительности требует, чтобы справедливые в системе K уравнения Максвелла–Герца для пустоты были бы также справедливы и в системе k; это значит, что для векторов напряженности электрического и магнитного полей $[(X', Y', Z')$ и $(L', M', N')]$, определенных в движущейся системе k через их пондеромоторные действия на электрические заряды, или, соответственно, магнитные массы, должны быть справедливы следующие уравнения:

$$\frac{1}{V}\frac{\partial X'}{\partial \tau} = \frac{\partial N'}{\partial \eta} - \frac{\partial M'}{\partial \zeta}, \qquad \frac{1}{V}\frac{\partial L'}{\partial \tau} = \frac{\partial Y'}{\partial \zeta} - \frac{\partial Z'}{\partial \eta},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial Y'}{\partial \tau} = \frac{\partial L'}{\partial \zeta} - \frac{\partial N'}{\partial \xi}, \qquad \frac{1}{V}\frac{\partial M'}{\partial \tau} = \frac{\partial Z'}{\partial \xi} - \frac{\partial X'}{\partial \zeta},$$

$$\frac{1}{V}\frac{\partial Z'}{\partial \tau} = \frac{\partial M'}{\partial \xi} - \frac{\partial L'}{\partial \eta}, \qquad \frac{1}{V}\frac{\partial N'}{\partial \tau} = \frac{\partial X'}{\partial \eta} - \frac{\partial Y'}{\partial \xi}.$$

Обе системы уравнений, найденные для системы k, очевидно, должны выражать в точности одно и то же, так как обе системы уравнений эквивалентны уравнениям Максвелла–Герца для системы K. Далее, так как уравнения обеих систем совпадают друг с другом во всем за исключением символов, изображающих векторы, то отсюда следует, что функции, стоящие в соответствующих местах обеих систем уравнений, должны быть равны между собой с точностью до множителя $\psi(v)$, общего для всех функций, который не зависит от ξ, η, ζ, τ, но может, вообще говоря, зависеть от v. Итак,

$$X' = \psi(v)X, \qquad L' = \psi(v)L,$$

$$Y' = \psi(v)\beta\left(Y - \frac{v}{V}N\right), \qquad M' = \psi(v)\beta\left(M + \frac{v}{V}Z\right),$$

$$Z' = \psi(v)\beta\left(Z + \frac{v}{V}M\right), \qquad N' = \psi(v)\beta\left(N - \frac{v}{V}Y\right).$$

Если обратить эту систему уравнений, во-первых, путем непосредственного решения и, во-вторых, с помощью обратного преобразования (из k в K), которое характеризуется скоростью $-v$, и принять во внимание, что обе получившиеся системы должны быть тождественны, то

$$\psi(v)\psi(-v) = 1.$$

Далее из соображений симметрии, следует[1]

$$\psi(v) = \psi(-v);$$

таким образом,

$$\psi(v) = 1$$

и наши уравнения принимают следующий вид:

$$X' = X, \qquad L' = L,$$

$$Y' = \beta\left(Y - \frac{v}{V}N\right), \qquad M' = \beta\left(M + \frac{v}{V}Z\right),$$

$$Z' = \beta\left(Z + \frac{v}{V}M\right), \qquad N' = \beta\left(N - \frac{v}{V}Y\right).$$

Для интерпретации этих уравнений заметим следующее. Пусть имеется точечный заряд, который при измерении в покоящейся системе K равен «единице», т.е., покоясь относительно покоящейся системы, он на расстоянии 1 см действует с силой в 1 дин на такое же количество электричества. Согласно принципу относительности, этот электрический заряд при измерении в движущейся системе тоже равен «единице». Если это количество электричества находится в покое относительно покоящейся системы, то вектор (X, Y, Z), согласно определению, равен силе, действующей на упомянутый заряд. Если же заряд находится в покое относительно движущейся системы (по крайней мере в соответствующий момент времени), то сила, действующая на него и измеренная в движущейся системе, равна вектору (X', Y', Z'). Следовательно, первые три из написанных выше уравнений можно сформулировать следующими двумя способами.

1. Если в электромагнитном поле движется единичный точечный заряд, то на него, кроме электрического поля, действует еще «электромоторная сила», которая при условии пренебрежения членами, пропорциональными второй и более высоким степеням v/V, равна деленному на скорость света векторному произведению скорости движения единичного заряда на напряженность магнитного поля. (Старая формулировка.)

2. Если единичный точечный заряд движется в электромагнитном поле, то действующая на него сила равна напряженности электрического поля в месте нахождения этого заряда, получающейся в результате

[1]Если, например, $X = Y = Z = L = M = 0$ и $N \neq 0$, то из соображений симметрии ясно, что, когда v меняет знак без изменения своего численного значения, Y' должно изменить свой знак также без изменения своего численного значения.

преобразования поля к координатной системе, покоящейся относительно этого заряда. (Новая формулировка.)

Аналогичные положения справедливы для «магнитомоторных сил». Мы видим, что в изложенной теории электромоторная сила играет роль вспомогательного понятия, которое своим введением обязано тому обстоятельству, что электрические и магнитные поля не существуют независимо от состояния движения координатной системы. Ясно, что асимметрия, упомянутая в введении при рассмотрении токов, возникающих вследствие относительного движения магнита и проводника, исчезает. Вопросы о том, где «сидят» электродинамические силы (униполярные машины), также теряют смысл.

§ 7. Теория аберрации и эффекта Допплера

Пусть в системе K очень далеко от начала координат находится некоторый источник электродинамических волн, которые в некоторой части пространства, включающей начало координат, могут быть с достаточной степенью точности представлены уравнениями

$$X = X_0 \sin\Phi, \qquad L = L_0 \sin\Phi,$$
$$Y = Y_0 \sin\Phi, \qquad M = M_0 \sin\Phi,$$
$$Z = Z_0 \sin\Phi, \qquad N = N_0 \sin\Phi,$$
$$\Phi = \omega\left(t - \frac{ax + by + cz}{V}\right).$$

Здесь (X_0, Y_0, Z_0) и (L_0, M_0, N_0) представляют собой векторы, определяющие амплитуду цуга волн; a, b, c — направляющие косинусы нормали к фронту волны.

Выясним теперь, каковы свойства этих волн, когда они исследуются наблюдателем, находящимся в покое относительно движущейся системы k. Применив найденные в § 6 формулы преобразования напряженностей электрического и магнитного полей, а также полученные в § 3 формулы преобразования координат и времени, получаем:

$$X' = X_0 \sin\Phi', \qquad L' = L_0 \sin\Phi',$$
$$Y' = \beta\left(Y_0 - \frac{v}{V}N_0\right)\sin\Phi', \quad M' = \beta\left(M_0 + \frac{v}{V}Z_0\right)\sin\Phi',$$

$$Z' = \beta\left(Z_0 + \frac{v}{V}M_0\right)\sin\Phi', \quad N' = \beta\left(N_0 - \frac{v}{V}Y_0\right)\sin\Phi',$$

$$\Phi' = \omega\left(\tau - \frac{a'\xi + b'\eta + c'\zeta}{V}\right),$$

где

$$\omega' = \omega\beta\left(1 - a\frac{v}{V}\right),$$

$$a' = \frac{a - \frac{v}{V}}{1 - a\frac{v}{V}}, \quad b' = \frac{b}{\beta\left(1 - a\frac{v}{V}\right)}, \quad c' = \frac{c}{\beta\left(1 - a\frac{v}{V}\right)}.$$

Возьмем наблюдателя, движущегося со скоростью v относительно бесконечно удаленного источника света, частота которого равна ν. Из уравнения для ω' вытекает, что если угол между линией, соединяющей источник света с наблюдателем, и скоростью наблюдателя, отнесенной к координатной системе (покоящейся относительно источника света), равен φ, то воспринимаемая наблюдателем частота ν' света дается следующей формулой:

$$\nu' = \nu\frac{1 - \frac{v}{V}\cos\varphi}{\sqrt{1 - (v/V)^2}}.$$

Это и есть принцип Допплера для любых скоростей. При $\varphi = 0$ формула принимает более простой вид

$$\nu' = \nu \cdot \sqrt{\frac{1 - \frac{v}{V}}{1 + \frac{v}{V}}}.$$

Мы видим, что, в противоположность обычному представлению, при $v = -\infty$ частота $\nu = \infty$.

Если обозначить через φ' угол между нормалью к фронту волны (направлением луча) и линией, соединяющей источник света с наблюдателем, то формула для φ' примет вид

$$\cos\varphi' = \frac{\cos\varphi - \frac{v}{V}}{1 - \frac{v}{V}\cos\varphi}.$$

Эта формула выражает закон аберрации в его наиболее общей форме. Если $\varphi = \pi/2$, то формула принимает простой вид

$$\cos\varphi' = -\frac{v}{V}.$$

Мы должны теперь найти значение амплитуды волн, воспринимаемых наблюдателем в движущейся системе. Обозначив соответственно через A и A' амплитуды напряженностей электрического или магнитного полей, измеренные в покоящейся и в движущейся системах, получим

$$A'^2 = A^2 \frac{\left(1 - \frac{v}{V}\cos\varphi\right)}{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2}.$$

Это соотношение при $\varphi = 0$ переходит в более простое

$$A'^2 = A^2 \frac{1 - \frac{v}{V}}{1 + \frac{v}{V}}.$$

Из выведенных уравнений следует, что наблюдателю, который будет приближаться со скоростью V к некоторому источнику света, последний будет казаться бесконечно интенсивным.

§ 8. Преобразование энергии лучей света. Теория давления, производимого светом на идеальное зеркало

Так как $A^2/8\pi$ равняется энергии света в единице объема, то на основании принципа относительности величину $A'^2/8\pi$ мы должны рассматривать как энергию света в движущейся системе. Поэтому величина A'^2/A^2 была бы отношением энергии определенного светового комплекса, «измеренной в движении», к энергии того же комплекса, «измеренной в покое», если бы объем светового комплекса оставался бы одним и тем же при измерении в системах k и K. Однако это не так. Если a, b, c представляют собой направляющие косинусы нормалей к фронту световой волны в покоящейся системе, то через элементы поверхности сферы

$$(x - Vat)^2 + (y - Vbt)^2 + (z - Vct)^2 = R^2,$$

движущейся со скоростью света, не проходит никакая энергия; поэтому мы можем утверждать, что эта поверхность все время ограничивает собой один и тот же световой комплекс. Выясним, какое количество энергии заключено внутри этой поверхности, если наблюдение ведется в системе k, т.е. какова будет энергия этого светового комплекса относительно системы k.

Сферическая поверхность, рассматриваемая в движущейся системе, представляет собой поверхность эллипсоида, уравнение которого в момент времени $\tau = 0$ будет

$$\left(\beta\xi - a\beta\frac{v}{V}\xi\right)^2 + \left(\eta - b\beta\frac{v}{V}\xi\right)^2 + \left(\zeta - c\beta\frac{v}{V}\xi\right)^2 = R^2.$$

Если через S обозначить объем шара, а через S' объем этого эллипсоида, то, как показывает простое вычисление, должно выполняться соотношение

$$\frac{S'}{S} = \frac{\sqrt{1-(v/V)^2}}{1-\frac{v}{V}\cos\varphi}.$$

Обозначая через E энергию света, заключенную внутри рассматриваемой поверхности и измеренную в покоящейся системе, а через E' ту же энергию, измеренную в движущейся системе, получаем

$$\frac{E'}{E} = \frac{\frac{A'^2}{8\pi}S'}{\frac{A^2}{8\pi}S} = \frac{1-\frac{v}{V}\cos\varphi}{\sqrt{1-(v/V)^2}}.$$

Эта формула при $\varphi = 0$ переходит в более простую

$$\frac{E'}{E} = \sqrt{\frac{1-\frac{v}{V}}{1+\frac{v}{V}}}.$$

Замечательно то, что и энергия, и частота светового комплекса с изменением состояния движения наблюдателя меняются по одному и тому же закону.

Пусть теперь координатная плоскость $\xi = 0$ представляет собой идеальную зеркальную поверхность, от которой отражаются плоские волны, рассмотренные в предыдущем параграфе. Выясним, чему равно световое давление, производимое на зеркальную поверхность, и каковы направление, частота и интенсивность света после отражения.

Пусть падающий свет характеризуется величинами A, $\cos\varphi$, ν (отнесенными к системе K). При наблюдении из системы k для соответствующих величин имеем

$$A' = A\frac{1 - \frac{v}{V}\cos\varphi}{\sqrt{1-(v/V)^2}}, \qquad \cos\varphi' = \frac{\cos\varphi - \frac{v}{V}}{1 - \frac{v}{V}\cos\varphi}, \qquad \nu' = \nu\frac{1 - \frac{v}{V}\cos\varphi}{\sqrt{1-(v/V)^2}}.$$

Если мы отнесем этот процесс к системе k, то для отраженного света получим

$$A'' = A', \qquad \cos\varphi'' = -\cos\varphi', \qquad \nu'' = \nu'.$$

Наконец, производя обратное преобразование к системе K, получаем для отраженного света

$$A''' = A''\frac{1 + \frac{v}{V}\cos\varphi''}{\sqrt{1-(v/V)^2}} = A\frac{1 - 2\frac{v}{V}\cos\varphi + \left(\frac{v}{V}\right)^2}{1 - \left(\frac{v}{V}\right)^2},$$

$$\cos\varphi''' = \frac{\cos\varphi'' + \frac{v}{V}}{1 + \frac{v}{V}\cos\varphi''} = -\frac{\left[1 + \left(\frac{v}{V}\right)^2\right]\cos\varphi - 2\frac{v}{V}}{1 - 2\frac{v}{V}\cos\varphi + \left(\frac{v}{V}\right)^2},$$

$$\nu''' = \nu''\frac{1 + \frac{v}{V}\cos\varphi''}{\sqrt{1-(v/V)^2}} = \nu\frac{1 - 2\frac{v}{V}\cos\varphi + \left(\frac{v}{V}\right)^2}{\left(1 - \frac{v}{V}\right)^2}.$$

Энергия, падающая на единицу поверхности зеркала в единицу времени (измеренная в покоящейся системе), очевидно, равняется

$$\frac{A^2}{8\pi}(V\cos\varphi - v).$$

Энергия, уходящая с единицы поверхности зеркала в единицу времени, составляет

$$\frac{A'''^2}{8\pi}(-V\cos\varphi''' + v).$$

Разность между этими двумя выражениями, согласно принципу сохранения энергии, равна работе, произведенной световым давлением в единицу времени. Приравнивая работу произведению Pv, где P — световое давление, получаем:

$$P = 2\frac{A^2}{8\pi}\frac{\left(\cos\varphi - \frac{v}{V}\right)^2}{1-\left(\frac{v}{V}\right)^2}.$$

Отсюда в первом приближении получаем в согласии с опытом и с другими теориями

$$P = 2\frac{A^2}{8\pi}\cos^2\varphi.$$

Примененным здесь методом могут быть решены все задачи оптики движущихся тел. Существо дела заключается в том, что электрическое и магнитное поля в световой волне, подвергающейся воздействию со стороны движущегося тела, преобразуются к координатной системе, покоящейся относительно этого тела. Благодаря этому каждая задача оптики движущихся тел сводится к задачам оптики покоящихся тел.

§ 9. Преобразование уравнений Максвелла–Герца с учетом конвекционных токов

Мы исходим из уравнений:

$$\frac{1}{V}\left\{u_x\rho + \frac{\partial X}{\partial t}\right\} = \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z}, \qquad \frac{1}{V}\frac{\partial L}{\partial t} = \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y},$$

$$\frac{1}{V}\left\{u_y\rho + \frac{\partial Y}{\partial t}\right\} = \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x}, \qquad \frac{1}{V}\frac{\partial M}{\partial t} = \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z},$$

$$\frac{1}{V}\left\{u_z\rho + \frac{\partial Z}{\partial t}\right\} = \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y}, \qquad \frac{1}{V}\frac{\partial N}{\partial t} = \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x},$$

где

$$\rho = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}$$

означает умноженную на 4π плотность электрического заряда, а (u_x, u_y, u_z) — вектор скорости электрического заряда. Если представить себе, что заряды неизменно связаны с очень малыми твердыми телами (ионы, электроны), то эти уравнения являются основой электродинамики Лоренца и оптики движущихся тел.

Если преобразовать эти уравнения, которые справедливы в системе K, с помощью формул преобразования из §§ 3 и 6 к системе k, то получаются следующие уравнения:

$$\frac{1}{V}\left\{u_\xi\rho' + \frac{\partial X'}{\partial\tau}\right\} = \frac{\partial N'}{\partial\eta} - \frac{\partial M'}{\partial\xi}, \qquad \frac{\partial L'}{\partial\tau} = \frac{\partial Y'}{\partial\zeta} - \frac{\partial Z'}{\partial\eta},$$

$$\frac{1}{V}\left\{u_\eta\rho' + \frac{\partial Y'}{\partial\tau}\right\} = \frac{\partial L'}{\partial\zeta} - \frac{\partial N'}{\partial\xi}, \qquad \frac{\partial M'}{\partial\tau} = \frac{\partial Z'}{\partial\xi} - \frac{\partial X'}{\partial\zeta},$$

$$\frac{1}{V}\left\{u_\zeta\rho' + \frac{\partial Z'}{\partial\tau}\right\} = \frac{\partial M'}{\partial\xi} - \frac{\partial L'}{\partial\eta}, \qquad \frac{\partial N'}{\partial\tau} = \frac{\partial X'}{\partial\eta} - \frac{\partial Y'}{\partial\xi},$$

где

$$u_\xi = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{V^2}}, \qquad u_\eta = \frac{u_y}{\beta\left(1 - \frac{u_x v}{V^2}\right)}, \qquad u_\zeta = \frac{u_z}{\beta\left(1 - \frac{u_x v}{V^2}\right)},$$

$$\rho' = \frac{\partial X'}{\partial\xi} + \frac{\partial Y'}{\partial\eta} + \frac{\partial Z'}{\partial\zeta} = \beta\cdot\left(1 - \frac{v u_x}{V^2}\right)\rho.$$

Таким образом, как это и следует из теоремы сложения скоростей (§ 5), вектор (u_ξ, u_η, u_ζ) есть не что иное, как скорость электрических зарядов, измеренная в системе k. Тем самым показано, что электродинамическая основа лоренцовской электродинамики движущихся тел подчиняется принципу относительности, если исходить из наших кинематических принципов.

Отметим еще кратко, что из доказанных уравнений легко может быть выведена следующая важная теорема: если электрически заряженное тело движется в пространстве произвольно и если его заряд, наблюдаемый из координатной системы, движущейся вместе с этим телом, при этом не изменяется, то этот заряд остается неизменным и при наблюдении из «покоящейся» системы K.

§ 10. Динамика (слабо ускоренного) электрона

Пусть в электромагнитном поле движется точечная частица с электрическим зарядом ε (в дальнейшем называемая «электроном»), о законе движения которой мы будем предполагать только следующее.

Если электрон находится в покое в течение определенного промежутка времени, то в ближайший за ним элемент времени движение электрона, поскольку оно является медленным, будет описываться уравнениями:

$$\mu \frac{d^2x}{dt^2} = \varepsilon X, \qquad \mu \frac{d^2y}{dt^2} = \varepsilon Y, \qquad \mu \frac{d^2z}{dt^2} = \varepsilon Z,$$

где x, y, z — координаты электрона, а μ — масса электрона.

Далее, пусть электрон в течение определенного промежутка времени обладает скоростью v. Найдем закон, согласно которому электрон движется в непосредственно следующий за этим промежутком элемент времени.

Не ограничивая общности рассуждений, мы можем допустить и допустим на самом деле, что в тот момент, когда мы начинаем наблюдение, наш электрон находится в начале координат и движется вдоль оси X системы K со скоростью v. В таком случае ясно, что в указанный момент времени ($t = 0$) электрон находится в покое относительно координатной системы k, движущейся параллельно оси X с постоянной скоростью v.

Из сделанного выше предположения в сочетании с принципом относительности следует, что уравнения движения электрона, наблюдаемого из системы k в течение времени, непосредственно следующего за $t = 0$ (при малых значениях t), имеют вид:

$$\mu \frac{d^2\xi}{d\tau^2} = \varepsilon X', \qquad \mu \frac{d^2\eta}{d\tau^2} = \varepsilon Y', \qquad \mu \frac{d^2\zeta}{d\tau^2} = \varepsilon Z',$$

где обозначенные через ξ, η, ζ, τ, X', Y', Z' величины относятся к системе k. Если к тому же положить, что при $t = x = y = z = 0$ должны быть $\tau = \xi = \eta = \zeta = 0$, то будут справедливы формулы преобразования из §§ 3 и 6 и, следовательно, будут выполняться следующие уравнения:

$$\begin{aligned} &\tau = \beta\left(t - \frac{v}{V^2}x\right), \\ &\xi = \beta(x - vt), && X' = X, \\ &\eta = y, && Y' = \beta\left(Y - \frac{v}{V}N\right), \\ &\zeta = z, && Z' = \beta\left(Z + \frac{v}{V}M\right). \end{aligned}$$

С помощью этих уравнений преобразуем написанные выше уравнения движения от системы k к системе K и получим:

$$\begin{cases} \dfrac{d^2x}{dt^2} = \dfrac{\varepsilon}{\mu}\dfrac{1}{\beta^3}X, \\ \dfrac{d^2y}{dt^2} = \dfrac{\varepsilon}{\mu}\dfrac{1}{\beta}\left(Y - \dfrac{v}{V}N\right), \\ \dfrac{d^2z}{dt^2} = \dfrac{\varepsilon}{\mu}\dfrac{1}{\beta}\left(Z + \dfrac{v}{V}M\right). \end{cases} \tag{A}$$

Опираясь на обычный прием рассуждений, определим теперь «продольную» и «поперечную» массы движущегося электрона. Запишем уравнения (A) в следующем виде:

$$\mu\beta^3\frac{d^2x}{dt^2} = \varepsilon X = \varepsilon X',$$

$$\mu\beta^2\frac{d^2y}{dt^2} = \varepsilon\beta\left(Y - \frac{v}{V}N\right) = \varepsilon Y',$$

$$\mu\beta^2\frac{d^2z}{dt^2} = \varepsilon\beta\left(Z + \frac{v}{V}M\right) = \varepsilon Z'.$$

При этом заметим, прежде всего, что $\varepsilon X'$, $\varepsilon Y'$, $\varepsilon Z'$ являются компонентами пондеромоторной силы, действующей на электрон, причем эти компоненты рассматриваются в координатной системе, которая в данный момент движется вместе с электроном с такой же, как у электрона, скоростью. (Эта сила могла бы быть измерена, например, пружинными весами, покоящимися в этой системе.) Если теперь эту силу будем называть просто «силой, действующей на электрон», и сохраним уравнение (для численных значений)

$$\text{Масса} \times \text{Ускорение} = \text{Сила},$$

и если мы далее установим, что ускорения должны измеряться в покоящейся системе K, то из указанных выше уравнений получим:

$$\text{Продольная масса} = \frac{\mu}{\left(\sqrt{1-(v/V)^2}\right)^3},$$

$$\text{Поперечная масса} = \frac{\mu}{1-(v/V)^2}.$$

Конечно, мы будем получать другие значения для масс при другом определении силы и ускорения; отсюда видно, что при сравнении различных теорий движения электрона нужно быть весьма осторожным. Заметим, что эти результаты относительно массы справедливы также и для нейтральных материальных точек, ибо такая материальная точка может быть путем присоединения *сколь угодно малого* электрического заряда превращена в электрон (в нашем смысле).

Определим кинетическую энергию электрона. Если электрон из начала координат системы K с начальной скоростью 0 движется все время вдоль оси X под действием электростатической силы X, то ясно, что взятая у электростатического поля энергия будет равна $\int \varepsilon X\,dx$. Так как электрон ускоряется медленно и вследствие этого не должен отдавать энергию в форме излучения, то энергия, взятая у электростатического поля, должна быть положена равной энергии движения W электрона. Принимая во внимание, что в течение всего рассматриваемого процесса движения справедливо первое из уравнений (A), получаем:

$$W = \int \varepsilon X\,dx = \int\limits_0^v \beta^3 \mu v\,dv = \mu V^2 \left\{ \frac{1}{\sqrt{1-(v/V)^2}} - 1 \right\}.$$

При $v = V$ величина W становится, таким образом, бесконечно большой. Как в прежних результатах, так и здесь, скорости, превышающие скорость света, существовать не могут. Это выражение для кинетической энергии должно быть справедливым и для любых масс в силу приведенного выше аргумента.

Перечислим теперь все вытекающие из системы уравнений (A) свойства движения электрона, допускающие опытную проверку.

1. Из второго уравнения системы (A) следует, что электрическое поле Y и магнитное поле N одинаково сильно отклоняют электрон, движущийся со скоростью v, в том случае, когда $Y = N\frac{v}{V}$. Отсюда видно, что, согласно нашей теории, для любых скоростей можно определить скорость электрона из отношения отклонения магнитным полем A_m к отклонению электрическим полем A_e, если применить закон:

$$\frac{A_m}{A_e} = \frac{v}{V}.$$

Это соотношение поддается экспериментальной проверке, так как скорость электрона может быть измерена также и непосредственно, например, при помощи быстро переменных электрических и магнитных полей.

2. Из формулы для кинетической энергии электрона следует, что между пройденной разностью потенциалов P и достигнутой скоростью v электрона должно существовать следующее соотношение:

$$P = \int X\,dx = \frac{\mu}{\varepsilon}V^2\left\{\frac{1}{\sqrt{1-(v/V)^2}} - 1\right\}.$$

3. Вычислим радиус кривизны R орбиты, когда имеется перпендикулярное скорости электрона магнитное поле напряженностью N (как единственная отклоняющая сила).

Из второго уравнения (A) получаем

$$-\frac{d^2y}{dt^2} = \frac{v^2}{R} = \frac{\varepsilon}{\mu}\frac{v}{V}N\sqrt{1-(v/V)^2},$$

или

$$R = V^2\frac{\mu}{\varepsilon}\cdot\frac{\frac{v}{V}}{\sqrt{1-(v/V)^2}}\cdot\frac{1}{N}.$$

Эти три соотношения являются полным выражением законов, по которым, согласно предложенной теории, должны двигаться электроны.

В заключение отмечу, что мой друг и коллега М. Бессо явился верным помощником при разработке изложенных здесь проблем и что я обязан ему за ряд ценных указаний.

ПРИНЦИП ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И ЕГО СЛЕДСТВИЯ В СОВРЕМЕННОЙ ФИЗИКЕ[1]

§ 1. Эфир

С тех пор, как было признано, что между упругими колебаниями весомой материи и явлениями интерференции и дифракции света существует глубокая аналогия, появилось убеждение, что свет должен рассматриваться как колебательное состояние особого вида материи. Так как, кроме того, свет может распространяться там, где отсутствует весомая материя, ученые пришли к выводу, что в том случае, когда речь идет о распространении света, необходимо признать существование особого вида материи, отличного от весомой материи. Этот вид материи был назван эфиром. Поскольку в разреженных телах, например, в газе, скорость распространения света почти такая же, как и в пустоте, естественно было признать, что и в этих случаях эфир играл большую роль в световых явлениях. Наконец, гипотеза о существовании эфира внутри жидких и твердых тел была необходимой для понимания законов распространения света в этих телах, поскольку невозможно было объяснить большую скорость распространения только упругими свойствами весомой материи. Из всего сказанного выше следует, что существование особой среды, пронизывающей всю материю, казалось неоспоримым и что гипотеза о существовании эфира составляла для физика прошлого столетия важную часть представления о Вселенной.

Возникновение электромагнитной теории света внесло некоторые изменения в гипотезу об эфире. Прежде всего не вызывало сомнений, что электромагнитные явления необходимо свести к способам движения этой среды. Однако постепенно крепло убеждение в том, что никакая механическая теория эфира не дает ясного представления об электромагнитных явлениях, и тогда стали рассматривать электрические и магнитные поля как сущности, механическое толкование которых является излишним. Прямым следствием такого толкования было то, что

[1] *Principe de relativité et ses conséquences dans la physique moderne.* Arch. sci. phys. Natur., ser. 4, 1910, 29, 5–28, 125–144.

эти поля в пустоте стали рассматривать как особые состояния эфира, не требующие более детального анализа.

Механическое и чисто электромагнитное толкование оптических и электромагнитных явлений имеет то общее, что в обоих случаях электромагнитное поле рассматривается как особое состояние гипотетической среды, заполняющей все пространство. Именно в этом указанные два толкования коренным образом отличаются от теории истечения Ньютона, согласно которой свет состоит из движущихся частиц. Согласно Ньютону, пространство должно рассматриваться как не содержащее ни весомой материи, ни лучей света, т. е. как абсолютно пустое. В то же время механическая и электромагнитная теории заставляют рассматривать само пространство как заполненное эфиром.

§ 2. Оптика движущихся тел и эфир

Приняв гипотезу о существовании эфира, нужно ответить на вопрос о механических связях, соединяющих эфир и материю. Когда материя приходит в движение, увлекается ли эфир полностью движущейся материей, или же он движется лишь частично, или, наконец, он остается неподвижным? Эти вопросы являются основными для оптики и электродинамики движущихся тел.

Проще всего было бы предположить, что движущиеся тела полностью увлекают эфир, который они содержат. Именно при этом предположении Герц построил непротиворечивую электродинамику движущихся тел. Тем не менее, как следует из знаменитого эксперимента Физо, эта теория неприемлема. Опыт Физо, который можно рассматривать как experimentum crucis, основан на следующих соображениях. Пусть u' — скорость распространения света в прозрачной и неподвижной среде. Сообщим этой среде равномерное и прямолинейное движение со скоростью V. Если среда заставляет двигаться весь содержащийся в ней эфир, то распространение света *по отношению к среде* будет таким же, как если бы среда была неподвижна; иначе говоря, u' будет также и скоростью распространения света по отношению к движущейся среде. Чтобы найти скорость по отношению к наблюдателю, не принимающему участия в движении среды, достаточно, следуя правилу сложения скоростей, к скорости u' прибавить векторно скорость V. В частном случае, если u' и V лежат на одной прямой, получается либо $u'+V$, либо $u'-V$, в зависимости от того, одинаковое или разное направление имеют скорости u' и V. Однако даже самые большие скорости, которые можно было бы сообщить телу, очень малы по сравнению со скоростью света; следовательно, возникает необходимость в очень точном экспериментальном методе, который позволил бы убедительно показать влияние движения среды на эту скорость. Физо предложил следующий эксперимент. Рассмотрим два луча света, способных интерферировать друг с другом, и две трубы, наполненные одинаковой жидкостью. Пропустим вдоль каждой трубы параллельно ее оси пучки света так, чтобы они интерферировали друг с другом после их выхода из труб.

Положение интерференционных полос изменится, если жидкость приходит в движение параллельно оси труб.

По различным положениям интерференционных полос в зависимости от изменения скорости течения можно определить скорость распространения света[1] относительно стенок трубы, т. е. скорость в движущейся среде. Физо нашел таким путем для суммы скоростей не величину $u' \pm V$, как мы могли бы ожидать из всего предыдущего, а $u' \pm \alpha V$, где α — число, заключенное в пределах между 0 и 1 и зависящее от показания преломления n среды[2] $\alpha = 1 - 1/n^2$.

Итак, частично свет увлекается движущейся жидкостью. Этот эксперимент отвергает гипотезу полного увлечения эфира. Следовательно, остаются две возможности.

1. Эфир полностью неподвижен, т. е. он не принимает абсолютно никакого участия в движении материи.

2. Эфир увлекается движущейся материей, но он движется со скоростью, отличной от скорости движения материи.

Развитие второй гипотезы требует введения каких-либо предположений относительно связи между эфиром и движущейся материей. Первая же возможность очень проста, и для ее развития на основе теории Максвелла не требуется никакой дополнительной гипотезы, могущей осложнить основы теории.

В 1895 г. Лоренц[3], предполагая эфир абсолютно неподвижным, предложил весьма совершенную теорию электромагнитных явлений. Эта теория позволяла не только количественно предсказать результа-

---

[1] Точнее, фазовую скорость света.

[2] В этом выражении пренебрегается дисперсией.

[3] H. A. Lorentz. Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in Bewegten Körpern. Leyden, 1895.

ты эксперимента Физо, но и очень просто объясняла почти все опыты, которые можно было представить себе в этой области.

Лоренц утверждает, что материя состоит из элементарных частиц, часть которых, по крайней мере, обладает электрическими зарядами. Движущаяся по отношению к эфиру заряженная частица может быть отождествлена с элементом тока. Действие электромагнитного поля на частицу и реакция частицы на поле — вот единственные связи между материей и эфиром. В эфире, там, где пространство свободно от частиц, электрическое и магнитное поля описываются уравнениями Максвелла для свободного эфира, в том случае, конечно, если уравнения относятся к системе отсчета, неподвижной по отношению к эфиру.

Большая плодотворность теории Лоренца состоит в том, что свойства материи, проявляющиеся в оптике и электромагнетизме, могут быть объяснены только относительными положениями и движениями заряженных частиц.

§ 3. Эксперименты и следствия, не согласующиеся с теорией

Эксперимент Физо наталкивал на мысль, что движущаяся жидкость увлекает не весь эфир; происходит лишь частичное увлечение эфира. Однако, поскольку Земля вращается вокруг своей оси и вокруг Солнца и направление скорости ее движения в течение года сильно меняется, следовало думать, что эфир в наших лабораториях принимает некоторое участие как в движении Земли, так и в движении жидкости в исследованиях Физо. Отсюда вытекает, что эфир движется по отношению к нашим приборам со скоростью, изменяющейся со временем. Кроме того, надо было бы ожидать, что в оптических явлениях будет наблюдаться анизотропия пространства; иначе говоря, эти явления должны были бы зависеть от ориентации приборов. Так, например, в пустоте или в воздухе свет в направлении движения Земли должен был бы распространяться быстрее, чем против движения Земли. Нельзя было и думать получить непосредственное экспериментальное подтверждение этого следствия теории; так как по порядку величины ожидаемый эффект равен отношению скорости Земли к скорости света, т. е. 10^{-4}, то нечего было и думать о достижении подобной точности при прямом определении скорости света. Кроме того, — и это главное — способами измерения в земных условиях можно определить скорость света, используя лучи света, проходящие по замкнутому пути — туда и обратно, — а не по прямой. Причина этого заключается в том, что необходимо определить момент выхода лучей и момент их возвращения с помощью одних и *тех же приборов,* например, с помощью зубчатого колеса.

Известно много оптических явлений, которые позволяют надежно фиксировать изменения скорости света порядка 10^{-4}; наблюдая эти явления, согласно теории, можно было бы ожидать, что результаты получатся различными в зависимости от ориентации приборов по отношению к скорости Земли. Не вдаваясь в подробности, скажем, что все эти эксперименты дали отрицательные результаты. Таким образом, эксперимент Физо приводил к гипотезе частичного увлечения эфира движущимися телами, а все иные эксперименты не подтверждали этой гипотезы. Теория Лоренца[1] дает, по крайней мере, хоть какой-то ключ к решению этой загадки. Наличие постоянной скорости v прибора по отношению к эфиру оказывает влияние на оптические явления; однако это влияние на распределение интенсивности света оказалось очень слабым, соответствующие ему члены в уравнениях Лоренца пропорциональны $(v/c)^2$ (c — скорость света в пустоте).

Казалось бы, таким образом объясняется отрицательный результат экспериментов, поставленных с целью доказать существование относительного движения Земли по отношению к эфиру. Тем не менее, один из этих отрицательных результатов оказался настоящей головоломкой для теоретиков. Мы имеем в виду знаменитый опыт Майкельсона и Морли. Эти физики исходили из следующего замечания. Пусть M и N — две точки твердого тела; световой луч испускается из точки M и идет к N, где он отражается и возвращается в M. В этом случае, если тело имеет постоянную скорость по отношению к эфиру, теория предсказывает для времени t, необходимого для прохождения замкнутого пути MNM, различные величины в зависимости от того, по этому направлению или перпендикулярно ему движется тело. Правда, разница времен прохождения очень невелика, поскольку она порядка $(v/c)^2$, где v — скорость Земли, т.е. порядка 10^{-8}; тем не менее Майкельсон и Морли смогли поставить интерференционный эксперимент, с помощью которого эту разницу можно было измерить. Основные идеи их опыта состоят в сле-

[1] Правда, необходимо сказать, что Лоренц не рассматривал тела, которые способны вращать плоскость поляризации в отсутствие магнитного поля (тела с природной активностью).

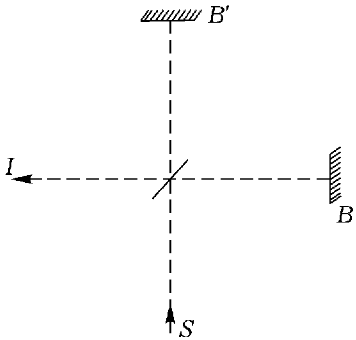

Рис. 1

дующем. Световой луч из источника S (см. рис. 1) разделяется с помощью полупрозрачного зеркала в точке A на два пучка. Один из них отражается от зеркала в B и возвращается в A, где он снова разделяется и дает луч, который идет в I. Другой луч проходит через полупрозрачное зеркало A и идет в зеркало B', где он отражается и попадает в A. В точке A он отражается снова и дает луч, также идущий в I. В точке I эти два луча интерферируют. Положение интерференционных полос зависит от разности хода обоих лучей ABA и $AB'A$. Эта разность хода должна зависеть от ориентации прибора. Должно было бы наблюдаться смещение интерференционных полос, если вместо плеча AB' по направлению движения Земли будет ориентировано плечо AB. Однако ничего подобного не было обнаружено, и основы теории Лоренца пошатнулись. Чтобы спасти эту теорию, Лоренц и Фицджеральд прибегли к странной гипотезе: они предположили, что размеры любого тела, движущегося относительно эфира, сокращаются в направлении движения на часть, или, что сводится к тому же, если рассматривать только члены второго порядка малости, — что длина тела в этом направлении уменьшается в отношении $1 : \sqrt{1-(v/c)^2}$.

В самом деле, эта гипотеза уничтожала разногласие между теорией и экспериментом. Однако эта теория не представляла собой единого целого. Она основывалась на существовании эфира, который нужно было считать движущимся относительно Земли, причем последствия этого движения никогда невозможно было бы обнаружить экспериментально. Такое странное свойство теории можно было объяснить только с помощью введения априори маловероятных гипотез. Можно ли действительно думать, что вследствие любопытной случайности законы природы представляются нам таким необычным образом, что ни один из них не позволяет изучить быстрое движение нашей планеты через эфир? Не правда ли, было бы более правдоподобным допустить, что нас завело в тупик какое-то ошибочное соображение?

Прежде чем сказать, как избавиться от этих трудностей, покажем, что даже в частных случаях теория, основанная на существовании эфира, не всегда удовлетворительно объясняет явления, хотя она может прямо и не противоречить эксперименту.

Итак, рассмотрим, например, магнитный полюс, движущийся относительно замкнутого проводника. Если число силовых линий, пересекающих поверхность проводника, изменяется с течением времени, то в проводнике возникает ток. Известно, что возникший ток зависит только от изменения потока через проводник. Величина этого изменения зависит только от *относительного движения* полюса по отношению к проводнику, иначе говоря, с точки зрения конечного результата безразлично, будет это движущийся полюс и неподвижный проводник или же наоборот. Чтобы понять это явление с точки зрения теории эфира, необходимо приписать последнему состояния, в корне различные в зависимости от того, полюс или проводник движутся относительно эфира. В первом случае следует помнить, что движение полюса изменяет в каждое мгновение напряженность магнитного поля в различных точках эфира. Полученное таким образом изменение создает электрическое поле с замкнутыми силовыми линиями, существование которого не зависит от присутствия проводника. Это поле, как и любое другое электрическое поле, обладает определенной энергией; оно-то и создает электрический ток в проводнике. Если же, наоборот, проводник движется, а полюс остается в покое, то при этом не возникает никакого электрического поля. В этом случае на электроны, находящиеся в проводнике, действуют лишь пондеромоторные силы, получающиеся в результате движения этих электронов в магнитном поле; результатом же наличия этих сил является движение электронов, т. е. возникновение электрического тока.

Таким образом, чтобы с помощью теории эфира понять эти два в принципе не различающиеся эксперимента, необходимо, чтобы эфиру были приписаны принципиально различные состояния. В конце концов, подобное раздвоение, чуждое природе явлений, вводится всякий раз, как только приходится обращаться к факту существования эфира для объяснения явлений, вызванных относительными движениями двух тел.

§ 4. Принцип относительности и эфир

Каковы корни всех этих трудностей?

Теория Лоренца находится в противоречии с чисто механическими представлениями, к которым физики надеялись свести все явления Вселенной. Действительно, если в механике не существует абсолютного движения, а только движение одних тел относительно других, то в теории Лоренца существует особое состояние, которое физически соответствует состоянию абсолютного покоя; это состояние тела, неподвижного относительно эфира.

Если основные уравнения механики Ньютона, записанные для неускоряющейся системы отсчета, преобразовать с помощью соотношений

$$\begin{cases} t' = t, \\ x' = x - vt, \\ y' = y, \\ z' = z \end{cases} \tag{1}$$

к новой системе координат, находящейся в прямолинейном и равномерном движении по отношению к первой, то при этом получаются уравнения в переменных t', x', y', z', идентичные исходным уравнениям в переменных t, x, y, z. Иначе говоря, при переходе от одной системы отсчета к другой, движущейся равномерно и прямолинейно по отношению к первой, ньютоновские законы движения преобразуются в законы того же вида. Именно это и имеют в виду, когда говорят, что в классической механике выполняется принцип относительности.

В общем виде принцип относительности сформулируем следующим образом.

Законы, управляющие явлениями природы, не зависят от состояния движения системы координат, по отношению к которой эти явления наблюдаются, если эта система движется без ускорения[1].

Если основные уравнения теории Лоренца преобразовать с помощью соотношений (1), то получаются уравнения другого вида, причем в них величины x', y', z' входят уже несимметрично. Итак, теория Лоренца, основанная на гипотезе эфира, не удовлетворяет принципу относительности. С этим, главным образом, и связаны встретившиеся до сих пор трудности. Более глубокие их причины выяснятся в дальней-

[1] При этом мы предполагаем, что понятие ускорения имеет объективное значение, иными словами, что наблюдатель, связанный с системой координат, может с помощью экспериментальных средств определить, движется система ускоренно или нет. В дальнейшем мы будем рассматривать только системы координат, движущиеся без ускорения.

шем. Как бы то ни было, не может быть приемлемой теория, не учитывающая принцип относительности, — принцип, который не опровергается ни одним экспериментальным фактом.

§ 5. О двух произвольных гипотезах, неявно содержащихся в привычных понятиях времени и пространства

Мы видели, что, допуская существование эфира, мы экспериментальным путем пришли к необходимости рассматривать эту среду как неподвижную. Затем мы видели, что обоснованная таким образом теория позволяет предсказать основные экспериментальные факты. Тем не менее она имеет один пробел: она не признает принципа относительности, что находится в противоречии с экспериментальными данными. Таким образом, возникает вопрос: нельзя ли согласовать основные положения теории Лоренца с принципом относительности? Первым шагом к этому является отказ от гипотезы эфира. В самом деле, с одной стороны, мы должны были признать неподвижность эфира; с другой стороны, принцип относительности требует, чтобы законы явлений природы, отнесенные к системе отсчета S', находящейся в равномерном движении, были идентичны законам тех же явлений, отнесенных к системе отсчета S, неподвижной по отношению к эфиру. Поэтому нет оснований допускать, как этого требуют теория и эксперимент, существование эфира, неподвижного по отношению к системе S, не делая такого допущения по отношению к системе S'. Эти две системы отсчета не могут отличаться одна от другой; признавая это, нелепо отводить особую роль одной из систем, считая ее неподвижной по отношению к эфиру. Отсюда следует, что нельзя создать удовлетворительную теорию, не отказавшись от существования некоей среды, заполняющей все пространство. Таков первый шаг.

Чтобы сделать второй шаг, необходимо примирить принцип относительности с основным следствием теории Лоренца, так как отказаться от этого следствия — означало бы отказаться от основ этой теории. Вот это следствие.

Скорость $\mathfrak{s}$ светового луча в пустоте постоянна, причем она не зависит от движения излучающего тела.

В § 6 это следствие мы возведем в принцип. Для краткости будем называть его в дальнейшем *принципом постоянства скорости света.*

В теории Лоренца этот принцип справедлив только для одной системы в особом состоянии движения: в самом деле, необходимо, чтобы система находилась в покое относительно эфира. Если мы хотим сохранить принцип относительности, мы обязаны допустить справедливость принципа постоянства скорости света для любой системы, движущейся без ускорения. На первый взгляд это кажется невозможным. Действительно, рассмотрим луч света, распространяющийся по отношению к системе отсчета S со скоростью c, и предположим, что мы хотели бы определить скорость его распространения по отношению к системе отсчета S', находящейся в состоянии равномерного прямолинейного движения относительно первой. Применяя правило сложения скоростей (правило параллелограмма скоростей), мы получим в общем случае скорость, отличную от c; иначе говоря, принцип постоянства скорости света, справедливый по отношению к S, неприменим в системе S'.

Чтобы теория, основанная на этих двух принципах, не приводила к противоречивым выводам, необходимо отказаться от привычного правила сложения скоростей, или, что лучше, заменить его другим. Как бы это правило ни казалось на первый взгляд хорошо обоснованным, тем не менее в нем скрыто не меньше двух произвольных гипотез, которые, как мы это увидим, управляют всей кинематикой. Эти гипотезы и заставляли считать, что с помощью законов преобразований (1) можно показать несовместимость теории Лоренца с принципом относительности.

Первая из гипотез касается физического понятия измерения времени. Чтобы измерить время, мы пользуемся часами. Что такое часы? Под часами мы подразумеваем любое устройство, которое характеризует явление, периодически проходящее через одни и те же фазы, причем, в силу достаточной наглядности этого процесса, мы вынуждены признать, что все происходящее во время данного периода идентично всему, что происходит во время любого периода[1]. Если часами является механизм, имеющий стрелки, то, отмечая положение стрелок, мы тем самым отсчитываем число прошедших периодов. По определению, измерить отрезок времени — значит отсчитать количество периодов, показываемых часами от начала до конца какого-либо события.

Это определение абсолютно ясно, пока часы находятся настолько

[1]Мы высказываем постулат, что два идентичных явления имеют одинаковую длительность. Таким образом, определенные идеальные часы играют в измерении времени ту же роль, что и идеальный масштаб при измерении длины.

близко от места, где происходит событие, что можно одновременно наблюдать и часы, и событие. Если же предположить, что событие происходит на некотором расстоянии от местонахождения часов, немедленное сопоставление отдельных фаз явления и различных положений часовых стрелок становится невозможным. Из этого следует, что определение не полно: оно нуждается в дополнении. До настоящего времени это дополнение производилось бессознательно.

Чтобы узнать время в каждой точке пространства, мы можем представить себе пространство заполненным огромным количеством часов, причем все часы должны быть совершенно одинаковыми. Рассмотрим точки A, B, C, $\ldots$, в каждой из которых находятся часы, и которые отнесены с помощью независящих от времени координат к системе отсчета, не находящейся в ускоренном движении. В этом случае можно определить время всюду, где мы позаботились поместить часы. Если часов взято достаточно много, так чтобы на каждые из них приходился по возможности меньший участок пространства, то мы сможем определить время в любом месте пространства с какой угодно точностью. Однако, действуя подобным образом, мы не получаем такого определения времени, которое открывало бы для физика достаточно широкие возможности. Действительно, мы не сказали, каково должно быть положение стрелок в данный момент в разных точках пространства. Мы забыли синхронизировать наши часы и поэтому ясно, что промежутки времени, проходящие в течение какого-либо события, имеющего определенную длительность, будут различны в зависимости от того, в каких точках пространства происходит событие. Так, например, будет обстоять дело при изучении движения материальной точки, траектория которой проходит через точки A, B, C, $\ldots$. При прохождении материальной точки через A, фиксируем на находящихся в этой точке часах момент времени t_A. Таким же образом зафиксируем моменты t_B и t_C прохождения материальной точки через B и C. Поскольку к тому же координаты точек A, B, C, $\ldots$ можно определить непосредственно с помощью градуированного масштаба, можно, например, сопоставляя координаты x_A, y_A, z_A, $\ldots$ точек A, B, C, $\ldots$ и моменты времени $t_A, t_B, t_C, \ldots$, получить координаты x, y, z движущейся материальной точки как функции переменной t, которую мы будем называть временем. Ясно, что форма этой функции зависит в основном от того, каким образом были установлены эти часы, когда их поместили в соответствующие места.

