Recursividad

Funciones Recursivas

¿Qué es la recursividad?

- *La recursividad es un concepto fundamental en matemáticas y en computación.*

- *Es una alternativa diferente **para implementar estructuras de repetición (ciclos)**. Los módulos se hacen llamadas recursivas.*

- *Se puede usar en toda situación en la cual **la solución pueda ser expresada como una secuencia de movimientos, pasos o transformaciones gobernadas por un conjunto de reglas no ambiguas.***

Función recursiva

Las funciones recursivas se componen de:

- ***Caso base**: una solución simple para un caso particular (puede haber más de un caso base).*
  - *La secuenciación, iteración condicional y selección son estructuras válidas de control que pueden ser consideradas como enunciados.*
  - *Las estructuras de control que se pueden formar combinando de manera válida, la secuenciación, iteración condicional y selección también son válidos.*

Función recursiva

- ***Caso recursivo:*** *una solución que involucra volver a utilizar la función original, con parámetros que se acercan más al caso base. Los pasos que sigue el caso recursivo son los siguientes:*

  - *La función se llama a sí misma.*
  - *El problema se resuelve, resolviendo el mismo problema pero de tamaño menor.*
  - *La manera en la cual el tamaño del problema disminuye asegura que el caso base eventualmente se alcanzará.*

Ejemplo:

Pensemos en el cálculo del factorial de un número…

$0! = 1$	
$1! = 1$	
$2! = 2$	→ $2! = 2 * 1!$
$3! = 6$	→ $3! = 3 * 2!$
$4! = 24$	→ $4! = 4 * 3!$
$5! = 120$	→ $5! = 5 * 4!$

Ejemplo:

*Desarrollo de la función factorial de manera **iterativa**:*

Tipo de dato que retornará la función

Parámetro formal. Para este caso el valor de cálculo del factorial

```
int factorial (int n)
{
int factor = 1;
for  (int i = 1; i <= n; i++)
            fact = fact* i;
return fact;
  }
```

Para este algoritmo, declaración de variable local necesaria y su inicialización

Dato que retornará la función

Seguimiento de cada iteración de la función factorial para un n=5:

```
int factorial (int n) {
    int fact = 1;
    for  (int i = 1; i <= n; i++)
            fact *= i;
    return fact;  }
```

		i <= n	i <= n	i <= n	i <= n
i	1	2	3	4	5
n	5	5	5	5	5
fact=fact*i	1	2	6	24	120
return fact	?	?	?	?	**120**

Analizando la secuencia de factoriales:

- **El factorial de 0 = 0! → 1**
- **El factorial de 1 = 1! → 1 * 0! = 1**
- **El factorial de 2 = 2! → 2 * 1! = 2**
- **El factorial de 3 = 3! → 3 * 2! = 6**
- **El factorial de 4 = 4! → 4 * 3! = 24**
- **El factorial de 5 = 5! → 5 * 4! = 120**
- **Concluimos en que:**
  - **N! = N * (N – 1)!**

Solución

Aquí podemos ver la secuencia que toma el factorial:

$$
\mathbf{N\,!} \;=\; \begin{cases} \mathbf{1} & \textbf{si } \mathbf{N = 0} \;\; \textbf{(caso base)} \\[2em] \mathbf{N * (N - 1)\,!} & \textbf{si } \mathbf{N > 0} \;\; \textbf{(recursión)} \end{cases}
$$

Un razonamiento recursivo tiene dos partes: ***la base y la regla recursiva de construcción.*** *La base no es recursiva y es el punto tanto de partida como de terminación de la definición.*

Ejemplo: función factorial (recursivo)

Dado un entero no negativo n, regresar su factorial:

Entrada: n entero no negativo,

Salida (retorno): entero.

