



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC

Wilfer Elí Maquilón Ballesteros

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2016

**Resolución y planteamiento de problemas matemáticos
apoyados por las TIC**

Wilfer Elí Maquilón Ballesteros

**Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para
optar al título de:**

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director (a):

Alcides Montoya Cañola., PhD

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2017

Dedicatoria

A Dios

Por permitirme llegar hasta éste punto y haberme dado salud para lograr mis objetivos, además de su infinita bondad y amor.

A mi madre, esposa, hijos y hermanos, por ser el pilar fundamental de lo que soy, en toda mi educación, tanto académica como de la vida, por su incondicional apoyo perfectamente mantenido a través del tiempo.

Todo éste trabajo ha sido posible gracias a ellos.

Agradecimientos

Al profesor Alcides Montoya Cañola, por haber sido asesor del trabajo de grado.

A la Institución educativa Nueva Generación Fe y Alegría Nueva Generación, muy especialmente al Rector Eudes González por su buena disposición para colaborarme con ésta propuesta.

A los estudiantes del grado séptimo B, quienes contribuyeron decididamente para que la propuesta de intervención se llevara a cabo exitosamente.n.

Resumen

El propósito de éste trabajo es diseñar una propuesta didáctica del pensamiento numérico, que permita potenciar la resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las Tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC) en este caso, plataforma Moodle y erudito, para el grado séptimo. El planteamiento y resolución de problemas matemáticos mediante la utilización del método heurístico de George Polya (1989), apoyados por el trabajo colaborativo dentro del aula, lleva al estudiante a ser dinámico y a través de procesos de pensamiento analítico y reflexivo permitiendo que construya su propio conocimiento y mejorando la capacidad argumentativa, propositiva y de razonamiento lógico. La implementación de la estrategia, generó en la población objetivo aprendizajes significativos, los cuales se manifiestan en la adquisición de habilidades en cuanto a la modelación matemática, planteamiento y resolución de ecuaciones y aplicación de las cuatro etapas del método heurístico, lo cual se evidencia en la mejora en los resultados académicos, como podrá observarse en este trabajo.

Palabras Claves:

Resolución y planteamiento de problemas, método heurístico, modelación matemática, ecuaciones lineales.

Abstract

The purpose of this work is to design a didactic approach of numerical thinking, which provides enhanced resolution and approach mathematical problems by ICT (Moodle and scholar platform) for the seventh grade supported. The approach and solving mathematical problems by using the heuristic method of George Polya (1989), supported by collaborative work in the classroom, leads the student to be dynamic and through processes of analytical thinking and reflective construct their own knowledge, enabling it to improve argumentative, purposeful and logical reasoning capacity. The implementation of the strategy, generated in the target population learnings significant, which are manifested in the acquisition of skills in terms of mathematical modeling approach and solving equations and application of the four stages of the heuristic method, which is evident in the improved academic results.

Key words: Resolution and approach problems, heuristic method, mathematical modeling, linear equations.

Contenido

Capítulo 1. Aspectos Preliminares	15
1.1 Selección y delimitación temática	15
1.2 Problema de Investigación.....	15
1.2.1 Antecedentes	15
1.2.2 Formulación de la pregunta.....	21
1.2.3 Descripción del problema.....	19
1.3 Justificación.....	22
1.4 Objetivos.....	24
1.4.1 Objetivo General	24
1.4.2 Objetivos Específicos	24
2. Marco Referencial	26
2.1 Marco Teórico.....	26
2.1.1. Método heurístico de George Polya (1989).....	29
2.2. Marco Teórico de la UEPS.	34
2.3 Marco conceptual	35
2.3.1. Historia de las ecuaciones	38
2.3.2 Concepto de Ecuación	40
2.3.3. Clases de ecuaciones	41
2.3.4. Pasos para resolver una ecuación	43
2.3.5 Ecuaciones Lineales o de Primer grado.....	44
2.3.6. Ecuaciones Equivalentes	44
2.2.7 Ecuaciones con paréntesis	45
2.3.8 Ecuaciones con coeficientes fraccionarios.....	46

2.3.9. Método para resolver ecuaciones con coeficientes fraccionarios sacando el mínimo común múltiplo.....	46
2.2.10 Método para resolver ecuaciones con coeficientes fraccionarios multiplicación cruzada.....	47
2.2.11 Los juegos online y los videojuegos en la educación	48
2.2.12 Utilidad de los videojuegos.....	48
2.2.13 El aprendizaje mezclado (B- Learning)	49
2.2.14 Herramientas de la plataforma MOODLE.....	51
2.4. MARCO LEGAL.....	52
2.5. Marco espacial.	54
3. Diseño Metodológico.....	57
3.1 Paradigma Crítico-Social.	57
3.2 Tipo de Investigación:.....	58
3.3 Método.....	59
3.4 Instrumento de recolección de información	60
3.5 Población y Muestra	61
3.5.3 Delimitación y Alcance	61
3.6 Cronograma de actividades	62
4. Trabajo Final	64
4.1 Desarrollo y sistematización de la propuesta.....	64
4.1.1 Unidad educativa potencialmente significativa (UEPS).	64
4.1.1.1 Introducción de la UEPS.	64
4.1.2 Encuesta.	68
4.1.3 Situación inicial organizadores previos.	68
4.1.4 Presentación del tema.....	69
4.2 Resultados.....	70
4.2.1 Resultado del pre-test (A) y pos-test (D).	70
4.2.2. Resultados evaluativos del pre-test y pos-test.	74
4.2.3 Resultados encuestas de opinión.	80
4.2.4. Plan de análisis estadístico de la encuesta.....	82
4.2.5 Análisis estadístico con prueba de hipótesis.....	99

5. Conclusiones y recomendaciones.....	106
5.1. Conclusiones	106
5.2 Recomendaciones	114
Anexo A: Instrumento de evaluación pre-test (A).....	121
Anexo B: Encuesta de opinión	127
Anexo C: Compromiso y responsabilidad	131
Anexo D: Capítulo XXII “El hombre que calculaba”	135
Anexo E: Guía taller números racionales	141
Anexo F: Guía taller modelación matemática.....	150
Anexo G: Instrumento de evaluación pos-test.....	155
Anexo H: Consentimiento padres de familia	162
Anexo I: Diario de campo	164
Anexo J: Resultado del pre-test (A) y pos-test (D).por estudiante.....	175
Anexo K: Desarrollo de la guía de la UEPS	180

Listado de tablas

Tabla 1. Normo grama.	52
Tabla 2. Planificación de actividades	62
Tabla 3. Cronograma de actividades.....	63
Tabla 4. Calificación por estudiante (nota aprobatoria 3.0)	75
Tabla 5. Resultado de la encuesta de opinión	81
Tabla 6. V1. Variable 1. Identificación	82
Tabla 7. Variable 2: Relación.	83
Tabla 8. Diagrama.....	84
Tabla 9. Variable 4: Replantear.....	85
Tabla 10. Variable 5: Similitud.....	86
Tabla 11. Variable 6: Dificultad.....	87
Tabla 12. Variable 7: Estructurar.....	89
Tabla 13. Variable 8: Vínculo	90
Tabla 14. Variable 9: Explicación	91
Tabla 15. Variable 10: Modelación.....	92
Tabla 16. Variable 11: Estructuración	93
Tabla 17. Variable 12: Obstáculos	94
Tabla 18. Variable 13: Comprobación	95
Tabla 19. Variable 14: Razonamiento	96
Tabla 20. Variable 15: Reutilización.....	97
Tabla 21. Variable 19: Justificación.....	98
Tabla 22. Postura de los alumnos encuestados.....	104
Tabla 23. Antes y después de la intervención.....	105

Listado de ilustraciones

Ilustración 1. Etapas el método de Pólya	32
Ilustración 2 Primera etapa	32
Ilustración 3. Resultados pre-test (antes)	71
Ilustración 4. Resultados del pos-teste (después)	72
Ilustración 5. Resultado del pre-test (A) y pos-test (D)	73
Ilustración 6. Calificación por estudiante	76
Ilustración 7. Calificación promedio pre-test (A) y pos-test (D)	77
Ilustración 8. Comparación por sexo	78
Ilustración 9. Comparación entre edades	79
Ilustración 10. Promedio de sexo	80
Ilustración 11. Resultados de la encuesta de opinión	82
Ilustración 12. Variable: identificación	83
Ilustración 13. Variable 2. Relación	84
Ilustración 14. Variable 3: Diagrama	85
Ilustración 15. Variable 4: Replantear	86
Ilustración 16. Variable 5: Similitud	87
Ilustración 17. Variable 6: Dificultad	88
Ilustración 18. Variable 7: Estructurar	89
Ilustración 19. Variable 8: Vínculo	90
Ilustración 20. Variable 9: Explicación	91
Ilustración 21. Variable 10: Modelación	92
Ilustración 22. Variable 11: Estructuración	93
Ilustración 23. Variable 12: Obstáculos	94
Ilustración 24. Variable 13: Comprobación	95
Ilustración 25. Variable 14: Razonamiento	96
Ilustración 26. Variable 15: Reutilización	97
Ilustración 27. Variable 16: Justificación	98

Introducción

El presente trabajo comprende el diseño de una propuesta didáctica del pensamiento numérico, que permita potenciar la resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC, para el grado séptimo de la institución educativa Fe y Alegría Nueva Generación, localizada en el municipio de Bello (Antioquia, Colombia).