Для того, чтобы получить полное физическое определение времени, необходимо сделать еще один шаг. Надо сказать, каким образом все часы были выверены в начале эксперимента. Поступим следующим образом: во-первых, найдем способ передавать сигналы, например, из A в B или из B в A. Этот способ должен быть таким, чтобы мы были абсолютно уверены, что явления передачи сигналов из A в B нисколько не отличаются от явлений передачи сигналов из B в A. В этом случае очевидно, что существует только одна возможность поставить часы в точке B по часам в A так, чтобы сигнал, идущий из A в B, проходил бы этот путь за то же время, измеренное с помощью этих же часов, что и сигнал, идущий из B в A.

Если ввести обозначения:

t_A — показание часов в точке A в момент, когда сигнал AB выходит из A,

t_B — показание часов в точке A в момент, когда сигнал AB приходит в B,

$t_{B'}$ — показание часов в точке B в момент, когда сигнал BA выходит из B,

$t_{A'}$ — показание часов в точке B в момент, когда сигнал BA приходит в A,

то можно поставить часы, находящиеся в B, по часам в A таким образом, что

$$t_B - t_A = t_{A'} - t_{B'}.$$

В качестве сигналов можно использовать, например, звуковые волны, которые распространяются между A и B, проходя через среду, неподвижную[1] по отношению к этим точкам.

С неменьшим успехом можно пользоваться световыми лучами, распространяющимися в пустоте или в однородной среде, неподвижной по отношению к A и B. Оба этих способа передачи сигналов одинаково приемлемы. Если же, пользуясь и тем и другим способом, мы получим различные результаты, это будет объясняться тем, что, по крайней мере, в одном из способов условие эквивалентности путей AB и BA не соблюдается.

Тем не менее, среди всех возможных способов передачи сигналов мы отдаем предпочтение тем из них, где используются световые лучи,

---

[1] Среда должна быть неподвижной или, по крайней мере, скорость среды не должна иметь компоненты в направлении AB, чтобы пути AB и BA были эквивалентны.

распространяющиеся в пустоте. Дело в том, что синхронизация часов требует эквивалентности пути туда и пути обратно; в этом же случае мы будем иметь эту эквивалентность по определению, так как, в силу принципа постоянства скорости света, в пустоте свет распространяется всегда со скоростью c.

Итак, мы должны синхронизовать наши часы таким образом, чтобы время, необходимое световому сигналу для прохождения пути из A в B, равнялось времени, за которое он проходит обратный путь из B в A.

Теперь мы располагаем вполне определенным методом проверки одних часов относительно других. Как только часы выверены, мы говорим, что они идут в фазе. Далее, если мы будем последовательно выверять часы B по часам A, часы C по часам B, ... , мы получим ряд часов, идущих в фазе с предшествующими. Более того, в силу принципа постоянства скорости света две пары любых часов этой совокупности, не находящихся рядом, должны быть в фазе.

Совокупность показаний всех этих часов, идущих в фазе друг с другом, и составит то, что мы называем физическим временем.

Предполагаемое событие, сосредоточенное в одной точке и обладающее минимальной длительностью, называется *элементарным событием.* Показание часов, расположенных в максимальной близости от происходящего события, снятое в момент, когда это событие происходит, называется координатой времени элементарного события. Таким образом, элементарное действие определено четырьмя координатами: координатой времени и тремя координатами, определяющими положение в пространстве точки, где по предположению происходит событие.

Благодаря нашему физическому определению времени, мы можем придать вполне определенный смысл понятиям одновременности или неодновременности двух событий, происходящих в удаленных друг от друга местах. Таким же образом введение координат x, y, z точки придает вполне определенный смысл понятию положения. Так, например, сказать, что абсцисса точки P, расположенной на оси абсцисс, есть x, значит сказать, что если, следуя правилу, откладывать от начала координат единичный стержень x раз, то мы непременно должны попасть в точку P. Подобным же образом поступают, чтобы установить положение точки, если все три координаты отличны от нуля: только операции будут несколько сложнее. Как бы то ни было, указание отдельных координат связывается со вполне определенным экспериментом, относящимся к измерению положения твердых тел[1].

Необходимо сделать следующее важное замечание: для определения физического времени по отношению к данной системе координат мы воспользовались группой часов, находящихся в состоянии покоя относительно этой системы. Согласно этому определению, показание времени или констатация одновременности двух событий будут иметь смысл только в том случае, если известно движение этой группы часов или системы координат.

Пусть даны две системы координат S и S', движущиеся равномерно и прямолинейно одна относительно другой. Предположим, что с каждой из этих двух систем связана группа часов, причем все часы, принадлежащие к одной и той же системе, идут в фазе. В этих условиях показания группы часов, связанной с S, определяют физическое время по отношению к системе отсчета S; подобным же образом показания группы часов, связанной с системой отсчета S', определяют физическое время по отношению к S'. Любое элементарное событие будет иметь координату времени t по отношению к системе отсчета S и координату времени t' по отношению к S'. ***Итак, мы не имеем права априори предположить, что можно выверить часы двух групп таким образом, что обе координаты времени элементарного события были бы одинаковы, иными словами,*** чтобы t было равно t'. Предположить это значило бы ввести произвольную гипотезу. Вплоть до настоящего времени эта гипотеза вводилась в кинематике.

Вторая произвольная гипотеза, введенная в кинематику, относится к конфигурации движущегося тела. Рассмотрим стержень AB, движущийся в направлении своей оси со скоростью V относительно системы отсчета S, не находящейся в ускоренном движении. Что следует понимать под «длиной стержня»? Вначале были попытки считать, что это понятие не требует специального определения. Ошибочность этой попытки будет ясно видна, если рассмотреть следующие два метода определения длины стержня.

[1]Мы не утверждаем, что координаты времени и пространства обязательно должны быть определены таким образом, что их определения могли бы служить основой для экспериментальных методов измерения этих координат, как это описано выше. Тем не менее, всякий раз, когда величины t, x, y, z вводятся в качестве чисто математических переменных в физические уравнения, последние будут правильны только в том случае, если эти переменные могут быть из них исключены.

1. Движение наблюдателя, обладающего масштабом, ускоряется до тех пор, пока его скорость не будет равна V, т. е. до тех пор, пока он будет неподвижен по отношению к стержню. После этого наблюдатель измеряет длину AB, последовательно прикладывая свой масштаб к стержню.

2. С помощью группы синхронизованных часов, неподвижных по отношению к системе отсчета S, определяют точки P_1 и P_2 системы S, где в момент t находятся оба конца стержня. После этого определяют длину прямой, соединяющей точки P_1 и P_2, последовательно прикладывая масштаб к линии P_1P_2, которая предполагается материальной.

Очевидно, что полученные в том и в другом случае результаты можно с некоторым основанием рассматривать как «длину стержня». Однако, априори отнюдь не ясно, что эти две операции непременно должны приводить к одному и тому же численному значению длины стержня. Все, что можно вывести из принципа относительности, и это легко доказывается, — это то, что эти два метода приводят к одному и тому же численному значению, если стержень AB неподвижен относительно системы отсчета S. Тем не менее, абсолютно невозможно утверждать, что второй метод дает выражение для длины, не зависящее от скорости V стержня.

В более общем виде это можно сформулировать следующим образом: при определении конфигурации тела, движущегося равномерно и прямолинейно по отношению к системе S, обычными геометрическими методами, т. е. с помощью масштаба или других твердых тел, движущихся точно таким же образом, результаты измерений не будут зависеть от скорости V равномерного и прямолинейного движения. Такого рода измерения дают нам то, что мы называем *геометрической конфигурацией тела*. Если же, напротив, в системе S отмечают положение различных точек тела в данный момент и геометрическими измерениями с помощью масштаба, неподвижного по отношению к системе S, определяют конфигурацию, образованную этими точками, то в результате получают то, что мы называем *кинематической конфигурацией* тела относительно системы S.

Итак, вторая неосознанная гипотеза в кинематике может быть выражена так: конфигурация кинематическая и конфигурация геометрическая идентичны.

§ 6. Новые формулы преобразования (преобразование Лоренца) и их физический смысл

Из всего сказанного в предыдущем параграфе ясно, что правило параллелограмма скоростей, которое заставляло считать невозможным согласование теории Лоренца с принципом относительности, основано на произвольных и неприемлемых гипотезах. В самом деле, это правило приводит к следующим формулам преобразования:

$$t' = t, \quad x' = x - vt, \quad y' = y, \quad z' = z,$$

или, в более общем виде,

$$t' = t, \quad x' = x - v_x t, \quad y' = y - v_y t, \quad z' = z - v_z t.$$

Как мы видели, первое из этих соотношений выражает плохо обоснованную гипотезу о координатах времени элементарного события, взятых по отношению к двум системам отсчета S и S', движущимся равномерно и прямолинейно одна по отношению к другой. Три другие соотношения выражают гипотезу о том, что кинематическая конфигурация системы S' относительно системы S идентична геометрической конфигурации системы S'.

Если оставить в покое обычную кинематику и на новых принципах создать новую, то при этом возникают формулы преобразования, отличные от приведенных выше. Итак, мы сейчас покажем[1], что из

1. Принципа относительности и
2. Принципа постоянства скорости света

следуют формулы преобразования, позволяющие видеть, что теория Лоренца совместима с принципом относительности. Теорию, основанную на этих принципах, мы называем *теорией относительности.*

Пусть S и S' — две эквивалентные системы отсчета, т. е. такие, в которых длины измеряются одной единицей и в каждой из которых имеется по группе часов, идущих синхронно, если обе системы неподвижны одна относительно другой[2]. В соответствии с принципом относительности законы природы должны быть одинаковы в этих системах,

[1] A. Einstein. Ann. Phys., 1905, 17, 891; Jahrb. Radioact., 1907, Bd. IV, H. 4, 441.

[2] В дальнейшем мы всегда будем неявно предполагать, что факт приведения в движение и остановки линейки, или часов, не изменяет ни длины линейки, ни хода часов.

независимо от того, находятся ли они в состоянии относительного покоя или движутся равномерно и прямолинейно одна по отношению к другой. Так, в частности, скорость света в пустоте должна выражаться одним и тем же числом в обеих системах. Пусть t, x, y, z — координаты элементарного события в системе S и t', x', y', z' — координаты того же события в системе S'. Мы поставили перед собой задачу найти соотношения, связывающие эти две совокупности координат. Используя однородность времени и пространства[1], можно показать, что эти соотношения должны быть линейными, т. е. время t связано со временем t' формулой вида:

$$t' = At + Bx + Cy + Dz. \tag{2}$$

Отсюда, в частности, для наблюдателя, связанного с системой S, следует, что три координатные плоскости системы S движутся равномерно; однако эти три плоскости не образуют прямоугольного трехгранника, хотя мы и предполагаем, что с точки зрения наблюдателя, связанного с этой системой, система S является прямоугольной. Если же, обратившись к системе S', мы выберем ось x параллельно направлению движения S', то, в силу симметрии, отсюда будет следовать, что система S' будет казаться нам прямоугольной. В частности, мы можем выбрать относительное положение двух систем таким образом, что ось x будет постоянно совпадать с осью x', ось y будет все время параллельна оси y' и, кроме того, для наблюдателя, связанного с системой S, одноименные оси будут иметь одинаковое направление. Начнем отсчитывать время с того момента, когда начала координат обеих систем совпадут. При этих условиях искомые соотношения оказываются однородными и уравнения

$$\begin{aligned} x' &= 0 \quad \text{и} \quad x - vt = 0,\\ y' &= 0 \quad \text{и} \quad y = 0,\\ z' &= 0 \quad \text{и} \quad z = 0 \end{aligned} \tag{3}$$

эквивалентными; иначе говоря, координаты x, y, z, x', y', z' связаны соотношениями следующего вида

$$\begin{aligned} x' &= E(x - vt),\\ y' &= Fy,\\ z' &= Gz. \end{aligned}$$

[1] См. замечание на стр. 59.

Для определения постоянных A, B, C, D, E, F, G, входящих в уравнения (2) и (3), мы учтем, что, в соответствии с принципом постоянства скорости света, скорость распространения имеет одну и ту же величину c по отношению к обеим системам, т. е., что уравнения

$$\begin{cases} x^2 + y^2 + z^2 = c^2 t^2, \\ x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2 t'^2, \end{cases} \tag{4}$$

эквивалентны. Заменяя во втором из уравнений t', x', y', z' их значениями из (2) и (3) и сравнивая с первым уравнением, получаем формулы преобразования следующего вида:

$$\begin{aligned} t' &= \varphi(v) \cdot \beta(t - \left(v/c^2\right) x), \\ x' &= \varphi(v) \cdot \beta(x - vt), \\ y' &= \varphi(v) y, \\ z' &= \varphi(v) z. \end{aligned} \tag{5}$$

Здесь

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}},$$

а $\varphi(v)$ — некоторая функция v, подлежащая определению. Ее легко определить, если ввести третью систему координат S'', эквивалентную двум первым, движущуюся относительно S' с постоянной скоростью $-v$ и ориентированную по отношению к системе S таким же образом, как и S' по отношению к S.

Применяя два раза формулы преобразования (5), находим, что

$$\begin{aligned} t'' &= \varphi(v)\varphi(-v)t, \\ x'' &= \varphi(v)\varphi(-v)x, \\ y'' &= \varphi(v)\varphi(-v)y, \\ z'' &= \varphi(v)\varphi(-v)z. \end{aligned}$$

Поскольку начала координат систем S и S'' все время совпадают, оси имеют одну и ту же ориентацию и системы эквивалентны, мы должны обязательно получить

$$\varphi(v)\varphi(-v) = 1.$$

Так как, кроме того, соотношение между y и y' (как и между z и z') не зависит от знака v, то

$$\varphi(v) = \varphi(-v).$$

Отсюда следует, что

$$\varphi(v) = 1$$

(значение $\varphi(v) = -1$ в этом случае непригодно),

$$\begin{aligned} t' &= \beta\left(t - \frac{v}{c^2}x\right), \\ x' &= \beta(x - vt), \\ y' &= y, \\ z' &= z, \end{aligned} \tag{I}$$

где

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}.$$

Лоренц очень удачно ввел эти формулы преобразования в электродинамику. В дальнейшем мы будем их называть *преобразованием Лоренца.*

Если эти формулы разрешить относительно t, x, y, z, получаются формулы того же вида, где, однако, штрихованные величины заменены нештрихованными и v заменено на $-v$. В конце концов этот результат является очевидным следствием принципа относительности: система отсчета S движется относительно системы отсчета S' параллельно осям x и x' со скоростью $-v$.

Комбинируя формулы преобразования с уравнениями, описывающими вращение одной системы относительно другой, можно получить более общие преобразования координат.

§ 7. Физическая интерпретация формул преобразования

1. Рассмотрим тело, покоящееся относительно системы отсчета S'. Пусть x'_1, y'_1, z'_1 и x'_2, y'_2, z'_2 — координаты двух точек тела. В любой момент t в системе S между этими координатами справедливы следующие соотношения:

$$\begin{aligned} x_2 - x_1 &= \sqrt{1 - (v^2/c^2)}(x'_2 - x'_1), \\ y_2 - y_1 &= y'_2 - y'_1, \\ z_2 - z_1 &= z'_2 - z'_1. \end{aligned} \tag{6}$$

Это показывает, что кинематическая конфигурация тела, движущегося равномерно и прямолинейно по отношению к некоторой системе отсчета, зависит от скорости v поступательного движения. Более того, кинематическая конфигурация отличается от геометрической только сокращением размеров в направлении движения в отношении $1 : \sqrt{1-(v^2/c^2)}$. Относительное движение двух систем со скоростью v, большей скорости света в пустоте, несовместимо с принятыми нами принципами.

В полученных выше уравнениях нетрудно узнать гипотезу Лоренца и Фицджеральда (§ 3). Эта гипотеза казалась нам странной, и ввести ее было необходимо для того, чтобы иметь возможность объяснить отрицательный результат эксперимента Майкельсона и Морли. Здесь эта гипотеза выступает как естественное следствие принятых нами принципов.

2. Рассмотрим часы H', находящиеся в начале координат системы S' и идущие в p_0 раз быстрее часов, используемых для определения физического времени в системах S или S'. Иначе говоря, при сравнении часов, когда они находятся в относительном покое, часы H' покажут p_0 единиц времени за единицу времени, отсчитанную другими часами. Сколько единиц времени покажут часы H' за единицу времени, если вести наблюдение из системы S?

Часы H' отметят концы периодов в моменты

$$t'_1 = \frac{1}{p_0}, \quad t'_2 = \frac{2}{p_0}, \quad t'_3 = \frac{3}{p_0}, \quad \ldots, \quad t'_n = \frac{n}{p_0}.$$

Так как мы определяем время по отношению к системе S, первая из формул преобразования (I) должна иметь следующий вид:

$$t = \beta\left(t' - \frac{v}{c^2}x'\right),$$

и так как часы H' все время остаются в начале координат S', то

$$x' = 0,$$

что дает

$$t_n = \beta t'_n = \frac{\beta}{p_0}n.$$

Итак, если вести наблюдение из системы S, часы H' покажут за единицу времени

$$p = \frac{p_0}{\beta} = p_0\sqrt{1-(v^2/c^2)}$$

периодов. Другими словами, если наблюдать часы из системы, по отношению к которой они равномерно движутся со скоростью v, то окажется, что они идут в $1 : \sqrt{1-(v^2/c^2)}$ раз медленнее, чем те же часы, неподвижные по отношению к этой системе.

Остановимся на одном интересном применении предыдущей формулы. В 1907 году[1] Штарк обратил внимание на то, что спектральные линии, которые излучают ионы каналовых лучей, наводят на мысль о чем-то подобном явлению Допплера, т. е. о смещении спектральных линий, вызываемом движением источника.

Поскольку колебательные явления, вызывающие возникновение спектральных линий, должны рассматриваться как внутриатомные явления, частота которых определяется только природой ионов, мы можем использовать эти ионы как часы. Частота p_0 колебательного движения ионов даст нам возможность измерять время. Найти эту частоту можно, наблюдая спектр, который дают ионы того же типа, находящиеся, однако, в покое относительно наблюдателя. Предыдущая формула показывает, что помимо явления, известного под названием явления Допплера, на источник влияет движение, уменьшающее видимую частоту линий.

3. Рассмотрим уравнения движения точки, движущейся относительно S' равномерно со скоростью u.

$$\begin{aligned} x' &= u_{x'}t', \\ y' &= u_{y'}t', \\ z' &= u_{z'}t'. \end{aligned}$$

Если, воспользовавшись соотношениями (I) вместо x', y', z', t' подставить сюда их выражения через x, y, z, t, то получим x, y, z как функции t и, следовательно, компоненты u_x, u_y, u_z скорости u точки по отношению к системе S. Таким образом, можно получить формулу, которая выражает теорему сложения скоростей в ее общем виде, и тогда немедленно станет ясным, что закон параллелограмма скоростей применим лишь как первое приближение. В частном случае, когда скорость u' имеет то же направление, что и скорость v поступательного движения S' относительно S, легко получить, что

$$u = \frac{v+u'}{1+\dfrac{vu'}{c^2}}. \tag{7}$$

[1] J. Stark. Ann. Phys., 1907, 21, 401.

Из этого соотношения видно, что при сложении двух скоростей, меньших скорости света в пустоте, результирующая скорость всегда меньше скорости света. Действительно, если взять $v = c - \lambda$, $u' = c - \mu$, где λ и μ положительны и меньше c, то

$$u = c \cdot \frac{2c - \lambda - \mu}{2c - \lambda - \mu + \dfrac{\mu\lambda}{c}} < c.$$

Кроме того, отсюда следует, что, складывая скорость света со скоростью, меньшей c, мы всегда получаем скорость света. Теперь можно понять, почему Физо для суммы скорости света в жидкости u' и скорости v жидкости в трубе не получил величины $u' + v$ (§ 2). В самом деле, пренебрегая членами высшего по сравнению с первым порядка малости и заменяя отношение c/u' показателем преломления жидкости[1] n, можно переписать соотношение (7) следующим образом:

$$u = u' + v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

Это соотношение совпадает с тем, которое Физо получил экспериментальным путем.

Из теоремы сложения скоростей непосредственно вытекает и другое следствие, настолько же странное, насколько и интересное. Можно показать, что не существует никакого способа посылать сигналы, которые распространялись бы быстрее, чем свет в пустоте. Рассмотрим стержень, движущийся равномерно вдоль оси X системы S со скоростью $-v$ ($|v| < c$), с которого можно посылать сигналы, распространяющиеся по отношению к самому стержню со скоростью u'. Предположим, что в точке $x = 0$ оси X находится наблюдатель A, а в точке $x = x_1$ той же оси находится наблюдатель B. Оба наблюдателя неподвижны в системе S. Если наблюдатель A с помощью этого стержня посылает в B сигнал, то скорость этого сигнала относительно наблюдателей будет

$$\frac{v - u'}{1 - \dfrac{vu'}{c^2}}.$$

[1] Строго говоря, коэффициент преломления соответствует не показателю преломления жидкости для частоты источника, используемого в эксперименте, но коэффициенту преломления жидкости для частоты, которую измерял бы наблюдатель, движущийся вместе с жидкостью.

Следовательно, время, необходимое сигналу для прохождения пути AB, равно

$$T = x_1 \frac{1 - \dfrac{vu'}{c^2}}{v - u'},$$

где v может быть любой величиной, меньшей c.

Итак, предположив, что u' больше, чем c, можно всегда выбрать такое v, чтобы T было отрицательным. Иными словами, должно было бы существовать явление, заключающееся в том, что сигнал приходит к месту назначения до того, как он отправлен, т. е. результат предшествовал бы причине. Хотя такой вывод логически возможен, он слишком противоречит всем нашим экспериментальным данным, чтобы поставить под сомнение доказанную невозможность иметь $u' > c$.

4. Теория относительности, построенная на принятых здесь принципах, позволяет найти в общем виде формулы, описывающие явления Допплера и аберрацию. Для этого достаточно сравнить вектор, пропорциональный

$$\sin \omega \left(t - \frac{lx + my + nz}{c}\right),$$

т. е. вектор плоской световой волны, распространяющейся в пустоте относительно системы S, с вектором, пропорциональным

$$\sin \omega' \left(t' - \frac{l'x' + m'y' + n'z'}{c}\right),$$

т. е. с вектором той же волны относительно системы S'. Заменяя в последнем выражении t', x', y', z' их значениями, полученными из формул преобразования (I), и сопоставляя их с первым выражением, можно найти соотношения, связывающие ω', l', m', n' с ω, l, m, n. Пользуясь этими уравнениями, нетрудно вывести формулы аберрации и эффекта Допплера.

Фундаментальное значение формул преобразования (I) заключается в том, что они дают критерий, позволяющий проверять точность физической теории.

В самом деле, необходимо, чтобы при замене с помощью формул преобразования переменных t, x, y, z переменными t', x', y', z' любое уравнение, выражающее физический закон, преобразовалось бы в уравнение того же вида. Кроме того, зная законы, применяемые к неподвижному телу или к телу, движущемуся с бесконечно малой скоростью, можно с помощью формул преобразования найти законы, применимые к тому же телу, движущемуся с большой скоростью[1].

§ 8. Замечания о некоторых формальных свойствах уравнений преобразования

Рассмотрим две системы координат Σ и Σ', которые одинаково ориентированы и имеют общее начало.

В механике Ньютона существует два вида преобразований координат, не изменяющих законы движения.

1. Вращение системы Σ' по отношению к системе Σ вокруг общего начала. Это преобразование характеризуется линейными уравнениями относительно x', y', z' и x, y, z, между коэффициентами которых существуют такие соотношения, что условие

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 = x^2 + y^2 + z^2 \tag{1}$$

выполняется тождественно.

2. Равномерное и прямолинейное движение системы Σ' относительно системы Σ. Это преобразование характеризуется уравнениями

$$\begin{aligned} x' &= x + \alpha t, \\ y' &= y + \beta t, \\ z' &= z + \gamma t, \end{aligned} \tag{2}$$

где α, β, γ — постоянные. Для этих двух видов преобразований должно соблюдаться условие

$$t' = t. \tag{3}$$

Иными словами, время при этих преобразованиях должно оставаться неизменным. Комбинируя преобразования (1) и (2), можно получить наиболее общее преобразование, с помощью которого можно

[1] Теперь нетрудно понять, что мы имели в виду в § 6, когда говорили о свойствах однородности времени и пространства, т. е. почему мы допускали априори, что уравнения преобразования должны быть линейными. В самом деле, если из системы S наблюдать ход часов, неподвижных относительно S', то этот ход не должен зависеть ни от того места, где эти часы были помещены в системе S', ни от времени в системе S' в месте рядом с часами. Аналогичное замечание применимо также к ориентации и длине стержня, связанного с S' и наблюдаемого из системы S. Все эти условия выполняются, если только уравнения преобразования являются линейными.

преобразовывать уравнения механики, не изменяя их вида. Это преобразование описывается уравнением (3) и тремя уравнениями, с помощью которых координаты x', y', z' выражаются как линейные функции от x, y, z, t; при этом коэффициенты этих трех уравнений связаны между собой соотношениями, которые при $t = 0$ тождественно удовлетворяют условию (1).

Рассмотрим теперь наиболее общие преобразования координат, совместимые с теорией относительности. Исходя из всего предыдущего, это преобразование характеризуется тем, что x', y', z', t' должны быть такими линейными функциями x, y, z, t, чтобы тождественно выполнялось условие

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2. \qquad \text{(a)}$$

Необходимо отметить, что преобразования, совместимые с механикой Ньютона, немедленно получаются из соотношения (a), если в нем положить $c = \infty$. Итак, следуя тем путем, которым мы шли раньше, можно получить уравнения обычной кинематики, если вместо принципа постоянства скорости света допустить существование сигналов, не требующих времени для своего распространения.

Группа преобразований, характеризующаяся условием (a), содержит преобразования, соответствующие изменению ориентации системы. Это — преобразования, совместимые с условием

$$t = t'.$$

Наиболее простыми уравнениями, удовлетворяющими условию (a), являются уравнения, для которых две из четырех координат не изменяются. Рассмотрим, например, преобразования, при которых x и t постоянны. В этом случае вместо общего условия (a) мы имеем

$$\begin{cases} t' = t, \\ x' = x, \\ y'^2 + z'^2 = y^2 + z^2. \end{cases} \qquad (\text{a}_1)$$

Этому условию соответствует вращение системы вокруг оси X. Если же мы рассмотрим преобразования, при которых две пространственные координаты, например, y и z, остаются неизменными, то получим вместо общего условия (a) частные условия

$$\begin{cases} y' = y, \\ z' = z, \\ x'^2 - c^2t'^2 = x^2 - c^2t^2. \end{cases} \tag{a$_2$}$$

Это — преобразования, которые мы встретили в предыдущем параграфе, рассматривая систему, равномерно движущуюся параллельно оси X другой неподвижной системы, расположенной таким же образом.

Бросается в глаза формальная аналогия между преобразованиями (a_1) и (a_2). Обе системы уравнений отличаются только знаком в третьем условии. Но даже и это различие можно устранить, если здесь, следуя Минковскому[1], в качестве переменной вместо t взять ict, где i есть $\sqrt{-1}$. В этом случае мнимая временная координата будет входить в формулы преобразования симметрично с пространственными координатами. Если ввести обозначения

$$\begin{aligned} x &= x_1, \\ y &= x_2, \\ z &= x_3, \\ ict &= x_4 \end{aligned}$$

и рассматривать x_1, x_2, x_3, x_4 как координаты какой-либо точки четырехмерного пространства так, чтобы любому элементарному событию соответствовала одна точка этого пространства, то все, что происходит в физическом мире, сведется к статике в четырехмерном пространстве. В этом случае условие (a) будет записываться в следующем виде:

$$x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 + x_4'^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2.$$

Это условие будет соответствовать вращению без относительного поступательного движения четырехмерной системы координат.

Принцип относительности требует, чтобы законы физики не изменялись от вращения четырехмерной системы координат, к которой они отнесены. Четыре координаты x_1, x_2, x_3, x_4 должны входить в выражения законов природы симметрично. Для описания различных физических состояний можно пользоваться четырехмерными векторами,

[1] H. Minkowski. Raum und Zeit. Leipzig, 1908. [Русский перевод был опубликован несколько раз; например, в сб. «Принцип относительности». ГТТИ, 1934. — *Прим. ред.*].

которые входят в вычисления точно так же, как и обычные векторы трехмерного пространства.

§ 9. Некоторые применения теории относительности

Применим уравнения преобразования (I) к уравнениям Максвелла–Лоренца, описывающим электромагнитное поле. Пусть E_x, E_y, E_z — компоненты вектора напряженности электрического поля и M_x, M_y, M_z — компоненты вектора напряженности магнитного поля относительно системы отсчета S. Вычисления показывают, что если положить

$$\begin{aligned} E'_x &= E_x, & M'_x &= M_x, \\ E'_y &= \beta\left(E_y - \tfrac{v}{c}M_z\right), & M'_y &= \beta\left(M_y + \tfrac{v}{c}E_z\right), \\ E'_z &= \beta\left(E_z + \tfrac{v}{c}M_y\right), & M'_z &= \beta\left(M_z - \tfrac{v}{c}E_y\right), \end{aligned} \tag{1}$$

то преобразованные уравнения идентичны исходным. Векторы $(E'_x,\ E'_y,\ E'_z)$ и $(M'_x,\ M'_y,\ M'_z)$ в уравнениях, записанных в системе S', играют ту же роль, что и векторы $(E_x,\ E_y,\ E_z)$ и $(M_x,\ M_y,\ M_z)$ в уравнениях, записанных в системе S. Отсюда вытекает следующий важный вывод. *Существование электрического поля, равно как и магнитного, зависит от движения системы координат.*

Преобразованные уравнения позволяют определить электрическое поле по отношению к какой-либо системе координат S', движущейся без ускорения, если известно поле относительно другой системы S того же типа.

Эти преобразования были бы невозможны, если бы состояние движения системы координат не входило в определение векторов поля. В этом можно тотчас же убедиться, если рассмотреть определение электрического поля: величина, направление и знак напряженности поля в данной точке определяются величиной пондеромоторной силы, с которой поле действует на единицу количества электричества, предполагаемую сосредоточенной в рассматриваемой точке и *неподвижную по отношению к системе координат.*

Формулы преобразования показывают, что встреченные нами трудности (§ 3), связанные с явлениями, вызванными относительными движениями замкнутого проводника и магнитного полюса, полностью преодолены в новой теории.

В самом деле, рассмотрим электрический заряд, движущийся равномерно относительно магнитного полюса. Мы можем вести наблюдение или из системы координат S, связанной с магнитом, или из системы координат S', связанной с электрическим зарядом. По отношению к системе S существует только одно магнитное поле (M_x, M_y, M_z) и никакого электрического поля. Напротив, по отношению к системе S' существует, как видно из выражений для E'_y и E'_z, электрическое поле, действующее на электрический заряд, неподвижный относительно системы S'. Итак, трактовка явлений меняется в зависимости от состояния движения системы координат. Все зависит от точки зрения; тем не менее, эти изменения точек зрения не играют большой роли и во всяком случае не могут привести ни к каким противоречиям. Совсем иначе обстоит дело, когда эти изменения приписывали изменениям состояния среды, заполняющей все пространство.

Как уже отмечалось, зная законы, применимые к покоящемуся телу, можно немедленно найти законы, применимые к телу, движущемуся с большой скоростью. Так, например, можно получить уравнения движения материальной точки с массой m, имеющей заряд e (например, электрон) и находящейся под действием электромагнитного поля. Действительно, уравнения движения материальной точки в тот момент, когда ее скорость равна нулю, известны. Исходя из уравнений Ньютона и из определения напряженности электрического поля, имеем

$$m\frac{d^2x}{dt^2} = eE_x, \tag{2}$$

а также еще два подобных уравнения для y- и z-компонент. Тогда, применяя уравнения преобразования (I) и соотношения (1) этого параграфа, находим для произвольно движущейся точки

$$\frac{d}{dt}\left\{\frac{m\dfrac{dx}{dt}}{\sqrt{1-(u^2/c^2)}}\right\} = F, \tag{3}$$

где

$$u = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

и

$$F_x = a\left\{E_x + \frac{1}{c}\left[\frac{dy}{dt}\cdot M_z - \frac{dz}{dt}\cdot M_y\right]\right\},$$

и два других подобных уравнения для остальных компонент. Эти уравнения позволяют проследить путь катодных и β-лучей в электромагнитном поле. Их точность почти так же несомненна, как и точность эксперимента Бухерера и Хупки.

Если мы хотим сохранить соотношение между силой и механической работой, а также теорему о моменте количества движения, то мы должны рассматривать входящие в эти уравнения векторы F_x, F_y, F_z как векторные компоненты пондеромоторной силы, действующей на движущуюся материальную точку. В этих условиях уравнения (3) следует рассматривать как наиболее общие уравнения движения материальной точки — уравнения, совместимые с принятыми здесь принципами и не зависящие от природы силы (F_x, F_y, F_z)

Если выразить математически, сначала в системе S, а затем в системе S', тот факт, что при испускании и поглощении энергии, излучаемой телом, закон сохранения энергии, а также закон сохранения момента количества движения остаются в силе, то сам собой напрашивается важный вывод: масса любого тела зависит от содержащегося в нем количества энергии. Если обозначить через m массу, соответствующую определенному количеству энергии, содержащемуся в теле, то, увеличив на W энергию тела, мы получим массу, равную

$$m = \frac{W}{c^2},$$

где через c обозначена, как всегда, скорость света в пустоте.

Итак, закон сохранения массы, принятый в механике Ньютона, справедлив только для системы, энергия которой постоянна. Масса и энергия становятся такими же эквивалентными друг другу величинами, как, например, теплота и механическая работа. Таким образом, мы вплотную подошли к тому, чтобы рассматривать массу как сосредоточение колоссального количества энергии. К сожалению, изменения массы W/c^2 настолько малы, что в настоящее время нет никакой надежды обнаружить их экспериментальным путем.

ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ[1]

I. Специальная теория относительности

Вряд ли можно выработать самостоятельное суждение о правильности теории относительности, не ознакомившись хотя бы вкратце с опытами и идеями, предшествовавшими этой теории. Поэтому с них и надо здесь начать.

Явления интерференции и дифракции заставляли физиков рассматривать свет как волновой процесс. Почти до конца прошлого века считали, что свет представляет собой механические колебания гипотетической среды — эфира. Так как свет распространяется и в пустоте, то волновой процесс, образующий свет, не мог быть колебаниями весомой материи. Когда к концу прошлого века победила электромагнитная теория света, это представление о свете хотя и изменилось, но несущественно: свет теперь стал рассматриваться не как движение эфира, а как электромагнитный процесс в эфире. Все еще сохранялось убеждение, что наряду с весомой материей существует другая — эфир, который должен быть носителем света.

Это представление приводило к вопросу о том, какими механическими свойствами по отношению к веществу обладает этот эфир. В частности, возникает вопрос: участвует ли эфир в движении весомой материи? Этот вопрос побудил гениального физика Физо провести опыт фундаментального значения, который мы сейчас схематически рассмотрим.

Пусть луч света L падает на полупрозрачное зеркало S_1 и разделяется этим зеркалом на два (рис. 1). Первый луч, пройдя отрезки a и b и отразившись от зеркала s_2, попадает на полупрозрачное зеркало S_2, отражается от него и идет в направлении E. Второй луч, отражаясь от зеркал S_1 и s_1, идет по отрезкам c и d, проходит через S_2 в направлении E. В точке E оба луча интерферируют; возникают интерференционные полосы, расстояние между которыми зависит от юстировки аппарата. Положение этих интерференционных полос зависит от разности

[1] *Die Relativitätstheorie*. В кн. «Die Physik». Unter Redaktion von E. Lechner. T. 3, Abt. 3, Bd. 1. Leipzig, Teubner, 1915, 703–713.

времен прохождения каждым лучом своего пути. Если относительная разность времен изменится даже на 10^{-8}, т.е. на одну стомиллионную часть времени прохождения всего пути, то это уже приведет к заметному сдвигу интерференционных полос.

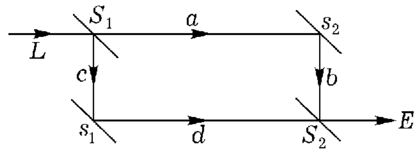

Рис. 1

На отрезках a и d Физо поместил по трубе, наполненной водой, и каждый из лучей распространялся вдоль своей трубы. Концы каждой трубы были соединены так, что вода могла протекать вдоль осей труб. Цель опыта заключается в том, чтобы определить, какое влияние оказывает движение воды на положение интерференционных полос. Зная это влияние, можно вычислить, насколько изменяется скорость света в движущейся воде по сравнению с покоящейся водой.

В предположении, что световой эфир участвует в движении вещества, а следовательно, и в движении воды, для случая, когда вода на участке a течет со скоростью v в направлении распространения света, должна получаться следующая картина. Скорость света относительно воды всегда оставалась равной V_0, независимо от того, течет вода или нет. Но скорость света V относительно трубы должна увеличиться на скорость течения воды v. Итак, следовало бы ожидать, что

$$V - V_0 = v.$$

Так как $V - V_0$ можно определить по смещению интерференционных полос, а скорость воды v измерялась непосредственно, то опыт Физо позволял проверить эту формулу. Но опыт не подтвердил ее. Оказалось, что разность $V - V_0$ меньше v. Опыты с разными жидкостями показали, что эта разность зависит не только от v, но и от показателя преломления жидкости[1] n в соответствии с формулой

$$V - V_0 = v\left(1 - \frac{1}{n^2}\right).$$

Из этого результата следует, что предположение, согласно которому световой эфир просто участвует в движении вещества, не подтверждается. Из только что приведенной формулы получается интересное

---

[1]Как известно, $n = \dfrac{(\text{Скорость света в пустоте})}{(\text{Скорость света в среде})}$.

следствие, что жидкость, не преломляющая свет ($n = 1$), не будет влиять на распространение света в ней даже тогда, когда она движется.

Другая простая гипотеза заключается в том, что световой эфир вообще не участвует в движении вещества (гипотеза «неподвижного» эфира). На этой гипотезе Г. А. Лоренц построил теорию электромагнитных и оптических явлений, которая не только объяснила совершенно естественным образом указанный результат опыта Физо, но и согласовывалась с результатами всех других опытов по электромагнетизму и оптике движущихся сред. Согласно этой теории, электромагнитные законы эфира не зависят от движения вещества. Вещество взаимодействует с эфиром только потому, что оно является носителем электрических зарядов, движения которых порождают электромагнитные процессы в эфире и влияют на них.

В том, что в теории Лоренца (теории неподвижного светового эфира) содержится значительная доля истины, никто из физиков не сомневался. Но одна сторона этой теории не могла не вызвать недоверия среди физиков. Поясним это ниже.

Давний опыт, не имеющий пока исключений, показывает, что физические явления зависят только от движений тел *относительно* друг друга, т.е. что с физической точки зрения *абсолютного* движения не существует. Уточним это высказывание о характере физического опыта. Там, где в физике играют роль пространственные соотношения, они всегда означают указание положения какого-нибудь предмета или признака по отношению к некоторому твердому телу. Мы описываем положение предмета по отношению к стеклянной трубке, к деревянной подставке, к стенам комнаты, к поверхности Земли и т. д. В теории место этого твердого тела занимает система координат. Она мыслится как воображаемая жесткая система, которую надо заменять реальным твердым телом во всех случаях, когда необходимо проверить правильность теоретического результата, содержащего высказывания о пространстве. Таким образом, система координат означает для физика некоторое реальное твердое тело, к которому следует относить явления, подлежащие изучению.

Возьмем теперь какой-нибудь простой закон природы, содержащий высказывания о пространстве, например, известный закон инерции Галилея: материальная точка, на которую внешние силы не действуют, движется равномерно и прямолинейно. Ясно, что этот закон не должен выполняться, если рассматривать движение в произвольно движущейся (например, во вращающейся как угодно) системе координат. Поэтому основной закон Галилея следует формулировать так: можно выбрать систему координат K, движущуюся таким образом, что по отношению к ней всякая материальная точка, на которую не действуют никакие силы, движется прямолинейно и равномерно. Этот закон, конечно, выполняется и для всех других систем координат, покоящихся относительно K.

Если бы фундаментальный закон Галилея не выполнялся ни для одной системы координат, движущейся относительно K, то движение системы K оказалось бы выделенным из всех других движений. Это движение мы могли бы тогда считать абсолютным покоем. Однако простое рассуждение показывает, что основной закон Галилея выполняется для каждой материальной точки, на которую не действует сила не только в системе K, но и во всякой системе координат K', движущейся равномерно и прямолинейно относительно K. Законы механики выполняются относительно таких систем K' совершенно так же, как и относительно системы K. Существует множество равномерно движущихся относительно друг друга систем координат, строго равноправных с точки зрения законов механики. Это равноправие равномерно движущихся относительно друг друга систем координат K и K', однако, не ограничивается механикой. Как показывает опыт, оно является всеобщим. ***Постулат о равноправии всех таких систем K, K', в которых не существует состояний движения, предпочтительных по сравнению с другими, мы будем называть «специальным принципом относительности».***

Теория Лоренца вызывает недоверие именно потому, что она, по-видимому, противоречит принципу относительности. Это показывает следующее рассуждение. Согласно теории Лоренца, движение вещества не сопровождается движением светового эфира. Напротив, все части эфира находятся в относительном покое. Если мы выберем систему координат K, покоящуюся относительно эфира, то эта система координат окажется выделенной из всех других систем координат K', движущихся относительно K. Таким образом, теория не удовлетворяет принципу относительности. Это рассмотрение можно провести и не обращаясь к понятию светового эфира. По теории Лоренца существует такая система координат K, относительно которой всякий луч света распространяется в пустоте с определенной постоянной скоростью c. Если мы будем относить этот световой луч к движущейся относительно K — например, в направлении распространения света — системе координат K', то, очевидно, мы обязаны предполагать, что рассматриваемый луч света относительно K' распространяется с какой-то другой скоростью. Таким образом — в противоречии с принципом относительности — пришлось бы заключить, что система координат K является предпочтительной по сравнению со всеми движущимися относительно нее системами координат K'.

Фундаментальное утверждение теории Лоренца о том, что всякий луч света в пустоте (по крайней мере относительно одной определенной системы координат K) всегда распространяется с определенной постоянной скоростью c, мы будем называть ***принципом постоянства скорости света.*** Указанная выше трудность в теории Лоренца состоит в том, что принцип постоянства скорости света кажется несовместимым с принципом относительности.

Успехи теории Лоренца были настолько большими, что физики, не задумываясь, отказались бы от принципа относительности, если бы не был получен один важный экспериментальный результат, о котором мы теперь должны сказать, а именно, результат опыта Майкельсона.

Считая, в соответствии с теорией Лоренца, что существует привилегированная система координат K, в которой скорость света в пустоте равна c, уже нельзя предполагать, что Земля относительно этой системы координат покоится. В самом деле, тогда уже нельзя предполагать, что неподвижный эфир участвует в движении Земли вокруг Солнца. Следовательно, по меньшей мере часть года мы должны были бы иметь по отношению к системе K скорость порядка 30 км/сек. Отсюда возникает задача обнаружить это движение наших лабораторий и приборов относительно K, т.е. относительно эфира. Чтобы обнаружить это относительное движение, было проделано много опытов. При этом принималось во внимание, что ориентация чувствительных оптических приборов относительно направления искомого относительного движения должна оказывать влияние на оптические процессы. Однако на опыте обнаружить какое-то выделенное направление никак не удавалось.

Все же бóльшая часть этих отрицательных результатов не говорила ничего против теории Лоренца. Г. А. Лоренц в высшей степени остроумном теоретическом исследовании показал, что относительное движение в первом приближении не влияет на ход лучей при любых оптических экспериментах. Оставался только один оптический эксперимент, в котором метод был настолько чувствительным, что отрицательный исход опыта оставался непонятным даже с точки зрения теоретического анализа Г. А. Лоренца. Это был уже упомянутый опыт Майкельсона, схема которого выглядела следующим образом.

Луч света L от источника света G сначала попадает на полупрозрачное зеркало S, где он разделяется на два (см. рис. 2). Первый из них идет к зеркалу s_1, отражается от него, снова возвращается к полупрозрачному зеркалу S и там (частично) отражается и идет в направлении E; второй луч идет к зеркалу s_2, отражается там и после прохождения через S также проходит в направлении E. В E оба указанных луча интерферируют. Все описанное устройство было смонтировано на каменной плите, которая плавала в ртути, так что установка как целое могла быть ориентирована по-разному относительно направления гипотетического движения Земли в световом эфире. Согласно теории, изменение ориентации каменной плиты должно оказывать достаточно большое влияние на положение интерференциальных полос в E, чтобы его можно было обнаружить. Однако эксперимент давал отрицательный результат.

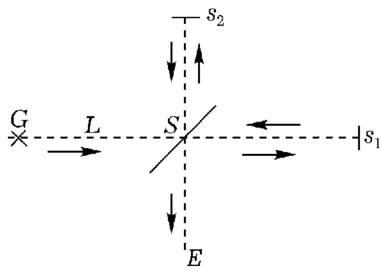

Рис. 2

Чтобы привести отрицательный результат этого эксперимента в согласие с теорией, Г. А. Лоренц и Фицджеральд выдвинули гипотезу о том, что каменная плита со всеми смонтированными на ней приборами испытывает в направлении движения Земли небольшое сокращение, как раз такое, что ожидаемый эффект компенсируется противоположным эффектом вследствие сокращения.

Способ действия, когда добиваются согласия теории с отрицательным результатом эксперимента с помощью выдвинутой специально для этого гипотезы, выглядит крайне неестественным. Напрашивается утверждение, что этому относительному движению Земли в системе K не отвечает никакая реальность, т. е. что подобное относительное движение *принципиально* нельзя обнаружить. Иными словами, мы приходим к убеждению, что принцип относительности выполняется всегда и строго. С другой стороны, как уже отмечалось, фундамент теории Лоренца, а тем самым и принцип постоянства скорости света представляется несовместимым с принципом относительности. Однако каждый, кто попытался бы заменить теорию Лоренца какой-либо другой теорией, удовлетворяющей экспериментальным фактам, должен был бы признать, что это занятие при современном состоянии наших знаний является абсолютно бесперспективным.

При таком положении вещей следует еще раз задать вопрос, действительно ли теория Лоренца, или принцип постоянства скорости света, несовместима с принципом относительности. Точное исследование показывает, что оба принципа совместимы и что теория Лоренца не противоречит принципу относительности. Однако наши представления о времени и пространстве должны подвергнуться фундаментальным изменениям. Легко видеть далее, что мы должны отказаться от светового эфира. Действительно, если каждый луч света в пустоте распространяется со скоростью c относительно системы K, то световой эфир должен всюду покоиться относительно K. Но если законы распространения света в системе K' (движущейся относительно K) такие же, как и в системе K, то мы с тем же правом должны предположить, что эфир покоится и в системе K'. Так как предположение о том, что эфир покоится одновременно в двух системах, является абсурдным и так как не менее абсурдно было бы отдавать предпочтение одной из двух (или из бесконечно большого числа) физически равноценных систем, то следует отказаться от введения понятия эфира, который превратился лишь в бесполезный довесок к теории, как только было отвергнуто механистическое истолкование света.

Мы уже говорили, что система координат, как ее понимают в теоретической физике, представляет собой не что иное, как жесткое измерительное устройство, на котором с помощью твердых линеек наносятся значения пространственных координат. Мы должны теперь еще задать вопрос, какой физический смысл имеют значения времени, которые в физике обычно всегда указываются вместе со значениями координат. Рассмотрим этот вопрос.

Обычно мы измеряем время с помощью часов. При этом часами мы называем систему, которая автоматически повторяет один и тот же процесс. Число уже повторившихся процессов такого рода, причем за первый можно принять любой процесс, и есть время, измеренное часами. Показания часов, одновременные с некоторым событием, мы называем временем события, измеренным этими часами.

Пусть теперь в начале нашей системы координат ($x = y = z = 0$) помещены часы U_0 и пусть совсем рядом с началом координат происходит какое-нибудь событие. Тогда в соответствии с опытом мы можем определить показание часов, одновременное событию, иначе говоря, определить время события (отнесенное к нашим часам). Однако, если место события будет удалено от места, где расположены часы, то мы не сможем непосредственно определить показания часов, одновременные с событием. В самом деле, наблюдатель, стоящий около часов, может воспринимать событие не непосредственно, а только с помощью какого-нибудь промежуточного процесса (сигнала), связанного с событием и дошедшего до наблюдателя (например, с помощью лучей света). Наблюдатель определит только время прибытия сигнала, а не время события. Последнее он сможет определить, только зная промежуток времени, проведенный сигналом в пути. Однако определить этот промежуток времени с помощью часов U_0, установленных в начале координат, принципиально невозможно. С помощью часов можно непосредственно определять время только таких событий, которые происходят в непосредственной близости от часов.