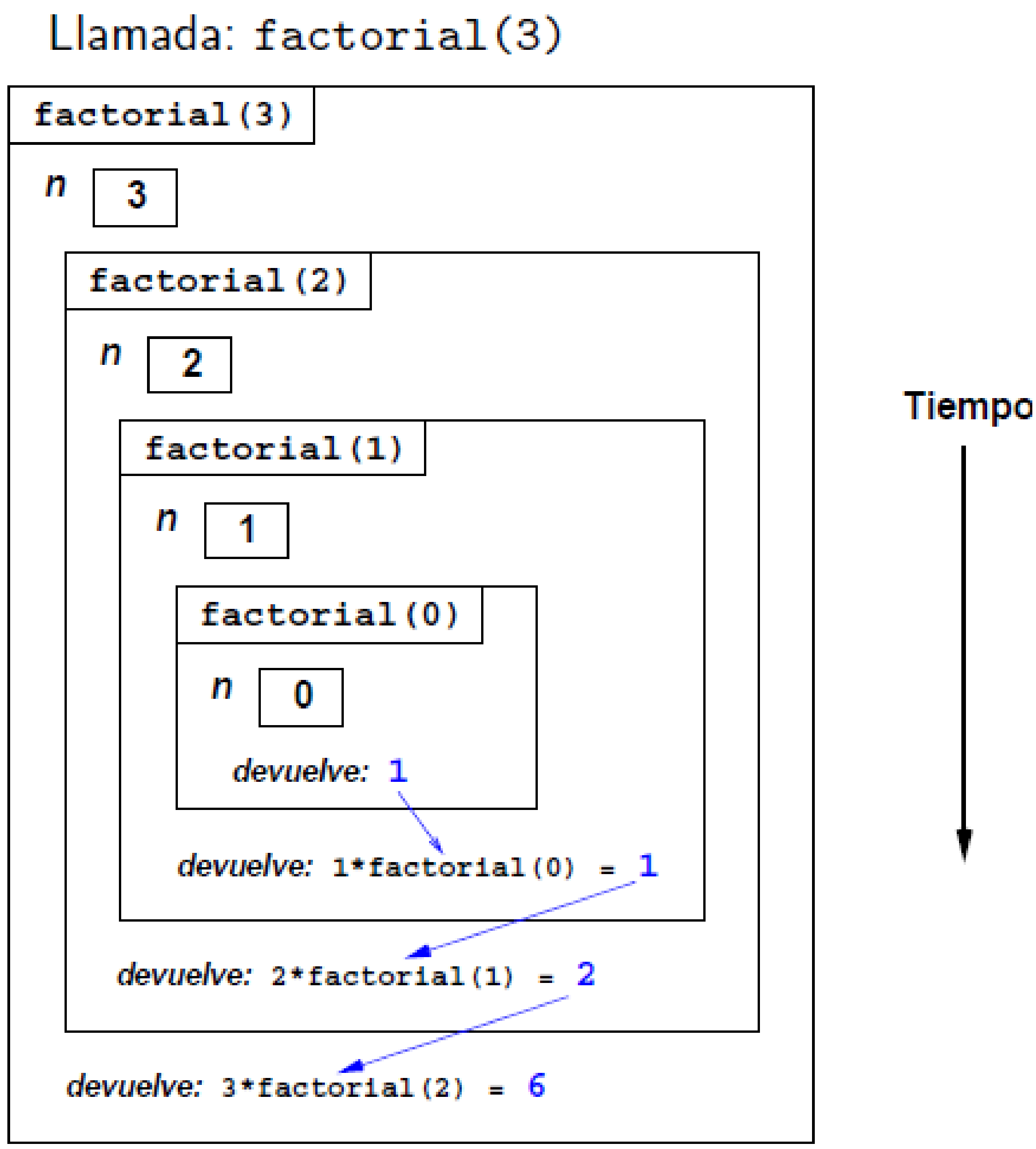
```
int factorial (int n) {
    if (n == 0) return 1;
    else
   return factorial (n-1) * n;
   }
```

***Es importante determinar un caso base,* es decir un punto en el cual existe una condición por la cual no se requiera volver a llamar a la misma función.**

Llamada recursiva

Traza de algoritmos recursivos:

Se representan en cascada cada una de las llamadas al módulo recursivo, así como sus respectivas zonas de memoria y los valores que devuelven.



Espacio de main()
factorial(3)

6

Espacio de factorial(3)
```
if(3==0)
      return 1;
else
      return factorial(3-1)*3;
```

2

Espacio de factorial(2)
```
if(2==0)
      return 1;
else
      return factorial(2-1)*2;
```

1

Espacio de factorial(1)
```
if(1==0)
      return 1;
else
      return factorial(1-1)*1;
```

1

Espacio de factorial(0)
```
if(0==0)
      return 1;
else
      return factorial(0-1)*0;
```

¿Cómo escribir una función en forma recursiva? Sintaxis

<*tipo_de_dato _de_retorno*> <nom_fnc> (<param>) {

[declaración de variables]

[condición de salida]

[instrucciones]

[llamada a <nom_fnc> (<param>)]

return <resultado>

}

Cuando una función recursiva se llama recursivamente a sí misma, para cada llamada se crean ***copias independientes*** de las variables declaradas en el procedimiento.