La resolución de problemas es el eje central de las matemáticas, por lo tanto, ésta estrategia debe ser direccionada en forma estructurada y organizada, que permita una alternativa de aprendizaje diferente a la tradicional, donde mediante la aplicación de las cuatro (4) etapas del método heurístico de George Polya (1989) los estudiantes puedan desarrollar la comprensión lectora, la capacidad argumentativa, analítica, de razonamiento, modelación matemática, resolución de ecuaciones y con el apoyo de las TIC el docente pueda enriquecer y fortalecer los procesos de enseñanza, para hacerlos más eficientes y productivos, buscando mejorar en los alumnos la adquisición de habilidades de pensamiento y adecuar las formas de difundir el conocimiento a la dinámica moderna, desarrollando mayor receptividad y cambio de actitud de los estudiantes hacia el aprendizaje significativo de las matemáticas.

La realidad académica permite evidenciar las dificultades que encuentran los estudiantes, cuando se les plantean problemas matemáticos en los cuales deben traducir situaciones de la cotidianidad y del contexto a lenguaje matemático (modelación), plantear y resolver ecuación, es por ello, que buscando contribuir para que los estudiantes mejoren en éste aspecto, se plantea la aplicación de la presente estrategia metodológica.

La primera parte, comprende el marco teórico, donde se plantean los fundamentos del aprendizaje significativo clásico de David Ausubel; para quien lo relevante en el aprendizaje son los conocimientos previos que posean los estudiantes y el aprendizaje significativo crítico de Marco Antonio Moreira (2005), quien rompe con el paradigma clásico y concibe un lenguaje que maneje con facilidad conceptos modernos, en donde la escuela se debe constituir en un laboratorio que estimule y potencie esta clase de pensamiento en los alumnos y de ésta forma propiciar el surgimiento de una nueva persona, que se caracterice por ser creativa dentro del medio.

La segunda parte, comprende el aspecto disciplinar que trata sobre la resolución y planteamiento de problemas matemáticos en la ecuación lineal utilizando el método heurístico de George Polya (1989) donde se explica cada etapa del método, conceptualización sobre números racionales, ecuaciones racionales, modelación matemática, ejercicios y problemas de aplicación a ecuaciones .

La tercera parte, comprende el diseño e implementación de la intervención, la cual se inició con una prueba diagnóstica pre-test (A) para identificar los conocimientos previos y requerimientos sobre el tema, encuesta de opinión para conocer aspectos importantes que tiene en cuenta el estudiante para el planteamiento y resolución de problemas y contrastarlos con los que formula George Polya (1989), ejercicio de motivación a la lectura para determinar las habilidades que posee el estudiante en lo referente a la comprensión lectora, análisis y razonamiento, guía taller sobre números racionales, guía taller sobre ecuaciones, guía taller sobre modelación matemática y evaluación final o pos-test (D) para conocer el impacto de la estrategia llevada a cabo.

El proceso de investigación aplicado fue cuasi-experimental por cuanto se ejecutó en un solo grupo, aplicando el R commander, el cual es un programa estadístico de gran utilidad para hacer análisis descriptivo y representación gráfica de datos. Igualmente se aplicó la prueba Shapiro-Wilk, y se implementó la prueba de

normalidad, cuyo objetivo era demostrar si la muestra de datos (36) tomada aleatoriamente se distribuye normalmente, como efectivamente ocurrió.

En la cuarta parte, se presentan las conclusiones, donde se pudo comprobar que el impacto de la estrategia implementada fue favorable, no sólo en cuanto a la mejora en el rendimiento académico que alcanzó el 58,6%, sino en aspectos motivacionales

Capítulo 1. Aspectos Preliminares

1.1 Selección y delimitación temática

Planteamiento y resolución de problemas matemáticos en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales; para el grado séptimo de la Institución Educativa Nueva Generación del municipio de Bello, como fundamento del pensamiento variacional, sistema algebraico y analítico.

1.2 Problema de Investigación.

1.2.1 Antecedentes

La profundización de la intervención se ocupa del planteamiento y resolución de problemas, mediante la aplicación del método heurístico de George Polya (1989). Al efectuar la revisión bibliográfica se encontró que han sido ampliamente variados los trabajos que sobre el particular se han realizado. Tanto a nivel nacional como internacional se escogen algunos para que obren como antecedentes entre los años 2007 - 2015; al considerar que son significativos.

1.2.1.1 Antecedentes nacionales.

Escudriñando a nivel nacional con el motor de búsqueda de google académico y bases de datos como bdigital.como, se encontró un nutrido material escrito con diferentes propuestas que tratan la resolución y el planteamiento de problemas utilizando el método heurístico de George Polya (1989), en su gran mayoría éste tipo de intervención arrojó resultados positivos y aconsejan continuar con la propuesta, entre las cuales se destacan las siguientes: “Propuesta de intervención realizado por Agudelo, Bedoya y Restrepo (2008), mediante la cual implementan el método heurístico de George Polya (1989), cuya finalidad es la de mejorar la

capacidad resolutoria de problemas matemáticos en los estudiantes, propósito que mediante la intervención se logró y finalmente aconsejan incorporar al proyecto educativo institucional como experiencia significativa”.

Propuesta de implementación del método de George Polya (1989), centrado en la resolución de problemas en la interpretación y manejo de la integral definida. Trabajo llevado a cabo por Cortes & Patiño (2007), quienes proponen diseñar una estrategia metodológica que permita cerrar la brecha que existe entre el manejo algorítmico y el conceptual aplicado a la resolución de problemas contextualizados, tomando como base el modelo de George Polya (1989), desarrollando en el aula esta iniciativa para mejorar la interpretación y manejo de la integral definida. Finalmente la estrategia contribuyó a mejorar la creatividad, a modelar problemas de la vida cotidiana, reevaluar los preconceptos adquiridos, fomentar el valor de la escucha y el trabajo en equipo en el estudiante.

Tomando como base las situaciones problemas las estudiantes “Rodríguez & Pineda (2009), diseñaron una estrategia didáctica que le permita al estudiante potenciar el pensamiento matemático con el propósito de desarrollar la parte creativa, reflexiva, crítica y de razonamiento, para que mejore el proceso de construcción de su propio conocimiento. Una vez concluida la aplicación de la estrategia, en la mayoría de los alumnos se desarrolló el pensamiento matemático, en lo referente a la comunicación, el estudiante describe lo que reflexiona, y en el proceso de modelación, comparación y ejercitación de procedimientos se evidenció mayor creatividad y aprendizaje.

La propuesta desarrollada por Bueno (2012), consiste en plantear una estrategia metodológica que mejore en los estudiantes del grado quinto, la condición de análisis, interpretación y solución de problemas matemáticos, tomando como referente el método de George Polya (1989), buscando que el estudiante se familiarice con los pasos secuenciales que se agotan en la resolución de problemas.

Una vez finalizada la implementación de la estrategia, se pudo evidenciar resultados satisfactorios en lo relacionado con el trabajo colaborativo, desarrollo lógico de procedimientos algorítmicos, eficiencia en la resolución de problemas y aplicación secuencial de las cuatro etapas de George Polya (1989).

La Intervención desarrollada Tangarife (2012), tomando como base la resolución de problemas de George Polya (1989) y/o Miguel de Guzmán, a través del trabajo colaborativo en el aula de clases, busca que el estudiante modifique la parte actitudinal al enfrentarse a situaciones problemas, pueda pensar matemáticamente y genere en el estudiante de primer semestre de matemáticas básicas aprendizajes significativos. Una vez concluida la aplicación de la estrategia, se evidenciaron cambios significativos. Dentro del aula se observó un agradable ambiente de confianza, el trabajo colaborativo incentivó la participación y solidaridad para compartir conocimientos.

1.2.1.2 Antecedentes internacionales.

Dentro de la propuesta implementada por Roque (2009), aplicada a un grupo de estudiantes de la escuela de formación profesional de enfermería UAP, quienes se les enseña matemática bajo la metodología de resolución de problemas, con respecto a otro grupo; denominado control, que se le imparte la educación matemática en forma tradicional, al final de la intervención se pudo corroborar que los estudiantes cuya orientación matemática se basó en la resolución de problemas mejoraron significativamente el rendimiento académico, con respecto al grupo control.