Если бы на месте, где произошло событие, также находились часы U_1 — мы будем предполагать, что эти часы точно такой же конструкции, как и часы U_0, — и если бы там стоял наблюдатель, определяющий время события по указанным часам, то это тоже еще не помогло бы нам, ибо мы еще не могли бы сопоставить показаниям часов U_1 одновременные им показания часов U_0. Отсюда очевидно, что для определения времени необходимо еще *физическое определение одновременности*. Как только оно будет дано, искомое физическое определение времени будет полным.

Другими словами, требуется еще правило, по которому часы U_1 можно синхронизировать с часами U_0. Мы будем делать это следующим образом. Пусть мы имеем какое-нибудь средство, чтобы посылать сигналы из начала координат O системы K в точку E и обратно из E в O так, что сигналы $O - E$ и $E - O$ физически совершенно равноценны. Тогда мы можем и будем требовать, чтобы часы U_0 и U_1 были поставлены так, чтобы на прохождение обоими сигналами своих путей требовалось одно и то же время, измеренное этими часами. Пусть t_0 — время отправления сигнала $O - E$ (по часам U_0), t_1 — время прибытия сигнала $O - E$ (по часам U_1), t_1' — время отправления сигнала $E - O$ (по часам U_1), t_0' — время прибытия сигнала $E - O$ (по часам U_0). Тогда часы U_1 должны быть поставлены так, чтобы выполнялось условие

$$t_1 - t_0 = t'_0 - t'_1.$$

Теперь мы можем расположить в произвольных точках системы координат K такие часы и поставить их по часам U_0 в соответствии с указанным правилом. Тогда можно определять время событий во всех этих точках.

При указанном определении одновременности событий необходимо обратить особое внимание на следующее. Мы использовали для определения времени *систему часов, покоящихся относительно системы K*. Иначе говоря, это определение имеет смысл только по отношению к системе координат K в определенном состоянии движения. Если кроме системы координат K вводится другая система координат K', движущаяся равномерно и прямолинейно относительно K, то можно совершенно аналогично определить время относительно K'. Однако заранее не очевидно, что можно согласовать показания этих двух систем часов. Априори ниоткуда не следует, что два события, одновременные относительно K, должны быть одновременными относительно системы K'. В этом и заключается «относительность времени».

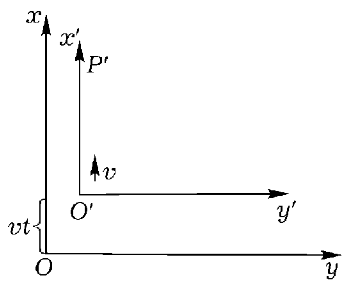

Рис. 3

Оказывается, что принцип постоянства скорости света и принцип относительности противоречат один другому только до тех пор, пока сохраняется постулат абсолютного времени, т. е. абсолютный смысл одновременности. Если же допускается относительность времени, то оба принципа оказываются совместимыми; в этом случае, исходя из этих двух принципов, получается теория, называемая «теорией относительности».

Основная задача, связанная с этой системой понятий, заключается в следующем. Даны две системы координат K и K'. Система K' движется равномерно и прямолинейно относительно K со скоростью v. Даны место и время произвольного события (т. е. координаты x, y, z и время t) в системе K. Требуется найти место и время (x', y', z', t') в системе K'. При этом положения координатных осей этих двух систем для простоты выбраны так, как показано на рис. 3. Старая кинематика решала эту задачу следующими

формулами:
$$x' = x - vt,$$
$$y' = y,$$
$$z' = z,$$
$$t' = t.$$

Последняя из этих формул выражает постулат о том, что значения времени имеют смысл, независимый от состояния движения (постулат «абсолютного времени»). Однако в этих уравнениях содержится еще одна неявная предпосылка, с которой мы теперь познакомимся. На рис. 3 изображено положение и состояние движения двух систем K и K' с точки зрения системы K. Возьмем теперь точку P' на оси x', расстояние которой от O' равно l'. Это значит, что наблюдатель, движущийся вместе с системой K', должен приложить свою измерительную линейку вдоль оси x' l' раз, чтобы попасть из O' в P'. Наблюдатели же, находящиеся в покое относительно системы K, чтобы определить расстояние $O'P'$, должны поступать иначе. Они должны определить те пространственные точки в системе K, в которых находятся точки O' и P' в одно и то же время (системы K). Затем, прикладывая измерительную линейку вдоль оси x системы K, они получат искомое расстояние между этими точками. Очевидно, оба процесса абсолютно разные, так что и их численные результаты l и l' априори могут быть разными. Другими словами, априори нельзя отвергать возможность, что и понятие пространственного расстояния имеет только относительный смысл. Таким образом, наряду с «относительностью времени» мы должны допустить также «относительность длин».

Тем самым рушится основа написанных выше уравнений преобразования пространственных координат и времени. Вместо этих уравнений в теории относительности появляются преобразования, удовлетворяющие одновременно принципу относительности и принципу постоянства скорости света. Новые уравнения преобразования находят, математически формулируя требование, чтобы каждый луч света распространялся в обеих системах K и K' с одинаковой скоростью c. Так получаются уравнения преобразования
$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}},$$
$$y' = y,$$
$$z' = z,$$

$$t' = \frac{t - (v/c^2)\,x}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

Последнее из этих уравнений показывает, что в общем случае из равенства значений времени (одновременности) двух событий в системе K *не следует* равенство значений времени (одновременность) тех же событий в системе K'. Одновременность, таким образом, теряет абсолютный смысл.

Далее, возникает вопрос: чему равна в системе K длина l стержня, покоящегося в системе K', ориентированного параллельно оси x' и обладающего длиной l' в системе K'? Первое из указанных уравнений преобразования дает ответ[1]:

$$l = l'\sqrt{1-(v^2/c^2)}.$$

Это означает следующее. Если стержень в покое обладает длиной l', то при движении со скоростью v вдоль своей оси он будет обладать с точки зрения несопутствующего наблюдателя меньшей длиной $l = l'\sqrt{1-(v^2/c^2)}$, тогда как для сопутствующего наблюдателя длина стержня, как и прежде, равна l'. Длина тем меньше, чем больше скорость v движущегося стержня. Если v приближается к скорости света, то длина стержня стремится к нулю. Для значений v, превышающих скорость света, наш результат теряет смысл; движение с такими скоростями, согласно теории относительности, невозможно. Легко видеть, что упомянутая выше гипотеза Г. А. Лоренца и Фицджеральда, выдвинутая для объяснения опыта Майкельсона, получается как следствие теории относительности. С другой стороны, согласно этой теории, тело, покоящееся относительно K, с точки зрения K' испытывает точно такое же сокращение, как и тело, покоящееся в K', при наблюдении его из системы K.

Еще одно важное следствие из уравнений преобразования получается следующим образом. Пусть в начале координат системы K' нахо-

---

[1] Для обоих концов линейки, именно для их координат x, выполняются уравнения

$$x_1' = \frac{x_1 - vt}{1-(v^2/c^2)}, \quad x_2' = \frac{x_2 - vt}{1-(v^2/c^2)},$$

откуда после вычитания следует

$$x_2' - x_1' = \frac{x_2 - x_1}{1-(v^2/c^2)} \quad \text{или} \quad l = l'\sqrt{1-(v^2/c^2)}.$$

дятся часы с секундной стрелкой. Для них всегда $x' = 0$, и они отсчитывают свои секунды в моменты времени $t' = 0, 1, 2, 3$ и т. д. Первое и четвертое уравнения преобразования дают для времен t этих секундных отсчетов значения

$$t = \frac{0}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}, \quad \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}, \quad \frac{2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}$$

и т. д. Таким образом, в системе K время между отсчетами часов равно $1/\sqrt{1-(v^2/c^2)}$, т. е. больше секунды. Часы, движущиеся со скоростью v, идут — с точки зрения несопутствующей системы координат — медленнее, чем шли бы те же часы, если бы они покоились.

Обобщая, можно сделать вывод: всякий процесс в некоторой физической системе замедляется, если эта система приводится в поступательное движение. Однако это замедление происходит только с точки зрения несопутствующей системы координат.

Представляет ли теория относительности какую-либо ценность для дальнейшего развития физики, помимо того, что решает изложенную выше дилемму? На этот вопрос следует ответить утвердительно по следующей причине. Согласно теории относительности, системы K и K' являются равноправными, и координаты и значения времени в обеих системах взаимно связаны приведенными выше уравнениями преобразования. Если какая-нибудь общая физическая теория формулируется в системе K, то с помощью уравнений преобразования вместо величин x, y, z, t в уравнения можно ввести величины x', y', z', t'. Тогда получится система уравнений, отнесенная к системе K'. В соответствии с принципом относительности эта система уравнений должна точно совпадать с системой уравнений, отнесенной к системе K, с той лишь разницей, что вместо величин x, y, z, t войдут x', y', z', t'. Таким образом, теория относительности дает общий критерий допустимости любой физической теории.

Перечислим кратко отдельные результаты, полученные до настоящего времени благодаря теории относительности. Она дает простую теорию принципа Допплера, аберрации, опыта Физо. Она говорит о справедливости уравнений поля Максвелла–Лоренца и для электродинамики движущихся тел. Законы отклонения быстрых катодных лучей и одинаковых с ними по природе β-лучей радиоактивных веществ, вообще законы движения быстро движущихся материальных частиц выводятся с помощью теории относительности без привлечения особых дополнительных гипотез.

Однако важнейший результат, достигнутый пока теорией относительности, — это вывод соотношения между инертной массой физической системы и содержанием энергии в ней. Пусть тело обладает в некотором определенном состоянии инертной массой M. Если этому телу сообщается каким-то образом энергия E, то, согласно теории относительности, его инертная масса возрастает вследствие этого до значения $M + \frac{E}{c^2}$, где c — скорость света в пустоте. Поэтому закон сохранения массы, считавшийся до сих пор справедливым, видоизменяется и объединяется в один закон с законом сохранения энергии. Этот результат говорит о том, что инертную массу M тела следует понимать как содержание энергии Mc^2. Прямого экспериментального подтверждения этого важного результата у нас пока нет, однако мы знаем частные случаи, для которых справедливость «закона инерции энергии» можно доказать, не прибегая к теории относительности.

Развитие теории относительности было сильно ускорено благодаря математической формулировке ее основ, данной Г. Минковским. При этом Минковский исходил из того, что «временная координата» будет входить в основные уравнения теории относительности точно таким же образом, как и пространственные координаты, если вместо t ввести пропорциональную этой величине мнимую переменную $\sqrt{-1}ct$. Благодаря этому уравнения теории относительности становятся уравнениями в четырехмерном пространстве; при этом формальные свойства этого четырехмерного мира отличаются от формальных свойств пространства евклидовой геометрии только числом измерений.

II. Общая теория относительности

Специальная теория относительности основана на идее, что определенные системы координат (инерциальные системы) являются равноправными для формулировки законов природы; к таким системам координат принадлежат те, в которых выполняется закон инерции и закон постоянства скорости света в пустоте. Но являются ли эти системы координат на самом деле выделенными в природе, или же эта привилегированность возникает вследствие несовершенного понимания законов природы? Конечно, закон Галилея на первый взгляд выделяет инерциальные системы из всех других движущихся систем координат.

Но закон инерции обладает недостатком, который обесценивает этот аргумент.

Теперь представим себе часть пространства, свободную от действия сил в смысле классической механики, иными словами, достаточно удаленную от тяготеющих масс. Тогда в соответствии с механикой существует инерциальная система K, относительно которой масса M, предоставленная самой себе в рассматриваемой части пространства, движется прямолинейно и равномерно. Если теперь ввести систему координат K', равномерно ускоренную относительно системы K, то по отношению к системе K' масса M, предоставленная самой себе, будет двигаться не по прямой, а по параболе, подобно тому, как движется масса вблизи поверхности Земли под действием силы тяжести.

Можно ли отсюда заключить, что система K' (абсолютно) ускорена? Это заключение было бы неправомерным. Систему K' можно с таким же правом считать «покоящейся», предполагая лишь, что в системе K' существует однородное гравитационное поле, являющееся причиной ускоренного движения тел относительно K'.

Против такого утверждения можно было бы возразить, что не указаны массы, порождающие это гравитационное поле. Однако их можно считать бесконечно удаленными, не вступая в противоречие с основами механики Ньютона. Кроме того, мы не знаем, с какой точностью соответствует действительности закон тяготения Ньютона.

Одно обстоятельство говорит в пользу нашего утверждения. Относительно системы K' все массы, независимо от их конкретных физических и химических свойств, падают с одинаковым ускорением. Опыт показывает, что это справедливо и для гравитационного поля, причем с необычайной точностью. Примечательный факт, что мы знаем гравитационное поле как состояние пространства, в котором поведение тел такое же, как и в системе K', делает совершенно естественной гипотезу о том, что в системе K' существует гравитационное поле, по существу тождественное полям тяготения, порождаемым массами в соответствии с законом Ньютона.

При этом способе рассмотрения не существует никакого реального разделения на инерцию и гравитацию, поскольку ответ на вопрос о том, находится ли тело в определенный момент исключительно под действием инерции или под комбинированным воздействием инерции и гравитации, зависит от системы координат, т. е. от способа рассмотрения.

Итак, общеизвестные физические факты приводят нас к общему принципу относительности, т. е. к утверждению, что законы природы следует формулировать так, чтобы они выполнялись относительно произвольно движущихся систем координат.

Из сказанного выше непосредственно видно, что общий принцип относительности приводит к теории гравитационного поля. Именно, исходя из инерциальной системы K, в которой гравитационное поле отсутствует, и вводя движущуюся произвольным образом относительно K систему координат K', так что в системе K' существует точно известное гравитационное поле, мы можем определять общие свойства гравитационных полей по общим свойствам тех гравитационных полей, которые получаются при переходе к системе K'.

В то же время неверно обратное утверждение, что всякое гравитационное поле соответствующим выбором системы координат можно исключить, т. е. получить пространство, свободное от тяготения. Например, гравитационное поле Земли нельзя исключить никаким выбором системы координат. Для *конечной* области это возможно только в случае гравитационных полей весьма специфического вида. Но для бесконечно малой области координаты всегда можно выбрать таким образом, что гравитационное поле будет отсутствовать в ней. Тогда можно считать, что в такой бесконечно малой области выполняется специальная теория относительности. Тем самым общая теория относительности связывается со специальной теорией относительности, и результаты последней переносятся на первую.

Простое рассуждение показывает, что путь луча света, распространяющегося в инерциальной системе K прямолинейно и равномерно, в системе координат K', совершающей ускоренное поступательное движение, будет криволинейным. Отсюда мы заключаем, что лучи света искривляются гравитационным полем; в соответствии с принципом Гюйгенса это означает, что скорость света в гравитационных полях является функцией точки. Это следствие впервые было подтверждено во время солнечного затмения 1919 года.

Легко видеть далее, что, согласно общей теории относительности, гравитационное поле должно обладать значительно более сложной структурой, чем в теории Ньютона. Например, если система K' равномерно вращается относительно инерциальной системы K, то движение материальных точек относительно K' происходит таким образом, что ускорение зависит не только от их положения (центробежная сила), но и от скорости (сила Кориолиса).

Далее, исходя из лоренцовского сокращения, которое выше было получено как следствие специальной теории относительности, можно сделать вывод о том, что расположение практически жестких тел в системе K описывается геометрией Евклида неточно и что скорость хода одинаково устроенных часов является функцией точки. Другими словами, в общей теории относительности не существует геометрии и кинематики, независящих от физических процессов, так как свойства масштабов и часов определяются гравитационным полем.

С этим обстоятельством связано существенно более глубокое изменение, которое вносит в учение о пространстве и времени общая теория относительности, чем то, которое внесла специальная теория относительности. В последней, например, пространственные и временны́е координаты имеют непосредственный физический смысл: между двумя точками (x_1, y_1, z_1) и (x_2, y_2, z_2) данной системы координат можно уложить твердый масштаб, измеряющий длину

$$\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2 + (z_2 - z_1)^2},$$

а разность времен $t_2 - t_1$ двух событий, происходящих в одной точке этой системы координат, непосредственно измеряется (одинаково устроенными для всех точек) часами, помещенными в этой точке (или в ее непосредственной окрестности). В общей теории относительности координатам уже нельзя приписывать такой непосредственный физический смысл. Хотя совокупность процессов, т.е. точечных событий, можно и здесь расположить в четырехмерном континууме (пространстве-времени), но свойства масштабов и часов (геометрия или вообще метрика) в этом континууме определяются гравитационным полем; последнее, таким образом, представляет собой физическое состояние пространства, одновременно определяющее тяготение, инерцию и метрику. В этом заключается углубление и объединение основ физики, достигнутое благодаря общей теории относительности.

В разительном контрасте с глубоким изменением, внесенным общей теорией относительности в основы физики, находится ничтожное различие между количественными предсказаниями новой и старой теорий. Кроме уже упомянутого искривления лучей света в гравитационном поле Солнца, обнаруживаемого только при полном солнечном затмении, следует назвать еще медленное вращение эллиптической орбиты планеты Меркурий (40 секунд за 100 лет), которое нашло объяснение в общей теории относительности, но не могло быть объяснено в теории тяготения Ньютона. Наконец, общая теория относительности предсказывает незначительный сдвиг спектральных линий света, испускаемого атомами на поверхности Солнца или неподвижных звезд, по сравнению со спектральными линиями света, испускаемого на поверхности Земли. Наблюдениями установлено, что существование этого эффекта является весьма вероятным, но пока еще не вполне достоверным.

О ПРИНЦИПЕ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ И ЕГО СЛЕДСТВИЯХ[1]

Ньютоновы уравнения движения сохраняют свою форму после перехода к новой системе координат, движущейся равномерно и прямолинейно относительно прежней системы и связанной с ней формулами

$$x' = x - vt,$$
$$y' = y,$$
$$z' = z.$$

До тех пор, пока считали, что всю физику можно построить на основе уравнений движения Ньютона, не сомневались и в том, что законы природы выглядят одинаково в любой из равномерно и прямолинейно движущихся относительно друг друга (неускоренных) систем координат. Однако такая независимость от состояния движения используемой системы координат, в дальнейшем называемая «принципом относительности», сразу была поставлена под вопрос блестящими подтверждениями электродинамики движущихся тел Г. А. Лоренца[2]. Дело в том, что эта теория основана на предпосылке покоящегося неподвижного эфира; ее основные уравнения при применении написанных выше формул преобразования не сохраняют своей формы.

Со времени возникновения этой теории следовало ожидать, что удастся экспериментально обнаружить влияние движения Земли относительно эфира на оптические явления. Правда, Лоренц, как известно, показал в цитированной выше работе, что, согласно его основным предположениям, влияние этого относительного движения на распространение лучей в оптических опытах не должно обнаруживаться, если

---

[1] *Über das Relativitätsprinzip und die aus demselben gezogenen Folgerungen.* Jahrb. d. Radioaktivität u. Elektronik, 1907, 4, 411–462.

[2] H. A. Lorentz. Proc. Acad. Sci. Amsterdam, 1904, 6, 809. [Есть русский перевод: Г. А. Лоренц. Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света. Опубликована в сб. «Принцип относительности», ГТТИ, 1934. — *Прим. ред.*]

ограничиваться при вычислении членами, содержащими первую степень отношения v/c относительной скорости к скорости света в пустоте. Однако отрицательный результат опытов Майкельсона и Морли[1] показал, что по крайней мере в этом случае отсутствует также эффект второго порядка (пропорциональный v^2/c^2), хотя, согласно основам теории Лоренца, он должен был бы проявиться на опыте.

Известно, что это противоречие между теорией и опытом формально было устранено гипотезой Г. А. Лоренца и Фицджеральда, согласно которой движущиеся тела испытывают определенное сокращение в направлении своего движения. Но эта гипотеза, введенная *ad hoc*, кажется всего лишь искусственным средством спасения теории; опыт Майкельсона и Морли обнаружил, что эти явления согласуются с принципом относительности даже тогда, когда этого нельзя было ожидать по теории Лоренца. Поэтому создавалось впечатление, что от теории Лоренца надо отказаться, заменив ее теорией, которая основывается на принципе относительности, ибо такая теория позволила бы сразу предвидеть отрицательный результат опыта Майкельсона и Морли.

Однако неожиданно оказалось, что необходимо лишь достаточно точно сформулировать понятие времени, чтобы обойти только что изложенную трудность. Следовало лишь понять, что введенную Г. А. Лоренцом вспомогательную величину, названную им «местным временем», на самом деле следует определить как «время». С таким определением времени основные уравнения теории Лоренца будут удовлетворять принципу относительности, если заменить написанные выше преобразования другими уравнениями, соответствующими новому понятию времени. Тогда гипотеза Лоренца и Фицджеральда окажется необходимым следствием теории. И только представление об эфире как носителе электрических и магнитных сил не находит места в излагаемой здесь теории; напротив, электромагнитные поля оказываются здесь не состояниями некоторой материи, а самостоятельно существующими объектами, имеющими одинаковую природу с весомой материей и обладающими вместе с ней свойством инерции.

Ниже делается лишь попытка свести в единое целое работы, которые возникли до настоящего времени путем объединения теории Лоренца и принципа относительности. В первых двух частях работы рассматриваются кинематические основы теории, а также применение их

[1] A. A. Michelson, E. W. Morley. Amer. J. Sci., 1887 (3), 34, 333.

к основным уравнениям теории Максвелла–Лоренца; при этом я следовал работам Лоренца[1] и своей[2]. В первой части, где излагаются исключительно кинематические основы теории, рассмотрены также некоторые задачи оптики (принцип Допплера, аберрация, увлечение света движущимися средами); на возможность такого способа рассмотрения мое внимание было обращено М. Лауэ в беседе с ним, а также работой последнего[3] и работой (правда, требующей уточнения) И. Лауба[4].

В третьей части развивается динамика материальной точки (электрона). Для вывода уравнений движения применен тот же метод, что и в названной выше работе автора. Сила определяется так же, как в работе Планка. Из этой работы взяты и преобразования уравнений движения материальной точки, которые так отчетливо выявляют аналогию уравнений движения с уравнениями классической механики.

Четвертая часть работы посвящена общим следствиям, к которым приводит теория относительности и которые касаются энергии и количества движения физических систем. Эти следствия были развиты в оригинальных работах автора[5], а также М. Планка[6]. Однако здесь они получены новым способом, который, как мне кажется, позволяет особенно ясно проследить связь этих выводов с основами теории. Здесь рассматривается также зависимость энтропии и температуры от состояния движения; в вопросе об энтропии я полностью придерживаюсь только что цитированной работы Планка; температуру движущихся тел я определяю так же, как Мозенгайль в своей работе о движущейся полости, содержащей излучение[7].

Важнейшим результатом четвертой части является следствие об инертной массе энергии. Этот результат наводит на мысль о том, не обладает ли энергия также *тяжелой* (гравитирующей) массой. Далее напрашивается вопрос, ограничен ли принцип относительности системами, движущимися *без ускорения*. Чтобы не оставить эти вопросы без разъяснения, я добавил к этой работе пятую часть, которая содержит новое релятивистское рассмотрение ускорения и гравитации.

[1] H. A. Lorentz. Versl. Kon. Akad. v. Wet. Amsterdam, 1904.
[2] A. Einstein. Ann. Phys., 1905, 17, 891.
[3] M. v. Laue. Ann. Phys., 1907, 23, 989.
[4] J. Laub. Ann. Phys., 1907, 32.
[5] A. Einstein. Ann. Phys., 1905, 18, 639; 1907, 23, 371.
[6] M. Planck. Sitzungber. preuß. Akad. Wiss., 1907, XXIX.
[7] K. v. Mosengeil. Ann. Phys., 1907, 22, 867.

I. Кинематическая часть

§ 1. Принцип постоянства скорости света. Определение времени. Принцип относительности

Для описания какого-либо физического процесса мы должны уметь измерять происходящие в отдельных точках пространства изменения в пространстве и времени. Для пространственного измерения процесса бесконечно малой длительности (точечного события), происходящего в элементе пространства, необходимо иметь декартову систему координат, т. е. три жестких стержня, расположенных перпендикулярно друг другу и жестко между собой связанных, а также жесткий единичный масштаб[1]. Геометрия позволяет определить положение точки или место точечного события тремя числами (координатами x, y, z)[2]. Для измерения времени точечного события нам нужны часы, которые покоятся относительно системы координат и в непосредственной близости от которых происходит точечное событие. Время точечного события определяется одновременным показанием часов.

Представим себе, что во многих точках расположены покоящиеся относительно системы координат часы. Пусть все они равноценны, т. е. разность показаний двух таких часов не изменяется. Если представить себе, что эти часы каким-то образом синхронизованы, то совокупность часов, расположенных на достаточно малых расстояниях, позволяет определить время любого точечного события при помощи ближайших часов.

Однако совокупность этих показаний часов еще не дает нам «время» в том виде, в каком оно нужно для физических целей. Кроме того, нам требуется еще рецепт, по которому эти часы могут быть сверены друг с другом.

Предположим теперь, *что часы могут быть сверены так, что скорость распространения каждого светового луча в вакууме, измеренная с помощью этих часов, везде равна универсальной постоянной c* при условии, что система координат является неускоренной. Пусть на рас-

---

[1] Здесь и в дальнейшем вместо «жестких» тел можно говорить о твердых телах, не подверженных действию деформирующих сил.

[2] Для этого необходимы еще вспомогательные стержни (линейки, циркули).

стоянии r друг от друга расположены две покоящиеся относительно системы координат точки A и B, снабженные часами, и пусть t_A — показание часов в A, когда в точку A прибывает распространяющийся через вакуум в направлении AB световой луч, а t_B — показание часов в точке B в момент прибытия светового луча в B; тогда, как бы ни двигались источник света, испустивший луч, и другие тела, всегда должно выполняться равенство

$$\frac{r}{t_B - t_A} = c.$$

Действительно ли осуществляется в природе сделанное здесь предположение, которое мы назовем «принципом постоянства скорости света»? Это ни в коем случае не очевидно; однако, по крайней мере для системы координат в определенном состоянии движения, оно стало вероятным благодаря подтверждениям, которые получила на опыте[1] теория Лоренца[2], основанная на предпосылке о существовании абсолютно покоящегося эфира.

Совокупность показаний всех сверенных указанным образом часов, которые можно представить себе покоящимися относительно системы координат и расположенными в заданных точках пространства, мы назовем временем, принадлежащим используемой системе координат, или, коротко, временем этой системы.

Эту систему координат вместе с единичным масштабом и часами, служащими для определения времени системы, мы назовем «системой отсчета S». Представим себе, что законы природы определены относительно системы S, первоначально покоившейся относительно Солнца. Пусть затем система S ускоряется некоторым внешним воздействием в течение некоторого времени и затем снова приходит в состояние неускоренного движения. Как будут выглядеть законы природы, если все явления изучать в системе отсчета, находящейся теперь в новом состоянии движения?

В ответ на этот вопрос мы сделаем логически простейшее и подсказываемое опытом Майкельсона и Морли предположение: *законы при-*

[1] В особенности следует учитывать, что эта теория дает коэффициент увлечения (опыт Физо) в согласии с опытом.

[2] H. A. Lorentz. Versuch einer Theorie der elektrischen und optischen Erscheinungen in bewegter Körper (Leiden, 1895). [Перевод двух параграфов этой книги (89 и 92) помещен в сборнике «Принцип относительности», под заглавием: «Интерференционный опыт Майкельсона». ГТТИ, 1934. — *Прим. ред.*]

роды не зависят от состояния движения системы отсчета, по крайней мере, если она не ускорена.

В дальнейшем мы будем опираться как на это предположение, которое мы назовем «принципом относительности», так и на только что указанный принцип постоянства скорости света.

§ 2. Общие замечания о пространстве и времени

1. Рассмотрим ряд неускоренных, движущихся с равной скоростью (покоящихся относительно друг друга) жестких стержней. Согласно принципу относительности, мы заключаем, что законы пространственного расположения этих тел относительно друг друга не меняются при изменении движения всей системы этих тел. Отсюда следует, что законы геометрии всегда определяют возможности одинакового размещения твердых тел, независимо от их общего движения. Поэтому высказывания о форме неускоренно движущегося тела имеют непосредственный смысл. Форму тела в указанном смысле мы назовем «геометрической формой». Последняя, очевидно, не зависит от состояния движения системы отсчета.

2. Согласно данному в § 1 определению времени, указание времени имеет смысл только по отношению к системе отсчета, движущейся определенным образом. Поэтому можно предположить (в дальнейшем это будет показано), что два пространственно разделенных события, которые относительно системы отсчета S являются одновременными, в общем случае не будут одновременными относительно системы отсчета S', движущейся по отношению к системе S.

3. Пусть тело, состоящее из материальных точек P, как-то движется относительно системы отсчета S. К моменту времени t в системе S каждая материальная точка P обладает в S определенным положением, т.е. совпадает с определенной, покоящейся относительно S точкой П. Совокупность положений точки П относительно системы координат S мы назовем положением, а совокупность взаимных связей между положениями точки П — кинематической формой тела относительно S в момент времени t. Если тело покоится относительно S, его кинематическая форма относительно S тождественна его геометрической форме.

Ясно, что покоящийся относительно системы S наблюдатель может определить в S лишь *кинематическую форму* тела, движущегося относительно S, а не его геометрическую форму.

В дальнейшем мы, как правило, не будем явно различать геометрическую и кинематическую формы, и высказывание геометрического характера будет относиться к кинематической или геометрической форме в зависимости от того, связано оно с системой отсчета S или нет.

§ 3. Преобразования координат и времени

Пусть S и S' суть равноценные системы отсчета, т.е. пусть эти системы обладают единичными масштабами одинаковой длины и одинаково идущими часами при условии, что масштабы и часы сравниваются друг с другом в состоянии относительного покоя. Тогда очевидно, что любой закон природы, действующий в системе отсчета S, справедлив в точно такой же форме и в системе S', если S и S' находятся в относительном покое. Принцип относительности требует, чтобы это полное совпадение законов распространялось также на случай, когда S' движется равномерно и прямолинейно относительно S. В частности, скорость света в пустоте по отношению к обеим системам должна выражаться одним и тем же числом.

Пусть точечное событие определяется относительно S переменными x, y, z, t и относительно S' — переменными x', y', z', t', причем S и S' движутся относительно друг друга без ускорения. Найдем уравнения, связывающие между собой указанные переменные.

Можно сразу сказать, что эти уравнения должны быть линейными по отношению к указанным переменным, поскольку этого требуют свойства однородности пространства и времени. Отсюда, в частности, следует, что координатные плоскости системы S', отнесенные к системе S, движутся равномерно; однако в общем случае эти плоскости не перпендикулярны друг другу. Если же выбрать положение оси x' так, чтобы ее направление относительно S совпадало с направлением движения S', то из соображений симметрии следует, что координатные плоскости системы S', отнесенные к системе S, должны быть перпендикулярными друг другу. В частности, можно выбрать обе системы координат так, чтобы ось x системы S и ось x' системы S' совпадали и чтобы отнесенная к S ось y' системы S' была параллельна оси y системы S. Далее выберем за начало отсчета времени в обеих системах момент, когда начала координат совпадают; тогда искомые линейные уравнения преобразований будут однородными.

Из известного теперь положения координатных плоскостей системы S' относительно S непосредственно вытекает, что каждые из следующих уравнений попарно эквивалентны:

$$x' = 0 \quad \text{и} \quad x - vt = 0,$$
$$y' = 0 \quad \text{и} \quad y = 0,$$
$$z' = 0 \quad \text{и} \quad z = 0.$$

Следовательно, три искомых формулы преобразований должны иметь вид

$$x' = a(x - vt),$$
$$y' = by,$$
$$z' = cz.$$

Поскольку скорость распространения света в пустоте относительно обеих систем координат равна c, уравнения

$$x^2 + y^2 + z^2 = c^2t^2 \qquad \text{и} \qquad x'^2 + y'^2 + z'^2 = c^2t'^2$$

должны быть эквивалентными.

Отсюда и из только что найденных выражений для x', y', z' после простых вычислений заключаем, что искомые формулы преобразования должны иметь вид

$$t' = \varphi(v) \cdot \beta \cdot \left(t - \frac{v}{c^2}x\right),$$
$$x' = \varphi(v) \cdot \beta \cdot (x - vt),$$
$$y' = \varphi(v) \cdot y,$$
$$z' = \varphi(v) \cdot z.$$

При этом введено обозначение

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}.$$

Определим теперь оставшуюся пока неизвестной функцию $\varphi(v)$. Вводя третью систему отсчета S'', эквивалентную S и S', которая движется относительно S' со скоростью $-v$ и ориентирована относительно S' так же, как S' относительно S, после двукратного применения только что полученных формул получаем

$$t'' = \varphi(v) \cdot \varphi(-v) \cdot t,$$
$$x'' = \varphi(v) \cdot \varphi(-v) \cdot x,$$
$$y'' = \varphi(v) \cdot \varphi(-v) \cdot y,$$
$$z'' = \varphi(v) \cdot \varphi(-v) \cdot z.$$

Поскольку начала координат систем S и S'' всегда совпадают, оси одинаково ориентированы и системы «эквивалентны», это преобразование тождественно[1], так что

$$\psi(v) \cdot \varphi(-v) = 1.$$

Далее, поскольку соотношение между y и y' не может зависеть от знака v,

$$\varphi(v) = \varphi(-v).$$

Следовательно[2], $\varphi(v) = 1$ и формулы преобразования приобретают вид

$$\begin{aligned} t' &= \beta\Big(t - \frac{v}{c^2}x\Big), \\ x' &= \beta(x - vt), \\ y' &= y, \\ z' &= z, \end{aligned} \tag{1}$$

причем

$$\beta = \frac{1}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}.$$

Разрешая соотношения (1) относительно x, y, z, t, нетрудно получить соотношения, отличающиеся только тем, что в них «штрихованные» величины заменены одноименными «нештрихованными» и наоборот, а вместо v стоит $-v$. Это следует непосредственно из принципа относительности и из того, что система S движется равномерно относительно S' в направлении оси x' со скоростью $-v$.

Вообще, в соответствии с принципом относительности, из каждого правильного соотношения между «штрихованными» (определенными

[1]Это заключение основано на физической предпосылке, что длина масштаба, равно как и ход часов, не претерпевают никаких изменений, если масштаб и часы приводятся в движение, а затем возвращаются в состояние покоя.

[2]Случай $\varphi(v) = -1$ нами не рассматривается.

относительно S') и «нештрихованными» (определенными относительно S) величинами или величинами только одного из этих классов опять можно получить правильное соотношение, заменяя нештрихованные величины соответствующими штрихованными и наоборот, а v на $-v$.

§ 4. Следствия из формул преобразования для твердых масштабов и часов

1. Пусть некоторое тело покоится относительно системы отсчета S'. Пусть x_1', y_1', z_1' и x_2', y_2', z_2' — координаты двух его материальных точек, отнесенные к S'. Между координатами этих точек x_1, y_1, z_1 и x_2, y_2, z_2 в системе отсчета S во всякое время t в системе S, в соответствии с выведенными в предыдущем параграфе формулами преобразований, существуют соотношения

$$\begin{aligned} x_2 - x_1 &= \sqrt{1-(v^2/c^2)}(x_2' - x_1'), \\ y_2 - y_1 &= y_2' - y_1', \\ z_2 - z_1 &= z_2' - z_1'. \end{aligned} \tag{2}$$

Таким образом, кинематическая форма равномерно и прямолинейно движущегося тела зависит от его скорости относительно системы отсчета, причем кинематическая форма тела отличается от его геометрической формы только сокращением в направлении относительного движения в отношении $1 : \sqrt{1-(v^2/c^2)}$. Относительное движение систем отсчета со сверхсветовой скоростью несовместимо с нашими принципами.

2. Пусть в начале координат системы S' покоятся часы, идущие в ν_0 раз быстрее, чем часы, применяемые для измерения времени в системах S и S', т. е. пусть стрелки этих часов совершают ν_0 оборотов за время одного оборота стрелок покоящихся относительно них часов того же типа, которыми пользуются в системах S и S'. Спрашивается, как идут первые часы, если их рассматривать в системе S?

Стрелки рассматриваемых часов заканчивают оборот в промежутки времени $t_n' = n/\nu_0$, причем n принимает целые значения, и часы постоянно находятся в точке $x' = 0$. Отсюда с помощью двух первых формул преобразований для промежутков времени t_n, в течение которых стрелки часов заканчивают оборот в системе S, получаем

$$t_n = \beta t_n' = \frac{\beta}{\nu_0} n.$$

Следовательно, в системе S стрелки часов в единицу времени совершают $\nu = \dfrac{\nu_0}{\beta} = \nu_0\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ оборотов; другими словами, часы, движущиеся относительно некоторой системы отсчета со скоростью v, идут в этой системе медленнее в отношении $1 : \sqrt{1-(v^2/c^2)}$, чем те же часы в случае, если они покоятся относительно той же системы отсчета.

Формула $\nu = \nu_0\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ допускает очень интересное применение. В прошлом году И. Штарк[1] показал, что ионы, образующие каналовые лучи, дают линейчатый спектр, причем наблюдается сдвиг спектральных линий, который можно истолковать как эффект Допплера.

Поскольку колебательный процесс, соответствующий спектральной линии, вероятно, следует рассматривать как внутриатомный процесс, частота которого определяется только ионом, такой ион можно считать часами с определенной частотой ν_0, которую можно измерить, например, исследуя свет, испускаемый такими же ионами, покоящимися относительно наблюдателя. Тогда проведенное выше рассмотрение показывает, что эффект Допплера лишь частично объясняет влияние движения на частоту света, определяемую наблюдателем: собственную частоту (кажущуюся) излучающих ионов уменьшает, согласно приведенному выше соотношению [ср. § 6, формулу (4a)], само движение ионов.

§ 5. Закон сложения скоростей

Пусть относительно системы S' равномерно движется точка согласно уравнениям

$$x' = u'_x t',$$
$$y' = u'_y t',$$
$$z' = u'_z t'.$$

Заменяя x', y', z', t' их выражениями через x, y, z, t с помощью формул преобразования (1), получаем x, y, z как функции t, а следовательно, и составляющие скорости точки w_x, w_y, w_z относительно системы S. В результате находим

$$w_x = \frac{u'_x + v}{1 + \dfrac{vu'_x}{c^2}}, \quad w_y = \frac{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{1 + \dfrac{vu'_x}{c^2}} u'_y, \quad w_z = \frac{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}{1 + \dfrac{vu'_x}{c^2}} u'_z. \qquad (3)$$

[1] J. Stark. Ann. Phys., 1906, 21, 401.

Следовательно, закон параллелограмма скоростей справедлив лишь в первом приближении. Полагая

$$u^2 = u_x^2 + u_y^2 + u_z^2,$$
$$u'^2 = u_x'^2 + u_y'^2 + u_z'^2$$

и обозначая через α угол между осью $x'(v)$ и направлением движения точки относительно $S'(w')$, получаем

$$u = \frac{\sqrt{(v^2 + u'^2 + 2vu'\cos\alpha) - \left(\dfrac{vu'\sin\alpha}{c^2}\right)^2}}{1 + \dfrac{vu'\cos\alpha}{c^2}}.$$

Если обе скорости (v и u') имеют одинаковое направление, то имеем

$$u = \frac{v + u'}{1 + \dfrac{vu'}{c^2}}.$$

Из этого соотношения следует, что при сложении двух скоростей, меньших c, всегда получается скорость, меньшая c. Так, если в последнее соотношение подставить $v = c - \varkappa$, $u' = c - \lambda$, где $\varkappa$ и λ положительны и меньше c, то

$$u = c\frac{2c - \varkappa - \lambda}{2c - \varkappa - \lambda + \dfrac{\varkappa\lambda}{c}} < c.$$

Далее следует, что при сложении скорости света c и скорости, меньшей c, опять получается скорость света c.

Из закона сложения скоростей получается также другое интересное следствие: не может существовать взаимодействия, которое можно использовать для передачи сигналов и которое распространяется быстрее, чем свет в пустоте. Именно, пусть вдоль оси X системы S расположен материальный канал, относительно которого может распространяться некоторое действие со скоростью W, и пусть как в точке $x = 0$ (точка A), так и в точке $x = \lambda$ (точка B) оси X находится покоящийся относительно S наблюдатель. Наблюдатель в точке A посылает сигнал наблюдателю в точке B при помощи вышеуказанного действия через канал; при этом пусть последний не покоится, а движется со скоростью v ($< c$) в ***отрицательном*** направлении оси x. Тогда, как следует из первого уравнения системы (3), сигнал будет переноситься из A в B со скоростью $(W - v)/(1 - Wv/c^2)$. Таким образом, необходимое для этого время T будет

$$T = l\frac{1 - \frac{Wv}{c^2}}{W - v}.$$

Скорость v может принимать любое значение, меньшее c. Если же $W > c$, как мы предположили, то v всегда можно выбрать так, что $T < 0$. Этот результат показывает, что мы вынуждены считать возможным механизм передачи сигнала, при использовании которого достигаемое действие предшествует причине. Хотя этот результат с чисто логической точки зрения и не содержит, по-моему, в себе никаких противоречий, он все же настолько противоречит характеру всего нашего опыта, что невозможность предположения $W > c$ представляется в достаточной степени доказанной.

§ 6. Применение формул преобразования к некоторым задачам оптики

Пусть интенсивность плоской световой волны, распространяющейся в вакууме, в системе S пропорциональна

$$\sin\omega\left(t - \frac{lx + my + nz}{c}\right),$$

а интенсивность той же волны в системе S' пропорциональна

$$\sin\omega'\left(t' - \frac{l'x' + m'y' + n'z'}{c}\right),$$

Формулы преобразования, полученные в § 3, требуют, чтобы между величинами ω, l, m, n и ω', l', m', n' существовали следующие соотношения:

$$\omega' = \omega\beta\left(1 - l\frac{v}{c}\right),$$

$$l' = \frac{l - \frac{v}{c}}{1 - l\frac{v}{c}}, \qquad m' = \frac{m}{\beta\left(1 - l\frac{v}{c}\right)}, \qquad n' = \frac{n}{\beta\left(1 - l\frac{v}{c}\right)}. \tag{4}$$

Поясним формулу для ω' двумя разными способами, считая, что движется наблюдатель, а источник света (бесконечно удаленный) покоится, или, наоборот, что наблюдатель покоится, а источник движется.

1. Если наблюдатель движется со скоростью v по отношению к бесконечно удаленному источнику света частоты ν так, что линия «источник света — наблюдатель» образует угол φ со скоростью наблюдателя по отношению к системе координат, покоящейся относительно источника света, то частота ν' света, воспринимаемого наблюдателем, определяется соотношением

$$\nu' = \nu \frac{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}.$$

2. Если источник, испускающий в движущейся вместе с ним системе свет с частотой ν_0, движется так, что линия «источник света — наблюдатель» образует угол φ со скоростью источника света по отношению к системе, покоящейся относительно наблюдателя, то частота ν, воспринимаемая наблюдателем, определяется соотношением

$$\nu = \nu_0 \frac{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}. \tag{4a}$$

Оба эти соотношения выражают принцип Допплера в его общей форме, последнее соотношение позволяет определить, как зависит от скорости движения ионов и от направления наблюдения частота света, испускаемого (или поглощаемого) каналовыми лучами.

Далее, если обозначить через φ (или φ') угол между нормалью к фронту волны (направлением луча) и направлением движения системы S (или S') относительно системы S' (или S) (т. е. осью x или x'), соотношение для l' приобретает вид

$$\cos\varphi' = \frac{\cos\varphi - \frac{v}{c}}{1 - \cos\varphi\frac{v}{c}}.$$

Это соотношение показывает влияние относительного движения наблюдателя на видимое положение бесконечно удаленного источника света (аберрация).

Рассмотрим далее скорость распространения света в среде, движущейся в направлении светового луча. Пусть среда покоится относительно системы S', а интенсивность световой волны пропорциональна

$$\sin\omega'\left(t' - \frac{x'}{V'}\right) \quad \text{или} \quad \sin\omega\left(t - \frac{x}{V}\right),$$

в зависимости от того, относится этот процесс к системе S' или S. Из формул преобразования получаем:

$$\omega = \beta\omega'\left(1 + \frac{v}{V'}\right),$$

$$\frac{\omega}{V} = \beta\frac{\omega'}{V'}\left(1 + \frac{V'v}{c^2}\right).$$

При этом V' следует считать функцией ω', известной из оптики покоящихся тел. Разделив первое соотношение на второе, получим

$$V = \frac{V' + v}{1 + \dfrac{V'v}{c^2}}.$$

Это соотношение можно было бы получить и непосредственно, применяя закон сложения скоростей[1]. Если скорость V' считать известной, последнее соотношение полностью решает задачу. Если же можно считать известной лишь частоту (ω), отнесенную к «покоящейся» системе S, как, например, в известном опыте Физо, то для определения трех неизвестных ω', V' и V следует применять оба приведенных выше соотношения, связывающих ω' и V'.

Далее, если G (G') — групповая скорость, отнесенная к системе S (S'), то согласно закону сложения скоростей,

$$G = \frac{G' + v}{1 + \dfrac{G'v}{c^2}}.$$

Так как связь между G' и ω' следует брать из оптики покоящихся сред[2], а ω', согласно сказанному выше, можно вычислить из ω, то

[1] См. M. von Laue. Ann. Phys., 1907, 23, 989.

[2] Именно: $G' = \dfrac{V'}{1 + \dfrac{1}{V'}\dfrac{dV'}{\partial\omega'}}$.

групповую скорость G можно определить и в том случае, если задана только частота света относительно S, а также скорость движения тела и его природа.

II. Электродинамическая часть

§ 7. Преобразование уравнений Максвелла–Лоренца

Будем исходить из уравнений

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c}\left\{u_x\rho + \frac{\partial X}{\partial t}\right\} &= \frac{\partial N}{\partial y} - \frac{\partial M}{\partial z},\\
\frac{1}{c}\left\{u_y\rho + \frac{\partial Y}{\partial t}\right\} &= \frac{\partial L}{\partial z} - \frac{\partial N}{\partial x},\\
\frac{1}{c}\left\{u_z\rho + \frac{\partial Z}{\partial t}\right\} &= \frac{\partial M}{\partial x} - \frac{\partial L}{\partial y};
\end{aligned} \tag{5}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c}\frac{\partial L}{\partial t} &= \frac{\partial Y}{\partial z} - \frac{\partial Z}{\partial y},\\
\frac{1}{c}\frac{\partial M}{\partial t} &= \frac{\partial Z}{\partial x} - \frac{\partial X}{\partial z},\\
\frac{1}{c}\frac{\partial N}{\partial t} &= \frac{\partial X}{\partial y} - \frac{\partial Y}{\partial x}.
\end{aligned} \tag{6}$$

В этих уравнениях через (X, Y, Z) обозначен вектор напряженности электрического поля, через (L, M, N) — вектор напряженности магнитного поля, через

$$\rho = \frac{\partial X}{\partial x} + \frac{\partial Y}{\partial y} + \frac{\partial Z}{\partial z}$$

— плотность электрического заряда, умноженная на 4π, и, наконец, через (u_x, u_y, u_z) — вектор скорости электрического заряда.

Эти уравнения вместе с предположением, что электрические заряды постоянно связаны с очень малыми твердыми телами (ионами, электронами), составляют основу лоренцовой электродинамики и оптики движущихся сред.

Пусть эти уравнения выполняются в системе S. Преобразуя их с помощью формул (1) к системе S', движущейся относительно S, как и в предыдущих рассуждениях, получаем уравнения

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c}\left\{u'_x\rho' + \frac{\partial X'}{\partial t'}\right\} &= \frac{\partial N'}{\partial y'} - \frac{\partial M'}{\partial z'},\\
\frac{1}{c}\left\{u'_y\rho' + \frac{\partial Y'}{\partial t'}\right\} &= \frac{\partial L'}{\partial z'} - \frac{\partial N'}{\partial x'},\\
\frac{1}{c}\left\{u'_z\rho' + \frac{\partial Z'}{\partial t'}\right\} &= \frac{\partial M'}{\partial x'} - \frac{\partial L'}{\partial z'};
\end{aligned} \qquad (5')$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c}\frac{\partial L'}{\partial t'} &= \frac{\partial Y'}{\partial z'} - \frac{\partial Z'}{\partial y'},\\
\frac{1}{c}\frac{\partial M'}{\partial t'} &= \frac{\partial Z'}{\partial x'} - \frac{\partial X'}{\partial z'},\\
\frac{1}{c}\frac{\partial N'}{\partial t'} &= \frac{\partial X'}{\partial y'} - \frac{\partial Y'}{\partial x'}.
\end{aligned} \qquad (6')$$

При этом введены обозначения

$$\begin{aligned}
X' &= X,\\
Y' &= \beta\left(Y - \tfrac{v}{c}N\right),\\
Z' &= \beta\left(Z + \tfrac{v}{c}M\right);
\end{aligned} \qquad (7\text{а})$$

$$\begin{aligned}
L' &= L,\\
M' &= \beta\left(M + \tfrac{v}{c}Z\right),\\
N' &= \beta\left(N - \tfrac{v}{c}Y\right);
\end{aligned} \qquad (7\text{б})$$

$$\rho' = \frac{\partial X'}{\partial x'} + \frac{\partial Y'}{\partial y'} + \frac{\partial Z'}{\partial z'} = \beta\left(1 - \frac{vu_x}{c^2}\right)\rho, \qquad (8)$$

$$u'_x = \frac{u_x - v}{1 - \frac{u_x v}{c^2}}, \quad u'_y = \frac{u_y}{\beta\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}, \quad u'_z = \frac{u_z}{\beta\left(1 - \frac{u_x v}{c^2}\right)}. \qquad (9)$$

Полученные уравнения имеют тот же вид, что и уравнения (5) и (6). С другой стороны, из принципа относительности следует, что электродинамические процессы, отнесенные к системе S', протекают по тем же законам, что и в системе S, Отсюда мы прежде всего заключаем, что величины X', Y', Z' или L', M', N' суть компоненты напряженности электрического или магнитного поля, отнесенные к системе S'.[1] Далее, так как в соответствии с обращенными формулами (3) в соотношениях (9) величины u'_x, u'_y, u'_z равны компонентам скорости электрического заряда относительно S', то ρ' есть плотность электрических зарядов относительно S'. Таким образом, электродинамические основы теории Максвелла–Лоренца соответствуют принципу относительности.