Ejercicio 1: escribe una función recursiva que calcule la potencia de un número.

Cálculo de la potencia

$$x^n = \begin{cases} 1 & \text{si } n = 0 \\ x \cdot x^{n-1} & \text{si } n > 0 \end{cases}$$

```
int potencia(int base, int expo){
  if (expo==0)
    return 1;
  else
    return base * potencia(base,expo-1);
}
```

Ejercicio 2: escribe una función recursiva que sume dos valores.

La suma de forma recursiva

$$suma(a,b) = \begin{cases} a & \text{si } b = 0 \\ 1 + suma(a, b-1) & \text{si } b > 0 \end{cases}$$

```
int suma(int a, int b){
  if (b==0)
    return a;
  else
    return 1+suma(a,b-1);
}
```

Ejercicio 3: escribe una función recursiva que calcule el producto de dos números.

3. El producto de forma recursiva

$$producto(a,b) = \begin{cases} 0 & \text{si } b = 0 \\ a + producto(a, b-1) & \text{si } b > 0 \end{cases}$$

```
int producto(int a, int b){
  if (b==0)
    return 0;
  else
    return a+producto(a,b-1);
}
```

Ejercicio 4: Construye un programa para resolver la serie de Fibonacci. Cada término de la serie suma los 2 anteriores. Ejemplo: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8...

Fórmula recursiva:

fib(n) = fib (n - 1) + fib (n - 2)

Caso base: Fib (0)=0; Fib (1)=1

Caso recursivo: Fib (i) = Fib (i -1) + Fib(i -2)

¿Por qué escribir programas recursivos?

- *Son más cercanos a la descripción matemática.*
- *Generalmente más fáciles de analizar.*
- *Se adaptan mejor a las estructuras de datos recursivas.*
- *Los algoritmos recursivos ofrecen soluciones estructuradas, modulares y elegantemente simples.*

¿Cuándo usar recursividad?

- *Para simplificar el código.*
- *Cuando la estructura de datos es recursiva ejemplo: árboles.*

¿Cuándo no usar recursividad?

- *Cuando los métodos usen arreglos largos.*
- *Cuando el método cambia de manera impredecible de campos.*
- *Cuando las iteraciones sean la mejor opción.*

Clasificaciones

- *Cuando una función incluye una llamada a sí misma se conoce como* ***recursión directa.*** *(ejemplo del factorial)*

- *Cuando una función llama a otra función y esta causa que la función original sea invocada, se conoce como* ***recursión indirecta.***

Ejemplo de recursión indirecta.

```c
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

int par(int n);
int impar(int n);

int main(){
   int x; /* entero */
   printf( "Introduzca un entero:\n " );
   scanf( "%d", &x );
   if (par(x)==1) printf( "\n %d Es par\n", x);
   else printf( "\n %d Es impar\n", x);
system("Pause");
return 0;}
```

```c
int par(int n){
  if (n == 0) return 1;
  return impar(n-1);}

int impar(int n){
  if (n == 0) return 0;
  return par(n-1);}
```

Recursión vs. iteración

Repetición

Iteración: ciclo explícito

Recursión: repetidas invocaciones al método

Terminación

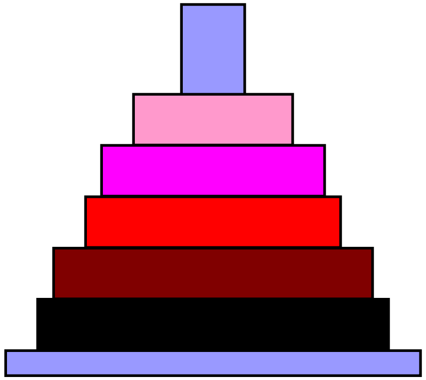
Iteración: el ciclo termina o la condición del ciclo es falsa

Recursión: se reconoce el caso base

En ambos casos podemos tener ciclos infinitos.