Mediante la propuesta ejecutada por Cardona (2007), implementa una estrategia pedagógica a través de la cual busca desarrollar el pensamiento algebraico de los estudiantes del grado octavo de la institución CIIE, mediante la resolución de problemas matemáticos. Finalizada la implementación de la propuesta se pudo evidenciar en los alumnos el desarrollo de habilidades de pensamiento algebraico,

mejora en la capacidad de análisis y razonamiento para resolver problemas, lo cual repercutió en resultados favorables en cuanto al rendimiento académico.

Por su parte, la intervención llevada a cabo por Argurto (2013), fue una estrategias metodológicas que favoreció la construcción de nuevos aprendizajes al resolver situaciones problemas con estudiantes de tercer grado de secundaria en la I.E.19 de junio Sullana (2013), quien a través de la estrategia metodológica solución de problemas, demostró la contribución en el aspecto motivacional hacia el aprendizaje de las matemáticas, los alumnos valoraron la dinámica del proceso, el cual dejó de ser rutinario y repetitivo, dándole mayor participación y protagonismo al estudiante.

Escalante (2015), en su intervención “Método Polya en la Resolución de problemas matemáticos”, la estrategia que implementa tiene dos momentos. El primero, es la observación directa para identificar la forma como los estudiantes desarrollan los problemas matemáticos y la eficiencia en el desarrollo del mismo y el segundo momento es cuando se ha explicado el método de Polya se les aplica una prueba para evidenciar los avances de los estudiantes.

Por su parte, Callapiña (2012), orienta su propuesta de intervención mediante la implementación de la estrategia solución de problemas buscando que el estudiante propenda por la adquisición de habilidades y destrezas matemáticas que contribuyan a mejorar la capacidad de análisis, razonamiento que contribuya a la formación matemática, experiencia que en los estudiantes arrojó resultados positivos en cuanto a la capacidad resolutive de problemas y modelación matemática.

Los antecedentes consultados permitieron evidenciar que sobre la resolución de problemas matemáticos utilizando el enfoque propuesto por George Polya (1989), se han elaborado una amplia gama de investigaciones orientada a diferentes campos del ámbito matemático y en todos los antecedentes consultados se pudo

evidenciar que la implementación de la estrategia generó impactos positivos en los estudiantes, en aspectos relacionados con el aprendizaje, tales como: Mejoró el ambiente de confianza y solidaridad en el trabajo colaborativo, se modificó la parte actitudinal en el estudiante de manera positiva hacia la asignatura, se evidenció que los estudiantes potenciaron el pensamiento matemático al desarrollar mejor la parte creativa, reflexiva, crítica y de razonamiento, que a la postre impacto positivamente en la facilidad para resolver problemas matemáticos.

Estas experiencias proporcionadas por los antecedentes, se constituyen en un instrumento de apoyo, consulta y orientación que bien se puede tener en cuenta dentro de la presente intervención, buscando el perfeccionamiento de la estrategia, para que el impacto que ésta genere en los estudiantes contribuya a mejorar los niveles de rendimiento académico

1.2.2 Descripción del problema

Cuando se evalúa el rendimiento que los estudiantes colombianos obtienen en exámenes internacionales como La Pruebas PISA y nacionales; como las pruebas Saber 3º, 5º, 9º y 11º, surgen en el escenario nacional cualquier cantidad de conjeturas sobre los deplorables resultados que obtienen en áreas básicas como lenguaje y matemáticas, sin embargo, dependiendo de los intereses de los involucrados en el sistema educativo, se trata de justificar estos resultados, planteando argumentos como los siguientes: Bajos niveles afectivos y motivacionales hacia el aprendizaje de las matemáticas, clases monótonas, magistrales no motivantes para el niño, temas desarrollados descontextualizados, deficiencias marcadas en los fundamentos matemática de los alumnos, desarrollo de: pocos hábitos de estudio, escasa planificación de estrategias en la acción pedagógica, grupos demasiado grandes, niveles salariales de los docentes demasiado bajos, inversión deficiente en educación, nivel académico de los docentes, quienes presentan falencias en la formación en innovación tecnológica y

en la disciplinar, ven a las matemáticas demasiado abstractas tanto para ellos, como para la vida. Sin embargo, es un tema que se encuentra sobre-diagnosticado. Los resultados que miden el logro de los alumnos, muestran que en los últimos diez años la eficiencia de la educación presenta estancamientos y rezagos importantes, en áreas fundamentales como las matemáticas.

El rendimiento en las pruebas PISA para el año 2009 en matemáticas, es patético, de los 65 países que participaron Colombia se situó en el poco honroso puesto 58, alcanzando un puntaje promedio de 381(OCDE 2013) donde se evidencia que los estudiantes de quince años que participaron en la prueba no alcanzaron a ubicarse ni el mínimo de competencia; que es 2, entre los seis considerados, tomando éste, como el nivel de conocimiento básico para que en condiciones normales, el estudiante se desenvuelva en la sociedad.

Siguiendo la misma dinámica, en las pruebas PISA 2012; cuyo énfasis fue en la asignatura de matemáticas, el puntaje que obtuvo Colombia fue de 376, menor al logrado por 61 países, es decir, que entre 65 países participantes, ocupó el puesto 62, lo cual significa que comparativamente con PISA 2009, se desmejoró en cinco puntos y en cuatro puestos respectivamente. En general los niveles de eficiencia de los alumnos colombianos en matemáticas indican que el 74% alcanzó un nivel inferior a 2 y sólo el 18% pudo alcanzar el nivel 2 de competencia.

Desde el año 2006 en que Colombia incursionó en la prueba PISA, la eficiencia en los resultados obtenidos, han permanecido relativamente estable por lo bajo, sin embargo, a pesar que entre los años 2006 y 2012 el promedio anual en matemáticas ha mejorado en 1.1, el desempeño del país se mantiene por debajo de los resultados promedios que alcanzan los países europeos.

Los resultados obtenidos en las pruebas nacionales por los estudiantes de Nueva Generación para medir las competencias matemáticas en los grados 3º, 5º, 9º y 11º,

se evidencia lo siguiente: saber 3º (MEN 2013), entre los años 2012-2014 de un promedio de 347 se pasó a 336, lo que indica que se desmejoró en 3,17%, pruebas saber 5º, entre los años 2011–2014 de un resultado promedio de 285 se pasó a 331, lo cual indica que se mejoró en 16.14% en los cuatro años considerados, pruebas saber 9º, entre los años 2011 – 2014 de un promedio de 291, se pasó a 364, lo cual significa que se mejoró en un 25%, pruebas saber 11º, entre los años 2011–2015, de un resultado promedio de 48,43 se pasó a 58,26, lo cual indica que institucionalmente en el grado once se ha mejorado en 20.2%. Si bien es cierto, se presenta alguna mejoría en los resultados de pruebas saber, el promedio es relativamente bajo y los incrementos no son los esperados.

De otra parte, si se centra la atención en los resultados académicos de los alumnos del grado séptimo de Nueva Generación en matemáticas, entre los años 2011–2015, no ha sido menos lamentable, de los 598 alumnos matriculados en éste período de tiempo, perdieron la asignatura 219 estudiantes; que representa el 37% y la calificación promedio en igual cantidad de tiempo sólo alcanzó 2.99” (I. E. Fe y Alegría Nueva Generación 2016)”.

En la I.E. Nueva Generación, los estudiantes del grado séptimo en lo relacionado con el planteamiento y resolución de problemas matemáticos con una incógnita; en el conjunto de los números racionales, presenta marcadas deficiencias en los siguientes aspectos: convertir lenguaje natural a lenguaje matemático, plantear la ecuación e implementar los distintos procedimientos algorítmicos que concluyen con despejar la incógnita respectiva.

1.2.2 Formulación de la pregunta

¿Cómo potenciar el planteamiento y la resolución de problemas matemáticos en la enseñanza de la ecuación lineal con una incógnita, en el conjunto de los números racionales en el grado séptimo?

1.3 Justificación

La estrategia de aula solución de problemas, como principal eje organizador del currículo de matemáticas, es pensada como un instrumento pedagógico que favorece la formación del pensamiento crítico y la convergencia de relaciones a través de la construcción del conocimiento como un procedimiento que garantiza los aprendizajes que se puedan estructurar a partir de diversas variables. Tiene una intencionalidad transformadora que busca producir cambios significativos en los sujetos, que permitan construir algo diferente desde la perspectiva de las habilidades, actitudes y conocimiento crítico, que intenta desarrollar en el estudiante competencias como: resolver problemas a través de un proceso de razonamiento lógico, que le permita adquirir las herramientas suficientes para comunicarse en forma efectiva dentro del ámbito social, competencias que son necesarias desarrollar para hacer frente a las exigencias del futuro, como miembro activo de la comunidad y propender por una sociedad justa, equitativa, incluyente y más democrática. Igualmente se busca potenciar competencias como, la capacidad para trabajar en equipo, de organizar, planificar, desarrollar su trabajo.