По поводу интерпретации соотношений (7а) можно заметить следующее. Пусть точечный электрический заряд, покоящийся относительно системы S, равен в S «единице», т. е. действует на такой же покоящийся в системе S заряд на расстоянии в 1 см с силой в 1 дин. Согласно принципу относительности, этот электрический заряд будет равен «единице» и в том случае, если он покоится относительно S' и исследуется в системе S'.[2] Если этот электрический заряд покоится относительно S, то, согласно определению, величина (X, Y, Z) представляет собой действующую на него силу, которая может быть измерена, например, пружинными весами, покоящимися относительно системы S. Вектор (X', Y', Z') имеет такой же смысл по отношению к системе S'.

В соответствии с соотношениями (7а) и (7б) напряженность электрического или магнитного поля сама по себе не существует, ибо от выбора системы координат зависит, есть ли в данном месте (точнее, в пространственно-временной окрестности точечного события) электрическое или магнитное поле. Далее можно увидеть, что вводившиеся до настоящего времени «пондеромоторные» силы, действующие на движущиеся в магнитном поле электрические заряды, представляют собой не что иное, как электрические силы, если ввести систему отсчета, покоящуюся относительно рассматриваемого заряда. Поэтому вопросы о локализации этих сил (например, в униполярных машинах) становятся беспредметными; именно, ответ будет различным в зависимости от состояния движения системы отсчета.

[1] Совпадение найденных уравнений с уравнениями (5) и (6) оставляет открытой возможность, что величины X' и т. д. отличаются постоянным множителем от векторов поля, отнесенных к системе S'. Однако легко показать, подобно тому как было сделано в § 3 для функции $\varphi(v)$, что этот множитель равен 1.

[2] Этот вывод основывается на предположении, что величина электрического заряда не зависит от предыстории его движения.

Смысл соотношения (8) виден из следующего. Пусть электрически заряженное тело покоится относительно системы S'. Тогда его суммарный заряд относительно S' есть $\varepsilon' = \int (\rho'/4\pi)\, dx'\, dy'\, dz'$. Каков его суммарный заряд ε в определенное время t в системе S? Из трех последних уравнений (1) следует, что для постоянного t справедливо соотношение

$$dx'\, dy'\, dz' = \beta\, dx\, dy\, dz.$$

Соотношение (8) в нашем случае имеет вид:

$$\rho' = \frac{1}{\beta}\rho.$$

Из этих двух равенств следует, что $\varepsilon' = \varepsilon$.

Таким образом, из соотношения (8) следует, что электрический заряд не зависит от состояния движения системы отсчета. Если заряд произвольно движущегося тела остается постоянным с точки зрения движущейся вместе с ним системы отсчета, то он остается постоянным также относительно любой другой системы отсчета.

С помощью формул (1), (7)–(9) каждую задачу электродинамики или оптики движущихся сред можно свести к ряду задач электродинамики или оптики покоящихся сред, если при этом существенную роль играют только скорости, но не ускорения.

Рассмотрим еще один простой пример применения полученных здесь соотношений. Пусть в вакууме распространяется плоская световая волна, которая в системе S описывается уравнениями

$$\begin{aligned} X &= X_0 \sin\Phi, & L &= L_0 \sin\Phi, \\ Y &= Y_0 \sin\Phi, & M &= M_0 \sin\Phi, \\ Z &= Z_0 \sin\Phi, & qN &= N_0 \sin\Phi, \end{aligned}$$
$$\Phi = \omega\left(t - \frac{lx + my + nz}{c}\right).$$

Найдем свойства этой волны в случае, когда она рассматривается в системе S'. Применяя формулы преобразования (1) и (7), получаем

$$\begin{aligned} X' &= X_0 \sin\Phi', & L' &= L_0 \sin\Phi', \\ Y' &= \beta\left(Y_0 - \tfrac{v}{c}N_0\right)\sin\Phi', & M' &= \beta\left(M_0 + \tfrac{v}{c}Z_0\right)\sin\Phi', \end{aligned}$$

$$Z' = \beta\left(Z_0 + \frac{v}{c}M_0\right)\sin\Phi', \quad N' = \beta\left(N_0 - \frac{v}{c}Y_0\right)\sin\Phi',$$
$$\Phi' = \omega'\left(t' - \frac{l'x' + m'y' + n'z'}{c}\right).$$

Так как функции X' и т. д. должны удовлетворять уравнениям ($5'$) и ($6'$), то нормаль к фронту волны, вектор напряженности электрического поля и вектор напряженности магнитного поля взаимно перпендикулярны и в системе S', причем два последних вектора равны друг другу. Мы уже рассматривали в § 6 соотношения, вытекающие из тождества $\Phi = \Phi'$; здесь нам предстоит определить еще амплитуду и поляризацию волны в системе S'.

Выберем плоскость XY параллельной нормали к фронту волны и рассмотрим прежде всего случай, когда вектор напряженности электрического поля параллелен оси Z. Тогда мы должны положить

$$\begin{aligned} X_0 &= 0, & L_0 &= -A\sin\varphi,\\ Y_0 &= 0, & M_0 &= -A\cos\varphi,\\ Z_0 &= A, & N_0 &= 0, \end{aligned}$$

причем φ означает угол между нормалью к фронту волны и осью X. В соответствии с изложенным выше получим

$$\begin{aligned} X' &= 0, & L' &= -A\sin\varphi\sin\Phi',\\ Y' &= 0, & M' &= \beta\left(-\cos\varphi + \frac{v}{c}\right)A\sin\Phi',\\ Z' &= \beta\left(1 - \frac{v}{c}\cos\varphi\right)A\sin\varphi', & N' &= 0. \end{aligned}$$

Следовательно, если A' означает амплитуду волны в системе S', то

$$A' = A\frac{1 - \frac{v}{c}\cos\varphi}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}. \tag{10}$$

Для частного случая, когда вектор напряженности *магнитного* поля перпендикулярен направлению относительного движения и нормали к фронту волны, справедливо, очевидно, такое же уравнение. Поскольку общий случай можно получить суперпозицией этих двух частных случаев, при введении новой системы отсчета S' соотношение (10) остается справедливым, и угол между плоскостью поляризации и плоскостью, параллельной нормали к фронту волны и направлению относительного движения, в обеих системах одинаков.

III. Механика материальной точки (электрона)

§ 8. Вывод уравнений движения (медленно ускоряемой) материальной точки или электрона

Пусть в электромагнитном поле движется частица с электрическим зарядом ε (в дальнейшем мы будем называть ее «электроном»), о законе движения которой мы предположим следующее.

Если электрон в определенный момент времени покоится в (неускоренной) системе S', то его движение в S' происходит в дальнейшем в соответствии с уравнениями

$$\mu\frac{d^2x_0'}{dt'^2} = \varepsilon X', \qquad \mu\frac{d^2y_0'}{dt'^2} = \varepsilon Y', \qquad \mu\frac{d^2z_0'}{dt'^2} = \varepsilon Z',$$

причем через x_0', y_0', z_0' обозначены координаты электрона относительно S', а через μ — постоянная, которую мы назовем массой электрона.

Введем систему S, движущуюся относительно S', как в предыдущих наших исследованиях, и преобразуем наши уравнения движения с помощью формул преобразования (1) и (7a). Первые из этих формул в нашем случае принимают вид

$$\begin{aligned} t' &= \beta\left(t - \frac{v}{c^2}x_0\right), \\ x_0' &= \beta(x_0 - vt), \\ y_0' &= y, \\ z_0' &= z. \end{aligned}$$

Вводя обозначения $\frac{dx_0}{dt} = \dot{x}_0$ и т. д., из этих уравнений получаем

$$\frac{dx_0'}{dt'} = \frac{\beta(\dot{x}_0 - v)}{\beta\left(1 - \frac{v\dot{x}_0}{c^2}\right)} \quad \text{и т. д.,}$$

$$\frac{d^2x_0'}{dt'^2} = \frac{\frac{d}{dt}\left(\frac{dx_0'}{dt'}\right)}{\beta\left(1 - \frac{vx_0'}{c^2}\right)} = \frac{1}{\beta}\frac{\left(1 - \frac{v\dot{x}_0}{c^2}\right)\ddot{x}_0 + (\dot{x}_0 - v)\frac{v\ddot{x}_0}{c^2}}{\left(1 - \frac{v\dot{x}_0}{c^2}\right)} \quad \text{и т. д.}$$

Вводя эти выражения в написанные выше уравнения, подставляя $\dot{x}_0 = v$, $\dot{y}_0 = 0$, $\dot{z}_0 = 0$ и заменяя одновременно X', Y', Z' с помощью формул (7а), получаем

$$\mu\beta^3\ddot{x}_0 = \varepsilon X, \qquad \mu\beta\ddot{y}_0 = \varepsilon\left(Y - \frac{v}{c}N\right), \qquad \mu\beta\ddot{z}_0 = \varepsilon\left(Z + \frac{v}{c}M\right).$$

Эти уравнения являются уравнениями движения электрона для случая, когда в рассматриваемый момент времени $\dot{x}_0 = v$, $\dot{y}_0 = 0$, $\dot{z}_0 = 0$. В левой части этих уравнений вместо v можно ввести скорость q, определенную равенством

$$q = \sqrt{\dot{x}_0^2 + \dot{y}_0^2 + \dot{z}_0^2},$$

а в правой части заменить v на $\dot{x}_0$. Кроме того, прибавим в соответствующих местах члены, получаемые из $\frac{\dot{x}_0}{c}M$ и $-\frac{\dot{x}_0}{c}N$ циклической перестановкой и обращающиеся в нуль в рассматриваемом частном случае. Опуская индекс у x_0 и т. д., для рассматриваемого частного случая получаем уравнения, эквивалентные написанным выше,

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}\left\{\frac{\mu\dot{x}}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}\right\} &= K_x, \\ \frac{d}{dt}\left\{\frac{\mu\dot{y}}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}\right\} &= K_y, \\ \frac{d}{dt}\left\{\frac{\mu\dot{z}}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}\right\} &= K_z; \end{aligned} \tag{11}$$

здесь введены обозначения:

$$\begin{aligned} K_x &= \varepsilon\left(X + \frac{\dot{y}}{c}N - \frac{\dot{z}}{c}M\right), \\ K_y &= \varepsilon\left(Y + \frac{\dot{z}}{c}L - \frac{\dot{x}}{c}N\right), \\ K_z &= \varepsilon\left(Z + \frac{\dot{x}}{c}M - \frac{\dot{y}}{c}L\right). \end{aligned} \tag{12}$$

Эти уравнения не меняют своей формы, если ввести новую, находящуюся в относительном покое систему координат с иначе направленными осями. Поэтому они остаются в силе и в общем случае, а не только при $\dot{x} = \dot{z} = 0$.

Вектор (K_x, K_y, K_z) мы назовем силой, действующей на материальную точку. В случае, когда величина q^2 мала по сравнению с c^2, компоненты K_x, K_y, K_z в соответствии с уравнениями (11) переходят в компоненты силы механики Ньютона. В следующих параграфах будет показано, что этот вектор и в других случаях играет такую же роль в релятивистской механике, какую сила — в классической механике.

Мы будем считать, что уравнения (11) справедливы и в том случае, когда сила, действующая на материальную точку, имеет неэлектромагнитную природу. В этом случае уравнения (11) не имеют физического смысла и их следует рассматривать как определение силы.

§ 9. Движение материальной точки и принципы механики

Умножая уравнения (5) и (6) по порядку на $X/4\pi$, $Y/4\pi$, ..., $N/4\pi$ и интегрируя по объему, на границах которого напряженность электрического и магнитного полей равна нулю, получаем

$$\int \frac{\rho}{4\pi c}(u_x X + u_y Y + u_z Z)\, d\omega + \frac{dE_e}{dt} = 0, \tag{13}$$

где

$$E_e = \int \left[\frac{1}{8\pi}(X^2 + Y^2 + Z^2) + \frac{1}{8\pi}(L^2 + M^2 + N^2)\right] d\omega$$

есть электромагнитная энергия рассматриваемого объема. В соответствии с законом сохранения энергии первый член соотношения (13) соответствует энергии, передаваемой в единицу времени от электромагнитного поля носителям электрических зарядов. Если электрические заряды жестко связаны с материальной точкой (электроном), то падающая на них часть этой энергии дается выражением

$$\varepsilon(X\dot{x} + Y\dot{y} + Z\dot{z}),$$

где (X, Y, Z) означает напряженность *внешнего* электрического поля, т. е. поля за вычетом того, которое создается зарядом самого электрона. В силу уравнений (12) это выражение может быть записано в виде

$$K_x\dot{x} + K_y\dot{y} + K_z\dot{z}.$$

Таким образом, вектор (K_x, K_y, K_z), названный в предыдущем параграфе «силой», связан с совершаемой работой так же, как и сила в механике Ньютона.

Следовательно, если уравнения (11) умножить соответственно на x, y, z, сложить и проинтегрировать по времени, то в результате должны получить кинетическую энергию материальной точки (электрона). В самом деле,

$$\int (K_x \dot{x} + K_y \dot{y} + K_z \dot{z})\, dt = \frac{\mu c^2}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}} + \mathrm{const}. \tag{14}$$

Тем самым показано, что уравнения движения (11) удовлетворяют закону сохранения энергии. Покажем теперь, что они соответствуют также закону сохранения количества движения.

Умножая второе и третье из уравнений (5) и второе и третье из уравнений (6) соответственно на $N/4\pi$, $-M/4\pi$, $-Z/4\pi$, $Y/4\pi$, складывая и интегрируя по объему, на границах которого напряженность поля обращается в нуль, получаем

$$\frac{d}{dt}\left[\int \frac{1}{4\pi c}(YN - ZM)\, d\omega\right] + \int \frac{\rho}{4\pi}(X + \frac{u_y}{c}N - \frac{u_z}{c}M)\, d\omega = 0, \tag{15}$$

или, в соответствии с уравнениями (12),

$$\frac{d}{dt}\left[\int \frac{1}{4\pi c}(YN - ZM)\, d\omega\right] + \sum K_x = 0. \tag{15a}$$

Если электрические заряды прикреплены к движущейся материальной точке (электрону), это соотношение в силу уравнений (11) принимает вид

$$\frac{d}{dt}\left[\int \frac{1}{4\pi c}(YN - ZM)\, d\omega\right] + \sum \frac{\mu \dot{x}}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}} = 0. \tag{15б}$$

Это соотношение вместе с получаемыми из него путем циклической перестановки соотношениями выражает закон сохранения количества движения в рассматриваемом здесь случае. Следовательно, величина $\xi = \dfrac{\mu \dot{x}}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}}$ играет роль количества движения материальной точки, и в соответствии с уравнениями (11), как и в классической механике, имеем

$$\frac{d\xi}{dt} = K_x.$$

Возможность введения количества движения материальной точки основана на том, что силу в уравнениях движения, или второй член соотношения (15), можно представить в виде производной по времени.

Далее непосредственно видно, что нашим уравнениям движения материальной точки можно придать форму уравнений Лагранжа, ибо в соответствии с уравнениями (11)

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{\partial H}{\partial \dot{x}}\right] = K_x \quad \text{и т. д.},$$

причем здесь введено обозначение

$$H = -\mu c^2 \sqrt{1 - (q^2/c^2)} + \text{const}.$$

Уравнения движения можно представить также в виде принципа Гамильтона

$$\int_{t_0}^{t} (dH + A)\, dt = 0,$$

причем время t, начальное и конечное положения не варьируются; здесь A означает виртуальную работу

$$A = K_x \delta x + K_y \delta y + K_z \delta z.$$

Наконец, составим также канонические уравнения движения (уравнения Гамильтона). Для этого надо ввести «импульсные переменные» (составляющие количества движения) ξ, η, ζ, причем, как и выше,

$$\xi = \frac{\partial H}{\partial \dot{x}} = \frac{\mu \dot{x}}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}} \quad \text{и т. д.}$$

Если кинетическую энергию L рассматривать как функцию ξ, η, ζ и ввести обозначение $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 = \rho^2$, то получим

$$L = \mu c^2 \sqrt{1 + \frac{\rho^2}{\mu^2 c^2}} + \text{const},$$

и уравнения Гамильтона примут вид

$$\frac{d\xi}{dt} = K_x, \qquad \frac{d\eta}{dt} = K_y, \qquad \frac{d\zeta}{dt} = K_z,$$

$$\frac{dx}{dt} = \frac{\partial L}{\partial \xi}, \qquad \frac{dy}{dt} = \frac{\partial L}{\partial \eta}, \qquad \frac{dz}{dt} = \frac{\partial L}{\partial \zeta}.$$

§ 10. О возможности экспериментальной проверки теории движения материальной точки. Опыты Кауфмана

Сравнение полученных в последних параграфах результатов с опытом возможно только тогда, когда электрически заряженные материальные точки имеют скорости, сравнимые со скоростью света, так что уже нельзя будет пренебречь квадратом скорости по сравнению с c^2. Это условие выполняется для быстрых катодных лучей и для электронов, испускаемых радиоактивными веществами (β-лучей).

В случае электронных лучей имеются три величины, взаимосвязь которых может быть предметом более тщательного экспериментального исследования, а именно: ускоряющий потенциал, или кинетическая энергия лучей, отклонение электрическим полем и отклонение магнитным полем.

Ускоряющий потенциал П определяется в соответствии с (14) из формулы

$$\Pi\varepsilon = \mu\left\{\frac{c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} - 1\right\}.$$

Для вычисления двух других величин выпишем два последние уравнения (11) для случая, когда движение первоначально происходит параллельно оси x; обозначая через ε абсолютную величину заряда электрона, получаем

$$-\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{\varepsilon}{\mu}\sqrt{1-\left(\frac{q^2}{c^2}\right)}\left(Z+\frac{q}{c}M\right).$$

Если Z и M — единственные компоненты отклоняющих полей, то искривление происходит в плоскости XZ и радиус кривизны R определяется из формулы $\frac{q^2}{R} = \frac{d^2z}{dt^2}$. Принимая в качестве меры электрического или магнитного отклонения, соответственно, величину $A_e = \frac{1}{R} : Z$ или $A_m = \frac{1}{R} : M$ для случая, когда отлична от нуля *только* одна составляющая электрического или магнитного поля, получаем

$$A_e = \frac{\varepsilon}{\mu}\frac{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}{q^2}, \quad A_m = \frac{\varepsilon}{\mu}\frac{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}{cq}.$$

В случае катодных лучей необходимо измерять все три величины П, A_e и A_m, однако исследования достаточно быстрых катодных лучей пока еще не производились. В случае β-лучей (практически) можно наблюдать только величины A_e и A_m. Кауфман с тщательностью, достойной восхищения, определил связь между A_m и A_e для β-лучей, испускаемых крупинкой бромистого радия[1].

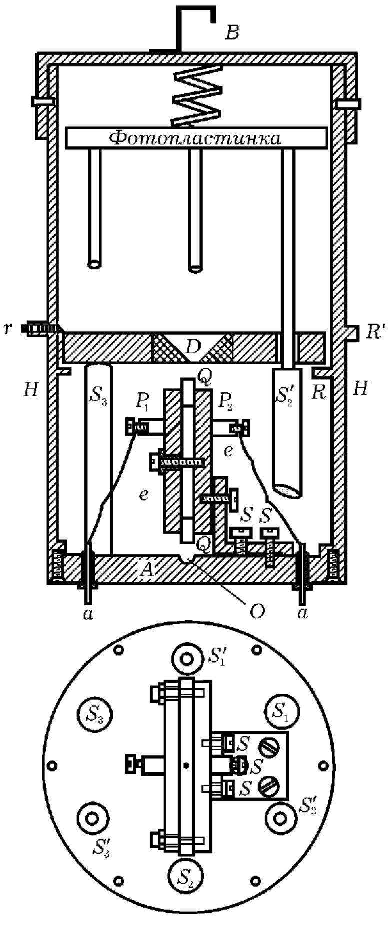

Рис. 1

Его экспериментальная установка, главные части которой изображены в натуральную величину на рис. 1, состояла в сущности из латунного цилиндра H, помещенного внутри эвакуированного непрозрачного стеклянного сосуда. На нижней крышке цилиндра A в небольшом углублении O находится крупинка радия. Испускаемые им β-лучи пересекают пространство между пластинами конденсатора P_1 и P_2, проходят через диафрагму D диаметром 0,2 мм и затем падают на фотопластинку. Лучи отклоняются в перпендикулярном направлении электрическим полем, приложенным к пластинам P_1 и P_2 конденсатора, а также магнитным полем того же направления, возбуждаемым большим постоянным магнитом, так что благодаря действию лучей определенной скорости на пластинке получается точка, а в результате совместного действия частиц разной скорости — кривая.

[1] W. Kaufmann. Ann. Phys., 1906, 19. Оба рисунка взяты из этой работы Кауфмана.

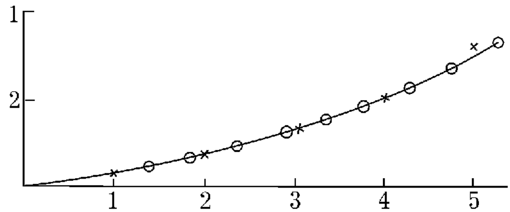

Рис. 2

На рис. 2 показана эта кривая[1], изображающая с точностью до масштаба абсцисс и ординат связь между A_m (абсцисса) и A_e (ордината). Крестиками на кривой указаны значения, вычисленные согласно теории относительности, причем для ε/μ принято значение $1,878 \cdot 10^7$.

Принимая во внимание трудность исследования, такое согласие можно считать удовлетворительным. Однако наблюдаемые отклонения являются систематическими и значительно превосходят экспериментальные ошибки измерений Кауфмана. Тот факт, что вычисления Кауфмана не содержат ошибок, следует из того, что Планк[2], применяя другой метод вычислений, получил результаты, полностью согласующиеся с результатами Кауфмана.

Вопрос о том, являются ли причинами систематических отклонений еще не учтенные источники ошибок или несоответствие основ теории относительности экспериментальным фактам, можно с уверенностью решить лишь тогда, когда будут получены более разнообразные экспериментальные данные.

Необходимо еще отметить, что теории движения электронов Абрагама[3] и Бухерера[4] дают кривые, согласующиеся с экспериментальной кривой значительно лучше, чем кривая, соответствующая теории относительности. Однако, по нашему мнению, эти теории вряд ли достоверны поскольку их основные предположения о массе движущегося электрона не вытекают из теоретической системы, охватывающей более широкий круг явлений.

---

[1] Указанный на рис. 2 масштаб означает миллиметры на фотопластинке. Изображенная кривая является не точно наблюдаемой кривой, а «приведенной к бесконечно малому отклонению».

[2] Cp. M. Planck. Verhandl. Dtsch. Phys. Ges. VIII. Jahrg., 1906, N 20; IX. Jahrg., 1907, № 14.

[3] M. Abraham. Gött. Nachr., 1902.

[4] A. H. Bucherer. Math. Einführung in die Elektronentheorie. Leipzig, 1904, 58.

IV. К механике и термодинамике систем

§ 11. О зависимости массы от энергии

Рассмотрим физическую систему, окруженную оболочкой, непрозрачной для излучения. Пусть эта система не закреплена в пространстве и не подвержена действию никаких иных сил, кроме электрических и магнитных сил окружающего пространства. Благодаря последним в систему может поступать энергия в форме работы и теплоты и эта энергия может претерпевать некие изменения внутри системы. Согласно соотношению (13), полученная физической системой энергия, отнесенная к S, определяется выражением

$$\int dE = \int dt \int \frac{\rho}{4\pi}(X_a u_x + Y_a u_y + Z_a u_z)\, d\omega,$$

где (X_a, Y_a, Z_a) означает вектор внешнего не принадлежащего к системе поля и $\rho/4\pi$ — плотность электричества в системе. Преобразуем это выражение, обращая соотношения (7а), (8) и (9) и учитывая, что, согласно уравнениям (1), функциональный определитель

$$\frac{D(x', y', z', t')}{D(x, y, z, t)}$$

равен единице. В результате получаем

$$\int dE = \beta \iint \frac{\rho'}{4\pi}(u'_x X'_a + u'_y Y'_a + u'_z Z'_a)\, d\omega'\, dt' + \\ + \beta v \iint \frac{\rho'}{4\pi} \left(X'_a + \frac{u'_y}{c} N'_a - \frac{u'_z}{c} M'_a \right) d\omega'\, dt',$$

или, поскольку и в системе S' должен соблюдаться закон сохранения энергии,

$$dE = \beta\, dE' + \beta v \int \left[\sum K'_x\right] dt';$$

здесь смысл обозначений ясен.

Применим это соотношение к случаю, когда рассматриваемая система движется равномерно и прямолинейно так, что она, как целое, покоится относительно системы отсчета S'. Тогда, если части системы движутся относительно S' так медленно, что квадраты скоростей относительно S' пренебрежимо малы по сравнению с c^2, в системе отсчета S' можно применять законы механики Ньютона. Например, в соответствии с теоремой о движении центра тяжести рассматриваемая система (точнее, ее центр тяжести) будет оставаться длительное время в покое лишь в том случае, если для произвольного значения t'

$$\sum K'_x = 0.$$

Несмотря на это, второй член в правой части соотношения (16) нельзя опускать, так как интегрирование по времени следует проводить между двумя определенными значениями t, а не t'.

Если же в начале и в конце рассматриваемого промежутка времени внешние силы не действуют на систему, то этот член обращается в нуль, так что мы получаем просто

$$dE = \beta\, dE'.$$

Из этого равенства мы прежде всего заключаем, что энергия (равномерно) движущейся системы, не подверженной действию внешних сил, представляет собой функцию двух переменных, а именно: энергии E_0 системы относительно сопутствующей системы отсчета[1] и скорости перемещения системы q, причем

$$\frac{\partial E}{\partial E_0} = \frac{1}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}.$$

Отсюда следует, что

$$E = \frac{1}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} E_0 + \varphi(q),$$

где $\varphi(q)$ — некоторая, пока еще не известная функция q.

В §§ 8 и 9 мы уже исследовали случай, когда E_0 равна нулю, т. е. когда энергия движущейся системы является функцией *только скорости q*. Из соотношения (14) непосредственно следует, что мы должны положить

$$\varphi(q) = \frac{\mu c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} + \mathrm{const}.$$

[1] Здесь, как и в дальнейшем, нижний индекс 0 применяется для указания того, что рассматриваемая величина относится к системе отсчета, покоящейся по отношению к данной физической системе. Поскольку рассматриваемая система покоится относительно системы отсчета S', можно заменить здесь E' на E_0.

Таким образом, мы получаем

$$E = \left(\mu + \frac{E_0}{c^2}\right) \frac{c^2}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}}, \tag{16a}$$

причем здесь постоянная интегрирования опущена. Из сравнения этого выражения для E с содержащимся в соотношении (14) выражением для кинетической энергии материальной точки видно, что оба выражения имеют одинаковую форму; в отношении зависимости энергии от скорости рассматриваемая физическая система ведет себя как материальная точка с массой M, причем M зависит от энергии E_0 системы согласно формуле

$$M = \mu + \frac{E_0}{c^2}. \tag{17}$$

Этот результат имеет чрезвычайно важное теоретическое значение: в последнем соотношении инертная масса и энергия физической системы выступают как однородные величины. Масса μ эквивалентна в смысле инерции количеству энергии μc^2. Поскольку E_0 можно отсчитывать от произвольного значения энергии, мы никак не можем отличить «истинную» массу системы от «кажущейся». Гораздо естественнее считать, что всякая инертная масса представляет собой запас энергии.

В соответствии с нашим результатом закон постоянства массы выполняется для отдельной физической системы только тогда, когда сохраняется ее энергия; в этом случае он равносилен закону сохранения энергии. Конечно, изменения массы в известных нам физических процессах всегда неизмеримо малы. Например, убыль массы системы, отдающей 1000 гкал, составляет $4,6 \cdot 10^{-11}$ г.

При радиоактивном распаде вещества освобождаются огромные количества энергии; но достаточно ли велико изменение массы, чтобы его можно было обнаружить.

По этому поводу Планк пишет: «Согласно И. Прехту[1], грамм-атом радия, если его окружить достаточно толстым слоем свинца, выделяет в час $134,4 \times 225 = 30\,240$ гкал. В соответствии с соотношением (17) уменьшение массы за час будет равно

$$\frac{30\,240 \cdot 419 \cdot 10^5}{9 \cdot 10^{20}}\ \text{г} = 1,41 \cdot 10^{-6}\ \text{мг}.$$

[1] J. Precht. Ann. Phys., 1906, 21, 599.

За год уменьшение массы составит 0,012 мг. Эта величина, конечно, все еще так мала, что она пока еще лежит за пределами экспериментальных возможностей, особенно если учесть высокий атомный вес радия». Напрашивается вопрос, нельзя ли достичь цели, применяя какой-либо косвенный метод. Пусть M — атомный вес распадающегося атома, m_1, m_2 и т. д. — атомные веса конечных продуктов радиоактивного распада; тогда

$$M - \sum m = \frac{E}{c^2},$$

где E — энергия, выделяемая при распаде одного грамм-атома радиоактивного элемента; ее можно вычислить, если известны энергия, выделяемая в единицу времени при стационарном распаде, и среднее время распада. Успех применения метода зависит в первую очередь от того, существуют ли радиоактивные превращения, для которых $\frac{(M - \sum m)}{M}$ не слишком мало в сравнении с единицей. Для вышеупомянутого случая радия, если время жизни последнего принять равным 2600 лет, получается

$$\frac{M - \sum m}{M} = \frac{12 \cdot 10^{-6} \cdot 2600}{250} = 0,00012.$$

Следовательно, если время жизни радия определено хоть в какой-то мере правильно, для проверки нашей формулы нужно было бы знать атомные веса соответствующих элементов с точностью до пятого знака. Это, конечно, недостижимо. Однако не исключено, что будут открыты радиоактивные процессы, в которых в энергию радиоактивных излучений превращается значительно бо́льшая часть массы исходного атома, чем в случае радия. По крайней мере, напрашивается вывод, что выделение энергии при распаде одного атома различается для разных веществ не меньше, чем скорость распада.

До сих пор молчаливо предполагалось, что такое изменение массы можно измерить обычно применяемым для измерения инструментом — весами, т. е. что соотношение

$$M = \mu + \frac{E_0}{c^2}$$

справедливо не только для *инертной* массы, но и для *тяготеющей* массы, или, другими словами, что инерция и тяжесть системы при всех обстоятельствах строго пропорциональны. Например, мы должны были бы предположить, что замкнутое в полости излучение обладает не только инерцией, но и весом. Эта пропорциональность между инертной и тяжелой массой соблюдается без исключения для всех тел с достигнутой до настоящего времени точностью, так что впредь до доказательства обратного мы должны предполагать универсальность этой пропорциональности. В последней главе настоящей работы мы приведем новый аргумент в пользу этого предположения.

§ 12. Энергия и количество движения движущейся системы

Как и в предыдущем параграфе, рассмотрим свободно движущуюся в пространстве систему, окруженную непроницаемой для излучения оболочкой. Как и прежде, обозначим через X_a, Y_a, Z_a и т. д. компоненты внешнего электромагнитного поля, благодаря которому данная система обменивается энергией с другими системами. С помощью метода, примененного при выводе формулы (15), для этого внешнего поля получаем

$$\frac{d}{dt}\left[\int \frac{1}{4\pi c}(Y_a N_a - Z_a M_a)\,d\omega\right] + \int \frac{\rho}{4\pi}\left(X_a + \frac{u_y}{c}N_a - \frac{u_z}{c}M_a\right)d\omega = 0.$$

Предположим теперь, что закон сохранения количества движения всегда выполняется. Тогда та часть второго члена этого соотношения, в которой интегрирование производится по поверхности оболочки, должна представляться в виде производной по времени от величины G_x, полностью определяемой мгновенным состоянием системы; величину G_x назовем x-компонентой количества движения системы. Найдем теперь закон преобразования величины G_x. Применяя формулы преобразования (1) и (7)–(9) в точности так же, как в предыдущих параграфах, получаем соотношение

$$\int dG_x = \beta \iint \frac{\rho'}{4\pi}\left(X'_a + \frac{u'_y}{c}N'_a - \frac{u'_z}{c}M'_a\right)d\omega'\,dt' + \\ + \frac{\beta v}{c^2}\iint \frac{\rho'}{4\pi}(X'_a u'_x + Y'_a u'_y + Z'_a u'_z)\,d\omega'\,dt',$$

или

$$dG_x = \frac{\beta v}{c^2}\,dE' + \beta \int \left[\sum K'_x\right] dt'. \tag{18}$$

Пусть теперь тело движется неускоренно так, что оно в течение продолжительного времени покоится относительно системы отсчета S'; тогда снова

$$\sum K'_x = 0.$$

Несмотря на то, что пределы интегрирования по времени зависят от x', второй член в правой части равенства опять обращается в нуль, если тело не подвергается действию внешних сил до и после рассматриваемого изменения; в этом случае

$$dG_x = \beta \frac{v}{c^2}\, dE'.$$

Отсюда следует, что количество движения системы, не подверженной действию внешних сил, является функцией только двух переменных, а именно: энергии E_0 в системе отсчета, движущейся вместе с рассматриваемой системой, и скорости q переносного движения. Очевидно,

$$\frac{\partial G}{\partial E_0} = \frac{q}{c^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}.$$

Отсюда также следует, что

$$G = \frac{q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} \left(\frac{E_0}{c^2} + \psi(q)\right),$$

где $\psi(q)$ — некоторая пока еще неизвестная функция q.

Поскольку $\psi(q)$ есть не что иное, как количество движения в случае, когда оно определяется только скоростью, из формулы (15б) следует

$$\psi(q) = \frac{\mu q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}.$$

Таким образом, мы получаем

$$G = \frac{q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} \left\{\mu + \frac{E_0}{c^2}\right\}. \tag{18a}$$

Эта формула отличается от формулы для количества движения материальной точки только тем, что μ заменяется на $\left(\mu + \frac{E_0}{c^2}\right)$, в согласии с результатом предыдущих параграфов.

Найдем теперь энергию и количество движения тела, покоящегося в системе отсчета S, при условии, что тело постоянно подвержено действию внешних сил. Хотя и в этом случае для любого t'

$$\sum K'_x = 0,$$

входящий в соотношения (16) и (18) интеграл

$$\int \left[\sum K'_x\right] dt'$$

не обращается в нуль, поскольку его пределами являются определенные значения t, а не t'. Поскольку, согласно первому из уравнений (1), разрешенному относительно t,

$$t = \beta(t' + \frac{v}{c^2}x),$$

пределы интегрирования по t' суть $\frac{t_1}{\beta} + \frac{v}{c^2}x'$ и $\frac{t_2}{\beta} - \frac{v}{c^2}x'$, причем t_1 и t_2 не зависят от x', y', z'. Таким образом, пределы интегрирования по времени в системе отсчета S' зависят от положения точки приложения сил. Представим рассматриваемый интеграл в виде суммы трех интегралов:

$$\int \left[\sum K'_x\right] dt' = \int\limits_{\frac{t_1}{\beta} - \frac{v}{c^2}x'}^{\frac{t_1}{\beta}} + \int\limits_{\frac{t_1}{\beta}}^{\frac{t_2}{\beta}} + \int\limits_{\frac{t_2}{\beta}}^{\frac{t_2}{\beta} - \frac{v}{c^2}x'} .$$

Второй из этих интегралов обращается в нуль, поскольку его пределы интегрирования постоянны по времени. Далее, если силы K'_x меняются с произвольной быстротой, оба других интеграла нельзя вычислить; в этом случае в рамках применяемой здесь теории вообще нельзя говорить об энергии или количестве движения системы[1]. Если же эти силы очень мало меняются в интервале времени порядка vx'/c^2, то можно положить

$$\int\limits_{\frac{t_1}{\beta} - \frac{vx'}{c^2}}^{t_1/\beta} \left[\sum K'_x\right] dt' = \sum K'_x \int\limits_{\frac{t_1}{\beta} - \frac{vx'}{c^2}}^{t_1/\beta} dt' = \frac{v}{c^2} \sum x' K'_x.$$

[1]Ср. A. Einstein. Ann. Phys., 1907, 23, 371, § 2.

Заменяя аналогичным способом третий интеграл, получаем

$$\int \left[\sum K_x'\right] dt' = -d\left\{\frac{v}{c^2}\sum x'K_x'\right\}.$$

Теперь из соотношений (16) и (18) можно без труда вычислить энергию и количество движения; находим

$$E = \left(\mu + \frac{E_0}{c^2}\right)\frac{c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} - \frac{q^2/c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}\sum(\delta_0 K_{0\delta}), \tag{16б}$$

$$G = \frac{q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}\left(\mu + \frac{E_0 - \sum(\delta_0 K_{0\delta})}{c^2}\right), \tag{18б}$$

причем $K_{0\delta}$ означает продольную составляющую силы, отнесенной к сопутствующей системе координат, δ_0 — измеренное в той же системе расстояние точки приложения этой силы от плоскости, перпендикулярной направлению движения.

Если внешней силой, как мы будем предполагать в дальнейшем, является давление p_0, не зависящее от направления и действующее везде по нормали к поверхности системы, то, в частности,

$$\sum(\delta_0 K_{0\delta}) = -p_0 V_0, \tag{19}$$

где V_0 — объем системы, отнесенный к сопутствующей системе отсчета. В этом случае формулы (16б) и (18б) принимают вид

$$E = \left(\mu + \frac{E_0}{c^2}\right)\frac{c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} + \frac{q^2/c^2}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}p_0 V_0, \tag{16в}$$

$$G = \frac{q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}}\left(\mu + \frac{E_0 + p_0 V_0}{c^2}\right), \tag{18в}$$

§ 13. Объем и давление движущейся системы. Уравнения движения

Для определения состояния рассматриваемой системы используем величины E_0, p_0, V_0, определенные в системе отсчета, сопутствующей физической системе. Однако вместо указанных величин можно также использовать соответствующие величины, определенные в той системе отсчета, к которой относится количество движения G. Для этого необходимо исследовать, как меняется объем и давление при введении новой системы отсчета.

Пусть тело покоится в системе отсчета S'. Пусть далее V' — его объем в системе отсчета S', а V — его объем в системе отсчета S. Из уравнений (2) непосредственно следует

$$\int dx\,dy\,dz = \sqrt{1-(v^2/c^2)}\int dx'\,dy'\,dz',$$

или

$$V = V'\sqrt{1-(v^2/c^2)}.$$

Заменяя в соответствии с нашими обозначениями V' на V_0 и v на q, получаем

$$V = V_0\sqrt{1-(q^2/c^2)}. \tag{20}$$

Далее, чтобы найти формулу преобразования для сил давления, необходимо исходить из формул преобразования, справедливых для сил в общем случае. Поскольку мы определили движущие силы в § 8 так, что их можно заменить силовым воздействием электромагнитных полей на электрические заряды, здесь можно ограничиться отысканием формул преобразования для электромагнитных сил[1].

Рассмотрим электрический заряд ε, покоящийся относительно S'. Действующая на него сила в соответствии с соотношениями (12) определяется формулами

$$\begin{aligned}
K_x &= \varepsilon X, & K'_x &= \varepsilon X',\\
K_y &= \varepsilon\left(Y - \frac{v}{c}N\right), & K'_y &= \varepsilon Y',\\
K_z &= \varepsilon\left(Z + \frac{v}{c}M\right), & K'_z &= \varepsilon Z'.
\end{aligned}$$

Из этих формул и из формул (7a) следует

$$K'_x = K_x, \qquad K'_y = \beta K_y, \qquad K'_z = \beta K_z. \tag{21}$$

[1]Этим обстоятельством оправдывается также применявшийся в предыдущих исследованиях метод, который заключался в том, что мы вводили между рассматриваемыми системами взаимодействие лишь чисто электромагнитного характера. Результаты остаются справедливыми и в самом общем случае.

По этим формулам можно вычислить силы, если они известны в сопутствующей системе отсчета.

Рассмотрим теперь силу давления, действующую на элемент поверхности s', покоящийся относительно S'; тогда

$$\begin{aligned} K'_x &= p's'\cos l' \ = p's'_x, \\ K'_y &= p's'\cos m' = p's'_y, \\ K'_z &= p's'\cos n' \ = p's'_z, \end{aligned}$$

где l', m', n' — направляющие косинусы нормали (направленной внутрь тела), а s'_x, s'_y, s'_z — проекции s'. Из уравнений (2) следует, что

$$s'_x = s_x, \qquad s'_y = \beta s_y, \qquad s'_z = \beta s_z,$$

причем s'_x, s'_y, s'_z — проекции элемента поверхности относительно системы отсчета S. Для составляющих рассматриваемой силы давления K_x, K_y, K_z относительно системы отсчета S из последних трех систем уравнений получаем:

$$\begin{aligned} K_x &= K'_x = p'S'_x = p'S_x = p's\cos l, \\ K_y &= \frac{1}{\beta}K'_y = \frac{1}{\beta}p'S'_y = p'S_y = p's\cos m, \\ K_z &= \frac{1}{\beta}K'_z = \frac{1}{\beta}p'S'_z = p'S_z = p's\cos n, \end{aligned}$$

причем s означает площадь элемента поверхности, l, m, n — направляющие косинусы его нормали в системе отсчета S. Таким образом, мы получаем, что давление p' относительно сопутствующей системы координат можно заменить в другой системе отсчета давлением той же величины, так же нормальным к элементу поверхности. Следовательно, в наших обозначениях

$$p' = p_0. \tag{22}$$

Соотношения (16в), (20) и (22) дают нам возможность определять состояние физической системы не только определенными в сопутствующей системе отсчета величинами E_0, V_0, p_0, но и величинами E, V, p, определенными в той же системе отсчета, что и количество движения G и скорость q системы. Например, если состояние рассматриваемой системы для сопутствующего наблюдателя полностью определяется двумя переменными (V_0 и E_0), а следовательно, ее уравнение состояния можно понимать как соотношение между p_0, V_0 и E_0, то уравнение состояния можно с помощью названных соотношений привести к виду

$$\varphi(q,\, p,\, V,\, E) = 0.$$

Преобразуя соответственно соотношение (18в), получаем

$$G = q\{\mu + (E + pV)/c^2\}. \tag{18г}$$

Это равенство вместе с соотношениями, выражающими закон сохранения количества движения

$$\frac{dG_x}{dt} = \sum K_x \quad \text{и т. д.},$$

полностью определяет переносное движение системы как целого, если кроме величин $\sum K_x$ и т. д. известны также величины E, p, V как функции времени, или если вместо последних трех функций известны три эквивалентных им параметра, характеризующих движение системы.

§ 14. Примеры

Пусть рассматриваемая система состоит из электромагнитного излучения, заключенного в невесомой полости, стенки которой уравновешивают давление излучения. Если на полость не действуют никакие внешние силы, то ко всей системе (включая полое тело) можно применить соотношения (16а) и (18а). Таким образом,

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}},$$

$$G = \frac{q}{\sqrt{1 - (q^2/c^2)}} E_0 = q\frac{E}{c^2},$$

где E_0 — энергия излучения в сопутствующей системе отсчета.

Наоборот, если стенки полости идеально гибки и растяжимы, так что оказываемое на них давление излучения должно уравновешиваться внешними силами, исходящими от тел, не принадлежащих к рассматриваемой системе, то следует применить уравнения (16в) и (18в), в которые надлежит подставить известное значение давления излучения

$$p_0 = \frac{1}{3}\frac{E_0}{c^2};$$

в результате получим

$$E = \frac{E_0\left(1 + \frac{1}{3}\frac{q^2}{c^2}\right)}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}},$$

$$G = \frac{q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} \cdot \frac{4}{3}\frac{E_0}{c^2}.$$

Рассмотрим далее случай электрически заряженного невесомого тела. Если внешние силы на него не действуют, можно опять применить формулы (16a) и (18a). Обозначив через E_0 электрическую энергию в сопутствующей системе, получим

$$E = \frac{E_0}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}},$$

$$G = \frac{q}{\sqrt{1-(q^2/c^2)}} \cdot \frac{E_0}{c^2}.$$

Одна часть этих значений E и G связана с электромагнитным полем, другая же — с невесомым телом, подверженным действию сил, обусловленных его зарядом[1].

§ 15. Энтропия и температура движущихся систем

Из совокупности переменных, определяющих состояние физической системы, мы рассматривали пока лишь давление, объем, энергию, скорость и количество движения, но еще не говорили о тепловых величинах. Это объясняется тем, что для движения системы безразлично, в какой форме подводится к ней энергия, так что пока у нас не было необходимости учитывать различие между теплотой и механической работой. Теперь же мы рассмотрим еще тепловые величины.

Предположим, что состояние движущейся системы полностью определяется величинами q, V, E. Для такой системы мы должны, очевидно, рассматривать в качестве подведенной теплоты dQ суммарный

[1] Ср. A. Einstein, Ann. Phys., 1907, 23, 371.

прирост энергии за вычетом работы, совершенной давлением и затраченной на увеличение количества движения, т. е.

$$dQ = dE + p\,dV - q\,dG. \tag{23}$$

После того как определена подведенная теплота для движущейся системы, путем рассмотрения обратимого кругового процесса можно ввести абсолютную температуру T и энтропию η движущейся системы точно так же, как это делается в термодинамике. Для обратимых процессов и в этом случае справедливо соотношение

$$dQ = T\,d\eta. \tag{24}$$

Теперь нам предстоит вывести уравнения, связывающие dQ, η, T и соответствующие им величины dQ_0, η_0, T_0 в сопутствующей системе отсчета. Относительно энтропии повторим здесь рассуждение Планка[1], причем заметим, что под «штрихованной» или «нештрихованной» системой отсчета следует понимать систему отсчета S' или S соответственно.

«Представим себе, что при помощи некоего обратимого адиабатического процесса тело переводится из одного состояния, в котором оно покоится в нештрихованной системе отсчета, в другое состояние, в котором оно покоится в штрихованной системе отсчета. Обозначая энтропию тела в нештрихованной системе в начальном состоянии через η_1, а в конечном состоянии — через η_2, в силу обратимости и адиабатичности можем написать $\eta_1 = \eta_2$. Однако процесс остается обратимым и адиабатическим и в штрихованной системе, и мы имеем, следовательно, также $\eta_1' = \eta_2'$»[2].

«Предположим теперь, что $\eta_1' \neq \eta_1$, например, $\eta_1' > \eta_1$. Это означало бы, что энтропия тела в движущейся системе отсчета больше, чем энтропия в той же системе отсчета, если эта система покоится. Тогда в соответствии с этим предположением должно бы также быть $\eta_2 > \eta_2'$, ибо во втором состоянии тело покоится в штрихованной системе отсчета, тогда как относительно нештрихованной системы оно движется. Однако эти два неравенства противоречат полученным выше двум равенствам. Также не может быть $\eta_1' > \eta_1$; следовательно, $\eta_1' = \eta_1$, и вообще $\eta' = \eta_1$, т. е. энтропия тела не зависит от выбора системы отсчета.»

[1] M. Planck. Zur Dynamik bewegter Systeme. Sitzungber. preuß. Akad. Wiss., 1907.
[2] См. там же.

В наших обозначениях мы должны положить

$$\eta = \eta_0. \tag{25}$$

Вводя в правую часть равенства (23) с помощью соотношений (16в), (18в), (20) и (22) величины E_0, p_0 и V_0, получаем

$$\begin{aligned} dQ &= \sqrt{1-(q^2/c^2)}(dE_0 + p_0\, dV_0),\\ dQ &= dQ_0\sqrt{1-(q^2/c^2)}. \end{aligned} \tag{26}$$

Поскольку, согласно (24), справедливы два соотношения

$$\begin{aligned} dQ &= T\, d\eta,\\ dQ_0 &= T\, d\eta_0, \end{aligned}$$

с учетом (25) и (26) окончательно получаем

$$\frac{T}{T_0} = \sqrt{1-(q^2/c^2)}.$$

Таким образом, температура системы в движущейся системе отсчета всегда меньше, чем в покоящейся системе отсчета.