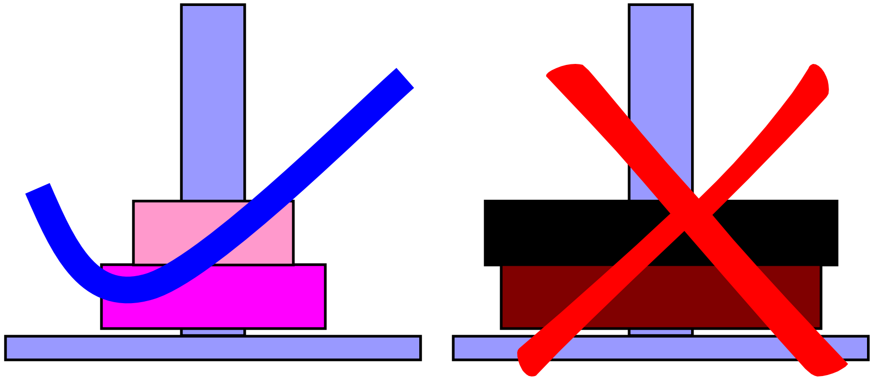
Un ejemplo clásico de recursividad: Torres de Hanoi

- Tenemos tres astas A, B y C, y un conjunto de cinco aros, todos de distintos tamaños.
- El enigma comienza con todos los aros colocados en el asta A de tal forma que ninguno de ellos debe estar sobre uno más pequeño a él; es decir, están apilados, uno sobre el otro, con el más grande hasta abajo, encima de él, el siguiente en tamaño y así sucesivamente.



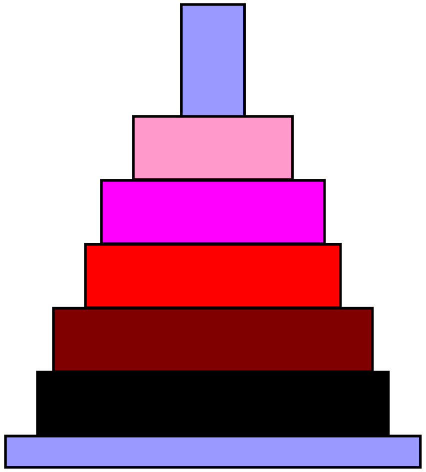
Torres de Hanoi

- El propósito del enigma es lograr apilar los cincos aros, en el mismo orden, pero en el hasta C.
- Una restricción es que durante el proceso, puedes colocar los aros en cualquier asta, pero debe apegarse a las siguientes reglas:
  - Solo puede mover el aro superior de cualquiera de las astas.
  - Un aro más grande nunca puede estar encima de uno más pequeño.