La implementación de la línea de profundización, respecto al trabajo intelectual del estudiante, plantea un cambio significativo, y debe estar orientado a que el estudiante se constituya en gestor de sus propios conocimientos matemáticos, descubriendo por experiencia propia los resultados; partiendo en primera instancia por elaborar comparaciones e intercambios con otros; que posibiliten la construcción de modelos donde se evidencie la importancia que para el estudiante reviste el quehacer matemático.

El proceso de enseñanza, bajo esta estrategia, asume las matemáticas como una sociedad que la caracteriza un objetivo específico, que es el aprendizaje, cuyos actores fundamentales del proceso estudiantes y docentes interactúan dentro de un trabajo colaborativo, comparten la responsabilidad por los resultados del aprendizaje, crean las condiciones necesarias para para materializar los objetivos

de la enseñanza, centrado en la satisfacción de sus necesidades básicas del aprendizaje.

Los ambientes de aprendizajes no solo son entornos físicos de la escuela e interacciones verbales entre docentes y estudiantes, al contrario, son el resultado de la articulación entre: conocimientos, saberes, profesores y contexto en el que se desarrolla. Construir ésta relación pedagógica es crear el vínculo, entre los sujetos que intervienen cuando la negociación cultural es posible.

En la sociedad contemporánea altamente tecnificada, cualquier individuo que pretenda desempeñar un papel decoroso y protagónico en el campo del conocimiento de manera activa, creativa y eficiente, tanto en el contexto laboral, político o económico, debe evidenciar que posee algunas competencias que le proporcionan entre otras disciplinas, la matemática, lo cual le sirve como base para hacer análisis e interpretación de situaciones, que sustenta la toma de decisiones. Es por ello, que en éste contexto es pertinente incentivar, acompañar y facilitar a través de ésta estrategia, la construcción de nuevos saberes, con un enfoque socio-cultural, que le permitan al estudiante insertarse en procesos permanentes de capacitación y no ser inferior a las exigencias que plantea el siglo XXI.

Igualmente, la implementación de ésta propuesta, está orientada a proporcionarle al estudiante las competencias necesarias que le permitan razonar y tener la firme convicción de colocar al servicio de la comunidad, la capacidad para resolver problemas en forma eficiente, no sólo en el contexto social, sino los problemas que como persona debe afrontar en la cotidianidad

Esta estrategia, con la capacidad de recrear diferentes saberes, estimula el interés de los estudiantes para construir conocimiento crítico sobre el mundo que lo rodea, motivándolos de ésta forma a tomar decisiones propias, a reflexionar, modificar sus conocimientos, planear sus formas de actuar, desarrollar estrategias fomentando su

independencia, el trabajo colaborativo y de ésta forma llegar a conclusiones que permitan la apropiación social de los saberes, de manera responsable.

Por su parte, los docentes tienen la misión de generar una cultura de exploración a partir del planteamiento de preguntas, problemas o inquietudes que surgen de la observación, del trabajo sistémico y de las necesidades de los estudiantes acerca de su realidad.

Dentro de los aportes significativos, desde el ámbito matemático se espera que el estudiante fortalezca todo lo relacionado con: La modelación matemática, planteamiento acertado de ecuaciones, mejorar la habilidad en el desarrollo de procedimientos algorítmicos que conduzcan a la obtención de resultados correctos y contribuir a enriquecer el trabajo colaborativo en el grupo.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Diseñar una propuesta que fortalezca las competencias en la resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC, para el grado séptimo.

1.4.2 Objetivos Específicos

Diagnosticar mediante un pre-test (A) y encuesta, las dificultades y falencias más frecuentes en que incurren los estudiantes en cuanto al uso de los recursos matemáticos cognitivos y que puedan ser utilizados en el problema.

Elaboración de la propuesta utilizando el “método heurístico” de George Polya (1989) y conceptualización sobre la ecuación lineal a los estudiantes que hacen parte del grupo intervención.

Intervenir mediante la aplicación de un pos-test (D) los avances obtenidos en el proceso ejecutado en el grado séptimo de la I. E. Nueva Generación.

Evaluar el impacto académico de los resultados obtenidos en la población objetivo, una vez concluida la aplicación de la propuesta.

2. Marco Referencial

Éste marco describe los referentes teóricos en que se apoya el trabajo, la información disciplinar relacionada con la solución de problemas.

2.1 Marco Teórico.

El objetivo central de éste enfoque está orientado a determinar con certeza que los aprendizajes que se generen en los alumnos sean verdaderamente significativos. Es por ello, que su ámbito de aplicación es el aprendizaje y la enseñanza de cualquier cuerpo organizado de conocimiento, lo que constituyen las diferentes disciplinas científicas que configuran el currículo. Desde la perspectiva del maestro, es decir, desde la enseñanza, plantea Ausubel (2002), que existen dos dimensiones; una que se llama...”aprendizaje por descubrimiento y otro aprendizaje por recepción...”. Desde la óptica del estudiante, hay dos forma o modos de aprender.

El primero se conoce como el aprendizaje mecánico y el otro, aprendizaje significativo. Esta nueva perspectiva plantea un nuevo rol del docente, donde de una postura pasiva como facilitador, pasa a desempeñar una función activa como colaborador del proceso, es decir, que el docente en el aula; interactúa a través de sus conocimientos, estableciendo una dialéctica entre el dicente y el docente. El aprendizaje por descubrimiento se presenta cuando el docente prepara la clase o intervención en forma incompleta para que el estudiante con base en las experiencias descubra la ley, el principio, la teoría, el axioma.

El aprendizaje por recepción o por exposición, se presenta cuando al maestro expone de una manera magistral la clase y lleva toda la información preparada y lista para que el estudiante solamente la asimile mentalmente. Lo anterior plantea que indistintamente dentro del aula de clases el docente puede utilizar cualquiera de las dimensiones señaladas anteriormente, lo importante es que ambas, deben

estar orientadas al modo del aprendizaje significativo, es decir, un aprendizaje que se ha comprendido y que el estudiante le ha encontrado sentido.

La modernidad ha traído consigo cambios significativos, relacionados con diferentes aspectos: el económico, social, ambiental, tecnológico y cultural entre otros, donde el contexto educativo no ha sido ajeno a ésta dinámica. Sin embargo, la escuela continúa enseñando conceptos fuera de foco, asociados a una enseñanza de carácter tradicional que se ocupa de enseñar conceptos como certeza, verdad absoluta, cosas fijas, entidades aisladas, causalidad simple, aprendizaje mecánico sin sentido, donde lo que interesa es el resultado.

Como consecuencia de esta educación, surge una persona pasiva, dogmática, intolerante, autoritaria, inflexible y conservadora, que en nada se corresponde con la época. Ante la evidencia de los acontecimientos, en primer lugar es pertinente apoyarnos en el enfoque clásico de Ausubel (2002), para quien lo relevante son los conocimientos previos y a partir de ésta información se crea un anclaje que permite la integración del nuevo conocimiento, y seguidamente en la versión contemporánea de Marco Antonio Moreira (2005), quien va más allá y plantea como estrategia de salida en materia educativa, el aprendizaje significativo crítico como una estrategia de supervivencia en la sociedad contemporánea.

Dentro del enfoque del aprendizaje significativo crítico Moreira (2005, p 88.), rompe con el paradigma clásico de lo que hasta ése momento se planteaba en el modelo, haciendo una abstracción de las condiciones particulares de la época contemporánea donde con gran propiedad se habla de energía nuclear, viajes espaciales que permiten concebir un lenguaje que maneja con facilidad conceptos modernos, como relatividad, incertidumbre, probabilidad, etc.

Por lo tanto, la escuela se debe constituir en un laboratorio donde se estimule y se potencie esta clase de pensamiento en los alumnos y de esta forma propiciar el

surgimiento de una nueva persona, que se caracterice por ser creativa dentro del medio, tolerante en su forma de responder a estímulos, flexible para adecuarse al medio y a situaciones de la cotidianidad e innovadoras para abandonar lo tradicional sin trascendencia. Igualmente para evitar el aprendizaje de cosas fuera de foco, éste se debe centrar en lo importante o sustancial, que le facilite al individuo comprender que él hace parte de una sociedad y como tal puede convivir con la tecnología, la economía de mercado, la globalización y en general la modernidad, sin permitir que ellas determinen su derrotero.

Es por ello, que plantea los principios facilitadores del aprendizaje significativo crítico para que efectivamente puedan ser aplicados en el aula de clases. Por otra parte, cuando en el enfoque se plantea lo relacionado con la disposición, se refiere a la motivación y actitud para aprender, es decir, el alumno tiene que estar interesado en aprender, por ello es importante que dentro de la intervención se plantee como una situación prioritaria, porque es un requisito fundamental para el aprendizaje significativo, de alguna forma, el estudiante debe entender que la materia que va aprender es importante para él, que le agrada y le gusta, porque va a contribuir con su proceso formativo. Igualmente plantea, que entre los materiales debe existir una relación de carácter lógico, es decir, que los conceptos en clase se encuentren relacionados de una forma lógica y no descontextualizados como suele ocurrir, es por ello, que dentro de la intervención los materiales han sido dispuestos y estructurados de la siguiente forma: Una parte histórica, que le permite al estudiante comprender la evolución que ha tenido la temática a través del tiempo. Una parte de conceptualización que le permite al educando apropiarse de los conceptos básicos y finalmente una parte de aplicación donde el alumno resuelve problemas de carácter contextualizados aplicando las cuatro etapas del método heurístico de George Polya (1989).