§ 16. Динамика системы и принцип наименьшего действия

В своей работе «К динамике движущихся систем» Планк исходит из принципа наименьшего действия (и из формул преобразования для давления и температуры излучения в полости) и приходит к результатам, совпадающим с нашими результатами. Поэтому возникает вопрос, какова взаимосвязь между основами его работы и настоящего исследования.

Мы исходили из закона сохранения энергии и закона сохранения количества движения. Обозначив через F_x, F_y, F_z компоненты равнодействующей всех сил, приложенных к системе, можно сформулировать эти законы для обратимых процессов и системы, состояние которой определяется переменными q, V, T, следующим образом:

$$dE = F_x\, dx + F_y\, dy + F_z\, dz - p\, dV + T\, d\eta, \tag{28}$$

$$F_x = \frac{dG_x}{dt} \quad \text{и т. д.} \tag{29}$$

Из этих соотношений, учитывая, что

$$F_x\,dx = F_x\dot{x}\,dt = \dot{x}\,dG_x = d(\dot{x}G_x) - G_x\,d\dot{x} \quad \text{и т.д.}$$

и

$$T\,d\eta = d(T\eta) - \eta\,dT,$$

получаем соотношение

$$d(-E + T\eta + qG) = G_x\,d\dot{x} + G_y\,d\dot{y} + G_z\,d\dot{z} + p\,dV + \eta\,dT.$$

Поскольку правая часть должна быть также полным дифференциалом, отсюда, учитывая соотношение (29), получаем

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial \dot{x}}\right) = F_x, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial \dot{y}}\right) = F_y, \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial H}{\partial \dot{z}}\right) = F_z,$$

$$\frac{\partial H}{\partial V} = p, \quad \frac{\partial H}{\partial T} = \eta.$$

Это и есть те выводимые из принципа наименьшего действия уравнения, из которых исходил Планк.

V. Принцип относительности и тяготение

§ 17. Ускоренная система отсчета и гравитационное поле

До сих пор мы применяли принцип относительности, т. е. требование независимости законов природы от состояния движения системы отсчета, только к *неускоренным* системам отсчета. Можно ли представить себе, что принцип относительности выполняется и для систем, движущихся относительно друг друга с ускорением?

Правда, пока еще нет возможности подробно обсуждать здесь этот вопрос. Но поскольку этот вопрос должен возникнуть перед каждым, кто следил за применениями принципа относительности до настоящего времени, я не могу не высказать здесь своего мнения на этот счет.

Рассмотрим две системы отсчета Σ_1 и Σ_2. Пусть Σ_1 движется с ускорением в направлении своей оси X, и пусть ее ускорение (постоянное во времени) равно γ. Предположим, что Σ_2 покоится, но находится в однородном гравитационном поле, которое сообщает всем телам ускорение $-\gamma$ в направлении оси X.

Как известно, физические законы относительно Σ_1 не отличаются от законов, отнесенных к Σ_2; это связано с тем, что в гравитационном поле все тела ускоряются одинаково. Поэтому при современном состоянии наших знаний нет никаких оснований полагать, что системы отсчета Σ_1 и Σ_2 в каком-либо отношении отличаются друг от друга, и в дальнейшем мы будем предполагать полную физическую равноценность гравитационного поля и соответствующего ускорения системы отсчета.

Это предположение распространяет принцип относительности на случай равномерно ускоренного прямолинейного движения системы отсчета. Эвристическая ценность этого предположения состоит в том, что оно позволяет заменить однородное поле тяжести равномерно ускоренной системой отсчета, которая до известной степени поддается теоретическому рассмотрению.

§ 18. Пространство и время в равномерно ускоренной системе отсчета

Рассмотрим сначала тело, отдельные материальные точки которого в некоторый определенный момент времени t в неускоренной системе отсчета S покоятся относительно S, но обладают определенным ускорением. Как влияет это ускорение γ на форму тела в системе отсчета S?

Если подобное влияние существует, оно будет заключаться либо в равномерном изменении размеров в направлении ускорения, либо же в двух перпендикулярных ускорению направлениях, ибо другие результаты исключаются по соображениям симметрии. Каждое обусловленное ускорением сокращение (если оно вообще существует) должно быть четной функцией γ; следовательно, им можно пренебречь, если ограничиться случаем, когда γ так мало, что можно отбросить члены второй и более высоких степеней по γ. Поскольку в дальнейшем мы ограничимся этим случаем, влияние ускорения на размеры тела можно не учитывать.

Рассмотрим теперь систему отсчета Σ, равномерно ускоренную относительно неускоренной системы отсчета S в направлении оси X последней. Пусть часы или масштаб в системе отсчета Σ в покое идентичны часам или масштабу в S. Предположим, что начало координат системы отсчета Σ движется вдоль оси X системы отсчета S, а оси Σ параллельны осям S. В каждый момент времени существует неускоренная система отсчета S', координатные оси которой в рассматриваемый момент (в определенный момент времени t' в S') совпадают с координатными осями системы отсчета Σ. Если точечное событие, происходящее в этот момент времени t', имеет в Σ координаты ξ, η, ζ, то

$$x' = \xi, \quad y' = \eta, \quad z' = \zeta,$$

поскольку, согласно сказанному выше, можно не учитывать влияние ускорения на размеры тела, применяемого для измерения ξ, η, ζ. Представим себе далее, что часы в Σ в момент времени t' в S' идут так, что показывают в этот момент t'. Как будут идти часы в следующий промежуток времени τ?

Прежде всего следует учесть, что специфическое влияние *ускорения* на ход часов Σ можно не принимать во внимание, так как оно должно быть порядка γ^2. Далее, поскольку влиянием скорости, приобретенной за время τ, на ход часов можно пренебречь и поскольку путь, пройденный относительно S' часами за время τ, по порядку величины равен τ^2, и, таким образом, им можно тоже пренебречь, показания часов в Σ за элемент времени τ полностью совпадают с показаниями часов в S'.

Отсюда следует, что свет в вакууме распространяется относительно Σ в течение элемента времени τ с универсальной скоростью c, если мы определим одновременность в системе отсчета S', мгновенно покоящейся относительно Σ, и если мы будем применять для измерения времени и координат соответственно часы и масштабы, эквивалентные тем, которые применяются для измерения времени и пространства в неускоренных системах. Таким образом, и в этом случае для определения понятия одновременности можно применять принцип постоянства скорости света, если ограничиться очень малыми световыми путями.

Теперь представим себе, что часы в Σ поставлены указанным образом в тот момент $t = 0$ в S, когда Σ мгновенно покоится относительно S. Совокупность показаний поставленных таким образом часов мы будем называть «местным временем» σ системы отсчета Σ. Физический смысл местного времени, как это непосредственно видно, заключается в следующем. Если для измерения времени процессов, происходящих в отдельных элементах пространства Σ, применять местное время σ, то законы, которым подчиняются эти процессы, не могут зависеть от положения рассматриваемого элемента объема, т. е. от его координат, при условии, что в разных элементах объема применяются не только одинаковые часы, но и одинаковые масштабы.

Напротив, местное время σ непосредственно нельзя считать «временем» системы отсчета Σ, и именно по той причине, что два точечных события, происходящие в разных точках Σ, в смысле нашего определения неодновременны, когда их местные времена равны. Если какие-либо двое часов в Σ в момент $t = 0$ синхронны относительно S и совершают указанные движения, то они всегда остаются синхронными относительно S. Но в соответствии с § 4 эти часы не будут синхронными относительно системы отсчета S', мгновенно покоящейся относительно Σ, но движущейся относительно S, и, следовательно, по нашему определению, они не будут синхронными относительно Σ.

Определим теперь «время» τ системы отсчета Σ как совокупность тех показаний часов, находящихся в начале координат системы отсчета Σ, которые в смысле нашего определения являются одновременными с рассматриваемыми событиями[1].

Найдем теперь соотношение между временем τ и местным временем σ точечного события. Из первого уравнения (1) следует, что два события одновременны относительно S', а следовательно, и относительно Σ, при условии

$$t_1 - \frac{v}{c^2}x_1 = t_2 - \frac{v}{c^2}x_2,$$

причем индексы указывают на принадлежность к тому или другому точечному событию. Ограничимся сначала рассмотрением таких коротких промежутков времени[2], что можно отбросить все члены, содержащие вторую или более высокие степени τ или v; тогда с учетом (1) и (29) следует положить (см. примечание редактора на стр. 135. — *Ред.*)

$$\begin{gathered} x_2 - x_1 = x_2' - x_1' = \xi_2 - \xi_1, \\ t_1 = \sigma_1, \quad t_2 = \sigma_2, \\ v = \gamma t = \gamma\tau, \end{gathered}$$

так что из написанного выше соотношения получается

$$\sigma_2 - \sigma_1 = \frac{\gamma\dot{\tau}}{c^2}(\xi_2 - \xi_1).$$

[1]Таким образом, символ τ применяется здесь в другом смысле, чем было выше.

[2]Тем самым, согласно уравнению (1), предполагается также известное ограничение значений $\xi = x'$.

Помещая первое точечное событие в начало координат, так что $\sigma_1 = \tau$ и $\xi_1 = 0$, и опуская индекс для второго точечного события, получаем

$$\sigma = \tau\left(1 + \frac{\gamma\xi}{c^2}\right). \tag{30}$$

Это соотношение выполняется, прежде всего, если τ и ξ меньше определенных пределов. Оно, очевидно, выполняется и для произвольного τ, если ускорение γ постоянно относительно системы отсчета Σ, так как в этом случае соотношение между σ и τ должно быть линейным. Для произвольных ξ соотношение (30) не выполняется. Из того, что выбор начала координат не должен влиять на это соотношение, можно заключить, что оно должно быть заменено точным соотношением

$$\sigma = \tau e^{\gamma\xi/c^2}.$$

Однако мы будем придерживаться формулы (30). В соответствии с § 17 формула (30) применима также в системе координат, в которой действует однородное гравитационное поле. В этом случае мы должны положить $\Phi = \gamma\xi$, причем Φ означает потенциал силы тяжести; в результате получим

$$\sigma = \tau\left(1 + \frac{\Phi}{c^2}\right). \tag{30a}$$

Мы определили время в системе отсчета Σ двояко. Какое из этих определений следует применять в различных случаях? Предположим, что в двух местах с различными гравитационными потенциалами $(\gamma\xi)$ находятся физические системы, и мы хотим сравнивать их свойства. Здесь, по-видимому, наиболее естественно поступить следующим образом. Отправимся сначала с нашими измерительными приборами в первую физическую систему и проведем там измерения; после этого направимся вместе со всеми измерительными приборами во вторую систему, чтобы произвести в ней такие же измерения. Если измерения в этих системах дадут одинаковые результаты, мы будем называть обе физические системы «одинаковыми». Среди названных измерительных приборов имеются часы, которыми мы измеряем местные времена σ. Поэтому вполне естественно для определения физических величин в областях, в которых существует поле тяжести, использовать время σ.

Если же речь идет о явлении, в котором необходимо одновременно рассматривать тела, находящиеся в областях с разными гравитационными потенциалами, то в выражениях, в которые время входит явно (т.е. не только посредством других физических величин), мы должны использовать время τ: иначе одновременность двух событий не выражалась бы равенством значений времени обоих событий. Поскольку же при определении времени τ используются моменты времени по часам, находящимся в некотором произвольно выбранном месте, то при пользовании временем τ законы природы могут зависеть от координат.

§ 19. Влияние гравитационного поля на часы

Если в точке P с гравитационным потенциалом Φ находятся часы, показывающие местное время, то, согласно соотношению (30а), их показания в $(1 + \Phi/c^2)$ раз больше, чем τ, т.е. они идут в $(1 + \Phi/c^2)$ раз быстрее одинаковых с ними часов, находящихся в начале координат. Пусть показания обоих этих часов воспринимаются каким-нибудь способом, например, оптическим путем, наблюдателем, находящимся где-то в пространстве. Поскольку время $\Delta\tau$, проходящее между показанием часов и моментом, когда это показание будет воспринято наблюдателем, находящимся где-то в пространстве, не зависит от τ, то часы в точке P' идут в $(1+\Phi/c^2)$ раз быстрее, чем часы в начале координат. В этом смысле можно сказать, что процесс, происходящий в часах, — и вообще любой физический процесс — протекает тем быстрее, чем больше гравитационный потенциал в области, где разыгрывается этот процесс.

Существуют «часы», находящиеся в местах с различными гравитационными потенциалами, скорость «хода» которых можно проконтролировать с большой точностью; это — источники света с линейчатым спектром. Из сказанного выше следует[1], что свет, приходящий от такого источника, расположенного на поверхности Солнца, обладает длиной волны, приблизительно на две миллионных доли большей, чем свет, испускаемый теми же атомами на Земле.

§ 20. Влияние тяготения на электромагнитные процессы

Если мы будем относить электромагнитный процесс в некоторый момент времени к неускоренной системе отсчета S', мгновенно покоя-

[1] В предположении, что соотношение (30а) выполняется также в неоднородном гравитационном поле.

щейся. относительно системы отсчета Σ, движущейся равномерно ускоренно, то в соответствии с (5) и (6) выполняются уравнения

$$\frac{1}{c}\left(\rho' u'_x + \frac{\partial X'}{\partial t}\right) = \frac{\partial N'}{\partial y'} - \frac{\partial M'}{\partial z'} \quad \text{и т. д.}$$

и

$$\frac{1}{c}\frac{\partial L'}{\partial t} = \frac{\partial Y'}{\partial z'} - \frac{\partial Z'}{\partial y'} \quad \text{и т. д.}$$

Согласно сказанному выше, величины ρ', u', X', L', x' и т. д., отнесенные к системе отсчета S', можно сразу приравнять соответствующим величинам ρ, u, X, L, ξ и т. д., отнесенным к Σ, если мы ограничиваемся бесконечно малым временем[1], бесконечно близким к времени относительного покоя S' и Σ. Далее t' мы должны заменить местным временем σ. Однако для этого нельзя положить просто

$$\frac{\partial}{\partial t'} = \frac{\partial}{\partial \sigma}$$

по той причине, что покоящаяся относительно системы отсчета Σ точка, к которой должны относиться преобразованные к Σ уравнения, за время $dt' = d\sigma$ меняет свою скорость относительно S', причем, согласно соотношениям (7а) и (7б), этому изменению соответствует изменение во времени компонент поля, отнесенных к системе отсчета Σ. Поэтому следует положить:

$$\frac{\partial X'}{\partial t'} = \frac{\partial X}{\partial \sigma}, \qquad \frac{\partial L'}{\partial t'} = \frac{\partial L}{\partial \sigma},$$

$$\frac{\partial Y'}{\partial t'} = \frac{\partial Y}{\partial \sigma} + \frac{\gamma}{c}N, \qquad \frac{\partial M'}{\partial t'} = \frac{\partial M}{\partial \sigma} - \frac{\gamma}{c}Z,$$

$$\frac{\partial Z'}{\partial t'} = \frac{\partial Z}{\partial \sigma} - \frac{\gamma}{c}M, \qquad \frac{\partial N'}{\partial t'} = \frac{\partial N}{\partial \sigma} + \frac{\gamma}{c}Y.$$

Таким образом, уравнения электромагнитного поля, отнесенные к Σ, принимают вид

[1]Это ограничение не влияет на пределы применимости наших результатов, поскольку выводимые далее законы природы по существу не могут зависеть от времени.

$$\frac{1}{c}\left(\rho u_\xi + \frac{\partial X}{\partial \sigma}\right) = \frac{\partial N}{\partial \eta} - \frac{\partial M}{\partial \zeta},$$

$$\frac{1}{c}\left(\rho u_\eta + \frac{\partial Y}{\partial \sigma} + \frac{\gamma}{c}N\right) = \frac{\partial L}{\partial \zeta} - \frac{\partial N}{\partial \xi},$$

$$\frac{1}{c}\left(\rho u_\zeta + \frac{\partial Z}{\partial \sigma} - \frac{\gamma}{c}M\right) = \frac{\partial M}{\partial \xi} - \frac{\partial L}{\partial \eta},$$

$$\frac{1}{c}\frac{\partial L}{\partial \sigma} = \frac{\partial Y}{\partial \zeta} - \frac{\partial Z}{\partial \eta},$$

$$\frac{1}{c}\left(\frac{\partial M}{\partial \sigma} - \frac{\gamma}{c}Z\right) = \frac{\partial Z}{\partial \xi} - \frac{\partial X}{\partial \zeta},$$

$$\frac{1}{c}\left(\frac{\partial N}{\partial \sigma} + \frac{\gamma}{c}Y\right) = \frac{\partial X}{\partial \eta} - \frac{\partial Y}{\partial \xi}.$$

Умножим эти уравнения на $\left(1 + \frac{\gamma\xi}{c^2}\right)$ и введем обозначения

$$X^* = X\left(1 + \frac{\gamma\xi}{c^2}\right), \quad Y^* = Y\left(1 + \frac{\gamma\xi}{c^2}\right), \quad \text{и т. д.}$$

$$\rho^* = \rho\left(1 + \frac{\gamma\xi}{c^2}\right).$$

Далее, пренебрегая членами второй степени по γ, получаем уравнения

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{c}\left(\rho^* u_\xi + \frac{\partial X^*}{\partial \sigma}\right) = \frac{\partial N^*}{\partial \eta} - \frac{\partial M^*}{\partial \zeta},\\
&\frac{1}{c}\left(\rho^* u_\eta + \frac{\partial Y^*}{\partial \sigma}\right) = \frac{\partial L^*}{\partial \zeta} - \frac{\partial N^*}{\partial \xi},\\
&\frac{1}{c}\left(\rho^* u_\zeta + \frac{\partial Z^*}{\partial \sigma}\right) = \frac{\partial M^*}{\partial \xi} - \frac{\partial L^*}{\partial \eta},
\end{aligned} \tag{31a}$$

$$\begin{aligned}
&\frac{1}{c}\frac{\partial L^*}{\partial \sigma} = \frac{\partial Y^*}{\partial \zeta} - \frac{\partial Z^*}{\partial \eta},\\
&\frac{1}{c}\frac{\partial M^*}{\partial \sigma} = \frac{\partial Z^*}{\partial \xi} - \frac{\partial X^*}{\partial \zeta},\\
&\frac{1}{c}\frac{\partial N^*}{\partial \sigma} = \frac{\partial X^*}{\partial \eta} - \frac{\partial Y^*}{\partial \xi}.
\end{aligned} \tag{32a}$$

Из этих уравнений прежде всего видно, какое влияние оказывает гравитационное поле на статические и стационарные явления. В этих случаях выполняются такие же закономерности, как в поле без тяготения, с той лишь разницей, что компоненты поля X и т. д. заменяются на $X\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)$ и т. д. и ρ на $\rho\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)$.

Для рассмотрения хода нестационарных процессов мы будем пользоваться временем τ как при дифференцировании по времени, так и для определения скоростей, т. е., согласно соотношению (30), положим

$$\frac{\partial}{\partial\tau}=\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)\frac{\partial}{\partial\sigma} \quad \text{и} \quad w_\xi=\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)u_\xi.$$

Таким образом, мы получаем

$$\frac{1}{c\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)}\left(\rho^* w_\xi+\frac{\partial X^*}{\partial\tau}\right)=\frac{\partial N^*}{\partial\eta}-\frac{\partial M^*}{\partial\xi} \quad \text{и т. д.} \tag{31б}$$

и

$$\frac{1}{c\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)}\cdot\frac{\partial L^*}{\partial\tau}=\frac{\partial Y^*}{\partial\zeta}-\frac{\partial Z^*}{\partial\eta} \quad \text{и т. д.} \tag{32б}$$

Эти уравнения имеют такой же вид, как в неускоренной системе или пространстве, свободном от тяготения; но вместо c в них входит величина

$$c\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)=c\left(1+\frac{\Phi}{c^2}\right).$$

Отсюда следует, что световые лучи, распространяющиеся не по оси X, искривляются гравитационным полем; изменение направления, как легко видеть, составляет $\frac{\gamma}{c^2}\sin\varphi$ на 1 см пути света, где φ означает угол между направлениями силы тяжести и светового луча.

С помощью этих формул и уравнений для поля и электрического тока в точке, известных из оптики покоящихся сред, можно определить влияние гравитационного поля на оптические явления в покоящихся средах. При этом следует учитывать, что уравнения оптики покоящихся сред выполняются для местного времени σ. К сожалению, согласно нашей теории, влияние поля тяготения Земли так незначительно (вследствие того, что величина $\frac{\gamma x}{c^2}$ мала), что нет никаких перспектив на сравнение результатов теории с опытом.

Умножая уравнения (31a) и (32a) соответственно на $\frac{X^*}{4\pi}, \ldots, \frac{N^*}{4\pi}$ и интегрируя по бесконечному пространству, получаем в наших прежних обозначениях

$$\int \left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)\frac{\rho}{4\pi}(u_\xi X + u_\eta Y + u_\zeta Z)\,d\omega + \\ + \int \left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)^2 \frac{1}{8\pi}\frac{\partial}{\partial\sigma}(X^2+Y^2+\ldots+N^2)\,d\omega = 0.$$

При этом

$$\frac{\rho}{4\pi}(u_\xi X + u_\eta Y + u_\zeta Z)$$

есть энергия η_σ, подводимая к веществу в единицу объема за единицу местного времени σ, при условии, что эта энергия измеряется прибором, находящимся в рассматриваемой области. Следовательно, согласно соотношению (30),

$$\eta_\sigma = \eta_\tau \left(1-\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)$$

представляет собой энергию, подведенную (и так же измеренную) к веществу в единицу объема за единицу времени τ; $\frac{1}{8\pi}(X^2+Y^2+\ldots+N^2)$ есть электромагнитная энергия ε на единицу объема, измеренная таким же способом. Учитывая далее, что, согласно (30), $\frac{\partial}{\partial\sigma}=\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)\frac{\partial}{\partial\tau}$, получаем

$$\int \left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)\eta_\tau\,d\omega + \frac{d}{d\tau}\left\{\int\left(1+\frac{\gamma\xi}{c^2}\right)\varepsilon\,d\omega\right\} = 0.$$

Это соотношение выражает закон сохранения энергии и содержит весьма примечательный результат. Вкладу энергии $E = \varepsilon\,d\omega$ (или приросту энергии $\eta\,d\omega\,d\tau$) в интеграл энергии соответствует еще дополнительный вклад величиной $\frac{E}{c^2}\gamma\xi = \frac{E}{c^2}\Phi$, связанной с местом, где находится E. Следовательно, каждому количеству энергии E в гравитационном поле соответствует потенциальная энергия, по величине равная потенциальной энергии «тяжелой» массы величиной E/c^2.

Таким образом, выведенная в § 11 теорема о том, что энергии E соответствует масса величиной E/c^2, выполняется не только для *инертной,* но и для *тяготеющей* массы, если остается в силе предположение, введенное в § 17.

Поступила 4 декабря 1907 г.

В этой статье поставлен вопрос о влиянии постоянного гравитационного поля на частоту излучаемого света. Вычисления отклонения луча света еще не учитывали эффекта кривизны пространства, а потому привели к результату, вдвое меньшему правильного.

Некоторые опечатки в этой статье были исправлены Эйнштейном в заметке, опубликованной в следующем томе «Jahrbuch d. Radioakt.» (1908, 5, 98, 99); в той же заметке, отвечая на письмо Планка, он уточняет понятие «равномерно ускоренного движения».

«В используемой нами кинематике ускорение dv/dt зависит от состояния (неускоренной) системы отсчета. Из всех значений ускорения, которые можно рассматривать для определенной эпохи движения, выделяется значение, отвечающее системе отсчета, относительно которой тело имеет скорость $v = 0$. Именно это значение ускорения должно оставаться постоянным при «равномерно ускоренном» движении. Использованное на стр. 128 соотношение $v = \gamma t$ справедливо только в первом приближении; это, однако, достаточно, так как мы учитываем лишь линейные члены».

О СПЕЦИАЛЬНОЙ И ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ (ОБЩЕДОСТУПНОЕ ИЗЛОЖЕНИЕ)[1]

Предисловие

Настоящая книга имеет целью дать возможно точное представление о теории относительности читателям, интересующимся этой теорией с общенаучной, философской точки зрения, но не владеющим математическим аппаратом теоретической физики[2]. Предполагается, что читатель имеет общеобразовательную подготовку, а также достаточно терпения и силы воли. Автор приложил много усилий для того, чтобы достигнуть по возможности более ясного и простого изложения основных мыслей в той последовательности и связи, в какой они фактически возникли. В интересах ясности оказались неизбежными повторения; пришлось отказаться от стремления к изящности изложения; я твердо придерживался рецепта гениального теоретика Больцмана — оставить изящество портным и сапожникам. Я, по-видимому, не утаил от читателя трудности, лежащие в основах теории. Эмпирические физические основы теории намеренно изложены очень кратко, чтобы читатель, близко не соприкасающийся с физикой, не оказался в положении путника, который из-за деревьев не видит леса. Пусть чтение этой книги доставит читателю несколько радостных часов.

Декабрь 1916 г. *А. Эйнштейн*

---

[1] *Über die spezielle und die allgemeine Relativitätstheorie* (*Gemeinverständlich*). Druck und Verlag von Friedr. Vieweg & Sohn, Braunschweig, 1920.

[2] Математические основания специальной теории относительности можно найти в работах Г. А. Лоренца, А. Эйнштейна, Г. Минковского, вошедших в сб. «Принцип относительности», который входит в Собрание монографий, издаваемых Тойбнером (B. C. Teubner), а также в прекрасной книге М. Лауэ «Принцип относительности» (Vieweg, Braunschweig). Общая теория относительности вместе с необходимой для нее математической теорией инвариантов изложена в брошюре автора «Основы общей теории относительности» (J. A. Barth, 1916); эта брошюра предполагает некоторое знакомство читателя со специальной теорией относительности.

Добавление к третьему изданию

В этом (1918) году в издании Шпрингера появилась обстоятельная монография по общей теории относительности, написанная Г. Вейлем: «Пространство. Время. Материя» («Raum. Zeit. Materie»), которую я рекомендую математикам и физикам.

I. О специальной теории относительности

§ 1. Физическое содержание геометрических теорем

Вероятно и ты, дорогой читатель, еще в юности познакомился со стройным зданием геометрии Евклида и, быть может, скорее с уважением, чем с любовью вспоминаешь об этом величественном сооружении, по ступеням которого многие часы водили тебя добросовестные учителя. По-видимому, вспоминая об этом прошлом, ты с презрением отнесешься ко всякому, кто посмел бы объявить неверным хотя бы самое незначительное положение этой науки. Но, быть может, это чувство гордой уверенности и покинет тебя, если тебя спросят: «Что понимаешь ты под утверждением, что эти положения истинны?» Коротко остановимся на этом вопросе.

Геометрия исходит, во-первых, из определенных основных понятий: плоскости, точки, прямой, с которыми мы связываем более или менее ясные представления, и, во-вторых, из определенных простейших положений (аксиом), которые мы склонны считать «истинными», основываясь на указанных представлениях. Все остальные положения сводятся к этим аксиомам, т. е. доказываются на основе логического метода, справедливость которого мы чувствуем себя вынужденными признать. Предложение считается правильным или «истинным», если оно выводится из аксиом привычным путем. Таким образом, вопрос об «истинности» отдельных геометрических положений сводится к вопросу об «истинности» аксиом. Однако давно известно, что последний вопрос не только не может быть решен с помощью методов геометрии, но вообще сам по себе не имеет смысла. Нельзя ставить вопрос об истинности того, что через две точки проходит только одна прямая. Можно лишь сказать, что евклидова геометрия имеет дело с объектами, которые называются «прямыми» и которые она наделяет свойством однозначно определяться двумя своими точками. Понятие «истины» не-применимо к заключениям чистой геометрии, поскольку под словом «истина» в последнем счете мы всегда подразумеваем соответствие «реальному» предмету; однако геометрия занимается не отношением ее понятий к предметам опыта, а лишь логической связью этих понятий между собой.

Нетрудно объяснить, почему тем не менее мы считаем положения геометрии «истинными». Геометрическим понятиям более или менее точно соответствуют предметы природы; при этом последние несомненно являются единственной причиной возникновения указанных понятий. Хотя геометрия и отвлекается от этого, чтобы придать своим построениям возможно бóльшую логическую законченность, все же, например, привычка считать за отрезок кратчайшее расстояние между двумя заданными точками на практически твердом теле глубоко коренится в навыках нашего мышления. Далее, мы привыкли считать три точки находящимися на одной прямой, если при подходящем выборе пункта наблюдения одним глазом кажущиеся места этих точек могут быть приведены в совпадение.

Если теперь, следуя навыкам мышления, присоединим к теоремам евклидовой геометрии одно единственное утверждение, а именно, что двум точкам практически твердого тела всегда соответствует одно и то же расстояние (отрезок), какие бы изменения положения тела не происходили, то теоремы евклидовой геометрии превращаются в теоремы о возможных относительных положениях практически твердых тел[1].

Дополненную таким образом геометрию следует рассматривать как область физики. Теперь уже с полным правом можно поставить вопрос об «истинности» геометрических теорем, интерпретируемых указанным образом; в самом деле, можно спросить, справедливы ли теоремы для тех реальных предметов, которые мы связали с геометрическими понятиями. Выражаясь несколько неточно, мы можем также сказать, что под «истинностью» некоторого положения геометрии в этом смысле мы понимаем его справедливость при построении с помощью циркуля и линейки.

Убеждение в «истинности» положений геометрии в этом смысле основывается, конечно, исключительно на весьма несовершенном опыте.

[1]Этим понятие прямой связывается с реальным предметом природы. Три точки A, B и C неизменяемого тела лежат на одной прямой, если при заданных точках A и C точка B избрана так, что сумма расстояний $\overline{AB}$ и $\overline{BC}$ становится возможно меньшей. Этого дополнительного указания в данном случае достаточно.

Мы допустим сначала такую истинность положений геометрии, чтобы в последней части наших рассуждений (при рассмотрении общей теории относительности) установить, как и насколько эта истинность должна быть ограничена.

§ 2. Система координат

На основании указанной физической интерпретации расстояния мы получаем также возможность установить путем измерений расстояние между двумя точками твердого тела. Для этого нам необходима раз навсегда определенная длина (линейка S), которая будет применяться в качестве единичного масштаба. Пусть A и B — две точки твердого тела; тогда соединяющая их прямая может быть построена по законам геометрии. Далее на этой прямой будем откладывать длины S, начиная от точки A, до тех пор, пока не достигнем B. Число укладывающихся на этом отрезке длин и будет числом, измеряющим длину отрезка $\overline{AB}$. На этом основано всякое измерение длины[1].

Всякое пространственное описание места какого-либо события или предмета основано на том, что указывается точка некоторого твердого тела (тела отсчета), с которой совпадает данное событие, причем это относится не только к научному описанию, но и к повседневной жизни. Например, анализируя задание места: «в Берлине, на Потсдамской площади», мы находим, что это означает следующее. Твердым телом, к которому относится указанное место, является Земля, а «Потсдамская площадь в Берлине», — отмеченная на этом теле точка с данным названием, с которой пространственно совпадает рассматриваемое событие[2].

Подобный примитивный способ задания места пригоден лишь для мест на поверхности твердых тел и связан с наличием различных точек на этой поверхности. Проследим, как человеческое мышление освобождается от обоих этих ограничений, не меняя сущности способа задания места! Если, например, над Потсдамской площадью проплывает облако, то его положение по отношению к земной поверхности может быть

[1] При этом предполагается, что измерительная линейка укладывается целое число раз, т.е. в результате получается целое число. В общем случае это затруднение можно преодолеть, пользуясь разделенным масштабом, введение которого не вносит ничего нового.

[2] Здесь нет нужды в дальнейшем исследовании того, что означает «пространственное совпадение»; это понятие настолько ясно, что в каждом отдельном частном случае вряд ли могут возникнуть сомнения в его применимости.

определено следующим образом: на площади отвесно ставят шест, который достает до облака. Измеренная масштабом длина шеста вместе с указанием положения основания шеста полностью определяет в этом случае местонахождение облака. На этом примере мы видим, каким путем развивалось понятие места.

а) Неподвижное твердое тело, к которому относится указание места, будучи увеличено в размерах так, чтобы оно достигало предмета, местоположение которого надлежит определить.

б) Для характеристики положения, вместо отметки с названием, пользуются числом (в данном случае измеренной масштабом длиной шеста).

в) О высоте облака говорят и тогда, когда шеста, достигающего до облака, в действительности и нет. В нашем случае длину шеста можно найти, оптически определяя положение облака с различных точек земной поверхности, принимая во внимание законы распространения света.

Из изложенного выше ясно, что для описания места удобно отказаться от использования отметок на неподвижных твердых телах с особыми названиями и пользоваться числами. В физических измерениях это достигается применением декартовой системы координат.

Последняя состоит из трех взаимно перпендикулярных неподвижных плоскостей, связанных твердым телом. Место какого-либо события относительно системы координат определяется (в основных чертах) длиной трех перпендикуляров (или координат x, y, z), которые могут быть опущены из этого места на указанные три плоскости. Длины этих трех перпендикуляров можно определить путем ряда манипуляций с твердыми масштабами, пользуясь теоремами и методами евклидовой геометрии.

На практике эти три плоскости, образующие систему координат, обычно не применяются, а сами координаты определяются без построений с твердыми масштабами. Однако, во избежание неясности в результатах и выводах физики и астрономии, всегда следует искать физический смысл определения места[1].

Таким образом, мы приходим к следующему выводу. Всякое пространственное описание событий предполагает наличие твердого тела,

[1]Уточнение и видоизменение этих представлений потребуется нам лишь в связи с общей теорией относительности, которая рассматривается во второй части этой книги.

с которым события связаны пространственно. Эта связь предполагает, что «расстояния» подчиняются законам евклидовой геометрии, причем сами «расстояния» определяются физически двумя отметками на твердом теле.

§ 3. Пространство и время в классической механике

Если я без долгих размышлений и подробных разъяснений сформулирую задачу механики следующим образом: «механика описывает изменение положения тел в пространстве с течением времени», то этим я приму на свою совесть не один тяжкий грех; в этих грехах я и покаюсь прежде всего.

Неясно, что следует понимать здесь под словами «место» и «пространство». Я стою у окна равномерно движущегося железнодорожного вагона и выпускаю из рук на полотно дороги камень, не сообщая ему скорости. Тогда я увижу (отвлекаясь от сопротивления воздуха), что камень падает прямолинейно вниз. Прохожий, находящийся вблизи полотна железной дороги и наблюдающий одновременно со мной за падением камня, видит, что камень падает по параболе. Тогда я задаю вопрос: где «в действительности» находятся «места», через которые проходит камень при падении, — на прямой линии или на параболе? Далее, что означает при этом движение «в пространстве»? Ответ очевиден из соображений, высказанных в § 2. Прежде всего оставим в стороне неясное слово «пространство», под которым, признаемся, мы ничего определенного не подразумеваем; вместо этого мы рассмотрим «движение по отношению к практически твердому телу отсчета». В предыдущем параграфе мы дали определение понятия места относительно тела отсчета (железнодорожный вагон или поверхность Земли). Заменяя понятие «тело отсчета» понятием «система координат», полезным для математического описания, мы можем сказать: камень описывает прямую линию относительно системы координат, жестко связанной с вагоном, и параболу относительно системы координат, жестко связанной с поверхностью Земли. Из этого примера следует, что не существует траектории[1] самой по себе; всякая траектория относится к определенному телу отсчета.

Однако *полное* описание движения может быть дано лишь в том случае, если будет указано, как меняется положение тела со временем;

[1] Т. е. кривой, по которой движется тело.

иначе говоря, для каждой точки траектории должен быть указан момент времени, когда тело находится в этой точке. К этим указаниям должно быть добавлено такое определение времени, чтобы соответствующие промежутки времени можно было рассматривать как величины, принципиально доступные наблюдению (результаты измерений). В рассмотренном примере мы можем удовлетворить этому условию, оставаясь на почве классической механики, следующим образом. Представим себе двое совершенно одинаковых часов; одни часы находятся у человека в железнодорожном вагоне, другие — у прохожего, находящегося у полотна железной дороги. Каждый наблюдатель точно устанавливает, в каком месте по отношению к соответствующему телу отсчета находится камень в момент тиканья часов, которые каждый из них держит в руке. При этом мы не принимаем во внимание неточность, возникающую вследствие конечной величины скорости распространения света. Об этой и о другой возникающей здесь трудности мы будем говорить позднее.

§ 4. Галилеева система координат

Основной закон механики Галилея–Ньютона, известный под названием закона инерции, гласит: «Тело, достаточно удаленное от других тел, сохраняет состояние покоя или равномерного прямолинейного движения». В этом законе говорится не только о движении тел, но также и о телах отсчета или системах координат, которыми пользуются при механическом описании. Телами отсчета, к которым в хорошем приближении применим закон инерции, являются, очевидно, неподвижные звезды. Но если мы пользуемся системой координат, которая жестко связана с Землей, то относительно такой системы каждая неподвижная звезда описывает в течение одних (астрономических) суток круг огромного радиуса в противоречии с буквальным смыслом закона инерции. Если, таким образом, строго придерживаться этого закона, то движение следует относить лишь к таким системам координат, по отношению к которым неподвижные звезды не совершают никаких круговых движений. Систему координат, состояние движения которой таково, что относительно нее выполняется закон инерции, мы называем «галилеевой системой координат». Законы механики Галилея–Ньютона применимы только для галилеевой системы координат.

§ 5. Принцип относительности (в узком смысле)

Для возможно большей наглядности мы снова будем исходить из нашего примера равномерно движущегося железнодорожного вагона. Назовем его движение равномерной трансляцией («равномерной» — так как оно имеет постоянные скорость и направление, и «трансляцией» — так как вагон, меняя свое положение относительно железнодорожного полотна, не испытывает никаких вращений). Пусть в воздухе летит ворона, прямолинейно и равномерно, если наблюдать с полотна железной дороги. Тогда с точки зрения наблюдателя, находящегося в движущемся вагоне, скорость этой вороны будет иметь другую величину и направление, но движение также будет прямолинейным и равномерным. Или в абстрактной форме: если масса m движется прямолинейно и равномерно относительно системы координат K, то она движется прямолинейно и равномерно также и по отношению к другой системе координат K', в случае, если последняя движется равномерно и прямолинейно относительно K. Отсюда, с учетом рассуждений предшествующих параграфов, вытекает следующее.

Если K — галилеева система координат, то и всякая другая система координат K', движущаяся относительно K равномерно и прямолинейно, также является галилеевой системой. В системе K', так же как и в системе K, выполняются законы механики Галилея–Ньютона.

Сделаем еще один шаг в сторону обобщения, высказав следующее утверждение. Если K' — система координат, движущаяся равномерно и без вращения относительно системы K, то явления природы протекают относительно системы K' по тем же общим законам, что и относительно системы K. Это положение мы называем «принципом относительности» (в узком смысле).

Пока существовало убеждение, что все явления природы могут быть описаны с помощью классической механики, можно было не сомневаться в справедливости этого принципа относительности. Однако с новейшим развитием электродинамики и оптики становилось все более очевидным, что одной классической механики недостаточно для полного описания физических явлений. Тем самым вопрос о справедливости принципа относительности стал весьма спорным, причем не исключалась возможность отрицательного ответа на этот вопрос.

Тем не менее имеются два общих факта, которые говорят в пользу справедливости принципа относительности. Если классическая механика и не дает достаточно широкой базы для описания *всех* физических явлений, то в ней все же содержится весьма значительная доля истины; достаточно вспомнить, что она с поразительной отчетливостью описывает реальные движения небесных тел. Поэтому принцип относительности в области *механики* должен выполняться также с большой точностью. Однако априори маловероятно, чтобы столь общий принцип, выполняющийся с такой точностью в *одной* области явлений, был неприменим в другой области явлений.

Второй аргумент, к которому мы позднее вернемся, состоит в следующем. Если принцип относительности (в узком смысле) не выполняется, то равномерно движущиеся относительно друг друга галилеевы системы координат K, K', K'' и т. д. *неравноценны* для описания явлений природы. Тогда единственным мыслимым предположением было бы то, что законы природы могут быть особенно просто и естественно сформулированы только тогда, когда из всех галилеевых систем координат выбрана в качестве исходной *одна* система K_0, имеющая определенное состояние движения. Тогда мы вправе были бы (ввиду преимуществ в описании природы) считать эту систему «абсолютно покоящейся», а другие галилеевы системы — «движущимися». Если бы, например, железнодорожное полотно было системой K_0, то наш вагон был бы системой K, относительно которой были бы справедливы более сложные законы, чем относительно системы K_0. Эта бóльшая сложность объяснялась бы тем, что вагон K («действительно») движется относительно K_0. В этих общих законах природы, сформулированных относительно системы K, должны были бы играть роль величина и направление скорости движения вагона. Можно было бы, например, ожидать, что высота звука органной трубы была бы иной, если бы ось последней была параллельна направлению движения, чем в случае, если бы она была перпендикулярна этому направлению. Но наша Земля, ввиду ее движения по орбите вокруг Солнца, может сравниваться с вагоном, движущимся со скоростью около 30 км/сек. Поэтому, в случае неприменимости принципа относительности, следовало бы ожидать, что в законы природы должно войти направление движения Земли в каждый данный момент, т. е. поведение физических систем должно зависеть от их пространственной ориентации относительно Земли. В самом деле, вследствие изменения в течение года направления скорости орбитального движения Земли, последняя не может в течение всего года оставаться в покое относительно гипотетической системы. Но при всей тщательности наблюдений до сих пор не удалось обнаружить подобную анизотропию земного физического пространства, т. е. физическую неравноценность различных направлений. Этот аргумент в пользу принципа относительности является особенно веским.

§ 6. Теорема сложения скоростей в классической механике

Пусть железнодорожный вагон, с которым мы уже не раз имели дело, движется по рельсам с постоянной скоростью v. Человек, находящийся в вагоне, идет вдоль вагона со скоростью w в направлении движения вагона. С какой скоростью W передвигается этот человек относительно полотна железной дороги? Единственный возможный ответ может быть дан, по-видимому, из следующего рассуждения. Если бы человек остановился на одну секунду, то он переместился бы вперед относительно полотна дороги на отрезок v, равный скорости движения вагона. Но в действительности человек в течение этой секунды, кроме того, перемещается и относительно вагона, а следовательно, и относительно полотна дороги, на отрезок w, равный скорости его движения по вагону. Таким образом, в течение рассматриваемой секунды он перемещается относительно полотна дороги всего на расстояние

$$W = v + w.$$

В дальнейшем мы увидим, что все это рассуждение, выражающее теорему сложения скоростей в классической механике, неверно и, следовательно, только что записанный закон не соответствует действительности. Однако временно мы будем считать его верным.

§ 7. Кажущаяся несовместимость закона распространения света с принципом относительности

Вряд ли имеется в физике более простой закон, чем тот, согласно которому распространяется свет в пустом пространстве. Всякий школьник знает, или по крайней мере думает, будто он знает, что свет распространяется прямолинейно со скоростью 300 000 км/сек. Мы знаем, во всяком случае с большой точностью, что эта скорость одинакова для всех цветов спектра, ибо если бы это было не так, то при закрытии звезды ее темным спутником мы наблюдали бы минимум излучения для разных цветов неодновременно. Подобные же рассуждения, основанные на наблюдении двойных звезд, позволили голландскому астроному де Ситтеру показать, что скорость распространения света не может зависеть от скорости движения тела, испускающего свет. Предположение о зависимости скорости света от направления «в пространстве» является само по себе крайне маловероятным.

Короче говоря, предположим, что школьник, доверяющий простому закону постоянной скорости света c (в пустоте), прав. Кто бы мог подумать, что этот простой закон приводит добросовестно мыслящего физика к огромным логическим затруднениям? Эти затруднения заключаются в следующем.

Мы должны относить процесс распространения света, как и всякий другой процесс, к некоторому твердому телу отсчета (системе координат). Снова выберем в качестве такового железнодорожное полотно. Представим, что воздух над этим последним удален. Пусть вдоль полотна дороги распространяется луч света, который, согласно сказанному выше, движется относительно полотна со скоростью c. Пусть по рельсам снова движется со скоростью v наш вагон, притом в том же направлении, в котором распространяется световой луч, но, конечно, гораздо медленнее. Возникает вопрос, какова скорость распространения света относительно вагона? Нетрудно видеть, что здесь можно применить соображения предыдущего параграфа. Теперь роль человека, движущегося относительно вагона, выполняет световой луч. Вместо скорости W человека относительно полотна дороги здесь выступает скорость света по отношению к последнему. Пусть w — искомая скорость света относительно вагона, для которой, следовательно, имеем

$$w = c - v.$$

Таким образом, скорость распространения светового луча относительно вагона оказывается меньше c.

Но этот результат противоречит изложенному в § 5 принципу относительности. В самом деле, согласно принципу относительности, закон распространения света в пустоте, как и всякий другой закон природы, должен бы быть одинаковым как для полотна железной дороги, принимаемого в качестве тела отсчета, так и для вагона. Но, согласно нашим рассуждениям, это кажется невозможным. Если всякий световой луч распространяется относительно полотна дороги со скоростью c, то, казалось бы, поэтому скорость распространения света относительно вагона должна быть иной — в противоречии с принципом относительности.

В связи с этой дилеммой кажется неизбежным отказаться либо от принципа относительности, либо от простого закона распространения света в пустоте. Читатель, внимательно следивший за изложенными выше рассуждениями, несомненно, считает, что принцип относительности, являющийся почти неоспоримым в силу своей естественности и простоты, должен быть сохранен, тогда как закон распространения света в пустоте следует заменить более сложным законом, совместимым с принципом относительности. Однако развитие теоретической физики показало, что этот путь неприемлем. Глубокие теоретические исследования электродинамических и оптических процессов в движущихся телах, выполненные Г. А. Лоренцом, показали, что опыты в этих областях приводят к необходимости такой теории электромагнитных явлений, неизбежным следствием которой является закон постоянства скорости света в пустоте. Поэтому ведущие теоретики были скорее склонны отказаться от принципа относительности, хотя и не удавалось найти ни одного экспериментального факта, противоречащего этому принципу.

Здесь и выступила на сцену теория относительности. В результате анализа физических понятий времени и пространства было показано, что *в действительности принцип относительности и закон распространения света совместимы* и что, систематически придерживаясь обоих этих законов, можно построить логически безупречную теорию. Основные положения этой теории, которую, в отличие от ее обобщения, мы называем «специальной теорией относительности», будут изложены ниже.

§8. О понятии времени в физике

В двух весьма удаленных друг от друга местах A и B нашего железнодорожного полотна в рельсы ударила молния. Кроме того, я утверждаю, что оба эти удара произошли *одновременно*. Если теперь я спрошу тебя, читатель, имеет ли какой-либо смысл это последнее утверждение, то ты уверенно ответишь мне: «Да». Однако, если я попрошу тебя более точно объяснить мне смысл этого моего утверждения, то после некоторого размышления ты заметишь, что ответ на этот вопрос не так прост, как это кажется на первый взгляд.

Через некоторое время тебе, быть может, придет в голову следующий ответ: «Смысл этого утверждения ясен сам по себе и не нуждается в дальнейших объяснениях; однако я должен несколько подумать, получив предложение определить путем наблюдений, происходят ли в данном конкретном случае оба явления одновременно». Но я не могу удовлетвориться этим ответом по следующим основаниям. Предположим, что некоторый искусный метеоролог установил путем остроумных исследований, что в местах A и B удар молнии должен происходить всегда одновременно; тогда возникает задача проверить, соответствует ли действительности этот теоретический результат. Аналогично обстоит дело со всеми физическими утверждениями, в которых играет роль понятие «одновременности». Это понятие существует для физика лишь в том случае, если имеется возможность найти в конкретном случае, соответствует ли действительности это понятие. Следовательно, необходимо такое определение одновременности, которое дало бы метод, позволяющий в каждом данном случае решить на основании экспериментов, вспыхивают ли обе молнии одновременно. Пока это требование не выполнено, я как физик (так же как и нефизик) впадаю в самообман, связывая какой-то смысл с утверждением одновременности. (Не читай дальше, любезный читатель, прежде чем ты не согласишься с этим вполне.)

После некоторых размышлений ты предлагаешь следующий способ констатировать одновременность. Отрезок AB измеряется вдоль рельсового пути и в середине M отрезка находится наблюдатель, снабженный устройством (например, двумя зеркалами, расположенными под углом 90° друг к другу), которое позволяет ему наблюдать одновременно оба места A и B. Если наблюдатель воспринимает обе молнии одновременно, то они произошли одновременно.