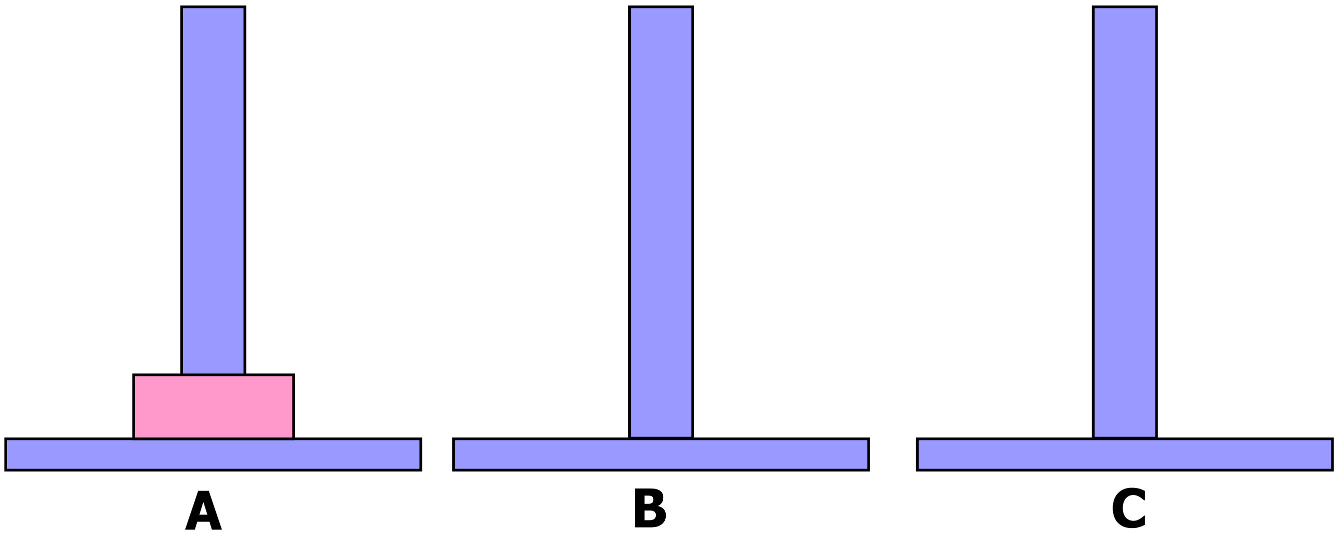


¿Cómo resolvemos el problema?

- Para encontrar cómo se resolvería este problema, debemos ver cómo se resolvería cada caso.

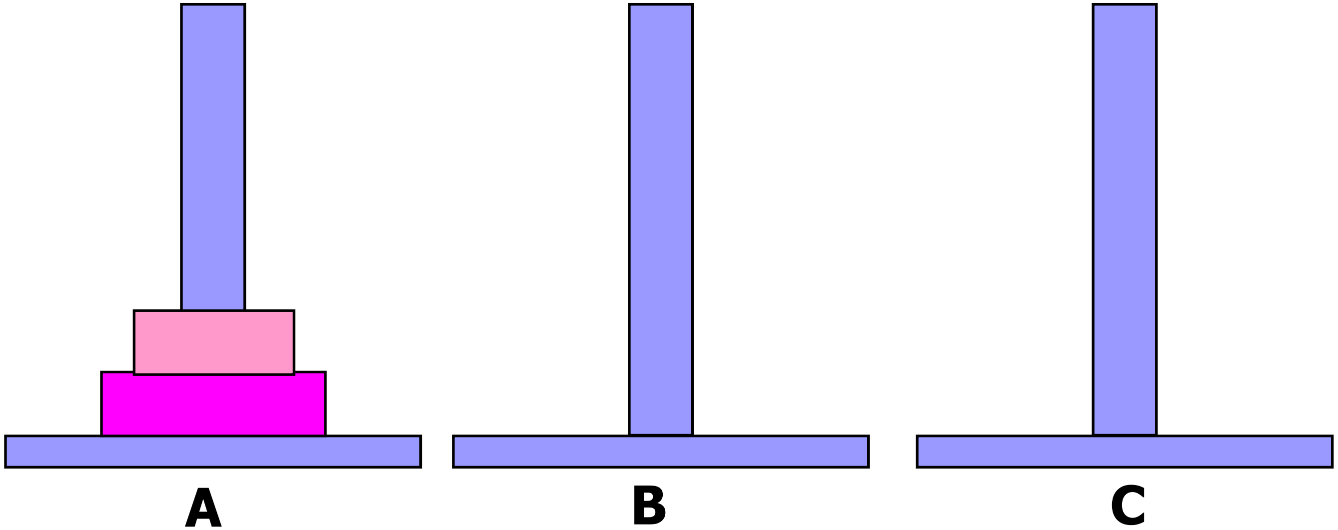


¿Cómo se resolvería el caso en que hubiese un aro?