2.1.1. Método heurístico de George Polya (1989).

Para resolver éste tipo de problemas se recomienda aplicar el método heurístico de George Polya (1989), que contiene cuatro etapas:

1. Entender el problema. La comprensión del problema, pasa por una correcta interpretación del enunciado, el cual suele constar de una o varias preguntas, que suministran información, que podemos resumir en los siguientes ítems:

- Se deben leer el contenido del problema en forma atenta y detallada
- Es preciso identificar los datos que suministra el problema, la(s) incógnitas y las condiciones específicas del problema.
- Encontrar la relación que se presenta entre los datos conocidos y la(s) incógnita(s).
- Elaborar un diagrama, gráfico o esquema sobre la situación que plantea el problema
- Cuando resuelves un problema matemático; en la medida de lo posible tratas de replantearlo con tus propias palabras y lo relacionas con otro que hayas resuelto antes.

El proceso de resolución del problema se inicia necesariamente con una adecuada comprensión de la situación problemática. Es preciso que el estudiante llegue a tener muy claro de qué se está hablando, qué es lo que se quiere conocer, cuál es la información o los datos con que se cuenta. Dado que la mayoría de los problemas se plantean en forma escrita, la comprensión lectora se constituye en un elemento crítico y sustancial, que le ayudarán en última instancia a encontrar la solución.

2. Configurar un plan mediante el uso de algunas de las siguientes técnicas.

Esto significa comprender cómo se va a hacer, planeando de manera flexible, alejada de todo mecanicismo; utilizando algunas de las siguientes estrategias:

- Verificar si el problema en referencia es parecido a alguno otro que con anterioridad hayas manipulado.
- Analizar la posibilidad de plantearlo en forma diferente
- Imaginar un problema parecido pero más sencillo
- Establecer las condiciones como se relaciona la situación de llegada con la de partida.
- Estructurar en forma ordenada cada una de las operaciones matemáticas a ejecutar en forma coherente de la más simple a la compleja.

Comprende la búsqueda de una estrategia para la resolución del problema. En éste caso, debe relacionar los datos que posee y la información que se desea obtener con la pregunta que desea responder. Igualmente es preciso escoger las herramientas matemáticas que puede usar para resolver el problema.

3. Ejecutar el plan. Implementar la o las técnicas seleccionadas hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción sugiera tomar un nuevo curso, tomarse un tiempo razonable para solucionar el problema. Si no tiene éxito, solicitar una sugerencia o dejar el problema a un lado por un momento, no tengas miedo de volver a empezar. Se recomienda tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Al ejecutar el plan se deben llevar a cabo cada uno de los pasos planeados en la etapa anterior.
- Se debe acompañar cada una de las operaciones matemáticas de una explicación, dando a conocer lo que se hace, por qué y para qué se hace.
- Ante la aparición de alguna dificultad que bloquee el proceso, se debe volver al principio; leer nuevamente el enunciado y estructurar las ideas e iniciar nuevamente.
- Las operaciones matemáticas se deben llevar a cabo conforma se encontraban organizadas inicialmente.

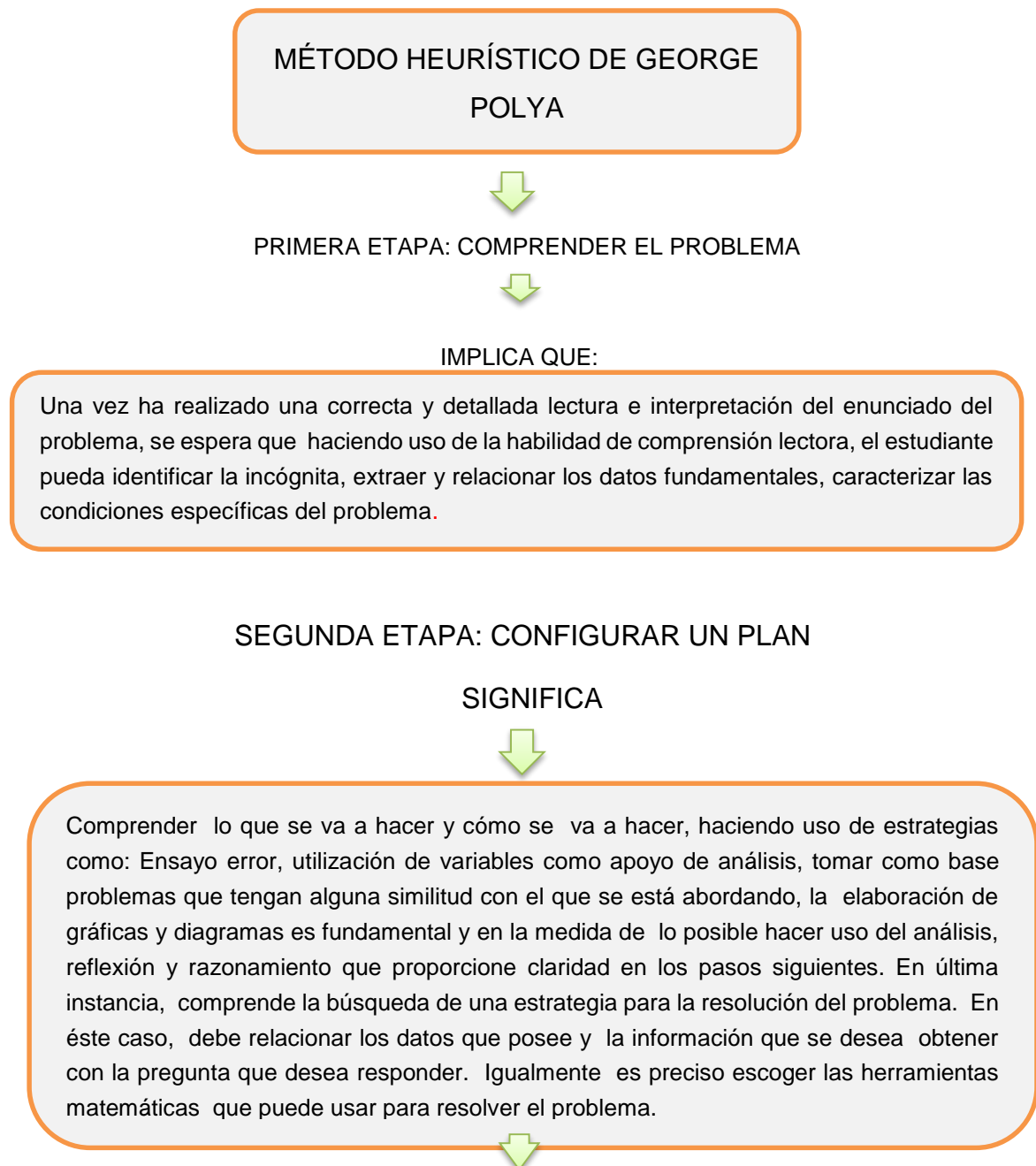
Esta etapa consiste en llevar a cabo las operaciones matemáticas en pos del resultado o respuesta que se busca. En ésta etapa es muy importante los conocimientos previos a cerca del tema, las habilidades y conocimientos de las herramientas matemáticas que el estudiante posee. El saber hacer en matemáticas, se relaciona con la habilidad para resolver problemas, de encontrar pruebas, de criticar argumentos, de usar el lenguaje propio de esta disciplina con cierta fluidez, de reconocer conceptos matemáticos en situaciones concretas. La habilidad para resolver problemas es considerada básica, ya que con ésta los estudiantes deben aprender a lo largo de sus vidas.

4. Mirar hacia atrás. En ésta etapa ya se ha llegado a la solución del problema, por ello es aquí donde se inicia la revisión analítica de todas las etapas anteriores, verificando si se ha elegido el camino correcto. También comprende el análisis de la aplicación de las herramientas y si los métodos de solución han sido los apropiados, tratando de proyectarlos a otros momentos de la vida real, es decir, a situaciones no matemáticas. En ésta etapa, más que el resultado mismo, lo que importa es el camino que se ha seguido para llegar a éste. Es importante entonces, tener en cuenta los siguientes aspectos:

- Leer nuevamente el enunciado del problema y verificar si lo que se pedía es exactamente lo que se ha obtenido.
- Analizar si la solución obtenida es lógicamente posible
- Comprobar que la solución obtenida se corresponde con las condiciones que plantea el problema
- Se debe acompañar la solución de una explicación que indique claramente el resultado obtenido.
- Tanto el resultado obtenido como el proceso ejecutado se deben utilizar para plantear, formular y resolver nuevos problemas.