Я очень доволен этим предложением, однако считаю вопрос не вполне выясненным и вынужден выдвинуть следующее возражение: «Твое определение было бы безусловно правильным, если бы я уже знал, что свет от удара молнии, воспринимаемый наблюдателем в точке M, распространяется с одинаковой скоростью на отрезках AM и BM. Однако доказательство этой предпосылки было бы возможно лишь в том случае, если бы мы имели способ измерения времени. Таким образом, здесь получается замкнутый логический круг».

После некоторого дальнейшего размышления ты не без основания бросишь на меня несколько презрительный взгляд и скажешь: «Я все же считаю свое первоначальное определение справедливым, так как в нем не содержится никаких предположений о свете. К определению одновременности можно предъявлять лишь одно требование, а именно: чтобы в каждом реальном случае можно было опытным путем решить вопрос о справедливости введенного понятия. Мое определение бесспорно удовлетворяет этому требованию. Утверждение, что свет проходит расстояния AM и BM в одно и то же время, в действительности не является *предпосылкой* или *гипотезой* о физической природе света, а *утверждением,* которое можно сделать на основании свободного выбора, чтобы прийти к определению одновременности».

Ясно, что этим определением можно воспользоваться для того, чтобы придать точный смысл понятию одновременности не только двух, но и сколь угодно большого числа событий, независимо от того, как расположены места этих событий относительно тела отсчета (в нашем примере относительно железнодорожного полотна)[1]. Это приводит нас к определению «времени» в физике. Именно, представим себе, что в точках A, B, C рельсового пути (систем координат) помещены одинаковые часы, стрелки которых одновременно (в вышеупомянутом смысле) показывают одинаковое время. Тогда под «временем» некоторого события подразумевается показание (положение стрелок) тех из часов, которые находятся в непосредственной близости к месту события. Следовательно, каждое событие связывается с таким значением времени, которое принципиально наблюдаемо.

Это утверждение содержит еще одну физическую гипотезу, в справедливости которой вряд ли можно сомневаться, если только эмпирические данные не будут ей противоречить. Именно, предполагается, что ход всех этих часов «одинаков», если они имеют одинаковую конструкцию. Точнее говоря, если двое покоящихся часов, помещенных в различных местах тела отсчета, поставлены так, что *некоторое* показание стрелок одних из этих часов *одновременно* (в вышеупомянутом смысле) *с таким же* показанием других часов, то одинаковые показания стрелок обоих часов одновременны всегда (в смысле приведенного выше определения).

---

[1]Мы принимаем в дальнейшем, что если три события A, B, C происходят в различных местах таким образом, что A одновременно с B и B одновременно с C (одновременно в смысле данного выше определения), то критерий одновременности соблюден также и для пары событий $A - C$. Это допущение представляет собой физическую гипотезу о законе распространения света; она должна, безусловно, выполняться, если только закон постоянства скорости света в пустоте твердо установлен.

§ 9. Относительность одновременности

До сих пор мы относили наши рассуждения к определенному телу отсчета, роль которого выполняло «железнодорожное полотно». Пусть очень длинный поезд идет с постоянной скоростью v по рельсовому пути в направлении, указанном на рис. 1. Людям, находящимся в этом поезде, более удобно принять поезд за твердое тело отсчета (систему координат), все события они относят к поезду. Всякое событие, происходящее на протяжении железнодорожного пути, происходит также и в определенной точке поезда. Определение одновременности для поезда может быть дано точно таким же способом, что и для рельсового пути. Однако естественно возникает следующий вопрос.

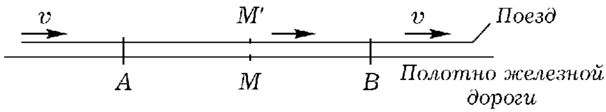

Рис. 1

Являются ли два события (например, удары молнии в A и B), происходящие одновременно ***относительно полотна дороги,*** также одновременными и ***относительно поезда***? Сейчас мы покажем, что ответ может быть только отрицательным.

Когда мы говорим об ударах молнии в A и B, одновременных относительно полотна дороги, то это означает, что световые лучи, исходящие из A и B, встречаются в средней точке M участка полотна AB. Но событиям A и B соответствуют также места A и B на поезде. Пусть M' — средняя точка отрезка AB движущегося поезда. Хотя эта точка в момент ударов молнии[1] и совпадает с точкой M, она движется со скоростью v поезда вправо (см. рис. 1). Если бы находящийся в поезде в точке M' наблюдатель не обладал этой скоростью, то он продолжал бы оставаться в точке M и тогда световые лучи от ударов молнии в A и B достигли бы его одновременно, т. е. оба эти луча встретились бы в том месте, где он находится. Однако в действительности он движется (если наблюдать с полотна дороги) навстречу световому лучу, идущему из точки B, и в то же время движется по световому лучу, идущему из точки A. Следовательно, наблюдатель увидит световой луч из B ранее,

[1] Если наблюдать с полотна дороги.

чем луч из A. Наблюдатели, пользующиеся поездом в качестве тела отсчета, должны, таким образом, прийти к выводу, что удар молнии в B произошел ранее, чем удар молнии в A. Следовательно, мы приходим к важному результату.

События, одновременные относительно полотна железной дороги, не являются одновременными по отношению к поезду, и наоборот (относительность одновременности). Всякое тело отсчета (система координат) имеет свое особое время; указание времени имеет смысл лишь тогда, когда указывается тело отсчета, к которому оно относится.

До появления теории относительности физика молчаливо принимала, что указания времени абсолютны, т. е. не зависят от состояния движения тела отсчета. Но мы только что видели, что это предположение несовместимо с наиболее естественным определением одновременности; если же отказаться от этого предположения, то исчезает и описанный в § 7 конфликт между законом распространения света в пустоте и принципом относительности.

Именно к этому конфликту приводит рассуждение в § 6, которое теперь уже неприемлемо. Там мы полагали, что человек в вагоне, проходящий относительно вагона *за одну секунду* отрезок w, проходит этот же отрезок по отношению к полотну дороги также *за одну секунду.* Но, согласно только что изложенным соображениям, время, необходимое для определенного процесса относительно вагона, не может быть равно длительности этого же процесса относительно полотна железной дороги как тела отсчета; следовательно, нельзя утверждать, что человек, который проходит некоторый отрезок w, проходит его относительно полотна дороги в промежуток времени, равный — при наблюдении с полотна дороги — одной секунде.

Рассуждение в § 6 основывается еще на другой предпосылке, которая после внимательного рассмотрения оказывается произвольной, хотя до появления теории относительности она всегда (молчаливо) предполагалась.

§ 10. Об относительном понятии пространственного расстояния

Рассмотрим два определенных места поезда[1], движущегося по железной дороге со скоростью v, и выясним, каково расстояние между этими местами. Мы уже знаем, что для измерения расстояния необ-

[1] Например, середины первого и сотого вагонов.

ходимо тело отсчета, относительно которого измеряется расстояние. Проще всего принять за тело отсчета (систему координат) сам поезд. Находящийся в поезде наблюдатель измеряет расстояние, откладывая свой масштаб по прямой линии, например, вдоль пола вагона, пока не достигнет от одной отмеченной точки до другой. Число, показывающее, сколько раз должен быть отложен масштаб, и есть искомое расстояние.

Иначе обстоит дело, если расстояние должно измеряться по полотну железной дороги. Тогда можно воспользоваться следующим методом. Пусть A' и B' — две точки поезда, расстояние между которыми требуется определить; пусть обе эти точки движутся вдоль железнодорожного полотна со скоростью v. Сначала мы найдем точки A и B полотна железной дороги, с которыми совпадают точки поезда A' и B' в определенный момент времени t при наблюдении с полотна дороги. Эти точки A и B полотна дороги можно найти с помощью определения времени, данного в § 8. Затем измеряется расстояние между этими точками A и B путем откладывания единичного масштаба вдоль полотна дороги.

Априори не исключено, что результат этого последнего измерения не совпадает с результатом первого. Следовательно, при измерении с полотна железной дороги длина поезда может оказаться иной, чем при измерении в самом поезде. Это обстоятельство является вторым возражением против, на первый взгляд очевидного, вывода § 6. Именно, если человек в вагоне проходит в единицу времени, *измеряемого в поезде*, отрезок w, то *при измерении с полотна дороги* этот отрезок не обязательно должен равняться w.

§ 11. Преобразование Лоренца

Выводы последних трех параграфов показывают, что кажущаяся несовместимость закона распространения света с принципом относительности, отмеченная в § 7, выведена на основе двух ничем не оправдываемых гипотез классической механики; эти гипотезы гласят:

1. Промежуток времени между двумя событиями не зависит от состояния движения тела отсчета.

2. Расстояние между двумя точками твердого тела не зависит от состояния движения тела отсчета.

Если отказаться от этих гипотез, то исчезает дилемма § 7, поскольку выведенная в § 6 теорема сложения скоростей будет уже неприменима. Появляется возможность согласовать закон распространения света в пустоте с принципом относительности. Мы приходим к вопросу: какие изменения надо внести в рассуждения § 6, чтобы устранить кажущееся противоречие между обоими этими фундаментальными эмпирическими фактами. Этот вопрос приводит к более общему вопросу. В § 6 мы встречаемся с понятиями места и времени относительно поезда и относительно полотна дороги. Как найти место и время какого-либо события относительно поезда, если известны место и время события относительно полотна железной дороги? Мыслим ли такой ответ на этот вопрос, чтобы закон распространения света в пустоте не противоречил принципу относительности? Иными словами, мыслимо ли такое соотношение между временем и местом отдельных событий относительно двух тел отсчета, чтобы любой световой луч обладал одной и той же скоростью c относительно полотна дороги и относительно поезда? Этот вопрос приводит к вполне определенному утвердительному ответу, к вполне определенному закону преобразования пространственно-временных величин некоторого события при переходе от одного тела отсчета к другому.

Прежде чем перейти к этому, сделаем несколько предварительных замечаний. До сих пор мы рассматривали лишь события, происходившие вдоль полотна железной дороги, которое формально играло роль прямой линии. Однако указанным в § 2 способом это тело отсчета можно представить себе продолженным, как было при помощи системы стержней, в стороны и вверх таким образом, что любое событие может быть локализовано по отношению к этой системе. Аналогично можно представить себе поезд, идущий со скоростью v и заполняющий все пространство так, что любое сколь угодно удаленное событие могло бы быть локализовано и относительно этого второго тела отсчета. Не делая принципиальной ошибки, можно отвлечься от того обстоятельства, что в действительности такая система не может существовать вследствие непроницаемости твердых тел.

В каждой подобной системе представим себе три взаимно перпендикулярные плоские стенки, которые назовем «координатными плоскостями» («система координат»). Тогда полотну железной дороги соответствует система координат K, а поезду — система координат K'. Всякое событие фиксируется в пространстве тремя перпендикулярами x, y, z, опускаемыми на координатные плоскости, и во времени — указанием некоторого момента времени t. *То же событие* — относительно координатной системы K' фиксируется в пространстве и времени соответствующими значениями x', y', z', t', очевидно, не совпадающими с x, y, z, t. Выше мы подробно изложили, как надо интерпретировать эти величины в терминах физических измерений.

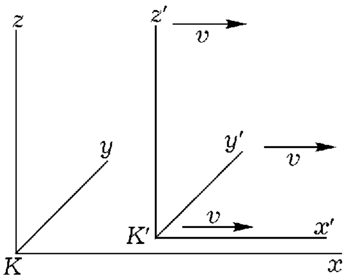

Рис. 2

Наша задача в точной формулировке сводится к следующему. Каковы значения x', y', z', t' некоторого события относительно системы K', если заданы значения x, y, z, t того же события относительно системы K? Соотношения должны быть выбраны так, чтобы для одного и того же светового луча (причем для любого) относительно K и K' выполнялся закон распространения света в пустоте. Эта задача для приведенного на рис. 2 пространственного расположения систем координат решается следующими уравнениями:

$$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}, \qquad y' = y, \qquad z' = z, \qquad t' = \frac{t - \frac{v}{c^2}x}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}.$$

Эта система уравнений носит название «преобразования Лоренца»[1].

Но если бы вместо закона распространения света мы молчаливо исходили из представлений старой механики об абсолютном характере времени и протяженности, то вместо этих уравнений преобразования мы получили бы уравнения

$$\begin{aligned} x' &= x - vt, \\ y' &= y, \\ z' &= z, \\ t' &= t. \end{aligned}$$

Последнюю систему уравнений часто называют «преобразованием Галилея». Преобразование Галилея выводится из преобразования Лоренца, если в последнем скорость света c положить равной бесконечно большому значению.

[1]Простой вывод преобразования Лоренца дан в Приложении I.

Справедливость закона распространения света в пустоте как для тела отсчета K, так и для тела отсчета K' при преобразовании Лоренца легко видеть из следующего примера. Пусть в положительном направлении оси x посылается некоторый световой сигнал, который распространяется согласно уравнению

$$x = ct,$$

т. е. со скоростью c. Согласно уравнениям преобразования Лоренца, это простое соотношение между x и t обусловливает соотношение между x' и t'. В самом деле, если в первое и четвертое уравнения преобразования Лоренца подставить ct вместо x, то получаем

$$x' = \frac{(c-v)t}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}},$$

$$t' = \frac{(1-v/c)t}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}},$$

откуда путем деления получаем

$$x' = ct'.$$

Это уравнение описывает распространение света, когда оно отнесено к системе K'. Таким образом, скорость света равна c также и относительно тела отсчета K. Аналогичный результат может быть получен и для световых лучей, распространяющихся в любом другом направлении. Это и неудивительно, так как уравнения преобразования Лоренца выведены именно в предположении этого результата.

§ 12. Свойства движущихся масштабов и часов

Я кладу метровую линейку вдоль оси x' системы K' так, чтобы ее начало находилось в точке $x' = 0$, а конец — в точке $x' = 1$. Какова длина этой линейки относительно системы K? Чтобы узнать это, достаточно спросить лишь, где находятся ее начало и конец относительно K в определенный момент t в системе K. Для начала и конца линейки из первого уравнения преобразования Лоренца при $t = 0$ находим

$$x(\text{начало линейки}) = 0 \cdot \sqrt{1-(v^2/c^2)},$$

$$x(\text{конец линейки}) = 1 \cdot \sqrt{1-(v^2/c^2)}.$$

Таким образом, расстояние между обеими этими точками равно $\sqrt{1-(v^2/c^2)}$. Но относительно K метровая линейка движется со скоростью v. Отсюда следует, что длина твердой метровой линейки, движущейся в направлении своей длины со скоростью v, составляет $\sqrt{1-(v^2/c^2)}$. Таким образом, движущаяся твердая линейка короче, чем та же линейка, находящаяся в покое, причем тем короче, чем быстрее она движется. При скорости $v = c$ получаем $\sqrt{1-(v^2/c^2)} = 0$; при еще бо́льших скоростях корень становится мнимым. Из этого мы заключаем, что в теории относительности c играет роль предельной скорости, которой нельзя достигнуть и которую тем более не может превзойти скорость какого-либо реального тела.

Эта роль c как предельной скорости вытекает уже из самих уравнений преобразования Лоренца, поскольку эти уравнения теряют смысл, когда v превышает c.

Наоборот, если бы мы рассматривали метровую линейку, расположенную вдоль оси x и покоящуюся относительно K, то нашли бы, что относительно K' ее длина равна $\sqrt{1-(v^2/c^2)}$; это заключено уже в самом смысле принципа относительности, положенного в основу наших рассуждений.

Априори ясно, что из уравнений преобразования можно получить некоторые данные о физических свойствах масштабов и часов. В самом деле величины x, y, z, t представляют собой не что иное, как результаты измерений с помощью масштабов и часов. Если бы мы положили в основу преобразования Галилея, то мы не имели бы сокращения масштабов вследствие движения.

Рассмотрим теперь секундомер, покоящийся длительное время в начале координат ($x' = 0$) системы K'. Тогда $t = 0$ и $t = 1$ соответствуют двум последовательным ударам этих часов. Для этих моментов времени первое и четвертое уравнения преобразования Лоренца дают:

$$t = 0 \quad \text{и} \quad t = \frac{1}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

Относительно системы K часы движутся со скоростью v; при наблюдении из этой системы отсчета между двумя ударами этих часов проходит не секунда, а $1/\sqrt{1-(v^2/c^2)}$ секунд, т. е. несколько большее время. Часы, вследствие своего движения, идут медленнее, чем в состоянии покоя. Здесь скорость c также играет роль недостижимой предельной скорости.

§ 13. Теорема сложения скоростей. Опыт Физо

Так как на практике мы можем сообщать масштабам и часам лишь скорости, незначительные по сравнению со скоростью света c, то выводы предыдущего параграфа вряд ли можно непосредственно сравнить с опытом. Но так как эти выводы покажутся читателю весьма странными, то можно привести еще одно следствие теории, которое легко выводится из вышеизложенного и блестяще подтверждается опытом.

В § 6 мы вывели теорему сложения скоростей, имеющих одинаковое направление, в таком виде, как она следует из гипотез классической механики. Это же можно легко получить и из преобразования Галилея (§ 11).

Вместо идущего по вагону человека мы рассматриваем точку, движущуюся относительно системы координат K' в соответствии с уравнением

$$x' = wt'.$$

Из первого и четвертого уравнений преобразования Галилея x' и t' можно выразить через x и t; тогда получим

$$x = (v + w)t.$$

Это уравнение выражает не что иное, как закон движения точки относительно системы K (движение человека относительно полотна железной дороги); обозначая скорость этого движения через W, как и в § 6, получаем

$$W = v + w. \tag{A}$$

Но подобное рассуждение можно с таким же успехом провести на основе теории относительности. В уравнении

$$x' = wt'$$

выразим x' и t' через x и t, применяя первое и четвертое уравнения *преобразования Лоренца.* Тогда вместо уравнения (А) получим уравнение

$$W = \frac{v + w}{1 + vw/c^2}, \tag{Б}$$

которое соответствует теореме сложения одинаково направленных скоростей в теории относительности. Теперь возникает вопрос, какая из этих двух теорем подтверждается на опыте. Ответ на этот вопрос дает исключительно важный эксперимент, поставленный более половины столетия назад гениальным физиком Физо и повторенный с того времени некоторыми лучшими физиками-экспериментаторами, так что его результат является бесспорным. Этот эксперимент решает следующий вопрос. В покоящейся жидкости распространяется свет с определенной скоростью w. С какой скоростью распространяется он в трубе R (см. рис. 3) по направлению, указанному стрелкой, если упомянутая жидкость течет по этой трубе со скоростью v?

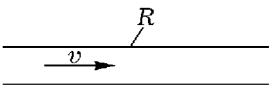

Рис. 3

Во всяком случае мы можем предположить в смысле принципа относительности, что *относительно жидкости* свет распространяется всегда с одной и той же скоростью w независимо от того, движется ли жидкость относительно других тел или она неподвижна. Следовательно, известны скорость света относительно жидкости и скорость последней относительно трубы; требуется найти скорость света относительно трубы.

Ясно, что мы снова имеем задачу § 6. Труба играет роль полотна железной дороги, т. е. системы координат K, а жидкость — роль вагона, т. е. системы координат K', и, наконец, свет — роль бегущего в вагоне человека или роль движущейся точки в настоящем параграфе. Таким образом, обозначая через W скорость света относительно трубы, можно ожидать, что она выразится либо уравнением (А), либо уравнением (Б), в зависимости от того, соответствует ли действительности преобразование Галилея или преобразование Лоренца.

Эксперимент[1] решает вопрос в пользу уравнения (Б), полученного из теории относительности, и притом с большой точностью. Влияние скорости течения жидкости v на распространение света, согласно последним превосходным измерениям Зеемана, выражается формулой (Б) с ошибкой, меньшей 1 %.

Правда, следует отметить, что задолго до появления теории относительности Г. А. Лоренц дал теорию этого явления и обосновал чисто электродинамическим путем при помощи определенных гипотез об

[1]Физо нашел, что $W = w + v\left(1 - 1/n^2\right)$, где $n = c/w$ — показатель преломления жидкости. С другой стороны, вследствие того, что величина vw/c^2 мала по сравнению с 1, из уравнения (Б) получаем: $W = (w+v)\left(1 - vw/c^2\right)$ или, с одинаковой степенью точности, $w + v\left(1 - 1/n^2\right)$, что совпадает с результатом эксперимента Физо.

электромагнитной структуре материи. Однако это обстоятельство нисколько не уменьшает доказательную силу эксперимента Физо, как experimentum crucis в пользу теории относительности, поскольку электродинамика Максвелла–Лоренца, на которой базировалась первоначальная теория, нисколько не противоречит теории относительности. Можно сказать, что теория относительности выросла из электродинамики как поразительно простое обобщение и объединение ряда независимых друг от друга гипотез, на которых была основана электродинамика.

§ 14. Эвристическое значение теории относительности

Изложенный здесь ход мыслей можно кратко резюмировать следующим образом. Опыт привел к убеждению, с одной стороны, в справедливости принципа относительности (в узком смысле), и с другой стороны, в том, что скорость распространения света в вакууме равна постоянному значению c. В результате объединения обоих постулатов получился закон преобразования прямоугольных координат x, y, z и времени t событий, составляющих явление природы; при этом получилось не преобразование Галилея, но (в противоречие с классической механикой) преобразование Лоренца.

Важную роль в этих рассуждениях играл закон распространения света, который подтверждается нашими фактическими знаниями. Однако, имея в своем распоряжении преобразование Лоренца, мы можем соединить этот закон с принципом относительности и выразить теорию следующим образом.

Всякий общий закон природы должен быть таким, чтобы он сохранял свой вид при замене пространственно-временных переменных x, y, z, t первоначальной системы координат K новыми пространственно-временными переменными x', y', z', t' другой системы координат K'; при этом математическая связь между штрихованными и нештрихованными величинами определяется преобразованием Лоренца. Сформулируем это кратко: общие законы природы ковариантны относительно преобразований Лоренца.

Таково определенное математическое условие, которое накладывает на законы природы теория относительности; вследствие этого теория относительности становится ценным эвристическим вспомогательным средством для отыскания общих законов природы. Если бы был найден некоторый общий закон природы, не удовлетворяющий указанному условию, то тем самым было бы опровергнуто по меньшей мере одно из двух основных положений теории. Посмотрим теперь, к каким общим результатам привела до настоящего времени эта теория.

§ 15. Общие результаты теории

Из изложенного выше видно, что (специальная) теория относительности выросла из электродинамики и оптики. Она мало изменила положения этих теорий, но значительно упростила теоретические построения, т. е. вывод законов, и — что несравненно важнее — заметно уменьшила число не зависящих друг от друга гипотез, лежащих в основе теории. Теория относительности придала теории Максвелла–Лоренца такую степень очевидности, что физики были бы полностью убеждены в ее справедливости даже в том случае, если бы эксперимент говорил бы в ее пользу не столь убедительно.

Классическая механика нуждается в некоторой модификации, чтобы быть в согласии с требованиями специальной теории относительности. Однако эта модификация касается по существу лишь законов быстрых движений, когда скорость движения материи v не очень мала по сравнению со скоростью света. Такие быстрые движения мы встречаем лишь для электронов и ионов; в других движениях отклонения от законов классической механики слишком малы, чтобы их можно было заметить практически. О движениях звезд мы будем говорить лишь в связи с общей теорией относительности. Согласно теории относительности, кинетическая энергия материальной точки с массой m дается уже не общеизвестным выражением

$$m\frac{v^2}{2},$$

а выражением

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

Это выражение становится бесконечным, когда скорость v приближается к скорости света c. Следовательно, скорость всегда должна оставаться меньшей c, как бы ни была велика энергия, затраченная на ускорение. Разлагая приведенное выше выражение для кинетической энергии в ряд, получаем

$$mc^2 + m\frac{v^2}{2} + \frac{3}{8}m\frac{v^4}{c^2} + \ldots .$$

Третий член этого разложения всегда мал по сравнению со вторым (который только и принимается во внимание в классической механике), если величина v^2/c^2 значительно меньше единицы. Первый член mc^2 не содержит скорости v и, следовательно, неинтересен в тех случаях, когда в задаче существенна лишь зависимость энергии материальной точки от скорости. О принципиальном значении этого слагаемого будет сказано ниже.

Важнейший результат общего характера, к которому привела специальная теория относительности, относится к понятию массы. Дорелятивистская физика знала два фундаментальных закона сохранения, а именно: закон сохранения энергии и закон сохранения массы; оба этих фундаментальных закона считались совершенно независимыми друг от друга. Теория относительности слила их в один. Расскажем кратко, как это произошло и как следует понимать это слияние.

Принцип относительности требует, чтобы закон сохранения энергии был справедлив не только относительно *одной* системы координат K, но и относительно всякой другой системы координат K', движущейся относительно K (короче говоря, относительно всякой «галилеевой» системы координат) равномерно и прямолинейно. Переход от одной такой системы к другой, в отличие от классической механики, определяется преобразованием Лоренца.

Из этих предпосылок вместе с основными уравнениями электродинамики Максвелла можно путем сравнительно простых рассуждений с необходимостью прийти к следующему выводу. Некоторое тело, движущееся со скоростью v и получающее энергию E_0 в форме излучения[1] и без изменения своей скорости, увеличивает при этом свою энергию на величину

$$\frac{E_0}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

Тогда искомая энергия тела с учетом приведенного выше выражения

[1]Здесь E_0 — полученная телом энергия при наблюдении из системы координат, движущейся вместе с телом.

для кинетической энергии будет

$$\frac{\left(m+E_0/c^2\right)c^2}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}}.$$

Следовательно, тело обладает такой же энергией, как и тело, движущееся со скоростью v и имеющее массу $m+\frac{E_0}{c^2}$. Таким образом, можно сказать: если тело получает энергию E_0, то его инертная масса возрастает на E_0/c^2; инертная масса тела не является постоянной, но изменяется с энергией тела. Инертная масса системы тел может рассматриваться как мера энергии этой системы. Закон сохранения массы системы совпадает с законом сохранения энергии и выполняется потому, что система не получает и не отдает энергию. Записав выражение для энергии в виде

$$\frac{mc^2+E_0}{\sqrt{1-(v^2/c^2)}},$$

увидим, что член mc^2, уже встречавшийся ранее, есть не что иное, как энергия, которую имело тело[1] до получения энергии E_0.

Непосредственное сравнение этого заключения с опытом пока что невозможно потому, что изменения энергии E_0, которые мы можем сообщить телу, недостаточно велики, чтобы их можно было заметить как изменения инертной массы системы. Величина E_0/c^2 слишком мала по сравнению с массой m, которую имело тело до изменения энергии. Этим обстоятельством объясняется тот факт, что закон сохранения массы с успехом мог иметь самостоятельное значение.

Сделаем еще одно принципиальное замечание. Успех объяснения Фарадеем и Максвеллом электромагнитного дальнодействия с помощью промежуточных процессов, имеющих конечную скорость распространения, привел физиков к убеждению, что непосредственные, мгновенные дальнодействия типа ньютоновского закона тяготения в действительности не существуют. Согласно теории относительности, вместо мгновенного действия на расстоянии, или дальнодействия с бесконечной скоростью распространения, должно существовать дальнодействие со скоростью света. Это обстоятельство связано с той принципиальной ролью, которую скорость c играет в этой теории. Во второй части настоящей работы будет показано, каким образом этот результат видоизменяется в общей теории относительности.

[1] С точки зрения системы координат, движущейся вместе с телом.

§ 16. Специальная теория относительности и опыт

Ответ на вопрос, в какой мере специальная теория относительности подтверждается опытом, невозможно дать по одной причине, о которой мы уже упоминали в связи с фундаментальным опытом Физо. Специальная теория относительности выкристаллизовалась из теории Максвелла–Лоренца электромагнитных явлений. Тем самым все опытные данные, подтверждающие эту теорию электромагнитных явлений, подтверждают и теорию относительности. Упомяну здесь в качестве особенно важного факта, что теория относительности чрезвычайно просто и в согласии с опытом объясняет влияние движения Земли, относительно неподвижных звезд, на свет, испускаемый этими звездами. Этими эффектами являются: годичное перемещение кажущегося положения неподвижных звезд вследствие движения Земли вокруг Солнца (аберрация) и влияние радиальной составляющей относительного движения неподвижных звезд по отношению к Земле на цвет посылаемого звездами света; последний эффект проявляется в небольшом смещении спектральных линий доходящего до нас света неподвижной звезды по сравнению с положением тех же спектральных линий, получаемых от земных источников света (принцип Допплера). Экспериментальные аргументы в пользу теории Максвелла–Лоренца, являющиеся вместе с тем и аргументами в пользу теории относительности, слишком многочисленны, чтобы излагать их здесь. В действительности они настолько суживают возможности теории, что нельзя отстаивать никакую другую теорию, кроме теории Максвелла–Лоренца, не входя в противоречие с опытом.

Однако имеется два класса экспериментальных данных, которые могут быть объяснены теорией Максвелла–Лоренца лишь с помощью вспомогательной гипотезы; причем эта гипотеза сама по себе, т. е. без привлечения теории относительности, выглядит странной.

Известно, что катодные лучи и так называемые β-лучи, испускаемые радиоактивными веществами, состоят из отрицательно заряженных частиц (электронов), обладающих весьма незначительной инертной массой и большими скоростями. Исследуя отклонение этих лучей в электрическом и магнитном полях, можно очень точно изучить закон движения этих частиц.

При теоретическом изучении этих электронов встречаются затруднения, заключающиеся в том, что одна электродинамика ничего не может сказать об их природе. В самом деле, поскольку электрические заряды *одного* знака отталкиваются, то образующие электрон отрицательные электрические заряды должны бы были разлетаться вследствие взаимодействия, если бы между ними не существовали еще силы другого рода, природа которых нам до сих пор неизвестна[1]. Если теперь предположить, что относительные расстояния электрических зарядов, образующих электрон, остаются неизменными при движениях электрона (жесткая связь в смысле классической механики), то мы придем к закону движения электрона, не согласующемуся с опытом. Г. А. Лоренц с чисто формальной точки зрения впервые выдвинул гипотезу, согласно которой части электрона при движении испытывают сокращение в направлении движения, пропорциональное величине $\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Эта гипотеза, ничем не оправдываемая с электродинамической точки зрения, приводит к закону движения, с большой точностью подтвержденному опытом в последние годы.

Теория относительности выводит этот же закон движения, не прибегая к какой-либо специальной гипотезе о строении и поведении электрона. Как мы видели в § 13, аналогично обстоит дело и с опытом Физо, результаты которого были объяснены теорией относительности без каких-либо гипотез о физической природе жидкости.

Второй класс фактов, на которые было указано выше, касается вопроса о том, можно ли в опытах, производимых на Земле, обнаружить движение последней в мировом пространстве. В § 5 уже было отмечено, что все такие усилия дали отрицательный результат. До установления теории относительности это отрицательное обстоятельство ставило науку в затруднительное положение: а именно, ситуация была следующей. Предубеждения о пространстве и времени, унаследованные от механики Галилея–Ньютона, не позволяли сомневаться в том, что переход от одного тела отсчета к другому определяется преобразованием Галилея. Если предположить, что уравнения Максвелла–Лоренца справедливы для некоторого тела отсчета K, то мы найдем, что они не выполняются для тела отсчета K', равномерно движущегося относительно K, если принять, что координаты в системе K связаны с координатами в системе K' преобразованием Галилея. Отсюда, по-видимому, следует, что из всех галилеевых систем координат физически выделена одна система (K), движущаяся определенным образом. Физическая интерпре-

[1] С точки зрения общей теории относительности можно предположить, что электрические заряды электрона удерживаются силами тяготения.

тация этого результата состоит в том, что система K рассматривается как покоящаяся относительно гипотетического светового эфира. Напротив, все движущиеся относительно K системы координат K' должны быть движущимися относительно эфира. Этому движению K' относительно эфира («эфирному ветру» в системе K') приписывали более сложные законы, которые должны были бы выполняться относительно K'. Приходилось предполагать, что такой эфирный ветер должен существовать и относительно Земли, и физики стремились обнаружить этот ветер.

Майкельсон нашел для этого путь, который, казалось, должен был привести к цели. Представим себе, что на твердом теле прикреплены два зеркала, отражающие поверхности которых направлены друг к другу. Луч света проходит от одного зеркала к другому и обратно за определенный промежуток времени T, если вся эта система покоится относительно светового эфира. Но вычисления дают другое время T', если тело вместе с зеркалами движется относительно эфира. Более того, вычисления показывают, что это время T' при данной скорости v относительно эфира будет иным в том случае, когда тело движется перпендикулярно к плоскостям зеркал, чем в случае, когда оно движется параллельно этим плоскостям. Несмотря на то, что вычисленная разность этих промежутков времени исключительно мала, Майкельсон и Морли выполнили интерференционный эксперимент, в котором эта разность должна была отчетливо обнаруживаться. К большому смущению физиков, эксперимент дал отрицательный результат. Лоренц и Фицджеральд вывели теорию из этого затруднительного положения, предположив, что движение тела относительно эфира вызывает сокращение тела в направлении движения, и следствием этого сокращения является исчезновение указанной разности промежутков времени. Такой выход из затруднения, как показывает сравнение с рассуждениями § 12, правилен и с точки зрения теории относительности. Но истолкование, предлагаемое теорией относительности, несравненно более удовлетворительно. Согласно этой теории не существует никакой привилегированной системы координат, которая давала бы повод для введения концепции эфира, а следовательно, и эфирного ветра, а также эксперимента, способного доказать его существование. Сокращение движущихся тел следует здесь без особых гипотез из обоих основных принципов теории, причем это сокращение определяется не движением самим по себе, которое для нас не имеет никакого смысла, а движением относительно избранного в данном случае тела отсчета. Следовательно, тело с зеркалами Майкельсона и Морли не сокращается в системе отсчета, движущейся вместе с Землей; но сокращение происходит относительно системы, покоящейся относительно Солнца.

§ 17. Четырехмерное пространство Минковского

Когда нематематик слышит о «четырехмерном», его охватывает мистическое чувство, подобное чувству, возбуждаемому театральными привидениями. Тем не менее нет более банального утверждения, что окружающий нас мир представляет собой четырехмерный пространственно-временной континуум.

Пространство представляет собой трехмерный континуум. Это значит, что положение (покоящейся) точки можно описать тремя числами (координатами) x, y, z и что около каждой точки имеются сколь угодно близкие «соседние» точки, положение которых может быть описано такими значениями координат (координатами) x_1, y_1, z_1, которые могут быть сколь угодно близки к координатам x, y, z исходной точки. Благодаря последнему свойству мы говорим о «континууме» (непрерывности), а ввиду того, что число координат равно трем — о его «трехмерности».

Аналогично, мир физических явлений, названный Минковским просто «миром», естественно, является четырехмерным в пространственно-временном смысле. В самом деле, он складывается из отдельных событий, каждое из которых описывается четырьмя числами, а именно: тремя пространственными координатами x, y, z и временной координатой — значением времени t. «Мир» в этом смысле является также непрерывным (континуумом); для каждого события имеются сколь угодно близкие «соседние» (происходящие или мыслимые) события, координаты которых x_1, y_1, z_1, t_1 сколь угодно мало отличаются от координат первоначально наблюдавшегося события x, y, z, t. Тот факт, что мы обычно не рассматриваем мир в этом смысле как четырехмерный континуум, объясняется тем, что время в дорелятивистской физике играет иную, более самостоятельную по сравнению с пространственными координатами роль. Поэтому и выработалась привычка рассматривать время как самостоятельный континуум. В самом деле, в классической физике время абсолютно, т.е. не зависит от *положения и состояния движения* системы отсчета. Это находит свое выражение в последнем уравнении преобразования Галилея ($t = t'$).

Благодаря теории относительности появляется возможность четырехмерной трактовки «мира», так как в этой теории время утрачивает свою самостоятельность, как показывает четвертое уравнение преобразования Лоренца:

$$t' = \frac{t - \left(v/c^2\right)x}{\sqrt{1 - \left(v^2/c^2\right)}}.$$

Действительно, согласно этому уравнению, разность $\Delta t'$ времен двух событий относительно K', вообще говоря, не обращается в нуль, и тогда, когда разность времен Δt этих событий относительно K исчезает. Чисто пространственному расстоянию двух событий относительно системы отсчета K соответствует расстояние во времени этих же событий относительно K'. Однако и не в этом заключается открытие Минковского, важное для формального развития теории относительности. Оно состоит скорее в осознании того, что четырехмерный пространственно-временной континуум теории относительности по своим основным формальным свойствам глубоко родствен трехмерному континууму евклидовой геометрии[1]. Для полного выявления этого родства необходимо вместо обычной временной координаты t ввести пропорциональную ей мнимую величину $\sqrt{-1}ct$. Но тогда законы природы, удовлетворяющие требованиям (специальной) теории относительности, принимают такую математическую форму, в которой временная координата играет точно такую же роль, как и три пространственные координаты. Формально эти четыре координаты совершенно точно соответствуют трем пространственным координатам евклидовой геометрии. Даже нематематику должно быть ясно, что благодаря этому чисто формальному положению теория относительности чрезвычайно выиграла в наглядности и стройности.

Эти краткие указания дают читателю лишь смутное представление о важных мыслях Минковского, без которых общая теория относительности, основные положения которой излагаются ниже, быть может, оставалась бы в зачаточном состоянии. Но более глубокое усвоение этого материала, несомненно, трудного для читателя без математической подготовки, не является необходимым для понимания как специальной, так и общей теории относительности; поэтому мы оставим здесь изложение этого вопроса и снова вернемся к нему лишь на последних страницах этой работы.

[1] Ср. несколько более подробное изложение этого вопроса в Приложении II.

II. Об общей теории относительности

§ 18. Специальный и общий принцип относительности

Основным тезисом, вокруг которого развивалось все предшествующее изложение, был *специальный* принцип относительности, т. е. принцип физической относительности всякого *равномерного* движения. Тщательно проанализируем еще раз его содержание.

Всегда признавалось, что всякое движение по определению должно мыслиться как *относительное* движение. В неоднократно использовавшемся нами примере с полотном железной дороги и вагоном можно, например, с одинаковым правом говорить о движении в двух формах:

а) вагон движется относительно полотна железной дороги;

б) полотно железной дороги движется относительно вагона.

В случае «а» телом отсчета служит полотно дороги, а в случае «б» — вагон. При простом констатировании или описании движения принципиально безразлично, к какому телу отсчета относится движение. Это утверждение, как мы уже говорили, очевидно само собой и его не следует смешивать с более глубоким утверждением, которое мы назвали «принципом относительности» и положили в основу наших исследований.

Примененный нами принцип утверждает не только то, что для описания любого события в качестве тела отсчета можно выбрать как вагон, так и полотно дороги (это также очевидно). Он утверждает значительно большее: если общие законы природы формулировать в том виде, как они получаются из опыта, пользуясь в качестве тела отсчета: а) полотном железной дороги, б) вагоном, то эти общие законы природы (например, законы механики или закон распространения света в пустоте) будут совершенно одинаковыми в обоих случаях. Это можно выразить также следующим образом: для *физического* описания процессов природы ни одно из тел отсчета K, K' не выделено среди других. Это последнее положение не обязано быть справедливым априори; оно не содержится в понятиях «движение» и «тело отсчета» и не выводится из них; вопрос о его справедливости может быть решен только *опытом.*

Однако до сих пор мы не утверждали равноценности *всех* тел отсчета K в отношении формулирования законов природы. Наш путь был следующим. Мы исходили прежде всего из предположения о существовании тела отсчета K, движущегося таким образом, что по отношению к K применим основной закон Галилея: материальная точка, предоставленная самой себе и достаточно удаленная от других материальных точек, движется равномерно и прямолинейно. По отношению к K (*галилеево* тело отсчета) законы природы должны выражаться возможно проще. Но кроме K, все тела отсчета K', которые движутся относительно K *прямолинейно, равномерно и без вращения*, совершенно эквивалентны K при формулировании законов природы; все эти тела отсчета можно рассматривать как *галилеевы*. Справедливость принципа относительности предполагалась только для этих, но не для других (иначе движущихся) тел отсчета. В этом смысле мы говорим о *специальном* принципе относительности или о специальной теории относительности.

В противоположность этому под «общим принципом относительности» мы подразумеваем утверждение, что все тела отсчета K, K' и т. д. эквивалентны в отношении описания природы (формулирования общих законов природы), каким бы ни было их состояние движения. Заметим здесь же, что эта формулировка должна быть позднее заменена другой, более абстрактной, по причинам, которые выяснятся позже.

После того как введенный специальный принцип относительности нашел оправдание на опыте, всякому, кто стремится к обобщению, может показаться заманчивым сделать шаг и к общему принципу относительности. Но одно простое и, на первый взгляд, совершенно бесспорное соображение как будто обрекает подобную попытку на неудачу. Пусть читатель представит себе, что он находится в столь часто упоминавшемся нами равномерно движущемся вагоне железной дороги. Пока вагон движется равномерно, пассажир совершенно не замечает движения. Отсюда следует, что пассажир может без особого труда интерпретировать это событие таким образом, будто вагон покоится, а движется полотно дороги. Впрочем, с точки зрения специального принципа относительности эта интерпретация полностью оправдывается и с физической точки зрения.

Однако, если движение вагона становится неравномерным, например, при сильном торможении вагона, то пассажир испытывает сильный толчок вперед. Ускорение вагона проявляется в механическом движении тел по отношению к нему; механическая картина здесь иная, чем в предшествующем случае, и поэтому представляется невозможным, чтобы одинаковые механические законы были справедливы как относительно неравномерно движущегося вагона, так и по отношению к покоящемуся или равномерно движущемуся вагону. Во всяком случае ясно, что в отношении неравномерно движущегося вагона основной закон Галилея не выполняется. Поэтому сначала мы чувствуем себя вынужденными, вопреки общему принципу относительности, приписать неравномерному движению некоторого рода абсолютную физическую реальность. Однако мы скоро увидим, что этот вывод неоснователен.

§ 19. Поле тяготения

На вопрос: «Почему камень, который мы поднимаем и затем выпускаем из рук, падает на землю?» — обычно отвечают: «Потому что его притягивает Земля». Современная физика формулирует ответ несколько иначе по следующей причине. Более точное исследование электромагнитных явлений показало, что непосредственное действие на расстоянии не имеет места. Например, в случае притяжения магнитом куска железа нельзя удовлетворяться представлением, что магнит действует на железо непосредственно через пустое пространство между ними; согласно Фарадею, магнит вызывает появление в окружающем пространстве некоторой физической реальности, называемой «магнитным полем». В свою очередь это магнитное поле воздействует на кусок железа так, что он стремится двигаться к магниту. Мы не будем обсуждать здесь законность этого, несколько произвольного, вспомогательного представления. Заметим лишь, что с его помощью можно дать значительно более удовлетворительное теоретическое описание электромагнитных явлений и в особенности распространения электромагнитных волн, чем без этого представления. Аналогичным образом истолковывается и действие тяготения.

Воздействие Земли на камень происходит не непосредственно. Земля создает в окружающем пространстве поле тяготения. Последнее действует на камень и вызывает его падение. Как показывает опыт, действующая на камень сила уменьшается с расстоянием от Земли по вполне определенному закону. Согласно нашему толкованию, это означает: закон, управляющий пространственными свойствами поля тяготения, должен быть вполне определенным, чтобы правильно описывать убывание силы тяготения с увеличением расстояния между взаимодействующими телами. Представим себе, что тело (например, Земля) в непосредственной близости от себя создает поле; величина и направление поля на большем расстоянии определяются отсюда законом, регулирующим пространственные свойства полей тяготения.

В противоположность электрическому и магнитному полю, поле тяготения обладает одним в высшей степени замечательным свойством, имеющим фундаментальное значение для дальнейшего. Тела, которые движутся исключительно под действием поля тяжести, испытывают ускорение, *не зависящее ни от материала, ни от физического состояния тела.* Например, кусок свинца и кусок дерева падают в поле тяжести (в безвоздушном пространстве) в точности одинаково, если они имеют одинаковую, в частности равную нулю, начальную скорость. Этот исключительно точно выполняющийся закон можно также формулировать иначе на основе следующих соображений.

Согласно закону движения Ньютона,

$$(\text{Сила}) = (\text{Инертная масса}) \times (\text{Ускорение}),$$

где «инертная масса» представляет собой характерную постоянную ускоряемого тела. С другой стороны, если силой, вызывающей ускорение, является тяжесть, то

$$(\text{Сила}) = (\text{Тяжелая масса}) \times (\text{Напряженность поля тяжести}),$$

где «тяжелая масса» также представляет собой постоянную, характеризующую тело. Из этих соотношений следует:

$$(\text{Ускорение}) = \frac{(\text{Тяжелая масса})}{(\text{Инертная масса})} \times (\text{Напряженность поля тяжести}).$$

Если, как показывает опыт, в заданном поле тяжести ускорение не зависит от природы и состояния тела, то и отношение тяжелой массы к инертной, равным образом, должно быть одинаковым для всех тел. Следовательно, это отношение при надлежащем выборе единиц можно положить равным единице. Тогда можно выдвинуть следующее положение: *тяжелая и инертная* массы тела равны.

До настоящего времени механика констатировала, но не *истолковывала* это важное положение. Удовлетворительное истолкование можно дать в следующей форме: в зависимости от обстоятельств *одно и то же* качество тела проявляется либо как «инерция», либо как «тяжесть». В какой мере это оправдывается в действительности и как связан этот вопрос с общим постулатом относительности, будет показано в последующих параграфах.

§ 20. Равенство инертной и тяжелой массы как аргумент в пользу общего постулата относительности

Представим себе обширную область пустого мирового пространства, настолько удаленную от звезд и значительных масс, что со значительной степенью точности осуществляется случай, предусмотренный основным законом Галилея. Тогда для этой части мира можно выбрать *галилеевское* тело отсчета, относительно которого покоящиеся точки остаются в покое, а движущиеся — в состоянии прямолинейного и равномерного движения. В качестве тела отсчета представим себе обширный ящик в виде комнаты; в нем находится наблюдатель, снабженный необходимыми приборами. Для него, естественно, тяжесть не существует. Он должен прикрепить себя к полу веревками, чтобы от малейшего удара о пол не всплывать медленно к потолку комнаты.

Пусть в центре крышки ящика с наружной стороны прикреплен трос, за который какое-то существо начинает тянуть ящик с постоянной силой. Тогда ящик с наблюдателем будет двигаться равномерно ускоренно «вверх». Его скорость с течением времени будет возрастать до фантастической величины, если наблюдать с другого тела отсчета, которое уже никто не тянет.

Как же судит об этом явлении человек, находящийся в ящике? Ускорение ящика передается ему давлением со стороны пола. Следовательно, он будет воспринимать это давление своими ногами, если только не захочет прийти в соприкосновение с полом всем своим телом. При этом он стоит в ящике совершенно так же, как и в комнате своего дома на Земле. Если он выпускает из рук некоторое тело, то этому телу уже не будет передаваться ускорение ящика; поэтому оно будет приближаться к полу ящика с ускорением относительно последнего. Далее наблюдатель убедится, что *ускорение тела относительно пола ящика всегда одинаково, с каким бы телом ни производился опыт.*

Итак, человек в ящике, основываясь на своих сведениях о поле тяжести в том виде, как мы изложили их в последнем параграфе, придет к выводу, что он вместе с ящиком находится в постоянном во времени поле тяжести. Правда, какое-то время он будет удивлен тем, что сам ящик не падает в этом поле тяжести. Но затем он обнаружит в центре крышки крюк с прикрепленным к последнему натянутым тросом и придет к выводу, что ящик подвешен и покоится в поле тяжести.

Можем ли мы посмеяться над этим человеком и сказать, что его предположение ошибочно? Думаю, что мы не вправе поступить так, если хотим оставаться последовательными; мы должны также признать, что его предположение не содержит ни логических противоречий, ни противоречий с известными законами механики. Мы можем рассматривать ящик покоящимся, если даже он движется ускоренно относительно упомянутого выше «*галилеевского* пространства». Следовательно, мы имеем достаточное основание распространить принцип относительности на тела отсчета, движущиеся ускоренно одно относительно другого; таким путем мы получаем сильный аргумент в пользу обобщенного постулата относительности.

Следует учесть, что возможность такого понимания основывается на фундаментальном свойстве поля тяжести сообщать всем телам одно и то же ускорение или, иными словами, на равенство инертной и тяжелой масс. Если бы этот закон природы не существовал, человек в движущемся с ускорением ящике не мог бы объяснить поведение окружающих его тел с помощью предположения о существовании поля тяжести и никакой опыт не давал бы ему основания считать, что его тело отсчета «находится в состоянии покоя».

