

CAGD 作业 12

刘紫檀 SA21229063

内容

实现 RBF Mesh Deformation

参考 Botsch and Kobbelt 2005. Real-Time Shape Editing using Radial Basis Functions

推导

输入是一些点对，列约束方程

$$\begin{pmatrix} \Phi & P \\ P^T & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_j \\ q_j \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_i \\ 0 \end{pmatrix}$$

其中：

- Φ 为 $m \times m$ 矩阵，定义为 $\Phi_{ij} = \phi_j(c_i)$
 - 定义为 $\phi_j(c_i) = \|c_i - x_j\|_2^3$
- P 为 $m \times 10$ 矩阵，定义为 $P_{ij} = p_j(c_i)$
 - $p_j(c_i)$ 被 $\{1, x, y, z, x^2, y^2, z^2, xy, xz, yz\}$ 张成

有二次项炸的实在是太厉害。。最后都改成 4 维，被 $\{1, x, y, z\}$ 张成了。

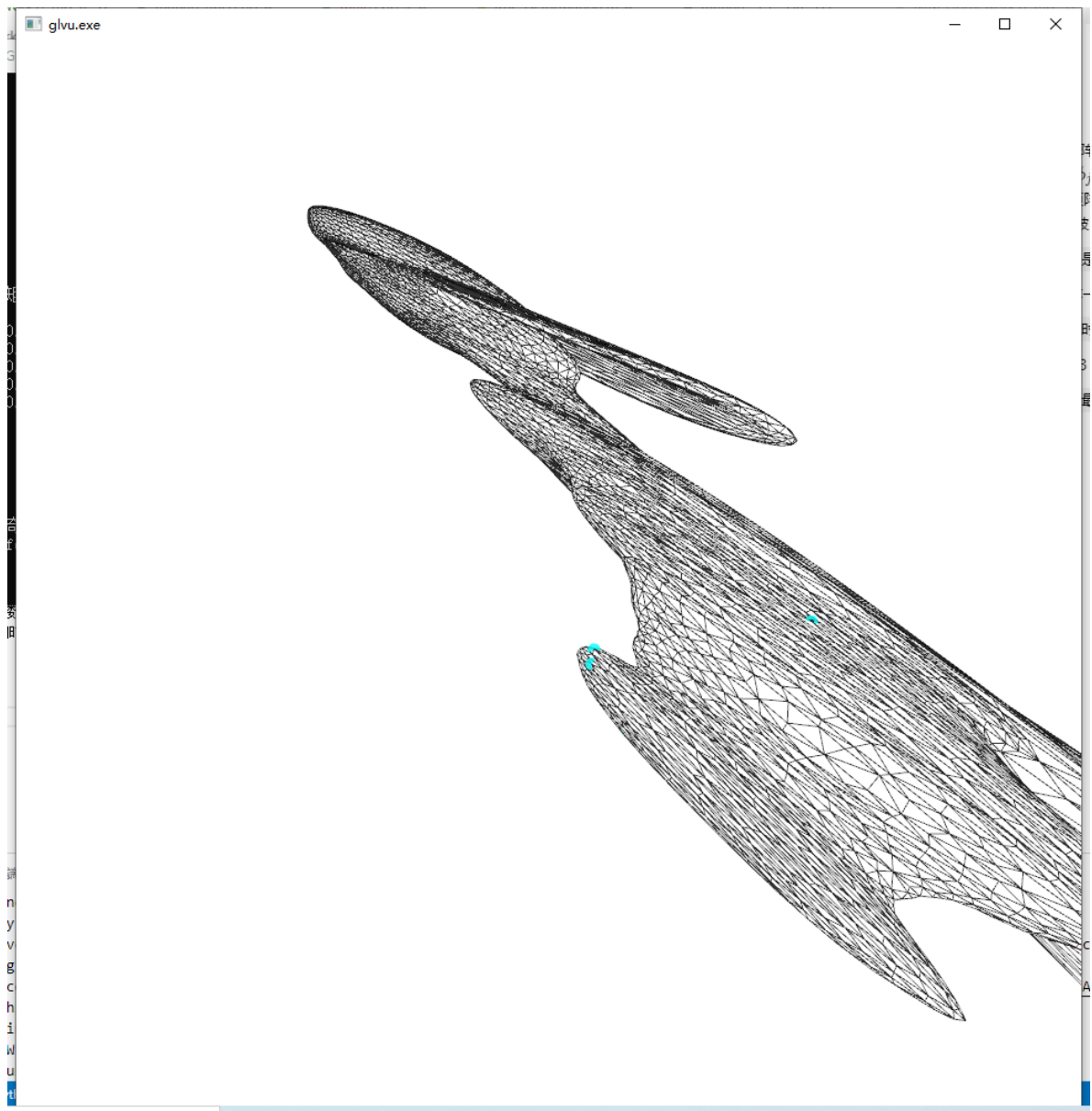
用 $A^T A x = A^T b$ 求一个最小二乘解来解决秩不够的问题。

但是这样约束少的时候可能比想象中的鬼畜，因为优化的能量在人眼看起来不是最优的。

同时令输入点数少于 3 时不动作，方便拖动一些初始点。

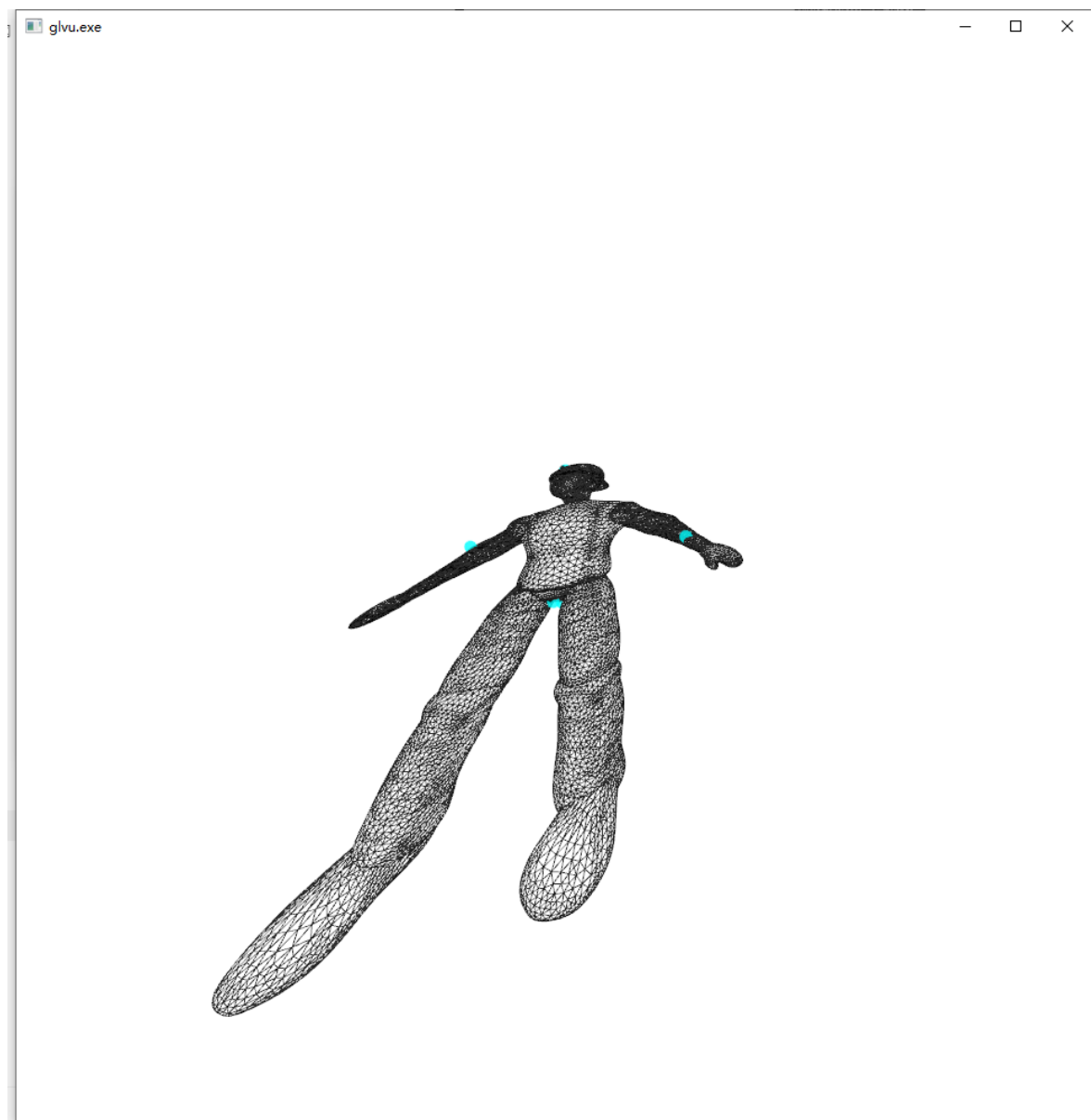
不然点少的时候用最小二乘炸的太厉害..

结果展示



手上拽了四个点..可以看到点确实被拽过去了。

但是这个 RBF 基函数的支集是 R^3 ，对于这个问题来说有点过于恐怖了，感觉明显做个 cutoff 合适的多，比如选 Gaussian RBF。



一个稍微能看出人形的五个点的例子。