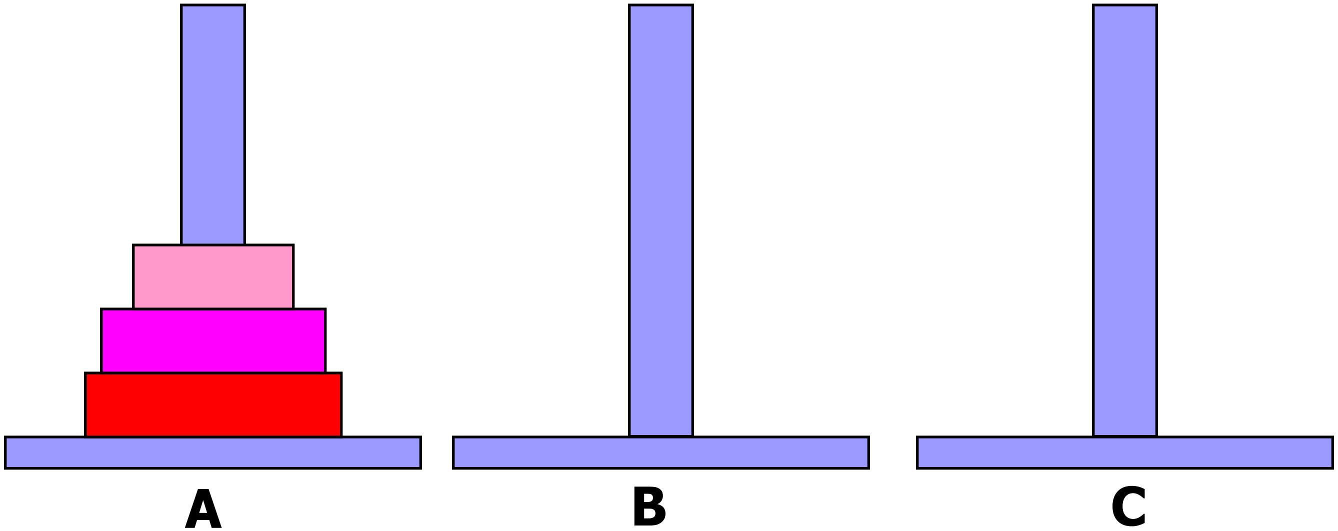
Pasando directamente el aro de A a C.

¿Cómo se resolvería el caso en que hubiera 2 aros?



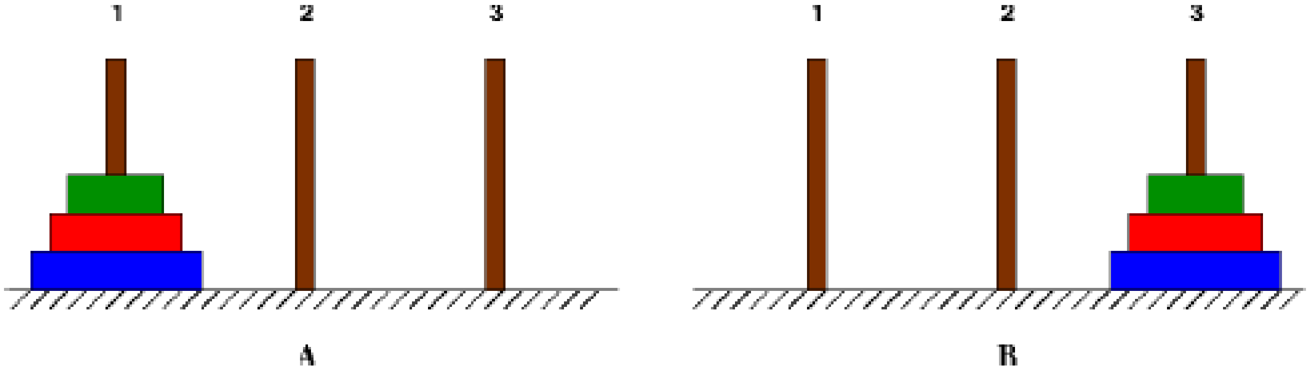
Colocando el más pequeño en el asta B, pasando el grande a el asta C y después moviendo el que está en B a C.