Пусть человек в ящике прикрепил внутри ящика к его крышке веревку и к свободному концу ее привязал какое-либо тело. Под действием последнего веревка будет натянута в «вертикальном» направлении. Мы ставим вопрос о причине натяжения веревки. Человек в ящике скажет: «Подвешенное тело испытывает действие силы тяжести, направленной вниз и уравновешиваемой натяжением веревки; то, чем определяется натяжение веревки, это *тяжелая масса* подвешенного тела». Но, с другой стороны, наблюдатель, который свободно парит в пространстве, так объяснит натяжение веревки: «Веревка ускоренно движется вместе с ящиком и передает это ускорение прикрепленному к нему телу. Величина натяжения веревки такова, что она сообщает данное ускорение телу. Величина натяжения веревки определяется *инертной массой* тела». Из этого примера видно, что из нашего обобщения принципа относительности с необходимостью следует положение о равенстве инертной и весомой масс. Тем самым мы получаем физическую интерпретацию этого положения.

Рассмотрение явлений в ускоренно движущемся ящике показывает, что общая теория относительности должна привести к важным выводам о законах тяготения. Фактически последовательное проведение идеи общего принципа относительности привело к законам, которым удовлетворяет поле тяготения. Однако я здесь же должен предостеречь читателя от одного недоразумения, которое легко может возникнуть при этих рассуждениях. Для человека в ящике существует поле тяготения, в то время как для первоначально выбранной системы координат таковое не существует. В связи с этим можно подумать, что существование поля тяготения всегда является лишь кажущимся. Можно также подумать, что в любом поле тяготения всегда можно выбрать такое другое тело отсчета, относительно которого никакого поля тяготения не существует. Однако это возможно отнюдь не для всех полей тяготения, но лишь для полей весьма специальной структуры. Так, например, невозможно выбрать такое тело отсчета, чтобы при наблюдении с него поле тяготения Земли (на всем его протяжении) исчезало.

Теперь мы видим, почему неубедителен аргумент против общего принципа относительности, приведенный в конце § 18. Конечно, совершенно правильно, что наблюдатель, находящийся в заторможенном железнодорожном вагоне, вследствие торможения испытывает толчок вперед и тем самым замечает неравномерность движения (ускорение) вагона. Но ничто не заставляет его объяснять этот толчок «истинным» ускорением вагона. Свое ощущение он может интерпретировать иначе: «Мое тело отсчета (вагон) продолжительное время остается в состоянии покоя. Но в вагоне (в течение времени торможения) действует поле тяжести, направленное вперед по движению и меняющееся во времени. Под влиянием этого поля железнодорожное полотно вместе с Землей движется неравномерно, так что его первоначальная, направленная назад скорость постоянно уменьшается. Именно это поле тяжести и дает толчок, который испытывает наблюдатель».

§ 21. Насколько неполны основы классической механики и специальной теории относительности?

Уже неоднократно упоминалось, что классическая механика исходит из следующего положения: материальные точки, достаточно удаленные от других материальных точек, движутся прямолинейно и равномерно или же находятся в состоянии покоя. Мы также неоднократно указывали, что этот основной закон выполняется лишь для тел отсчета K, находящихся в определенном состоянии движения, а именно движущихся равномерно и прямолинейно относительно друг друга. По отношению к другим телам отсчета это положение несправедливо. Как в классической механике, так и в специальной теории относительности различают тела отсчета K, относительно которых законы природы выполняются, и тела отсчета K, относительно которых законы природы не выполняются.

Но такое положение вещей не может удовлетворить последовательно мыслящего человека. Он задает вопрос: «Каким образом возможно такое положение, что определенные тела отсчета (или их состояния движения) отличаются от других тел отсчета (или их состояний движения)? *Какое основание для такого предпочтения*?». Чтобы ясно показать, что я подразумеваю под этим вопросом, воспользуюсь таким сравнением.

Я стою перед газовой плитой. На ней поставлены рядом два совершенно одинаковых чайника. Оба они до половины наполнены водой. Я замечаю, что из одного непрерывно поднимается пар, а из другого нет. Я удивлен этим больше, чем зрелищем газовой плиты и чайников, хотя бы ранее мне никогда не приходилось их видеть. Но если я замечаю, что под первым чайником светится нечто голубое, а под другим нет, то мое удивление исчезает, если даже я никогда не видел газового пламени. Я могу лишь сказать, что это нечто голубоватое вызывает (или, по крайней мере, может быть, вызывает) возникновение пара. Однако, если я не замечаю этого нечто голубоватого ни под одним из чайников и в то же время вижу, что в одном из них вода непрерывно кипит, а в другом нет, то я останусь удивленным и неудовлетворенным до тех пор, пока не открою какого-либо обстоятельства, на которое я могу возложить ответственность за различное поведение обоих чайников.

Аналогично, тщетно было бы искать в классической механике (а также в специальной теории относительности) то реальное нечто, к которому можно было бы свести различное поведение тел относительно систем отсчета K и K'.[1] Это возражение предвидел уже Ньютон, который тщетно стремился ослабить его. Однако яснее всего его понял Э. Мах, который выдвинул требование, чтобы механика была построена на новом основании. Этого возражения может избежать только физика, основанная на общем принципе относительности. Уравнения такой

[1] Это возражение приобретает особое значение в том случае, когда состояние движения тела отсчета таково, что для своего сохранения оно не нуждается во внешнем воздействии, например, в случае равномерного вращения тела отсчета.

теории справедливы для любого тела отсчета, в каком бы состоянии движения оно ни находилось.

§ 22. Некоторые выводы из общего принципа относительности

Рассуждения в § 20 показывают, что общий принцип относительности дает нам возможность вывести чисто теоретическим путем свойства гравитационного поля. Именно, пусть нам известно пространственно-временное развитие какого-либо естественного процесса, происходящего в галилеевом пространстве относительно галилеева тела отсчета K. Тогда посредством чисто теоретических операций, т. е. лишь с помощью вычислений, можно найти, как будет протекать этот процесс относительно тела отсчета K', движущегося с ускорением относительно K. Но так как относительно этого нового тела отсчета K' существует гравитационное поле, то таким путем мы найдем, как влияет гравитационное поле на изучаемый процесс.

Мы узнаем, например, что тело, движущееся относительно K прямолинейно и равномерно (в соответствии с законом Галилея), относительно ускоренно движущегося тела отсчета K' (ящика) совершает ускоренное, вообще говоря, криволинейное движение. Это ускорение и кривизна соответствуют влиянию на движущееся тело гравитационного поля, существующего относительно K'. Такое влияние гравитационного поля на движение тел известно, так что эти рассуждения не вносят ничего принципиально нового.

Однако получается новый фундаментальный результат, если провести соответствующее рассуждение применительно к световому лучу. Свет распространяется относительно галилеевского тела отсчета K по прямой линии со скоростью c. Относительно же движущегося с ускорением ящика (тело отсчета K') путь того же светового луча, как легко показать, уже не будет представлять собой прямую линию. Отсюда следует заключить, что *в гравитационных полях световые лучи распространяются,* вообще говоря, *по криволинейному пути.* Этот вывод важен в двух отношениях.

Во-первых, этот вывод можно проверить экспериментально. Хотя при ближайшем рассмотрении оказывается, что искривление световых лучей, согласно общей теории относительности, крайне незначительно для гравитационных полей, доступных нашему опыту, тем не менее для световых лучей, проходящих вблизи Солнца, искривление должно составлять 1,7 угловой секунды. Это должно было бы проявляться в том, что неподвижные звезды, видимые вблизи Солнца при полных солнечных затмениях, казались бы смещенными на указанную величину по сравнению с тем положением, которое они занимают в том случае, когда Солнце находится в другом месте неба. Проверка правильности этого вывода представляет собой задачу чрезвычайной важности и мы надеемся на скорое решение ее астрономами[1].

Во-вторых, этот вывод показывает, что закон постоянства скорости света в пустоте, представляющий собой одну из двух основных предпосылок специальной теории относительности, не может, согласно общей теории относительности, претендовать на неограниченную применимость. Изменение направления световых лучей может появиться лишь в том случае, если скорость распространения света меняется в зависимости от места. Можно было бы думать, что вследствие этого вывода становится несостоятельной специальная теория относительности, а вместе с ней и теория относительности вообще. На самом же деле это не так. Можно лишь заключить, что специальная теория относительности не может претендовать на неограниченную применимость; ее результаты применимы лишь до тех пор, пока можно не учитывать влияние гравитационного поля на физические явления (например, световые).

Поскольку противники теории относительности часто утверждали, что общая теория относительности опровергает специальную теорию относительности, для разъяснения действительного положения вещей обратимся к сравнению. До установления электродинамики законы электростатики считались просто законами электрических явлений. Теперь мы знаем, что электростатика может дать правильное описание электрического поля лишь в том никогда строго не реализующемся случае, когда электрические массы покоятся относительно друг друга и относительно системы координат. Опровергается ли тогда электростатика электродинамическими уравнениями Максвелла? Никоим образом! Электростатика содержится в электродинамике в качестве предельного случая; законы электродинамики приводят непосредственно к электростатике в случае полей, не зависящих от времени. Лучший удел физической теории состоит в том, чтобы указывать путь созда-

[1] Существование требуемого теорией отклонения света было экспериментально установлено во время солнечного затмения 29 мая 1919 г. двумя английскими экспедициями Королевского и Королевского астрономического обществ под руководством астрономов Эддингтона и Кроммелина. (См. Приложение III.)

ния новой более общей теории, в рамках которой она сама остается предельным случаем.

В только что приведенном примере распространения света мы видели, что общий принцип относительности дает нам возможность теоретически определить влияние поля тяготения на течение процессов, законы которых в отсутствие поля тяготения уже известны. Однако наиболее увлекательной задачей, ключ к решению которой дает общий принцип относительности, является отыскание закона, которому подчиняется само гравитационное поле. Здесь дело заключается в следующем.

Мы знаем пространственно-временные области, которые при соответствующем выборе тела отсчета обладают (приблизительно) «галилеевскими» свойствами, т. е. области, в которых гравитационные поля отсутствуют. Если такую область мы отнесем теперь к любому движущемуся телу отсчета K', то относительно K' будем иметь переменное во времени и пространстве гравитационное поле[1]. Свойства этого поля зависят, очевидно, от того, каким мы выберем движение тела отсчета K'. Общий закон гравитационного поля должен, согласно общей теории относительности, выполняться для всех получаемых таким образом гравитационных полей. Хотя отнюдь не все гравитационные поля могут быть созданы таким путем, все же можно надеяться вывести из этих специального типа гравитационных полей общий закон гравитации. Эта надежда блестяще оправдалась! Но между ясным пониманием этой цели и ее действительным осуществлением остается преодолеть еще одну серьезную трудность, о которой я не могу умолчать перед читателем, так как она связана с существом вопроса. Нам необходимо еще раз углубить понятие пространственно-временного континуума.

§ 23. Поведение часов и масштабов на вращающихся телах отсчета

До сих пор я умышленно не говорил о физической интерпретации пространственных и временны́х отсчетов в случае общей теории относительности. Тем самым я допустил некоторую небрежность, которая, как мы знаем из специальной теории относительности, никоим образом не является несущественной и простительной. Теперь весьма своевре-

[1]Это следует из обобщения рассуждений в § 20.

менно восполнить этот пробел; однако замечу, что это потребует от читателя терпения и способности к абстрактному мышлению.

Мы опять исходим из много раз использованных, но весьма частных примеров. Рассмотрим пространственно-временну́ю область, в которой относительно тела отсчета K, движущегося соответствующим образом, не существует никакого гравитационного поля; тогда K в отношении данной области является галилеевым телом отсчета, и к нему применимы выводы специальной теории относительности. Отнесем ту же область ко второму телу отсчета K', равномерно вращающемуся относительно K. Для того чтобы картину сделать наглядной, представим себе K' в виде плоского диска, равномерно вращающегося вокруг оси, перпендикулярной его плоскости и проходящей через его центр. Наблюдатель, который сидит не в самом центре диска K', подвергается действию силы, направленной радиально от центра; наблюдатель, находящийся в покое относительно первого тела отсчета K, будет считать эту силу действием инерции (центробежной силой). Пусть, однако, наблюдатель, находящийся на диске, рассматривает этот диск как «покоящееся» тело отсчета; он вправе это сделать на основании общего принципа относительности. Силу, которая действует на него и вообще на тела, покоящиеся относительно диска K', он считает действием гравитационного поля. Правда, пространственное распределение этого поля тяжести не может быть согласовано с законом тяготения Ньютона[1]. Но наблюдатель убежден в справедливости общего принципа относительности и это его не смущает; он справедливо надеется, что можно установить такой общий закон тяготения, который правильно объяснит не только движение созвездий, но и наблюдаемое им силовое поле.

Наблюдатель, находясь на диске, производит эксперименты с часами и измерительными стержнями, стремясь на основании своих наблюдений дать точное определение временны́м и пространственным отсчетам относительно диска K'. Какие при этом эксперименты он будет производить?

Прежде всего наблюдатель поместит двое одинаковых часов: одни — в центре диска, другие — на его периферии, так что и те и другие покоятся относительно диска. Сначала мы спросим, одинаково ли будут идти эти двое часов с точки зрения невращающегося галилеева тела отсчета K. Относительно этого тела часы, находящиеся в цент-

[1]Поле обращается в нуль в центре диска и растет к периферии пропорционально расстоянию от центра.

ре, покоятся, тогда как часы, расположенные на периферии, движутся вследствие вращения относительно K. Поэтому, согласно одному из выводов § 12, часы на периферии, с точки зрения тела отсчета K, будут идти медленнее, чем часы в центре диска. То же самое, очевидно, должен был бы констатировать и человек на диске, если мы представим его сидящим почти в центре диска, вблизи соответствующих часов. Следовательно, на таком диске и вообще во всяком гравитационном поле часы будут идти быстрее или медленнее, в зависимости от места, где они расположены (покоятся). Таким образом, разумное определение времени с помощью часов, неподвижных относительно тела отсчета, невозможно. Подобная же трудность возникает и при попытке применить здесь ранее данное нами определение одновременности, но я не буду подробно останавливаться на этом.

Но в данном случае и определение пространственных координат с самого начала встречает непреодолимые трудности. Именно, если наблюдатель, движущийся вместе с диском, приложит свой единичный масштаб (линейку, длина которой очень мала, по сравнению с радиусом диска) по касательной к внешнему краю диска, то этот масштаб, с точки зрения галилеевой системы, будет короче единицы длины, так как, согласно § 12, движущиеся тела испытывают сокращение в направлении движения. Если же масштаб приложить в направлении радиуса диска, то он, с точки зрения K, не сокращается. Следовательно, если наблюдатель измерит своим масштабом сначала длину окружности диска, а затем его диаметр, и разделит первый результат измерения на второй, то получит для отношения не общеизвестное число $\pi = 3,14\ldots$, а большее число[1]; в тоже время, если сам диск покоится относительно K, то мы должны при этой операции получить в точности число π. Тем самым доказано, что положения геометрии Евклида не могут точно выполняться на вращающемся диске и, таким образом, вообще в гравитационном поле по крайней мере в случае, когда масштабу во всех точках и при всех ориентациях приписывается длина, равная единице. При этом понятие прямой также теряет свой смысл. Поэтому мы не можем точно определить координаты x, y, z относительно диска с помощью метода, использованного в специальной теории относительности. Но если не определены ни координаты, ни времена событий, то не

[1] Во всех этих рассуждениях в качестве тела отсчета следует применять галилееву (невращающуюся) систему K, так как выводы специальной теории относительности справедливы лишь относительно K (относительно же K' существует гравитационное поле).

имеют точного смысла и законы природы, в которые входят эти координаты.

Все это ставит под сомнение правильность изложенных выше рассуждений об общей относительности. На самом деле для точного применения общего принципа относительности требуется точный обходной путь. Последующим изложением читатель должен быть подготовлен к нему.

§ 24. Евклидов и неевклидов континуум

Пусть передо мной поверхность мраморного стола. Я могу перейти от какой-либо точки поверхности к любой другой точке, переходя большое число раз к «соседним» точкам, или, другими словами, переходя от точки к точке без «скачков». Читатель, по-видимому, достаточно ясно понимает (если только он не очень придирчив), что означает здесь понятие «соседний» и «скачки». Эту же мысль мы выражаем, утверждая, что поверхность представляет собою континуум.

Теперь представим себе большое количество небольших по сравнению с размерами стола линеек одинаковой длины; это значит, что концы любой пары линеек совпадают при наложении. Расположим на поверхности стола четыре линейки таким образом, чтобы они образовали четырехугольник, диагонали которого равны между собой (квадрат). Чтобы обеспечить равенство диагоналей, мы пользуемся контрольной линейкой. К этому квадрату мы подстраиваем такие же квадраты, имеющие одну общую сторону с первым; таким же образом рядом с этими последними квадратами строим новые и т. д. В конце концов вся поверхность стола будет покрыта квадратами, причем каждая сторона является общей для двух квадратов и каждая вершина — для четырех квадратов.

То, что это можно сделать без больших трудностей, — истинное чудо! Достаточно только подумать о следующем. Если в некоторой вершине уже сходятся три квадрата, то тем самым уже имеются две стороны четвертого квадрата. Этим уже полностью определено, как должны быть уложены остальные две стороны. Но теперь я уже не могу составить четырехугольник так, чтобы его диагонали были равны. Если они уже равны сами по себе, то это объясняется особо благоприятными свойствами стола и линеек, которым я могу только удивляться! С подобным чудом мы должны были сталкиваться неоднократно, если это построение нам удалось довести до конца.

Если все это удалось действительно гладко, то можно утверждать, что точки поверхности стола образуют евклидов континуум относительно использованных линеек в качестве отрезков. Взяв вершину одного из квадратов за «начальную точку», я могу охарактеризовать любую другую вершину одного из квадратов по отношению к начальной точке двумя числами. Чтобы достигнуть рассматриваемой вершины квадрата, я должен указать, сколько линеек я должен отложить «вправо» и сколько — «вверх» от начальной точки. Тогда эти два числа и будут представлять собой «декартовы координаты» указанной вершины относительно определяемой уложенными линейками «декартовой системы координат».

То, что существуют случаи, когда подобный эксперимент не удается, можно увидеть, несколько изменив этот мысленный эксперимент. Как известно, линейки должны «удлиняться» в зависимости от температуры. Пусть крышка стола нагрета в середине, а по краям остается ненагретой, причем любые две наши линейки по-прежнему могут быть совмещены друг с другом в любом месте стола. Но при этом наша конструкция из квадратов неизбежно должна расстроиться, так как линейки в середине стола удлинились, а линейки у краев стола — нет.

По отношению к нашим линейкам, определенным в качестве единиц длины, поверхность стола уже не будет евклидовым континуумом, и мы уже не в состоянии непосредственно определить с ее помощью декартовы координаты, так как вышеописанное построение более невыполнимо. Однако имеются другие предметы, на которые температура стола влияет иначе, чем на наши линейки (или вовсе не влияет), и, следовательно, можно естественным путем сохранить представление о поверхности стола как об «евклидовом континууме»; это может быть достигнуто удовлетворительным образом более тонким определением понятия измерения, т. е. сравнения отрезков.

Но если бы длина линеек любого рода, т. е. из любых материалов, *одинаковым образом* зависела от температуры на неодинаково нагретой поверхности стола, и если бы у нас не было другого средства установить влияние температуры, кроме геометрических свойств линеек при опытах, аналогичных описанному выше, то было бы целесообразно принять за единицу расстояние между двумя точками на поверхности стола, если концы одной из наших линеек совпадают с этими точками. В самом деле, как можно было бы иначе определить отрезок без явного произвола? Однако в таком случае мы должны отказаться от метода декартовых координат и заменить его другим методом, который не предполагал бы применимости евклидовой геометрии к твердым телам[1]. Читатель замечает, что описанное здесь положение соответствует тому, которое привело к общему принципу относительности (см. § 23).

§ 25. Гауссовы координаты

Аналитико-геометрический метод рассмотрения может быть, согласно Гауссу, описан следующим образом. Представим себе, что на поверхность стола нанесена система некоторых кривых (см. рис. 4), которые мы назовем u-кривыми и пронумеруем их какими-либо числами. На рис. 4 изображены кривые $u = 1$, $u = 2$, $u = 3$. Но между кривыми $u = 1$ и $u = 2$ следует представить себе бесконечно много кривых, которые соответствуют всем вещественным числам между 1 и 2. Тогда получается система u-кривых, которые бесконечно плотно покрывают всю поверхность стола. Ни одна кривая u не должна пересекать другую; через каждую точку поверхности стола проходит одна и только одна кривая. Тогда каждой точке поверхности стола соответствует совершенно определенное значение u. Начертим на той же поверхности систему v-кривых, которые удовлетворяют тем же условиям и обозначены соответствующим образом числами, но также могут

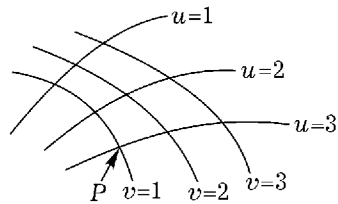

Рис. 4

[1]Математики формулируют нашу задачу следующим образом. Если в трехмерном евклидовом метрическом пространстве дана некоторая поверхность, например, эллипсоид, то на этой поверхности, так же как на плоскости, выполняется двумерная геометрия. Гаусс поставил перед собой задачу исследовать эту двумерную геометрию, не предполагая, что поверхность принадлежит евклидову континууму трех измерений. Если *на этой поверхности* осуществляются построения из жестких линеек (аналогичные описанному выше построению на поверхности стола), то для этих построений выполняются уже иные законы, отличные от законов евклидовой геометрии на плоскости. Поверхность не будет евклидовым континуумом в отношении линеек, и *на поверхности* нельзя определить декартовы координаты. Гаусс показал, на каких принципах может быть основана трактовка геометрических соотношений на поверхности, и тем самым указал путь к риманову методу исследования многомерных неевклидовых континуумов. Таким образом, математиками уже давно решены формальные проблемы, к которым приводит общий принцип относительности.

иметь произвольную форму. Тогда каждой точке поверхности стола соответствует одно значение u и одно значение v; эти два числа мы назовем координатами поверхности стола (гауссовы координаты). Например, точка P на рис. 4 имеет гауссовы координаты $u = 3$, $v = 1$. Тогда две соседние точки P и P' на поверхности соответственно имеют координаты u, v и

$$u + du, \quad v + dv,$$

где du и dv означают весьма малые числа. Расстояние между P и P', измеренное линейкой, также является весьма малым числом ds. Тогда, согласно Гауссу, мы имеем

$$ds^2 = g_{11}\, du^2 + 2g_{12}\, du\, dv + g_{22}\, dv^2,$$

где g_{11}, g_{12}, g_{22} — величины, которые вполне определенным образом зависят от u и v. Величины g_{11}, g_{12} и g_{22} определяют поведение линеек по отношению к u-кривым и v-кривым, а следовательно, по отношению к поверхности стола. Только в том случае, когда точки рассматриваемой поверхности образуют евклидов континуум (по отношению к измерительным линейкам), можно начертить u-кривые и v-кривые и приписать им числа таким образом, что

$$ds^2 = du^2 + dv^2.$$

В этом случае u-кривые и v-кривые становятся прямыми линиями в смысле евклидовой геометрии, причем перпендикулярными друг другу. Здесь гауссовы координаты являются просто декартовыми координатами. Гауссовы координаты, очевидно, и есть сопоставление точке рассматриваемой поверхности пары чисел, причем такое, что очень мало различающимся численным значениям однозначно соответствуют соседние точки в пространстве.

Это рассуждение применимо прежде всего к двумерному континууму. Но метод Гаусса может быть применен также к континууму трех, четырех и более измерений. Если, например, имеется четырехмерный континуум, мы можем представить его следующим образом. Каждой точке континуума мы произвольно ставим в соответствие четыре числа x_1, x_2, x_3, x_4, которые называются «координатами». Соседние точки соответствуют соседним значениям координат. Если соседним точкам P и P' сопоставлено расстояние ds, измеренное и вполне определенное с физической точки зрения, то выполняется следующая формула:

$$ds^2 = g_{11}\, dx_1^2 + 2g_{12}\, dx_1\, dx_2 + \ldots + g_{44}\, dx_4^2,$$

где величины g_{11} и т. д. имеют значения, которые изменяются от точки к точке в континууме. Лишь в том случае, когда континуум является евклидовым, координаты x_1, x_2, x_3, x_4 можно связать с точками континуума так, что мы получаем формулу

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2.$$

Тогда в четырехмерном континууме выполняются соотношения, которые аналогичны соотношениям, справедливым для измерений в трехмерном пространстве.

Правда, приведенная выше гауссовская трактовка ds^2 не всегда возможна; она возможна лишь в том случае, когда достаточно малые области рассматриваемого континуума можно считать эвклидовыми континуумами. Например, это осуществляется, очевидно, в случае неравномерно нагретой доски стола, температура которой изменяется в зависимости от места. Температура малой части доски стола практически постоянна, и таким образом геометрические свойства линеек *почти* такие, какими они должны быть в соответствии с правилами эвклидовой геометрии. Следовательно, указанные в предыдущем параграфе затруднения в построении квадратов не проявятся четко до тех пор, пока это построение не распространено на значительную часть поверхности стола.

Резюмируя, мы можем сказать следующее: Гаусс предложил метод математического описания любого континуума, в котором определены метрические соотношения («расстояния» между соседними точками). Каждой точке континуума приписывается столько чисел (гауссовых координат), сколько измерений имеет континуум. Способ приписания выбран таким, чтобы он был однозначным и чтобы соседним точкам соответствовали числа (гауссовы координаты), отличающиеся на бесконечно малую величину. Гауссова система координат является логическим обобщением декартовой. Она применима также и к неевклидовым континуумам, но лишь тогда, когда малые по отношению к определенному размеру («расстоянию») части рассматриваемого континуума тем более похожи на эвклидов континуум, чем меньше рассматриваемая часть континуума.

§ 26. Пространственно-временной континуум специальной теории относительности как евклидов континуум

Теперь мы можем несколько точнее сформулировать мысль Минковского, которая лишь в общих чертах намечена в § 17. Согласно специальной теории относительности, преимущества для описания четырехмерного пространственно-временного континуума дают определенные системы координат. Мы назвали их «галилеевыми системами координат». Для этих систем четыре координаты x, y, z, t, которые определяют некоторое событие, или, иначе говоря, точку четырехмерного континуума, физически определяются простым путем, подробно описанным в первой части настоящей работы. Для перехода от одной галилеевой системы к другой, движущейся равномерно относительно первой, применимы уравнения преобразования Лоренца. Последние служат основой для вывода следствий специальной теории относительности и представляют собой не что иное, как выражение универсальной применимости закона распространения света для всех галилеевых систем отсчета.

Минковский нашел, что преобразования Лоренца удовлетворяют следующим простым условиям. Рассмотрим два соседних события, взаимное положение которых в четырехмерном континууме по отношению к галилеевому телу отсчета K определяется разностями dx, dy, dz пространственных координат и разностью dt времени. По отношению ко второй галилеевой системе отсчета мы будем предполагать, что соответствующие разности для этих двух событий есть dx', dy', dz', dt'. Тогда для этих величин всегда выполняется следующее условие[1]:

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2 = dx'^2 + dy'^2 + dz'^2 - c^2dt'^2.$$

Из этого условия следует справедливость преобразования Лоренца. Это можно выразить следующим образом. Величина

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 - c^2dt^2,$$

которая относится к двум соседним точкам четырехмерного пространственно-временного континуума, имеет одно и то же значе-

[1] См. Приложения I и II. Выведенные там соотношения (11a) и (12) для самих координат справедливы также для *разностей* координат, а следовательно, и для дифференциалов координат (бесконечно малых разностей).

ние для всех выбранных (галилеевых) тел отсчета. Если мы заменим x, y, z, $\sqrt{-1}ct$ соответственно на x_1, x_2, x_3, x_4, то в результате получим, что выражение

$$ds^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$$

не зависит от выбора тела отсчета. Величину ds мы называем «расстоянием» между двумя событиями или точками четырехмерного континуума.

Итак, если мы выбрали в качестве временно́й переменной мнимую величину $\sqrt{-1}ct$ вместо вещественной величины t, мы можем рассматривать пространственно-временной континуум — согласно специальной теории относительности — как «евклидов» четырехмерный континуум; этот результат следует из последнего параграфа.

§ 27. Пространственно-временной континуум общей теории относительности не является евклидовым

В первой части этой работы мы имели возможность пользоваться пространственно-временными координатами, которые допускали непосредственную простую физическую интерпретацию и которые могли, согласно § 26, рассматриваться как четырехмерные декартовы координаты. Эта возможность следовала из закона постоянства скорости света. Но, согласно § 21, в общей теории относительности этот закон уже не справедлив. Наоборот, мы пришли к выводу, что, согласно последней, скорость света всегда должна зависеть от координат, если присутствует гравитационное поле. В связи со специальным примером в § 23 мы нашли, что гравитационное поле делает невозможным то определение координат и времени, которое привело нас к цели в специальной теории относительности.

Из этих соображений мы приходим к убеждению, что, согласно общему принципу относительности, пространственно-временной континуум не может рассматриваться как евклидов и что здесь мы встречаемся с общим случаем, с которым мы ознакомились на примере двумерного континуума неравномерно нагретой доски стола. Так же, как в указанном примере было невозможно построить декартову систему координат из одинаковых линеек, здесь невозможно построить из твердых тел и часов такую систему (тело отсчета), чтобы линейки и часы, закрепленные жестко по отношению друг к другу, непосредственно указывали бы положение и время. В этом состоит сущность той трудности, с которой мы встретились в § 23.

Однако соображения, изложенные в § 25 и 26, указывают нам путь преодоления этой трудности. Отнесем четырехмерный пространственно-временной континуум произвольным образом к гауссовым координатам. Припишем каждой точке континуума (событию) четыре числа x_1, x_2, x_3, x_4 (координаты), которые не имеют никакого непосредственного физического смысла, но служат лишь для определенной, хотя и произвольной нумерации точек континуума. При этом нумерация вовсе не должна быть такой, чтобы x_1, x_2, x_3 рассматривались обязательно как «пространственные» координаты, а x_4 — как «временна́я» координата.

Читатель может подумать, что подобное описание мира было бы совершенно неадекватным; какой смысл в том, что я приписываю некоторому событию определенные координаты x_1, x_2, x_3, x_4, если сами эти координаты лишены смысла? Однако более внимательное рассмотрение показывает, что это беспокойство неосновательно. Рассмотрим, например, любую движущуюся материальную точку. Если бы эта точка существовала лишь мгновение, а не продолжительное время, то она описывалась бы в пространстве-времени единственной системой значений x_1, x_2, x_3, x_4. Длительное же существование материальной точки характеризуется бесконечно большим числом таких систем значений, которые примыкают друг к другу, образуя континуум. Таким образом, материальной точке соответствует (одномерная) линия в четырехмерном континууме. Другим движущимся материальным точкам соответствует столько же линий нашего континуума. Только те из утверждений относительно этих точек могут претендовать на физическую реальность, которые касаются встреч этих точек. В нашей математической формулировке такая встреча описывается тем, что обе линии, представляющие соответствующие движения рассматриваемых материальных точек, имеют одну определенную общую систему значений координат x_1, x_2, x_3, x_4. После тщательного размышления читатель, несомненно, согласится с тем, что единственное реальное утверждение пространственно-временного характера, которое содержится в наших физических высказываниях, относится только к таким встречам.

Описывая движение материальной точки относительно некоторого тела отсчета, мы констатировали лишь встречи этой точки с определенными точками тела отсчета. Соответствующие значения времени мы можем также определить путем констатации встреч тела с часами вместе с констатацией встреч стрелок часов с определенными точками циферблатов. После некоторого размышления мы видим, что точно так же обстоит дело с пространственными измерениями с помощью масштабов.

Вообще, всякое физическое описание сводится к некоторому числу констатаций, каждое из которых относится к пространственно-временному совпадению двух событий A и B. В гауссовых координатах всякая такая констатация выражается через совпадения четырех координат x_1, x_2, x_3, x_4 этих событий. Таким образом, в действительности описание пространственно-временного континуума в гауссовых координатах вполне заменяет описание с помощью тела отсчета, не страдая при этом недостатками последнего метода описания; оно не связано с евклидовым характером описываемого континуума.

§ 28. Точная формулировка общего принципа относительности

Теперь мы в состоянии заменить предварительную формулировку общего принципа относительности, данную в § 18, более точной. Первоначально мы формулировали общий принцип следующим образом: «Все тела отсчета K, K' и т. д. эквивалентны для описания природы (формулировки общих законов природы), каково бы ни было состояние движения этих тел отсчета». Эта формулировка не может быть сохранена, поскольку невозможно пользоваться твердыми телами отсчета в том смысле, в каком это делалось в специальной теории относительности, при пространственно-временном описании. Место тела отсчета занимает гауссова система координат. Основной идее общего принципа относительности соответствует следующее утверждение: «*Все гауссовы системы координат в принципе эквивалентны для формулирования общих законов природы*».

Этот общий принцип относительности можно выразить еще и в другой форме, из которой еще отчетливее видно, что он является естественным обобщением специального принципа относительности. Согласно специальной теории относительности, уравнения, которые выражают общие законы природы, сохраняют свою форму, если вместо пространственно-временных переменных x, y, z, t относительно (галилеева) тела отсчета K ввести с помощью преобразования Лоренца переменные x', y', z', t' относительно нового тела отсчета K'. Согласно же общей теории относительности, эти уравнения при любом преобразовании гауссовых переменных x_1, x_2, x_3, x_4 должны переходить в уравнения того же вида, поскольку всякое преобразование (не только преобразование Лоренца) отвечает переходу от одной гауссовой системы координат к другой.

Тот, кто не желает отказываться от обычного трехмерного представления, может охарактеризовать развитие основной идеи общей теории относительности следующим образом: специальная теория относительности относится к галилеевым областям, т. е. к таким, в которых не существует гравитационного поля. При этом телом отсчета служит галилеево тело отсчета, т. е. твердое тело, находящееся в таком состоянии движения, что для него выполняется галилеев закон равномерного и прямолинейного движения «изолированных» материальных точек.

Некоторые соображения позволяют распространить те же галилеевы области и на негалилеевы тела отсчета. Тогда относительно последних существует гравитационное поле специального вида (см. §§ 20 и 23).

Но в полях тяготения не существует твердых тел с евклидовыми свойствами; поэтому понятие твердого тела отсчета не применимо в общей теории относительности. Гравитационные поля влияют и на ход часов, так что физическое определение времени непосредственно с помощью часов совершенно не обладает той степенью очевидности, какой оно обладает в специальной теории относительности.

Поэтому используются нежесткие тела отсчета, которые могут не только двигаться произвольным образом как целое, но и претерпевать изменения формы при своем движении. Для определения времени служат часы со сколь угодно нерегулярным ходом. Мы должны представить себе, что эти часы помещены в какой-либо точке нежесткого тела отсчета; они удовлетворяют лишь одному условию, которое заключается в том, что одновременно воспринимаемые показания часов, находящихся в соседних пространственных точках, различаются бесконечно мало. Это деформируемое тело отсчета, которое не без основания можно назвать «моллюском отсчета», по существу равноценно любой четырехмерной гауссовой системе координат. По сравнению с гауссовой системой «моллюск» имеет известную наглядность, благодаря формальному сохранению (собственно говоря, без оснований) самостоятельного существования пространственных координат по отношению к временной координате. Каждая точка моллюска рассматривается как пространственная точка, и каждая покоящаяся относительно моллюска материальная точка считается просто покоящейся, пока сам моллюск рассматривается как тело отсчета. Общий принцип относительности требует, чтобы все эти моллюски могли быть использованы в качестве тел отсчета с одинаковым успехом при формулировании общих законов природы; эти законы совершенно не должны зависеть от выбора моллюска. Именно в далеко идущих ограничениях, которые налагаются на законы природы, и лежит истинная сила общего принципа относительности.

§ 29. Решение проблемы гравитации на основе общего принципа относительности

Если читатель внимательно следил за всеми предыдущими рассуждениями, то он без труда поймет и методы, ведущие к решению проблемы гравитации.

Мы исходим из рассмотрения галилеевой области, т. е. области, в которой не существует поле тяготения относительно галилеева тела отсчета K.

Поведение масштабов и часов так же, как и поведение «изолированных» материальных точек относительно K, известно из специальной теории относительности; последние движутся прямолинейно и равномерно.

Теперь отнесем эту область к любой системе гауссовых координат или к «моллюску» как телу отсчета K'. Тогда по отношению к K' существует гравитационное поле G (особого вида). Поведение измерительных линеек, часов, а также свободно движущихся материальных точек относительно K' мы изучаем просто путем математических расчетов. Это поведение мы интерпретируем как поведение измерительных линеек, часов и материальных точек под влиянием гравитационного поля G. Затем мы вводим следующую гипотезу: гравитационное поле воздействует на измерительные линейки, часы и свободно движущиеся материальные точки согласно тем же законам и в том случае, когда существующее гравитационное поле не может быть выведено путем простого преобразования координат из галилеева специального случая.

Следующим шагом является исследование пространственно-временного поведения гравитационного поля G, которое было выведено из галилеева специального случая только путем преобразования координат. Это поведение формулируется в виде закона, который справедлив всегда, независимо от выбора тела отсчета (моллюска).

Этот закон еще не является *общим* законом гравитационного поля, поскольку изученное поле представляет собой поле специального вида. Для нахождения общего закона гравитационного поля необходимо обобщить полученный закон, что и может быть сделано без какого-либо произвола при учете следующих требований:

а) искомое обобщение должно также удовлетворять общему принципу относительности;

б) если в рассматриваемой области имеется материя, то создаваемое ею гравитационное поле определяется только ее инертной массой, и, следовательно, согласно § 15, только ее энергией;

в) гравитационное поле и материя вместе должны удовлетворять закону сохранения энергии (и импульса).

Наконец, общий принцип относительности дает возможность выяснить влияние гравитационного поля на все те процессы, законы которых в отсутствие поля известны, т. е. уже включены в рамки специальной теории относительности. При этом пользуются в принципе тем же методом, который был изложен выше применительно к масштабам, часам и свободно движущимся материальным точкам.

Выведенная таким образом из общего принципа относительности теория гравитации не только отличается своим изяществом, не только устраняет присущие классической механике недостатки, отмеченные в § 21, не только интерпретирует эмпирический закон равенства инертной и тяжелой масс. Но она также объяснила уже два существенно различных результата астрономических наблюдений, которые не могла объяснить классическая механика. Мы уже упоминали о втором из этих результатов, а именно: об искривлении световых лучей в поле тяготения Солнца; первый же касается орбиты планеты Меркурия.

Если уравнения общей теории относительности применить к случаю, когда гравитационные поля можно считать слабыми и когда все массы движутся относительно системы координат со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света, то как первое приближение получается прежде всего теория Ньютона. Последняя получается здесь без особых предположений, тогда как Ньютон вынужден был ввести в качестве гипотезы силу притяжения, обратно пропорциональную квадрату расстояния между двумя взаимодействующими материальными точками. При повышении точности вычислений выявляются отклонения от теории Ньютона, которые, правда, настолько незначительны, что почти все ускользают от наблюдения.

Одно из этих отклонений мы должны здесь рассмотреть специально. Согласно теории Ньютона, планета движется вокруг Солнца по эллипсу, который вечно сохраняет свое положение относительно неподвижных звезд, если можно было бы отвлечься от воздействия других планет на рассматриваемую планету и от собственного движения «неподвижных» звезд. После введения поправок в наблюдаемое движение планет на оба эти эффекта орбита планеты по отношению к неподвижным звездам должна представлять собою неизменный эллипс, если теория Ньютона верна в точности. Для всех планет, за исключением ближайшей к Солнцу планеты Меркурий, был подтвержден этот вывод теории, который может быть проверен с высокой точностью, какая только достижима при современных методах наблюдения. Со времен Леверье о планете Меркурий известно, что эллипс ее орбиты с учетом указанных выше поправок не остается в неизменном положении относительно неподвижных звезд, но вращается, хотя и чрезвычайно медленно, в плоскости орбиты и в направлении орбитального движения планеты. Это вращение эллипса орбиты составляет 43 угловых секунды в столетие, причем это значение установлено с точностью до нескольких секунд. В классической механике это явление удается объяснить лишь ценой введения маловероятных гипотез, придуманных только для данного случая.

Согласно общей теории относительности получается, что эллипс орбиты каждой планеты должен вращаться вокруг Солнца вышеуказанным образом и что это вращение для всех планет, кроме Меркурия, слишком мало, чтобы его можно было заметить при современной точности наблюдений; для Меркурия же вращение должно составлять именно 43 угловых секунды в столетие, в точном согласии с наблюдаемым.

Кроме этого, из теории до сих пор можно было вывести еще два следствия, доступных проверке наблюдением: искривление световых лучей гравитационным полем Солнца[1] и смещение спектральных линий света, посылаемого к нам большими звездами, по сравнению со спектральными линиями света, испускаемого теми же самыми атома-

[1] Впервые наблюдалось А. Эддингтоном и другими в 1919 г. (см. Приложение III).

ми на Земле. Я не сомневаюсь в том, что и это последнее следствие теории скоро найдет свое подтверждение.

О мире как целом

§ 30. Космологические затруднения теории Ньютона

Кроме изложенного в § 21 затруднения, классическая небесная механика встречается со вторым принципиальным затруднением, которое, насколько мне известно, было впервые подробно рассмотрено астрономом Зеелигером. Если подумать над вопросом, как следует представлять себе мир в целом, то прежде всего напрашивается следующий ответ. Мир бесконечен в пространстве (и времени). Всюду существуют звезды, так что хотя плотность материи в отдельных случаях весьма различна, в среднем она всюду одинакова. Иными словами: как бы далеко ни проникать в мировое пространство, всюду мы найдем рассеянные скопления неподвижных звезд примерно одного типа и одинаковой плотности.

Это представление несовместимо с теорией Ньютона. Больше того, последняя требует, чтобы мир имел нечто вроде центра, где плотность числа звезд была бы максимальной и чтобы эта плотность убывала с расстоянием от центра так, что на бесконечности мир был бы совсем пустым. Звездный мир должен представлять собой конечный остров в бесконечном океане пространства[1].

Это представление не очень удовлетворительно само по себе. Оно неудовлетворительно еще и потому, что приводит к следствию, что свет, излучаемый звездами, а также отдельные звезды звездной системы должны непрерывно удаляться в бесконечность, никогда не возвращаясь и не вступая во взаимодействие с другими объектами природы.

---

[1]Обоснование. Согласно теории Ньютона, на некоторой массе m оканчивается определенное число «силовых линий», которые приходят из бесконечности, причем это число пропорционально массе m. Если плотность ρ_0 массы в мире в среднем постоянна, то в шаре объемом V заключается в среднем масса $\rho_0 V$. Таким образом, число силовых линий, входящих внутрь шара через его поверхность F, пропорционально величине $\rho_0 V$. Через единицу поверхности шара проходят силовые линии, число которых пропорционально величине $\rho_0(V/F)$, или $\rho_0 R$. Следовательно, напряженность поля на поверхности возрастала бы до бесконечности с увеличением радиуса шара R, что невозможно.

Такой мир, материя которого сконцентрирована в конечном пространстве, должен был бы медленно, но систематически опустошаться.

Чтобы избежать этих следствий, Зеелигер изменил закон Ньютона, предположив, что притяжение двух масс на больших расстояниях убывает быстрее, чем по закону $1/r^2$. Тогда плотность может оставаться постоянной всюду в бесконечной Вселенной, не приводя к бесконечно большим полям тяготения. Так можно освободиться от неприятного представления о том, что материальный мир обладает каким-то центром. Правда, это освобождение от описанных выше принципиальных трудностей достигается ценой изменения и усложнения закона Ньютона, которые не имеют ни экспериментального, ни теоретического обоснования.

Можно указать сколько угодно законов, приводящих к тому же результату, причем нет оснований предпочесть один другому; каждый из этих законов, как и закон Ньютона, не обоснован общими теоретическими принципами.

§ 31. Возможность конечного и все же неограниченного мира

Предположения о структуре Вселенной развивались еще и в совершенно ином направлении. А именно: развитие неевклидовой геометрии привело к осознанию того факта, что можно сомневаться в *бесконечности* нашего пространства, не вступая в противоречие с законами мышления и с опытом (Риман, Гельмгольц). Эти соображения уже детально выяснены с исключительной отчетливостью Гельмгольцем и Пуанкаре; здесь же я могу лишь кратко коснуться этого вопроса.

Сначала представим себе некоторое двумерное пространство. Пусть *в плоскости* свободно передвигаются плоские существа с плоскими инструментами, в частности с плоскими жесткими масштабами. Для них ничего не существует вне этой плоскости, тогда как все происходящее в их плоскости и наблюдаемое ими самими или при помощи их плоских инструментов является каузально замкнутым. В частности, для них осуществимы построения плоской евклидовой геометрии с помощью линеек, например, рассмотренное в § 24 построение сетки. Мир этих существ, в отличие от нашего, является пространственно-двумерным, но, как и наш мир, простирается в бесконечность. В их мире умещается бесконечно много одинаковых квадратов, построенных из линеек, т. е. объем (поверхность) этого двумерного мира бесконечен. Утверждение существ этого мира, что их мир является «плоским», имеет тот смысл, что при помощи имеющихся у них линеек можно выполнить построения из квадратов в плоской евклидовой геометрии, причем каждая линейка, независимо от своего положения, всегда представляет один и тот же отрезок.

Теперь снова представим себе двумерное существо, но не на плоскости, а на сферической поверхности. Плоские существа со своими масштабами и другими предметами лежат точно на этой поверхности и не могут покинуть ее; весь воспринимаемый ими мир простирается исключительно на сферическую поверхность. Могут ли эти существа рассматривать геометрию своего мира как двумерную геометрию Евклида и при этом рассматривать свои линейки как осуществление понятия «расстояния»? Они не могут поступить так, поскольку при попытке провести прямую они получат кривую, которую мы, трехмерные существа, называем дугой большого круга, т. е. замкнутую линию определенно конечной длины, которую можно измерить с помощью линейки. Площадь поверхности этого мира также конечна и ее можно сравнить с площадью одного из квадратов, построенного из линеек. Прелесть такого рассуждения заключается в том, что мы увидели *мир этих существ конечным и все же не имеющим границ.*

Но существам, обитающим на поверхности шара, не требуется совершать кругосветного путешествия, чтобы заметить неевклидовость мира, в котором они живут. Они могут убедиться на всяком участке своего мира, если этот участок не слишком мал. Они проводят из некоторой точки во всех направлениях «прямые отрезки» (дуги окружностей, с точки зрения трехмерного пространства) одинаковой длины. Линию, соединяющую свободные концы этих линий, они будут называть «окружностью». Согласно евклидовой геометрии на плоскости, отношение длины окружности, измеренной некоторой линейкой, к длине диаметра, измеренной той же линейкой, равно постоянной величине π, не зависящей от диаметра окружности. Наши плоские существа на своей сферической поверхности нашли бы для этого отношения следующую величину:

$$\pi = \frac{\sin(r/R)}{(r/R)},$$

т. е. величину, меньшую π, причем отличающуюся от π тем значительнее, чем больше радиус окружности по сравнению с радиусом R этого мира (сферы). Из этого соотношения существа, обитающие на сфере, могут определить радиус R своего мира, если даже их измерениям доступна лишь сравнительно небольшая часть их мира-сферы. Но если эта часть слишком мала, то они уже не в состоянии установить: находятся ли они на сферической поверхности или на евклидовой плоскости; небольшой участок сферической поверхности очень мало отличается от участка части плоскости такой же величины.

Таким образом, если сферически-поверхностные существа обитают на планете, солнечная система которой составляет лишь ничтожно малую часть сферического мира, то они не могли бы решить, живут ли они в конечном или бесконечном мире, поскольку часть мира, доступная их опыту, в обоих случаях является практически плоской, т. е. евклидовой. Непосредственно видно, что для обитающих на сфере существ длина окружности сначала возрастает с радиусом до «окружности мира» и затем, при дальнейшем возрастании радиуса, постепенно уменьшается до нуля. При этом площадь круга постоянно возрастает, пока она наконец не станет равной полной площади всего сферического мира.

Читатель, быть может, удивится тому, что мы поместили наши существа именно на сферу, а не на какую-либо иную замкнутую поверхность. Но это имеет свое оправдание, поскольку сфера отличается от всех других замкнутых поверхностей тем свойством, что все ее точки равноценны. Отношение длины окружности u к своему радиусу r хотя и зависит от r, но при данном r оно одинаково для всех точек сферического мира; иными словами, этот мир-сфера есть «поверхность постоянной кривизны».

Имеется трехмерный аналог двумерного сферического мира,а именно: трехмерное сферическое пространство, открытое Риманом. Все его точки также равноценны. Оно обладает конечным объемом, который определяется его «радиусом» R и равен $2\pi^2R^3$. Можно ли представить себе сферическое пространство? Представить себе какое-либо пространство означает не что иное, как представить себе сущность «пространственных» опытов, т. е. опытов, которые можно производить при движении «твердых» тел. В этом смысле сферическое пространство можно себе представить.