La resolución del problema es una actividad primordial en la clase de matemáticas, no es únicamente un objetivo general a conseguir, sino que además es un instrumento pedagógico de primer orden.

Ilustración 1. Etapas el método de Polya



TERCERA ETAPA: EJECUTAR EL PLAN

ES PRECISO



Que el estudiante ejecute las operaciones matemáticas descritas en la etapa anterior y que son necesarias para obtener la respuesta que satisfaga las condiciones particulares planteadas en el problema. En ésta parte, es fundamental el lenguaje natural (conocimientos previos) que posee el estudiante, pues le proporciona, además de conocimientos; las habilidades y herramientas para ejecutar los procedimientos algorítmicos requeridos.



CUARTA ETAPA: MIRAR HACIA ATRÁS



YA SE HA LLEGADO

A la solución del problema, ésta etapa es una de las más trascendentales dentro del proceso, a partir del examen detallado de cada una de las tres etapas anteriores se valida cada uno de los pasos que se han ejecutado para llegar a la respuesta. Si bien es cierto, el resultado final es importante, el camino que se adoptó para llegar a éste es significativo, por ende, se debe revisar detenidamente para verificar si es coherente con las condiciones iniciales del problema, en caso de ser positivo, se procede a dar respuesta al problema

FUENTE: ADAPTACIÓN PERSONAL

Alan Schoenfeld, lineamientos curriculares (MEN, pág. 75, 76. 1998), matemático norteamericano, publicó su libro solución de problemas en 1985, basado en los trabajos realizados en los años ochenta. Está de acuerdo con los planteamientos esbozados por George Polya (1989), sin embargo, presenta una objeción en lo referente a las etapas, en el sentido que asegura que los estudiantes no las usan para desarrollar el problema. A partir de éste hecho, comienza a desarrollar su trabajo orientado a la solución eficiente de problemas, el cual sustenta en ideas novedosas y más elaboradas. Es así, como de manera sistémica argumenta que el aula de clases debe ser el escenario por excelencia en donde el maestro debe disponer todo lo pertinente y necesario para que sus alumnos aprendan matemáticas y a partir de estas vivencias pueda establecer con absoluta certeza

todas las actividades que el estudiante despliega en aras de obtener la solución correcta a un problema matemático.

Plantea igualmente, que dentro de las habilidades que debe potenciar y desarrollar el estudiante para ser exitoso en la resolución de problemas matemáticos, se debe destacar el dominio de unos conocimientos matemáticos básicos, que desde luego se relacionan con situaciones como la intuición, fundamentos sobre reglas que rigen el trabajo matemático, que se constituyen en herramientas que sirven de aval a todos los procedimientos que se elaboren. Así mismo, asegura que no se debe escatimar esfuerzo alguno en la utilización de estrategias que puedan facilitar el aprendizaje. Finalmente, considera de suma importancia que el docente indague en sus estudiantes la opinión que tienen con respecto a la asignatura de matemática, lo cual le suministra información valiosa en lo referente al: esfuerzo y tiempo que le dedican de estudio y la forma como se aproximan al problema para darle solución.

2.2. Unidad Potencialmente Significativa

El proceso de enseñanza de las matemáticas continúa centrando su atención en procesos algorítmicos rutinarios, carentes de contextualización y coherencia, lo que se traduce en un aprendizaje mecánico, monótono y que no genera motivación alguna en el estudiante.

Este panorama exige un cambio de estrategia, donde los docentes diseñen y estructuren propuestas pedagógicas tendientes a ofrecer unas mejores posibilidades de enseñanza, que cautive y motive al aprendizaje, donde de una actividad pasiva el alumno pase a ser protagonista y gestor de su propio conocimiento.

Si se tiene en cuenta los planteamientos de Marco Antonio Moreira (2005), quien sostiene que las Unidades de Enseñanza Potencialmente Significativa (UEPS) “son

secuencias de enseñanza fundamentadas teóricamente, orientadas al aprendizaje significativo, no mecánico, que pueden estimular la investigación aplicada en enseñanza, es decir, la investigación dedicada directamente a la práctica de la enseñanza en el día a día de las clases”(Moreira 2011), es preciso que a partir del diseño y aplicación de éste instrumento se genere una percepción diferente en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Marco Antonio Moreira (2005), plantea que para el diseño de la UEPS se debe tener en cuenta los conocimientos previos que poseen los estudiantes, pues estos se constituyen en la base que sustentará el aprendizaje. A partir de estos fundamentos se genera una interacción entre el nuevo conocimiento y los conocimientos previos, quedando éste último, más diferenciado, más elaborado y más estable, con relación a los significados ya presentes. Contando ya con una base de conocimientos sólidos se procede a aplicar las etapas del método heurístico de George Polya (1989) y se plantean problemas sobre la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales, que sean contextualizados, que despierten la motivación e interés de los estudiantes y sean resueltos de manera experimental aplicando cada una de las etapas del método heurístico e incorporando las TIC.

Cada herramienta de aprendizaje tiene tres componentes bien definidos: El primero, se relaciona con el componente histórico inherente al desarrollo matemático a través del tiempo. El segundo se relaciona con la conceptualización sobre el tema específico y el tercer componente, tiene que ver con los problemas de aplicación, los cuales se desarrollan utilizando la estrategia metodológica de George Polya (1989). Estas actividades se desarrollan de manera sistemática que integren el conocimiento de los tres componentes. Todo el proceso se desarrolla en secciones cortas de clases y se complementan con actividades colaborativas, exposiciones individuales y grupales y trabajos individuales en el hogar.

2.3 Marco conceptual.

Dentro de los lineamientos curriculares se establecen cinco procesos básicos y necesarios que se deben considerar al implementar la formación matemática: ...”***El razonamiento, actividad que debe estar presente en todas las áreas formativas, se relaciona con el hecho de ordenar de manera estructurada las ideas en la mente para poder llegar a conclusiones***” (Lineamientos curriculares MEN). La comunicación, referente a la capacidad para expresar ideas a través del lenguaje propio de las matemáticas. La modelación, relacionada con la actividad organizadora mediante la cual el lenguaje coloquial, cotidiano es transformado en lenguaje numérico o matemático.

La elaboración de procedimientos algorítmicos se relaciona con la práctica de procedimientos repetitivos, que posibilitan al estudiante la construcción, ejecución segura y rápida de procedimientos mecánicos o rutinarios, también llamados algorítmicos, procurando con la práctica aumentar la precisión y velocidad en la elaboración. Finalmente, la resolución y planteamiento de problemas, es la columna vertebral de la formación matemática del individuo, pues le proporciona, reflexión, análisis, habilidad para la elaboración de procesos algorítmicos y de cálculo. (Lineamientos curriculares MEN)

En diferentes propuestas curriculares recientes se afirma que la resolución de problemas es el eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objetivo primario de la enseñanza y parte integral de la actividad matemática. En la medida que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel. Investigaciones recientes, proponen considerar en el currículo escolar de matemáticas actividades como: Formulación de problemas a partir de situaciones dentro y fuera de las matemáticas, desarrollo y aplicación de diversas estrategias para resolver problemas, verificación e interpretación de resultados a la luz del problema original, generalización de

soluciones y estrategias para nuevas situaciones de problemas y adquisición de confianza en el uso significativo de las matemáticas. Lineamientos curriculares (MEN; Pág. 74, 75, 1989).

En la resolución de problemas se identifican dos grandes vertientes, la primera de ellas, se centra en la matemática como disciplina, (método tradicional) y se caracteriza por ser un modo eficaz para obtener resultados exactos. Se encuentra relacionado con procedimientos rutinarios y conceptos matemáticos básicos, que son manejados en forma mecánica, poco significativa y sin una clara comprensión por parte del estudiante. La segunda vertiente; se relaciona con una orientación centrada en la construcción social del aprendizaje cuyo objetivo es una postura reflexiva y crítica. Un conocimiento orientado básicamente a desarrollar y potenciar en los educandos habilidades y capacidades a partir de vivencias del aprendizaje significativo.

2.3.1. Historia de las ecuaciones-

Desde el siglo XVII antes de Cristo los matemáticos de Mesopotamia y de Babilonia ya sabían resolver ecuaciones. En el siglo XVI antes de Cristo los egipcios desarrollaron un álgebra muy elemental que usaron para resolver problemas cotidianos que tenían que ver con la repartición de víveres, de cosechas y de materiales. Ya para entonces tenían un método para resolver ecuaciones de primer grado que se llamaba el "método de la falsa posición". No tenían notación simbólica pero utilizaron el jeroglífico hau (que quiere decir montón o pila) para designar la incógnita. Alrededor del siglo I después Cristo los matemáticos chinos escribieron el libro Jiu zhang suan shu (que significa El Arte del cálculo), en el que plantearon diversos métodos para resolver ecuaciones.