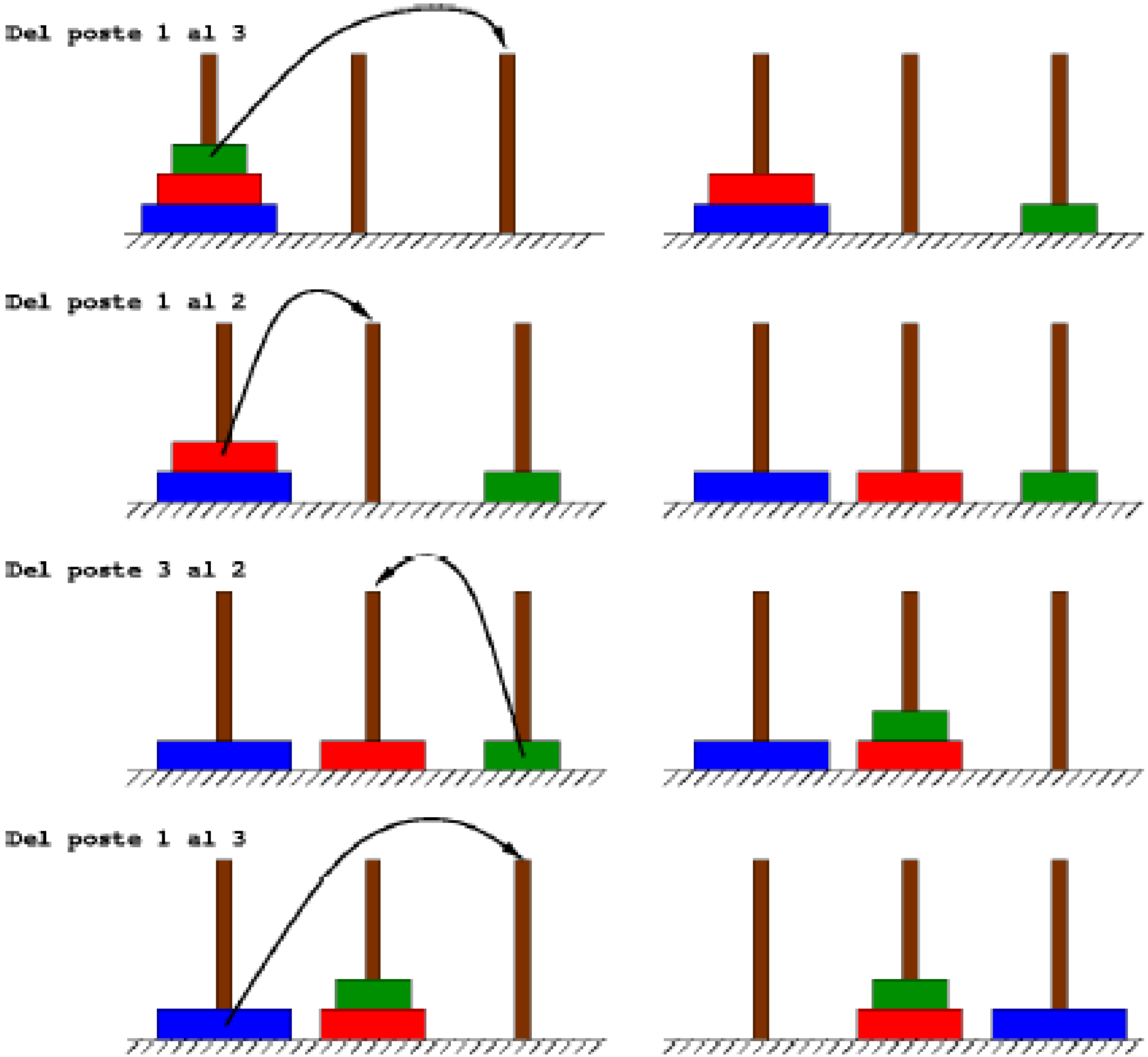
¿Cómo se resolvería el caso de 3 aros?