Пусть из некоторой точки проведены прямые (или натянуты шнуры) во всех направлениях и на каждой из них отложена при помощи масштаба длина r. Все свободные концы этих отрезков лежат на сфере.

Эту поверхность F мы можем измерить масштабным квадратом. Для евклидова мира $F = 4\pi r^2$; если же мир сферический, то F всегда меньше $4\pi r^2$. С возрастанием r площадь поверхности F растет от нуля до некоторого максимума, определяемого «радиусом мира», а при дальнейшем возрастании r величина F снова постепенно уменьшается до нуля. Выходящие из начальной точки радиальные прямые сначала все более удаляются друг от друга, а затем снова сближаются и в конце концов вновь сходятся в точке, «противолежащей» начальной точке; таким образом, они промеряют все сферическое пространство. Легко убедиться, что трехмерное сферическое пространство вполне аналогично двумерному (поверхности сферы). Оно конечно (т.е. имеет конечный объем), но не имеет границ.

Заметим, что существует еще одна разновидность сферического пространства, а именно «эллиптическое пространство». Его можно представить себе как сферическое пространство, в котором «противолежащие точки» совпадают. Таким образом, эллиптический мир можно рассматривать до некоторой степени как центрально-симметричный сферический мир.

Из сказанного следует, что мыслимы замкнутые пространства, не имеющие границ. Среди них выделяется своей простотой сферическое (и соответственно, эллиптическое) пространство, все точки которого равноценны. Отсюда перед астрономами и физиками возникает чрезвычайно интересный вопрос: является ли мир, в котором мы живем, бесконечным или же он, подобно сферическому миру, конечен? Наш опыт далеко не достаточен для ответа на этот вопрос. Однако общая теория относительности дает возможность ответить на этот вопрос со значительной достоверностью; при этом разрешается также затруднение, изложенное в § 30.

§ 32. Структура пространства, согласно общей теории относительности[1]

Согласно общей теории относительности, геометрические свойства пространства не самостоятельны: они обусловлены материей. Отсюда можно сделать какое-либо заключение о геометрической структуре

[1] См. приложение IV (стр. 212). — *Прим. ред.*

мира, лишь положив в основу рассмотрение предположения о том, что состояние материи является известным. Из опыта известно, что, при соответствующем выборе системы координат, скорости звезд малы по сравнению со скоростью распространения света. Поэтому мы можем в грубом приближении выяснить свойства мира в целом, считая материю покоящейся.

Из предшествующих рассуждений мы уже знаем, что поля тяготения, т. е. распределение материи, влияют на поведение часов и масштабов. Отсюда уже ясно, что не может быть и речи о точной применимости евклидовой геометрии в нашем мире. Однако мыслимо, что наш мир мало отклоняется от евклидова; это предположение допустимо, поскольку, согласно расчету, даже массы порядка массы нашего Солнца лишь совершенно незначительно влияют на метрику окружающего нас пространства. Можно представить себе, что наш мир по своим геометрическим свойствам подобен поверхности, неравномерно искривленной в некоторых частях, нигде, однако, не отклоняющейся значительно от плоскости, и похож на поверхность слабо волнующегося моря. Такого рода мир можно назвать квазиевклидовым. Он был бы пространственно бесконечным. Однако вычисления показывают, что в квазиевклидовом мире средняя плотность материи должна равняться нулю. Следовательно, такой мир не может всюду быть заполнен материей; он приводит к той неудовлетворительной картине, которую мы набросали в § 30.

Но если средняя плотность материи в мире даже очень мало отличается от нуля, то мир не может быть квазиевклидовым. Больше того, вычисления показывают, что при равномерно распределенной материи мир с необходимостью должен быть сферическим (или эллиптическим). Так как в действительности в отдельных областях материя распределена неравномерно, то реальный мир в отдельных частях будет отклоняться от сферического; он будет квазисферическим. Однако он должен быть конечным. Теория дает простое соотношение[1] между пространственной протяженностью мира и средней плотностью материи в нем.

[1] А именно, для «радиуса мира» R получается соотношение

$$R^2 = \frac{2}{\varkappa\rho}.$$

При этом в системе СГС $2/\varkappa = 1{,}08 \cdot 10^{27}$, а ρ — средняя плотность материи.

Приложение I
Простой вывод преобразования Лоренца (дополнение к § 11)

При расположении систем координат, изображенном на рис. 2, оси X обеих систем постоянно совпадают. Мы можем здесь разделить задачу на две части и сначала рассматривать лишь события, локализированные на оси X. Такое событие определяется относительно системы координат K абсциссой x и временем t, а относительно K' — абсциссой x' и временем t'. Требуется найти x' и t', если даны x и t.

Световой сигнал, распространяющийся в положительном направлении оси X, движется в соответствии с уравнением

$$x = ct,$$

или

$$x - ct = 0. \tag{1}$$

Так как этот же световой сигнал распространяется и относительно K' с той же скоростью c, то его движение относительно системы K' будет описываться уравнением

$$x' - ct' = 0. \tag{2}$$

Пространственно-временные точки (события), удовлетворяющие уравнению (1), должны удовлетворять также уравнению (2). Это, очевидно, будет иметь место в том случае, если вообще выполняется соотношение

$$x' - ct' = \lambda(x - ct), \tag{3}$$

где λ — некоторая постоянная. В самом деле, согласно соотношению (3), обращение в нуль выражения $x - ct$ означает обращение в нуль и $x' - ct'$.

Совершенно аналогичное рассуждение, примененное к световым лучам, распространяющимся в отрицательном направлении оси X, приводит к условию

$$x' + ct' = \mu(x + ct). \tag{4}$$

Складывая и вычитая соотношения (3) и (4) и при этом вводя для удобства вместо постоянных λ и μ, новые постоянные

$$a = \frac{\lambda + \mu}{2}, \quad b = \frac{\lambda - \mu}{2},$$

получаем

$$x' = ax + bct,$$
$$ct' = act - bx. \tag{5}$$

Наша задача была бы решена, если бы были известны постоянные a и b; последние определяются из следующих соображений.

Для начала координат системы K' все время $x' = 0$, следовательно, согласно первому уравнению (5), имеем

$$x = \frac{bc}{a}t.$$

Обозначая через v скорость, с которой начало координат системы K' движется относительно K, находим

$$v = \frac{bc}{a}. \tag{6}$$

То же самое значение v получается из уравнений (5), если вычислять скорость какой-либо другой точки системы K' относительно K или скорость некоторой точки системы K (направленную в сторону отрицательных значений x) относительно K'. Итак, величину v кратко можно назвать относительной скоростью обеих систем.

Далее, из принципа относительности ясно, что с точки зрения системы K длина некоторого единичного масштаба, покоящегося относительно K', должна быть точно такой же, как и длина такого же масштаба, покоящегося относительно K, с точки зрения K'. Чтобы знать, как ведут себя точки оси X', с точки зрения системы K, нам надо лишь сделать «моментальный снимок» системы K' из системы K; это значит, что вместо t (время системы K) мы должны подставить некоторое определенное значение его, например, $t = 0$. Тогда из первого уравнения (5) получим

$$x' = ax.$$

Следовательно, две точки оси X', расстояние между которыми при измерении в системе K' равно 1 ($\Delta x' = 1$), на нашей моментальной фотографии находятся на расстоянии

$$\Delta x = \frac{1}{a}. \tag{7}$$

Но если моментальный снимок делается из системы K' ($t' = 0$), то, исключая t из уравнений (5) при помощи равенства (6), получаем

$$x' = a\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)x.$$

Отсюда заключаем, что две точки на оси X, находящиеся на расстоянии, равном единице (относительно K), на нашей моментальной фотографии разделены расстоянием

$$\Delta x' = a\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right). \tag{7а}$$

Так как, согласно сказанному выше, обе моментальные фотографии должны быть идентичны, то Δx в соотношении (7) должно быть равно $\Delta x'$ в соотношении (7а), так что получаем

$$a^2 = \frac{1}{1 - \left(v^2/c^2\right)}. \tag{7б}$$

Равенства (6) и (7б) определяют постоянные a и b. Подставляя выражения для a и b в уравнения (5), получаем первое и четвертое уравнения, приведенные в § 11:

$$\begin{cases} x' = \dfrac{x - vt}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}, \\[2ex] t' = \dfrac{t - \left(v/c^2\right)x}{\sqrt{1 - (v^2/c^2)}}. \end{cases} \tag{8}$$

Итак, мы получили преобразование Лоренца для событий на оси X. Оно удовлетворяет условию

$$x'^2 - c^2t'^2 = x^2 - c^2t^2. \tag{8а}$$

Распространение этого результата на события, происходящие вне оси X, достигается сохранением уравнений (8) и добавлением уравнений

$$\begin{cases} y' = y, \\ z' = z. \end{cases} \tag{9}$$

При этом постулат постоянства скорости света в пустоте остается в силе для световых лучей любого направления как для системы K, так и для системы K'. Это можно показать следующим образом.

Пусть в момент времени $t = 0$ из начала координат системы K посылается световой сигнал. Он будет распространяться согласно уравнению

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = ct,$$

или, после возведения этого уравнения в квадрат,

$$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0. \tag{10}$$

Закон распространения света в соединении с постулатом относительности требует, чтобы упомянутый сигнал — при наблюдении из системы K' — распространялся согласно формуле

$$r' = ct',$$

или

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0. \tag{10a}$$

Чтобы уравнение (10а) было следствием уравнения (10), должно выполняться соотношение:

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = \sigma(x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2). \tag{11}$$

Так как для точек на оси X должно выполняться уравнение (8а), то $\sigma = 1$. Легко убедиться, что преобразование действительно удовлетворяет соотношению (11) при $\sigma = 1$; именно соотношение (11) является следствием соотношения (8а) и уравнений (9), а следовательно, и уравнений (8) и (9). Тем самым преобразование Лоренца выведено.

Преобразование Лоренца, выраженное уравнениями (8) и (9), еще должно быть обобщено. Очевидно, несущественно, что координатные оси системы K были выбраны пространственно параллельными осям системы K'. Несущественно также, что скорость равномерного и прямолинейного движения системы K' относительно K имела направление оси X. Из простого рассуждения следует, что в этом общем случае преобразование Лоренца можно составить из двух преобразований, а именно: из преобразований Лоренца для частного случая и из чисто пространственных преобразований, которые соответствуют переходу от одной прямоугольной системы координат к другой, с иным направлением осей.

Обобщенное преобразование Лоренца характеризуется математически таким образом.

Оно выражает переменные x', y', z', t' как такие однородные линейные функции переменных x, y, z, t, что тождественно выполняется соотношение

$$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2. \tag{11a}$$

Это означает: если в левую часть последнего равенства вместо x', y', z', t' подставить их выражения через x, y, z, t, то левая часть равенства (11a) совпадет с правой.

Приложение II
Четырехмерный мир Минковского
(дополнение к § 17)

Обобщенное преобразование Лоренца может быть охарактеризовано еще проще, если вместо t как переменной времени ввести мнимую величину $\sqrt{-1}ct$. Если в соответствии с этим положить

$$\begin{aligned} x_1 &= x, \\ x_2 &= y, \\ x_3 &= z, \\ x_4 &= \sqrt{-1}ct, \end{aligned}$$

и аналогично для системы K', то условие, которому преобразование тождественно удовлетворяет, будет иметь вид

$$x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 + x_4'^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + x_4^2. \tag{12}$$

Именно в это соотношение переходит соотношение (11a) при указанном выборе «координат».

Из соотношения (12) видно, что мнимая временная координата x_4 и пространственные координаты x_1, x_2, x_3 входят в него симметрично. На этом основании, согласно теории относительности, «время» x_4 входит в выражение законов природы в такой же форме, что и пространственные координаты x_1, x_2, x_3.

Четырехмерный континуум, описываемый «координатами» x_1, x_2, x_3, x_4, Минковский назвал «миром», а событие в данной точке — «мировой точкой». Из изучающей «*происходящее*» в трехмерном пространстве физика становится в известном смысле изучающей «*существующее*» в четырехмерном «мире».

Этот четырехмерный «мир» имеет глубокое сходство с трехмерным «пространством» (евклидовой) аналитической геометрии. Именно, если в последней ввести новую декартову систему координат (x'_1, x'_2, x'_3) с тем же началом, то x'_1, x'_2, x'_3 будут однородными линейными функциями x_1, x_2, x_3, которые тождественно удовлетворяют соотношению

$$x_1'^2 + x_2'^2 + x_3'^2 = x_1^2 + x_2^2 + x_3^2.$$

Аналогия с соотношением (12) полная. Мир Минковского формально можно рассматривать как четырехмерное евклидово пространство (с мнимой временно́й координатой); преобразование Лоренца соответствует «вращению» системы координат в четырехмерном «мире».

Приложение III
Экспериментальное подтверждение общей теории относительности[1]

С точки зрения теории познания эволюцию опытной науки можно представить себе как непрерывный процесс индукции. Теории развиваются и выражаются как объединения большого числа отдельных опытных фактов в форме эмпирических законов, из которых путем сравнения устанавливаются общие законы. С этой точки зрения развитие науки имеет сходство с составлением каталога и является чисто эмпирическим делом.

Но эта точка зрения никоим образом не охватывает весь действительный процесс. Она умалчивает о важной роли интуиции и дедуктивного мышления в развитии точной науки. Как только какая-нибудь наука выходит из начальной стадии своего развития, прогресс теории достигается уже не просто в процессе упорядочения. Исследователь, отталкиваясь от опытных фактов, старается развивать систему понятий, которая, вообще говоря, логически опиралась бы на небольшое число основных предположений, так называемых аксиом. Такую систему

[1] Перевод приложений III и IV выполнен по 15-му английскому изданию книжки. — *Прим. ред.*

понятий мы называем *теорией*. Теория черпает свое подтверждение в том, что она связывает большое число отдельных эмпирических фактов и в этом состоит ее «справедливость».

Для одного и того же комплекса опытных фактов может существовать несколько теорий, значительно различающихся друг от друга. Но в отношении выводов из теорий, которые доступны для опытной проверки, согласие между теориями может быть настолько полным, что трудно найти такие следствия, в которых эти теории отличаются друг от друга. Широко известным примером такого рода в области биологии служит дарвиновская теория развития видов путем естественного отбора в процессе борьбы за существование и теория эволюции, основывающаяся на гипотезе наследственности приобретенных свойств.

Другой случай далеко идущего совпадения следствий двух теорий встречается в механике Ньютона, с одной стороны, и в общей теории относительности — с другой. Это совпадение идет настолько далеко, что до настоящего времени мы смогли найти лишь немного допускающих опытную проверку следствий общей теории относительности, к которым не приводила дорелятивистская физика; и это несмотря на глубокое различие основных предпосылок обеих теорий. Здесь мы еще раз рассмотрим эти важные следствия, а также обсудим относящиеся к ним опытные данные, которые получены.

а. Движение перигелия планеты Меркурий

Согласно ньютоновой механике и ньютонову закону тяготения, некоторая планета, вращающаяся вокруг Солнца, должна описывать эллипс вокруг последнего, точнее, вокруг общего центра тяжести Солнца и планеты. При этом Солнце, или общий центр тяжести, находится в одном из фокусов эллиптической орбиты, так что в течение планетного года расстояние между Солнцем и планетой растет от минимума к максимуму и затем снова уменьшается до минимума. Если вместо закона Ньютона мы примем несколько иной закон притяжения, то найдем, что и при этом новом законе движение по-прежнему будет происходить так, что расстояние между Солнцем и планетой будет испытывать периодические колебания; но в этом случае угол, описываемый линией, соединяющей Солнце и планету, за время такого периода (от перигелия — ближайшего положения к Солнцу — до перигелия) отличался бы от угла 360°. Траектория не была бы тогда замкнутой, но заполняла бы с течением времени кольцеобразную область в плоскости орбиты, т. е. между окружностями с радиусами, равными наименьшему и наибольшему расстояниям планеты от Солнца.

Согласно общей теории относительности, которая, конечно, отличается от теории Ньютона, должно также иметь место небольшое отклонение от движения планеты по орбите в соответствии с законами Кеплера–Ньютона, так что угол, описываемый радиусом, соединяющим Солнце и планету, от одного перигелия до другого должен превосходить угол, соответствующий полному обороту, на величину, определяемую выражением

$$+\frac{24\pi^3 a^2}{T^2 c^2 (1-e^2)}.$$

(Один полный оборот соответствует углу 2π в абсолютной угловой мере, как это обычно принято в физике.) Здесь a — большая полуось эллипса, e — его эксцентриситет, c — скорость света, T — период обращения планеты. Этот результат можно представить также и в следующем виде: согласно общей теории относительности, большая ось эллипса вращается вокруг Солнца в направлении вращения планеты. Согласно теории, это вращение должно составлять для планеты Меркурий 43 угловых секунды в столетие, а у других планет нашей солнечной системы оно должно быть настолько незначительным, что недоступно наблюдению[1].

В самом деле, астрономы нашли, что теория Ньютона недостаточна для того, чтобы рассчитать наблюдаемое движение Меркурия с точностью, которая может быть достигнута при наблюдениях в настоящее время. После того как были приняты в расчет все возмущающие влияния остальных планет на движение Меркурия, было найдено (Леверье, 1859; Ньюкомб, 1895), что остается необъясненным движение перигелия орбиты Меркурия, скорость которого не отличается заметно от упомянутых выше +43 угловых секунд в столетие. Ошибка этого эмпирического результата составляет лишь несколько секунд.

б. Отклонение луча света гравитационным полем

В § 22 уже было упомянуто, что, согласно общей теории относительности, луч света, проходя через гравитационное поле, должен ис-

[1]Особенно, если учесть, что орбита следующей планеты, Венеры, представляет собой почти точный круг, а это затрудняет точное определение положения перигелия.

кривляться подобно тому, как искривляется траектория тела, движущегося в гравитационном поле. Согласно этой теории, можно ожидать, что луч света, проходящий мимо какого-либо небесного тела, должен отклониться в направлении последнего. Для луча света, проходящего мимо Солнца на расстоянии Δ радиусов Солнца от его центра, угол отклонения α будет составлять

$$\alpha = \frac{1{,}7\ \text{секунды}}{\Delta}.$$

Можно добавить, что половина этого отклонения вызывается, согласно этой теории, ньютоновским полем тяготения Солнца, а другая половина — геометрическим искажением («искривлением») пространства, обусловленным Солнцем.

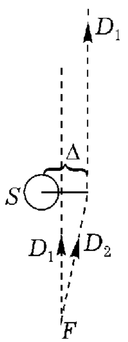

Рис. 5

Этот результат допускает экспериментальную проверку путем фотографирования звезд во время полного солнечного затмения. Единственной причиной, почему мы должны выбирать такой момент, является то, что во всякое другое время земная атмосфера, освещенная Солнцем, светит настолько сильно, что делает невидимыми звезды, расположенные вблизи диска Солнца. Предсказываемый эффект можно ясно видеть из рис. 5. Если бы Солнца (S) не было, то практически бесконечно удаленную звезду при наблюдении с Земли мы увидели бы в направлении D_1. Но вследствие отклонения Солнцем луча света от звезды мы будем видеть звезду в направлении D_2, т. е. на несколько большем расстоянии от центра диска Солнца, чем ее реальное положение.

На практике это проверяется следующим образом. Звезды, находящиеся вблизи Солнца, фотографируются во время солнечного затмения. Затем делается вторая фотография тех же звезд, когда Солнце находится в другой части неба, т. е. на несколько месяцев раньше или позже. При сравнении фотографии, сделанной во время солнечного затмения, с этой контрольной фотографией положения звезд должны оказаться смещенными в радиальном направлении (от центра солнечного диска) на величину, соответствующую углу α.

Исследованием этого важного вывода мы обязаны Королевскому обществу и Королевскому астрономическому обществу. Несмотря на войну и вызванные ею трудности материального и психологического характера, эти общества снарядили две экспедиции — в Собраль (Бразилия) и на о. Принсипи (у побережья Западной Африки) — и послали нескольких знаменитых английских астрономов (Эддингтона, Коттингэма, Кроммелина и Дэвидсона) для фотографирования солнечного затмения 29 мая 1919 г. Ожидавшиеся относительные смещения положений звезд на снимках солнечного затмения по сравнению с контрольными снимками достигали лишь нескольких сотых долей миллиметра. Таким образом, при фотографировании и в последующих измерениях была необходима высокая точность.

Результаты измерений весьма удовлетворительно подтвердили теорию. Две прямоугольные координаты наблюдавшихся и вычисленных отклонений звезд (в угловых секундах) приведены в таблице.

Таблица

Номер звезды	Первая координата		Вторая координата	
	наблюдаемое значение	вычисленное значение	наблюдаемое значение	вычисленное значение
11	$-0,19$	$-0,22$	$+0,16$	$+0,02$
5	$+0,29$	$+0,31$	$-0,46$	$-0,43$
4	$+0,11$	$+0,10$	$+0,83$	$+0,74$
3	$+0,20$	$+0,12$	$+1,00$	$+0,87$
6	$+0,10$	$+0,04$	$+0,57$	$+0,40$
10	$-0,08$	$+0,09$	$+0,35$	$+0,32$
2	$+0,95$	$+0,85$	$-0,27$	$-0,09$

в. Смещение спектральных линий к красному концу спектра

В § 23 было показано, что в системе K', вращающейся относительно галилеевой системы K, скорость хода покоящихся относительно K' часов одинаковой конструкции зависит от их места. Исследуем теперь эту зависимость количественно. Часы, находящиеся на расстоянии r от центра диска, имеют относительно системы K скорость

$$v = \omega r,$$

где ω — угловая скорость вращения диска K' относительно K.

Если ν_0 есть число тиканий часов в единицу времени («скорость» хода часов) относительно K, в случае, когда часы неподвижны, то «скорость» хода ν часов, движущихся относительно K со скоростью v, но покоящихся относительно диска, в соответствии с § 12 будет равна

$$\nu = \nu_0 \sqrt{1 - (v^2/c^2)},$$

или, с достаточной точностью,

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{1}{2}\frac{v^2}{c^2}\right).$$

Это соотношение может быть записано также в форме

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{1}{c^2}\frac{\omega^2 r^2}{2}\right).$$

Обозначим через φ разность потенциалов центробежной силы между местом расположения часов и центром диска, т. е. взятую со знаком минус работу, которую необходимо совершить против центробежной силы для перемещения единицы массы из места расположения часов на вращающемся диске в центр диска. Тогда будем иметь

$$\varphi = -\frac{\omega^2 r^2}{2}.$$

Отсюда следует, что

$$\nu = \nu_0 \left(1 - \frac{\varphi}{c^2}\right).$$

Из этой формулы прежде всего видно, что двое часов одинаковой конструкции идут с различной «скоростью», если они расположены на различных расстояниях от центра диска. Этот вывод справедлив также с точки зрения наблюдателя, вращающегося вместе с диском.

Теперь, с точки зрения наблюдателя на диске, часы на диске находятся в гравитационном поле с потенциалом φ; следовательно, полученный результат будет справедлив и для любого гравитационного поля. Больше того, мы можем рассматривать атом, который испускает излучение, соответствующее определенным спектральным линиям, как часы, так что справедливо следующее утверждение.

Атом поглощает или испускает свет, частота которого зависит от потенциала гравитационного поля, в котором находится атом.

Частота излучения атома, находящегося на поверхности небесного тела, будет несколько меньше частоты излучения атома такого же элемента, находящегося в свободном пространстве (или атома на поверхности меньшего небесного тела). Так как $\varphi = -K\frac{M}{r}$, где K — ньютоновская постоянная тяготения, M — масса небесного тела и r — его радиус, то должно происходить смещение спектральных линий излучения атомов, находящихся на поверхности звезд, к красному концу спектра, по сравнению со спектральными линиями атомов того же элемента, находящихся на земной поверхности. При этом величина этого смещения будет равна

$$\frac{\nu_0 - \nu}{\nu_0} = \frac{KM}{c^2 r}.$$

Для Солнца ожидаемое смещение спектральных линий к красному концу спектра составляет около двух миллионных длины волны. Надежный расчет смещения для неподвижных звезд невозможен, поскольку ни масса M, ни радиус r вообще говоря неизвестны.

Вопрос о том, существует ли этот эффект, остается открытым; в настоящее время астрономы с большим упорством работают над его решением. Вследствие того, что этот эффект в случае Солнца весьма мал, трудно судить о его существовании. В то время как Гребе и Бахем (Бонн), на основе своих собственных измерений и измерений Эвершеда и Шварцшильда для полос циана, считают существование этого эффекта почти не вызывающим сомнений, другие исследователи, в частности С. Джон, приходят на основании своих измерений к противоположному выводу.

Средние смещения спектральных линий в сторону длинноволновой части спектра определенно обнаружены при статистических исследованиях неподвижных звезд; но до настоящего времени состояние обработки имеющегося материала не позволяло прийти к определенному выводу о том, можно ли эти смещения действительно объяснить влиянием тяготения. Результаты наблюдений собраны вместе и подробно обсуждаются с точки зрения рассматриваемого здесь вопроса в работе Э. Фройндлиха «К проверке общей теории относительности»[1].

Во всяком случае, в ближайшие годы будет получено определенное решение проблемы. Если смещение спектральных линий к красному концу спектра под действием гравитационного поля не существует, то общая теория относительности несостоятельна. С другой стороны, если будет определенно установлена связь смещения спектральных линий

[1] Naturwiss., 1919, № 35, 520.

с гравитационным потенциалом, то изучение этого смещения может дать нам важную информацию о массах небесных тел[1].

Приложение IV
Структура пространства, согласно общей теории относительности (дополнение к § 32)

Со времени публикации первого издания этой работы наши знания о структуре пространства в больших областях («космологическая проблема») получили важное развитие, о котором необходимо упомянуть даже в популярном изложении данного вопроса.

Раньше мы рассуждали, исходя из следующих предположений.

1. Существует некоторая средняя плотность материи во всем пространстве, которая всюду одна и та же и отлична от нуля.

2. Размеры («радиус») пространства не зависят от времени.

Оба эти предположения могут быть согласованы с общей теорией относительности лишь после добавления в уравнения поля гипотетического члена, который не следует из теории и не представляется естественным с теоретической точки зрения («космологический член в уравнениях гравитационного поля»).

В то время предположение (2) представлялось мне неизбежным, поскольку я считал, что в случае отказа от него открываются безграничные возможности для всевозможных спекуляций.

Однако уже в двадцатых годах русский математик Фридман показал, что с чисто теоретической точки зрения более естественным является иное предположение. Он показал, что, опуская предположение (2), можно сохранить предположение (1), не вводя довольно неестественный космологический член в уравнения гравитационного поля. Именно первоначальные уравнения поля допускают решение, в котором «радиус мира» зависит от времени (расширяющееся пространство). В этом

[1] Гравитационное красное смещение впервые наблюдалось в 1924 году Адамсом в спектре спутника Сириуса — белого карлика Сириус-В, при этом величина смещения оказалась эквивалентной допплеровскому смешению при скорости удаления источника около 20 км/сек. Наблюдаемое красное смешение спектральных линий в гравитационном поле Солнца соответствует 0,6 км/сек. В 1960 году Паунд и Ребка с помощью эффекта Мессбауэра впервые наблюдали красное смещение спектральных линий в гравитационном поле Земли. Это смещение у поверхности Земли при разности высот в 21 м составляет $7,5 \cdot 10^{-5}$ см/сек. — *Прим. ред.*

смысле, согласно Фридману, можно сказать, что теория требует расширения пространства.

Несколькими годами позже Хэббл в специальных исследованиях внегалактических туманностей показал, что спектральные линии обнаруживают красное смещение, которое непрерывно возрастает с увеличением расстояния до туманности. В соответствии с нашими современными знаниями это можно интерпретировать только в смысле принципа Допплера как всестороннее расширение системы звезд, требуемое, согласно Фридману, уравнениями гравитационного поля. Поэтому открытие Хэббла можно рассматривать до некоторой степени как подтверждение теории.

Однако возникает странная трудность. Интерпретация галактического смещения спектральных линий, открытого Хэбблом, как расширения (в котором трудно сомневаться с теоретической точки зрения) приводит к заключению, что существовало начало расширения «всего лишь» около 10^9 лет назад, тогда как, по данным физической астрономии, развитие отдельных звезд и звездных систем продолжалось значительно большее время. Пока неизвестно, как преодолеть это противоречие[1].

Далее, я хотел бы заметить, что теория расширяющейся Вселенной вместе с наблюдательными данными астрономии не позволяет решить вопрос о том, является (трехмерное) пространство конечным или бесконечным, в то время как первоначальная модель «статической» Вселенной приводила к замкнутому (конечному) пространству.

Популярная книжка Эйнштейна «О специальной и общей теории относительности», сыгравшая большую роль в пропаганде идей теории относительности, издавалась много раз в Германии. Первый раз она вышла в серии «Sammlung Vieweg» (H. 38. Braunschweig, Vieweg, 1917). В третьем издании к ней были добавлены два приложения: «Простой вывод преобразования Лоренца» и «Четырехмерный мир Минковского». Начиная с 10-го издания в нее включалось третье приложение: «Экспериментальная проверка общей теории относительности», написанное специально для английского издания 1920 г. В 14-м издании добавлено еще Приложение IV, касающееся космологических проблем. В 15-м издании 1952 г. добавлено Приложение V «Относительность и проблема пространства».

На русском языке книжка выходила четыре раза: в Государственном издательстве (Петроград, 1922) и в Научном книгоиздательстве (Петроград,

---

[1] После более точного определения шкалы расстояний «возраст» возрос до $\sim 13 \cdot 10^9$ лет. — *Прим. ред.*

1922); второе русское издание включало и перевод «Диалога» (статья 43). Книжка вышла также двумя русскими изданиями в переводе Г. Б. Идельсона в Берлине в издательстве «Слово» (1921 и 1922).

Известны издания: американское (Нью-Йорк, 1921, 1931, 1933, 1946, 1948, 1954), испанское (Толедо, 1921), итальянское (Болонья, 1921), французское (Париж, 1921), венгерское (Будапешт, 1922), еврейское (Варшава, 1923) и иврит (древнееврейское) (Тель-Авив, 1928).

ЭФИР И ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ[1]

Каким образом у физиков наряду с представлением о весомой материи, возникшим в результате абстрагирования повседневного опыта, создалось представление о существовании некоторой другой материи — эфира? Конечно, в ее основу легли явления, которые породили теорию дальнодействия, и свойства света, которые привели к волновой теории света. Остановимся несколько более подробно на обоих этих вопросах.

За пределами физики мы ничего не знаем о силах, действующих на расстоянии. Желая установить причинную связь между наблюдаемыми нами явлениями, мы, по-видимому, встречаемся только с взаимодействиями, обнаруживающимися при непосредственном соприкосновении (например, передача движения толчком, давлением или тягой, нагревание или воспламенение и т. д.). Однако в повседневной жизни тяжесть, т. е. сила, действующая на расстоянии, играет одну из главных ролей. Но так как тяжесть тел является для нас чем-то постоянным, не меняющимся ни в пространстве, ни во времени, то мы не задумываемся над причиной тяжести тел, и поэтому для нас остается неосознанной и природа сил, действующих на расстоянии. Лишь теория тяготения Ньютона впервые поставила вопрос о причине силы тяжести, определив ее как силу, действующую на расстоянии и зависящую от масс. Действительно, теория Ньютона сделала самый большой шаг, который когда-либо был сделан на пути попыток установить причинную связь явлений природы; тем но менее, современники Ньютона встретили эту теорию весьма скептически. Им казалось, что она противоречит вытекавшему из всех других опытов принципу действия тел друг на друга через прикосновение.

Стремление человека к познанию весьма неохотно мирится с такой двойственностью. Как можно сохранить единообразие в понимании сил природы? Можно, например, попытаться представить себе, что силы

[1] *Äther und Relativitätstheorie.* Verlag von Julius Springer. Berlin, 1920. (Речь, произнесенная 5 мая 1920 г. в Лейденском университете по поводу избрания Эйнштейна почетным профессором этого университета. Перевод со 2-го немецкого издания. — *Прим. ред.*)

контактного типа действуют на расстоянии, но они становятся заметными лишь на очень малых расстояниях; такой путь избрали последователи Ньютона, всецело ставшие под знамена его учения. Но можно сделать и другое предположение, а именно, что ньютоновская сила лишь представляется нам силой, действующей на расстоянии, а что в действительности она передается или посредством движений, или путем деформации в среде, заполняющей пространство. Таким образом, стремление к единообразию в понимании природы сил приводит к гипотезе об эфире. Впрочем, непосредственно эта гипотеза не имела влияния на развитие теории тяготения и физики вообще, так что на закон тяготения Ньютона привыкли смотреть как на некоторую аксиому, не требующую дальнейшего изучения. Но в представлениях физиков гипотеза об эфире все время играла некоторую роль, хотя первое время, быть может, и в скрытой форме.

Гипотеза об эфире приобрела новую поддержку в первой половине XIX столетия, когда стало очевидным глубокое сходство между свойствами света и свойствами упругих волн в материальных телах. Стало несомненным, что свет можно представить себе как колебательный процесс в упругой среде, обладающей инертной массой и заполняющей Вселенную. Далее, из явления поляризации света с необходимостью вытекало, что эта среда — эфир — должна быть подобна твердому телу, поскольку только в твердом теле, но не в жидкости, возможны поперечные колебания. Таким образом пришли к теории «квазиупругого» светового эфира, частицы которого могут совершать лишь небольшие деформационные движения, соответствующие световым волнам.

Эта теория, называемая также теорией неподвижного эфира, в дальнейшем нашла сильную поддержку в опыте Физо, из которого можно было заключить, что эфир не принимает участия в движении тел. Опыт Физо является фундаментальным и для специальной теории относительности. Явление аберрации света точно так же говорило в пользу теории квазитвердого эфира.

Развитие теории электричества по пути, указанному Максвеллом и Лоренцом, привело к своеобразному и неожиданному повороту в развитии наших представлений об эфире. Правда, для самого Максвелла эфир все еще обладал чисто механическими, хотя и более сложными, чем у твердого тела, свойствами. Но ни самому Максвеллу, ни его последователям не удалось построить такую механическую модель эфира, которая давала бы удовлетворительное истолкование максвелловских законов электромагнитного поля. Законы эти — ясны и просты; механистическое истолкование их — неуклюже и непоследовательно. Почти незаметно для себя физики-теоретики примирились с таким запутанным с точки зрения их механистической программы положением дела; особенно способствовали этому электродинамические исследования Г. Герца. Действительно, вначале они требовали от всякой законченной теории, чтобы она исходила исключительно из механических понятий (например, плотность, скорость, деформация, давление), а затем постепенно привыкли наряду с механическими понятиями допускать в качестве основных понятий напряженности электрических и магнитных полей, не требуя механистического истолкования. Таким образом, физики постепенно отказались от чисто механического воззрения на природу. Однако такой поворот привел к невыносимому дуализму в основных положениях. Желая избежать этого, делали попытки свести основные механические понятия к электрическим; в частности, опыты с β-лучами и быстрыми катодными лучами поколебали веру в непреложную справедливость уравнений механики Ньютона.

Еще у Герца этот дуализм ничем не был смягчен. У него материя выступала носителем не только скоростей, кинетической энергии и давлений, но и электромагнитных полей. Так как эти поля могут существовать также и в пустоте, т.е. в свободном эфире, то и эфир считался также носителем электромагнитных полей, совершенно подобным и родственным весомой материи. Эфир, находящийся внутри материальных тел, принимает участие в их движении; эфир в пустоте всюду имеет такую скорость, что она во всем пространстве распределена непрерывно. Эфир Герца ничем существенно не отличается от весомой материи (частично состоящей из эфира).

Теория Герца не только страдала тем недостатком, что приписывала материи и эфиру, с одной стороны, механические, а с другой — электрические состояния, которые немыслимо связать между собой; она, кроме того, противоречила результату важного опыта Физо относительно скорости распространения света в движущихся жидкостях, а также и другим не вызывавшим сомнения опытным данным.

Таково было положение дела, когда выступил Г. А. Лоренц. Он привел теорию к согласию с опытом, начав с удивительного упрощения основных теоретических положений. Он достиг этого важнейшего со времени Максвелла успеха тем, что лишил эфир его механических, а материю — ее электрических свойств. Как в пустоте, так и внутри материальных тел носителем электромагнитных полей является только эфир, но не материя, которую мы представляем раздробленной на атомы. По теории Лоренца, движутся одни только элементарные частицы материи; их электромагнитное действие обусловлено лишь тем, что они несут электрические заряды. Таким образом, Лоренцу удалось описать все электромагнитные явления на основе уравнений поля, установленных Максвеллом для пустоты.

Что касается механической природы лоренцова эфира, то в шутку можно сказать, что Г. А. Лоренц оставил ему лишь одно механическое свойство — неподвижность. К этому можно добавить, что все изменение, которое внесла специальная теория относительности в концепцию эфира, состояло в лишении эфира и последнего его механического свойства. Сейчас мы поясним, как это следует понимать.

Теория электромагнитного поля Максвелла–Лоренца послужила моделью для теории пространства и времени и кинематики специальной теории относительности. Таким образом, теория Максвелла–Лоренца удовлетворяет условиям специальной теории относительности; но с точки зрения последней она приобретает новый вид. Пусть K — некоторая координатная система, относительно которой эфир Лоренца покоится; тогда уравнения Максвелла–Лоренца будут справедливы прежде всего относительно K. Но, согласно специальной теории относительности, те же самые уравнения в совершенно неизменном виде будут справедливы и относительно всякой другой координатной системы K', движущейся равномерно и прямолинейно относительно системы K. Теперь невольно возникает вопрос: почему мы должны приписывать системе K, в отличие от физически совершенно подобной ей системы K', то свойство, что эфир относительно K неподвижен? Такая асимметрия теоретического построения, совершенно не опирающаяся ни на какую асимметрию опытных данных, недопустима. Мне кажется неприемлемой (хотя логически и не вполне ложной) физическая равноценность систем K и K' при одновременном допущении, что эфир покоится относительно системы K и движется относительно системы K'.

В этом вопросе можно встать на следующую точку зрения. Эфира вообще не существует. Электромагнитные поля представляют собой не состояния некоторой среды, а самостоятельно существующие реальности, которые нельзя свести к чему-либо другому и которые, подобно атомам весомой материи, не связаны ни с какими носителями. Такая концепция является тем более естественной, что, согласно теории Лоренца, электромагнитное излучение, подобно весомой материи, обладает импульсом и энергией, и что материя и излучение, согласно специальной теории относительности, являются только особыми формами энергии, распределенной в пространстве; таким образом, весомая масса теряет свое особое положение и является лишь особой формой энергии.

Между тем ближайшее рассмотрение показывает, что специальная теория относительности не требует безусловного отрицания эфира. Можно принять существование эфира; не следует только заботиться о том, чтобы приписывать ему определенное состояние движения; иначе говоря, абстрагируясь, нужно отнять у него последний механический признак, который ему еще оставил Лоренц. Позднее мы увидим, что общая теория относительности оправдывает такое представление; мыслимость же этого представления мы выясним сейчас на одном, правда, не совсем удачном примере.

Представим себе волны на поверхности воды. В этом явлении можно различать две стороны. Прежде всего можно исследовать, как с течением времени меняется волнистая поверхность, разделяющая воду и воздух. Но можно также — например, при помощи маленьких плавающих тел — исследовать, как изменяется с течением времени положение отдельных частиц воды. Однако предположим, что мы принципиально отказываемся от применения таких плавающих тел для исследования движения частиц воды; тогда мы сможем во всем явлении заметить только изменение во времени пространственного положения поверхности воды; в таком случае у нас нет никаких оснований предполагать, что вода состоит из подвижных частиц. Но мы все же можем спокойно считать воду непрерывной средой.

Нечто подобное существует и в электромагнитном поле. Именно, поле можно представить себе состоящим из силовых линий. Если смотреть на эти силовые линии как на нечто материальное в обычном смысле слова, то можно попытаться представить себе динамические явления как явления движения этих силовых линий, исследовать, таким образом, поведение каждой силовой линии с течением времени. Но, как известно, такой способ рассмотрения приводит к противоречиям.

Обобщая, мы можем сказать: путем расширения понятия физического объекта можно представить себе такие объекты, к которым нельзя применить понятие движения. Эти объекты нельзя мыслить состоящими из частиц, поведение каждой из которых поддается исследованию во времени. На языке Минковского надо сказать так: не всякое образование, заполняющее четырехмерное пространство, можно представить себе состоящим из мировых линий. Специальная теория относительности запрещает считать эфир состоящим из частиц, поведение которых во времени можно наблюдать, но гипотеза о существовании эфира не противоречит специальной теории относительности. Не следует только приписывать эфиру состояние движения.

Очевидно, с точки зрения специальной теории относительности гипотеза об эфире лишена содержания. В уравнения электромагнитного поля входят, кроме плотности электрических зарядов, только напряженности поля. Электромагнитные явления в пустоте вполне определяются содержащимися в этих уравнениях законами, независимо от других физических величин. Электромагнитное поле является первичной, ни к чему не сводимой реальностью, и поэтому совершенно излишне постулировать еще и существование однородного изотропного эфира и представлять себе поле как состояние этого эфира.

С другой стороны, можно привести некоторый важный аргумент в пользу гипотезы об эфире. Отрицать эфир — это в конечном счете значит принимать, что пустое пространство не имеет никаких физических свойств. С таким воззрением не согласуются основные факты механики. В самом деле, механическое поведение некоторой свободно движущейся в пустом пространстве системы тел зависит не только от относительных положений (расстояний) и относительных скоростей этих тел, но и от состояний вращения, которое невозможно охарактеризовать каким-либо признаком, относящимся к системе. Чтобы можно было рассматривать вращение системы, по крайней мере формально, как нечто реальное, Ньютон объективизирует пространство. Тем, что он причисляет свое абсолютное пространство к реальным вещам, он принимает и вращение относительно абсолютного пространства как нечто реальное. Ньютон мог бы с полным правом назвать свое абсолютное пространство «эфиром»; ведь для того, чтобы смотреть на ускорение или вращение как на нечто реальное, существенно только наряду с наблюдаемыми объектами считать еще реальной некоторую другую чувственно невоспринимаемую вещь.

Правда, Мах пытался избежать необходимости принимать за реально существующее нечто недоступное наблюдению, когда в механике вместо ускорения относительно абсолютного пространства вводилось среднее ускорение относительно всей совокупности масс в мире.

Но инерция в случае ускорения относительно далеких масс предполагает прямое действие на расстоянии. Так как современный физик уверен в возможности обойтись без него, то он при подобном способе рассмотрения вновь приходит к эфиру, который должен явиться средой, передающей инерцию. Но такое представление об эфире, приводящее к маховскому способу рассмотрения, существенно отличается от представлений об эфире Ньютона, Френеля и Г. А. Лоренца. Эфир Маха не только обусловливает поведение инертных масс; состояние самого эфира зависит от инертных масс.

Мысль Маха находит свое полное развитие в эфире общей теории относительности. Согласно этой теории, метрические свойства пространственно-временного континуума в окрестности отдельных пространственно-временных точек различны и зависят от распределения материи вне рассматриваемой области. Представление о физически пустом пространстве окончательно устраняется такой пространственно-временной изменяемостью масштабов и часов; соответственно, признание того факта, что «пустое пространство» в физическом отношении не является однородным и изотропным, вынуждает нас описывать его состояние с помощью десяти функций — гравитационных потенциалов $g_{\mu\nu}$. Но, таким образом, и понятие эфира снова приобретает определенное содержание, которое совершенно отлично от содержания понятия эфира механической теории света. Эфир общей теории относительности есть среда, сама по себе лишенная всех механических и кинематических свойств, но в то же время определяющая механические (и электромагнитные) процессы.

Эфир общей теории относительности принципиально отличается от эфира Лоренца тем, что его состояние в любом месте динамически определяется с помощью дифференциальных уравнений материей и состоянием эфира в соседних точках, в то время как состояние эфира Лоренца в случае отсутствия электромагнитных полей ни от чего, кроме самого эфира, не зависит и всюду одно и то же. Мысленно можно превратить эфир общей теории относительности в эфир Лоренца, если заменить все описывающие его функции пространственных координат постоянными и не обращать внимания на причины, обусловливающие его состояние. Можно сказать еще и так: эфир общей теории относительности мы получаем из эфира Лоренца, релятивируя последний.

Нам пока еще не ясно, какую роль новый эфир призван играть в картине мира будущего. Мы знаем, что он определяет метрические соотношения в пространственно-временном континууме, например, возможные конфигурации твердых тел или различные гравитационные поля, но мы не знаем, участвует ли он в построении элементарных электрических частиц, образующих материю. Мы не знаем также, отличается ли его структура от структуры эфира Лоренца только вблизи весомых масс, применима ли евклидова геометрия к пространственным областям космических размеров. Но мы можем, основываясь на уравнениях тяготения теории относительности, утверждать, что в пространственных областях космических размеров только тогда могут быть отклонения от евклидовой геометрии, когда во Вселенной будет существовать хотя бы весьма малая положительная средняя плотность материи. В этом случае мир с необходимостью должен быть пространственно замкнутым и конечным, определяемым величиной упомянутой выше средней плотности.

Если мы будем с точки зрения гипотезы о существовании эфира рассматривать гравитационное и электромагнитное поля, то мы заметим замечательную принципиальную разницу между ними. Не может быть пространства, а также и части пространства без потенциалов тяготения; последние сообщают ему метрические свойства — без них оно вообще немыслимо. Существование гравитационного поля непосредственно связано с существованием пространства. Напротив, очень легко представить себе любую часть пространства без электромагнитного поля; в противоположность гравитационному полю поле электромагнитное каким-то образом лишь вторично связано с эфиром, причем природа электромагнитного поля вовсе не определяется природой эфира поля тяготения. При современном состоянии теории кажется, что электромагнитное поле в отличие от гравитационного поля определяется совершенно другой формальной причиной; как будто бы природа могла наделить гравитационный эфир вместо полей типа электромагнитного поля, также и полями совершенно другого типа, например, скалярными.

Так как, по нашим современным воззрениям, и элементарные частицы материи по своей природе представляют собой не что иное, как сгущения электромагнитного поля, то, следовательно, в нашей современной картине мира существуют две совершенно различные по содержанию реальности, хотя и связанные между собой причинно, а именно, гравитационный эфир и электромагнитное поле; их можно назвать пространством и материей.

Естественно, что большим шагом вперед было бы объединение в одну общую картину гравитационного и электромагнитного полей. Тогда была бы достойно завершена эпоха теоретической физики, начатая Фарадеем и Максвеллом; сгладилась бы противоположность между эфиром и материей, и вся физика стала бы замкнутой теорией, подобной общей теории относительности, охватывающей геометрию, кинематику и теорию тяготения. Исключительно остроумная попытка в этом направлении сделана математиком Г. Вейлем, однако я не думаю, что его теория может выдержать сравнение с опытом. Размышляя о ближайшем будущем теоретической физики, мы, безусловно, не можем отрицать возможности встретиться с непреодолимыми границами для теории поля, которые могут поставить факты, охватываемые квантовой теорией.

Резюмируя, можно сказать, что общая теория относительности наделяет пространство физическими свойствами; таким образом, в этом смысле эфир существует. Согласно общей теории относительности, пространство немыслимо без эфира; действительно, в таком пространстве не только было бы невозможно распространение света, но не могли бы существовать масштабы и часы и не было бы никаких пространственно-временных расстояний в физическом смысле слова. Однако этот эфир нельзя представить себе состоящим из прослеживаемых во времени частей; таким свойством обладает только весомая материя; точно так же к нему нельзя применять понятие движения.

Доклад «Эфир и принцип относительности» издавался совместно с докладом «Геометрия и опыт»; отдельным изданием он выходил на польском и французском языках. Русский перевод был издан «Научным книгоиздательством» в 1921 году, а также в сборнике «О физической природе пространства» (Берлин, 1922 г.), в котором, кроме того, напечатана работа «Геометрия и опыт».

Альберт Эйнштейн

Теория относительности
Избранные работы

Дизайнер М. В. Ботя
Редактор А. А. Белавин
Технический редактор А. В. Широбоков
Компьютерная подготовка: И. В. Рылова
С. В. Высоцкий
Компьютерная графика С. В. Кузнецов
Корректоры: М. А. Ложкина, А. В. Пигузова

Подписано к печати 28.05.00. Формат $60 \times 84^1/_{16}$.
Усл. печ. л. 13,02. Уч. изд. л. 13,47.
Гарнитура Computer Modern Roman. Бумага офсетная № 1.
Печать офсетная. Заказ № . Тираж 1000 экз.

Научно-издательский центр «Регулярная и хаотическая динамика»
426057, г. Ижевск, ул. Пастухова, 13.
Лицензия на издательскую деятельность ЛУ № 084 от 03.04.00.

Отпечатано с готовых диапозитивов
в ГИПП «Вятка», 610044, г. Киров, ул. Московская, 122.