En el siglo III el matemático griego Diofanto de Alejandría publicó su Aritmética en la cual, por primera vez en la historia de las matemáticas griegas, se trataron de una forma rigurosa las ecuaciones de primer grado. Introdujo un simbolismo algebraico muy elemental al designar la incógnita con un signo que es la primera sílaba de la palabra griega arithmos, que significa número. Los problemas de álgebra que propuso prepararon el terreno de lo que siglos más tarde sería "la teoría de ecuaciones".

El planteamiento de ecuaciones en matemáticas responde a la necesidad de expresar simbólicamente los problemas y los pensamientos. Sobre la vida de Diophante aparece en los siglos V o VI un epigrama algebraico que constituye una ecuación lineal, propuesto por un discípulo de Diofanto para explicar datos de la vida de este sabio griego.

En 1557 el matemático inglés Robert Recorde inventó el símbolo de la igualdad, =.

En 1591 el matemático francés François Viète desarrolló una notación algebraica muy cómoda, representaba las incógnitas con vocales y las constantes con

consonantes. La forma de escribir y resolver las ecuaciones es bastante moderna, pero el origen de los problemas matemáticos y de las ecuaciones es antiquísimo.

Arqueólogos, historiadores y matemáticos, formando equipos de trabajo, estudiaron a las civilizaciones más antiguas y descubrieron como era el pensamiento matemático de cada una de ellas.

La primera fase, que comprende el periodo de 1700 a. de C. a 1700 d. de C., se caracterizó por la invención gradual de símbolos y la resolución de ecuaciones. La introducción de la notación simbólica asociada a Viete (1540-1603), marca el inicio de una nueva etapa en la cual Descartes (1596-1650) contribuye de forma importante al desarrollo de dicha notación. En este momento, el álgebra se convierte en la ciencia de los cálculos simbólicos y de las ecuaciones.

Posteriormente, Euler (1707-1783) la define como la teoría de los "cálculos con cantidades de distintas clases" (cálculos con números racionales enteros, fracciones ordinarias, raíces cuadradas y cúbicas, progresiones y todo tipo de ecuaciones). Para llegar al actual proceso de resolución de la ecuación $ax + b = c$ han pasado más de 3.000 años. Las ecuaciones más utilizadas por los egipcios eran de la forma: $x + ax = b$ $x + ax + bx = 0$ Donde a , b y c eran números conocidos y x la incógnita que ellos denominaban *aha* o montón. Una ecuación lineal que aparece en el papiro de Rhind responde al problema siguiente: "Un montón y un séptimo del mismo es igual a 24". En notación moderna, la ecuación será: $x + 1/7 x = 24$.

La solución la obtenía por un método que hoy conocemos con el nombre de "método de la falsa posición" o "regula falsi". Consiste en tomar un valor concreto para la incógnita, probamos y si se verifica la igualdad ya tenemos la solución, si no, mediante cálculos obtendremos la solución exacta.

Generalmente, el cálculo de la solución correcta no era tan fácil como en este caso e implicaba numerosas operaciones con fracciones unitarias (fracciones con numerador la unidad), cuyo uso dominaban los egipcios. Los babilonios (el mayor número de documentos corresponde al periodo 600 a. de C. a 300 d. de C.) casi no le prestaron atención a las ecuaciones lineales, quizás por considerarlas demasiado elementales, y trabajaron más los sistemas de ecuaciones lineales y las ecuaciones de segundo grado. Entre las pocas que aparecen, tenemos la ecuación $5x = 8$. En las tablas en base sexagesimal hallaban el recíproco de cinco que era $12/60$ y en la tabla de multiplicar por 8, encontramos $8 \times 12/60 = 1 \text{ } 36/60$.

Posteriormente, Brahmagupta (siglo VII) expresa, ya de forma sincopada, como resolver ecuaciones lineales. La incógnita la representaba por la abreviatura ya, y las operaciones con la primera sílaba de las palabras (Información recuperada de video historia de las ecuaciones de youtube.com).

2.3.2 Concepto de Ecuación

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que contiene letras que se llaman variables y números que se llaman términos independientes y sólo se cumple para el valor de la incógnita. Si el exponente de la variable es 1 se llama de primer grado o lineal con una incógnita.

Variable  $X + 8 = 12$

En una ecuación, la expresión algebraica del lado izquierdo del signo igual se llama primer miembro la del lado derecho se llama segundo miembro

$$\frac{3X}{2} + 4 = 6X - 3$$

La resolución de una ecuación lineal con una incógnita es un procedimiento que se basa, fundamentalmente, en la propiedad de la igualdad que establece que: Si a los miembros de una igualdad se realizan las mismas operaciones, se obtiene una nueva igualdad. Esta propiedad permite dar un enunciado que simplifica su

aplicación. Cualquier término o factor de un miembro en una igualdad puede pasar al otro miembro si se cambia en la operación contraria a la que realizaba.

2.3.3. Clases de ecuaciones

Las ecuaciones pueden ser clasificadas desde diferentes puntos de vista, como a continuación se expresa:

Desde el punto de vista de la parte literal se clasifican en:

- a) **Numérica:** Se presenta cuando en la ecuación sólo aparecen las letras de las incógnitas. Ejemplo: $2m + 5 = 9m - 6$, es una ecuación numérica, dado que la única letra que aparece es la m que representa la variable.
- b) **Literal:** Se presenta, cuando en la ecuación además de las variables, aparecen otras letras las cuales representan cantidades conocidas. Ejemplo: $9x - 2c = 2a + 5x$, es una ecuación literal, porque además de la variable x , aparecen otras letras las cuales representan cantidades conocidas.

Desde el punto de vista de la presentación de la variable se clasifican en:

- a) **Enteras:** Son ecuaciones en las cuales ninguno de sus términos tiene denominador. Ejemplo: $2y - 3 = 20$, es una ecuación entera.
- b) **Fraccionarias:** Son ecuaciones en donde algunos o todos sus términos tienen denominador. Ejemplo: $\frac{3x}{4} + 5x + \frac{2x}{5} = 8$, es una ecuación fraccionaria.
- c) **Racional:** Son ecuaciones en las cuales las incógnitas no tienen raíces cuadradas o cúbicas. Ejemplo: $\frac{3}{x+1} - \frac{2}{4} = \frac{4}{2x+2}$, es una ecuación racional.
- d) **Irracional:** Son ecuaciones en las cuales las incógnitas aparecen dentro de un radical. Ejemplo: $\sqrt{x+20} - \sqrt{x} = 2$, es una ecuación irracional.

Desde el punto de vista del exponente, se clasifican en:

- a) **Lineales:** Son ecuaciones donde el exponente de la variable o incógnita se encuentra elevada a la 1. Se les denomina lineales porque al graficar la ecuación se obtiene una línea recta. Ejemplo: $8x - 4 = 4x + 6$, es una ecuación lineal con una sola variable. $12x - 8y = 4$, una ecuación lineal con dos variables x, y .
- b) **Cuadráticas:** Son ecuaciones en las cuales la variable o incógnita se encuentra elevada al exponente 2. Cuando se grafica se obtiene una parábola. Ejemplo: $x^2 - 5x - 3 = 0$, es una ecuación cuadrática porque la variable x se encuentra elevada al exponente 2.
- c) **Cúbicas:** Son ecuaciones en las cuales la variable o incógnita se encuentra elevada a la 3. Ejemplo: $5x^3 - 4x + 8 = 5$, es una ecuación cubica o de tercer grado.

Para las ecuaciones de grado 4, 5, 6, se denominan de grado superior o se nombran mencionando el grado que posean.

Desde el punto de vista del número de variables o incógnitas, se clasifican en:

- a) **De una sola variable:** Como su nombre lo indica, son aquellas ecuaciones que tienen una sola cantidad desconocida. Ejemplo: $4x^2 + 2 = 0$, es de una sola variable.
- b) **De dos o más variables:** Son ecuaciones que cuentan con dos o más términos desconocidos, incógnitas o variables. Ejemplo: $5x + 4y + 2 = 0$, es una ecuación de dos variables.

Propiedades de las ecuaciones. Las tres propiedades más importantes de la igualdad se resumen en una estructura matemática que se conoce como relación de equivalencia.

Propiedad Reflexiva: $a = a$. Ejemplo: $5 = 5$

Propiedad Simétrica: Si $a=b$, entonces $b=a$ Ejemplo: Si $x=2$, entonces $2=x$

Propiedad Transitiva: Si $a=b$, $b=c$, entonces $a=c$ Ejemplo: Si $x=2$ y $2=w$, entonces $x=w$

2.3.4. Pasos para resolver una ecuación.

Resolver una ecuación consiste en hallar el valor de la variable o incógnita que satisface la ecuación.