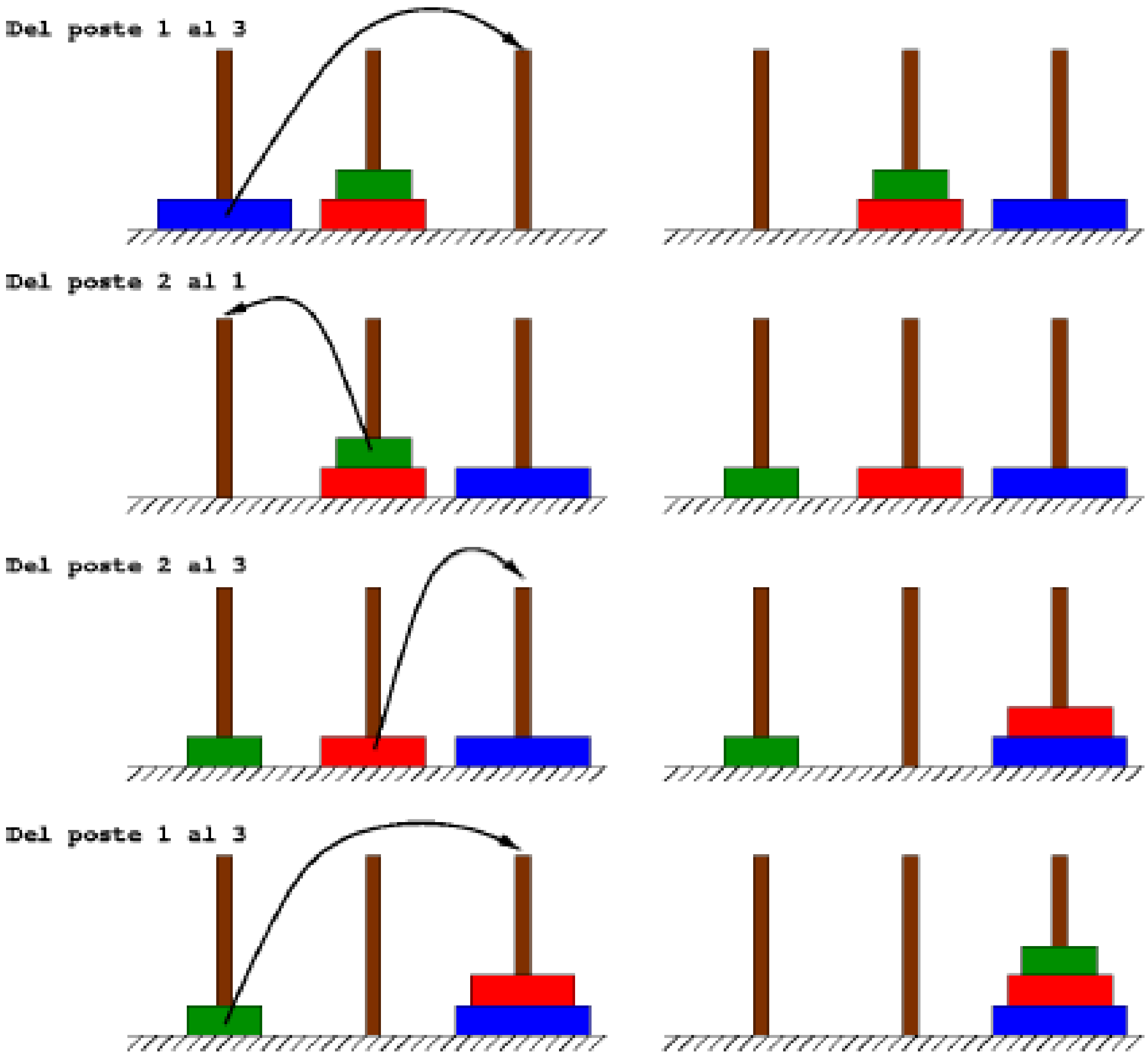


Resolviendo el problema de las Torres de Hanoi

- Entonces, por lo que hemos podido ver, el programa podría definirse de la siguiente manera:
  - Si es un solo disco, lo movemos de A a C.
  - En otro caso, suponiendo que n es la cantidad de aros que hay que mover
    - Movemos los n-1 aros superiores - es decir, sin contar el más grande- de A a B (utilizando a C como auxiliar).
    - Movemos el último aro (el más grande) de A a C.
    - Movemos los aros que quedaron en B a C (utilizando a A como auxiliar).


1
2
3
A
1
2
3
B


Del poste 1 al 3
Del poste 1 al 2
Del poste 3 al 2
Del poste 1 al 3


Del poste 1 al 3
Del poste 2 al 1
Del poste 2 al 3
Del poste 1 al 3

Numero de discos: 3

- **Del poste 1 al 3**
- **Del poste 1 al 2**
- **Del poste 3 al 2**
- **Del poste 1 al 3**
- **Del poste 2 al 1**
- **Del poste 2 al 3**
- **Del poste 1 al 3**

```
#include <stdio.h>
#include <stdlib.h>

void hanoi (int n, int inic, int tmp, int
final);

main ()
{
int n; // Numero de discos a mover
printf( "Numero de discos: ");
scanf("%d",&n);
hanoi (n, 1, 2, 3); // mover "n" discos
del 1 al 3 usando el 2 como temporal.
return 0;
}
```

```
void hanoi (int n, int inic, int tmp, int
final)
{
if (n > 0) {
// Mover n-1 discos de "inic" a "tmp".
// El temporal es "final".
hanoi (n-1, inic, final, tmp);
// Mover el que queda en "inic"a "final"
printf("Del poste %d al %d\n«,
inic,final);
// Mover n-1 discos de "tmp" a "final".
// El temporal es "inic".
hanoi (n-1, tmp, inic, final);
}
}
```

Fin