1. Se reducen términos semejantes cuando es posible
2. Se hace transposición de términos. Si está sumando de un miembro a otro se le cambia de signo, es decir, pasa a restar y si está restando pasa a sumar. Cuando está multiplicando pasa a dividir, pero con el mismo signo y si está dividiendo, pasa a multiplicar pero con el mismo signo.
3. Se reducen términos semejantes hasta donde sea posible
4. Se despeja la incógnita dividiendo ambos miembros de la ecuación y se simplifica
5. Se comprueba que la solución obtenida satisface la ecuación o la situación problemática.

Ejemplo: Resolver

$$\frac{4x+8}{2} = x - 3 \quad \text{Lo que divide pasa a multiplicar}$$

$$4x + 8 = 2(x - 3) \quad \text{Lo que suma pasa a restar}$$

$$4x = 2(x - 3) - 8 \quad \text{Se multiplica lo que está en paréntesis}$$

$$4x = 2x - 14 \quad \text{Se pasa al otro miembro } 2x \text{ a restar}$$

$$4x = 2x - 6 - 8 \quad \text{Se suman los números negativos}$$

$$4x - 2x = -14 \quad \text{El 2 está multiplicando pasa dividir}$$

$$2x = -14 \quad \text{El 2 que está multiplicando pasa a dividir}$$

$$x = -\frac{14}{2} \quad \text{entonces } x = -7$$

2.3.5 Ecuaciones Lineales o de Primer grado.

DEFINICIÓN: Una ecuación de primer grado es una expresión que se puede reducir a la forma $ax + b = 0$, siendo $a \neq 0$, donde la incógnita aparece elevada al exponente

1. Tiene una única solución: $x = -\frac{b}{a}$. Existen expresiones que parecen ecuaciones de primer grado y que, sin embargo, no tienen solución o tienen infinitas soluciones:

- $3x - 5 = 3(x + 1) \Rightarrow 0x = 8 \Rightarrow$ No tiene solución.
- $3x - 5 = 3(x - 2) + 1 \Rightarrow 0x = 0 \Rightarrow$ Tiene infinitas soluciones Realmente, estas igualdades no son ecuaciones, pues carecen del término en x. Sin embargo, puesto que antes de simplificar no sabemos en qué van a quedar, las trataremos como ecuaciones.

Ejemplo: Resolver la siguiente ecuación lineal: $4 + 5(x + 2) = -26 + 2(x + 1)$:

$$4 + 5(x + 2) = -26 + 2(x + 1)$$

$$4 + 10x + 10 = -26 + 2x + 2$$

$$10x - 2x = -26 - 14$$

$$8x = -40$$

$$x = \frac{-40}{8}$$

$$x = -5$$

2.3.6. Ecuaciones Equivalentes.

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen la misma solución o ambas carecen de solución.

Para resolver una ecuación, se debe despejar la x mediante una serie de pasos. Cada paso consiste en transformar la ecuación en otra equivalente en la que la x esté más próxima a ser despejada:

Transformación Sumar o restar la misma expresión en los dos miembros de la igualdad. Multiplicar o dividir los dos miembros por el mismo número distinto de cero.

Ejemplo: Las ecuaciones $3y - 3 = 2y + 2$ y $y - 3 = 2$ son equivalentes:

$$3y - 3 = 2y + 2$$

$$3y - 2y = 2 + 3$$

$$y = 5$$

$$y - 3 = 2$$

$$y = 2 + 3$$

$$y = 5$$

Son ecuaciones equivalentes, porque tienen la misma solución.

Ejemplo: Partiendo de las dos ecuaciones siguientes que son equivalentes, diseñar cinco ecuaciones que sean equivalentes: $x + 2 = 8$ y $2x + 4 = 16$.

(Información recuperada del video ecuaciones equivalentes de YouTube)

2.2.7 Ecuaciones con paréntesis

Regla práctica. Lo que está sumando en un miembro pasa restando al otro miembro. Y viceversa. Lo que está multiplicando a todo lo demás de un miembro pasa dividiendo a todo lo demás del otro. Y viceversa.

- Quitar paréntesis, si los hay.
- Quitar denominadores, si los hay. (Hallar m.c.m)
- Pasar los términos en x a un miembro y los números al otro miembro.
- Simplificar cada miembro.
- Despejar la x. Se obtiene, así, la solución.
- Comprobación: Sustituir la solución en cada miembro de la ecuación inicial para comprobar que coinciden los resultados.

Las ecuaciones con paréntesis, las resolvemos aplicando la propiedad distributiva.

Ejemplo:

$$3x - 4(x - 2) = 7 + 5(x + 5)$$

$$3x - 4x + 8 = 7 + 5x + 25$$

$$3x - 4x - 5x = 7 + 25 - 8$$

$$-6x = 24$$

$$x = \frac{24}{-6}$$

$$x = -4$$

2.3.8 Ecuaciones con coeficientes fraccionarios.

Una ecuación con coeficiente fraccionario se resuelve multiplicando ambos miembros de ésta por el mínimo común múltiplo de los denominadores. Luego procedemos como ecuaciones enteras.

Ejemplo: La tercera parte de un ángulo sumado con 9° es igual a la quinta parte del mismo ángulo sumado en 11° . ¿Cuál es el valor del ángulo?

$$\frac{x}{3} + 9 = \frac{x}{5} + 11 \quad \text{m. c. m. es 15}$$

$$5x + 135 = 3x + 165$$

$$5x - 3x = 165 - 135$$

$$2x = 30$$

$$x = \frac{30}{2}$$

2.3.9. Método para resolver ecuaciones con coeficientes fraccionarios sacando el mínimo común múltiplo.

El procedimiento es el siguiente:

- Se saca el m.c.m a los denominadores mediante división sucesiva de todos los denominadores.
- Se divide por cada uno de los denominadores y se multiplica por el numerador
- Se reducen los términos semejantes si los hay
- Se efectúa la transposición de términos

e. Se despeja la variable o incógnita

f. Se comprueba el resultado.

Ejemplo: Resolver la siguiente ecuación: $\frac{6x}{3} - \frac{2x}{4} = \frac{3x}{2} + \frac{9}{36}$

$$\frac{6x}{3} - \frac{2x}{4} = -\frac{3x}{2} + \frac{9}{3} \text{ Saco el m.c.m.} = 12$$

$$24x - 6x = -18x + 36$$

$$24x - 6x + 18x = 36$$

$$36x = 36$$

$$x = \frac{36}{36}$$

$$x = 1$$

2.2.10 Método para resolver ecuaciones con coeficientes fraccionarios multiplicación cruzada.

El procedimiento es el siguiente: La solución de este tipo de ecuaciones se presenta cuando la ecuación es el resultado de la igualdad de dos razones de la siguiente forma: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, donde se establece que $a \times d = b \times c$, es decir que el producto de los medios es igual al producto de los extremos. En otras palabras, el denominador del primer miembro se multiplica por el numerador del segundo miembro y el denominador del segundo miembro se multiplica por el numerador del primer miembro, de la siguiente forma:

Resolver la siguiente ecuación: $\frac{2}{4x-1} = \frac{3}{4x+1}$

$$\frac{2}{4x-1} = \frac{3}{4x+1}$$

$$2(4x+1) = 3(4x-1)$$

$$8x+2 = 12x-3$$

$$8x-12x = -3-2$$

$$-4x = -5$$

$$x = \frac{-5}{-4}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

2.2.11 Los juegos online y los videojuegos en la educación.

Ante la aparición del ocio electrónico, surge en los adolescentes la necesidad de jugar, y con la facilidad de la conectividad en la red a través de celulares de última generación, tabletas y computadores, se generan las condiciones para que pasen demasiado tiempo frente al ordenador, ante éste panorama, la psicopedagogía dentro del abanico de posibilidades de formas y medios de aprendizaje se está ocupando de explorar y examinar de manera detallada el potencial de aprendizaje que puede existir detrás de los videojuegos (Recuperado de: <http://maescen.medellin.unal.edu.co/index.php/erudito>).

Antes que unirnos al rechazo que en ocasiones genera la permanencia por largos espacios de tiempo del adolescente frente a la pantalla del computador, debemos potencializar las oportunidades educativas que nos está ofreciendo la tecnología y aprovechar el ciberespacio y la alta conectividad para presentarle al estudiante contenidos curriculares en forma lúdica que los lleven a complementar la información que se les suministra en las aulas tradicionales de clases.

2.2.12 Utilidad de los videojuegos

La época contemporánea caracterizada por el alto desarrollo tecnológico, el ordenador pasó a constituirse en una herramienta de gran utilidad dentro de las diferentes actividades cotidianas que desarrolla el ser humano, sin embargo, tanto la parte académica como pedagógica no pueden vivir al margen de ésta realidad. Es así, como últimamente en la enseñanza ha pasado a desempeñar una función dinámica de primer orden, pues aprovechando la conectividad a internet y los flexibles métodos para la gestión del conocimiento, los docentes tienen la oportunidad de diseñar y presentar alternativas atractivas de capacitación mediante el diseño de juegos, que para los niños se constituyen en una actividad motivante para potenciar el aprendizaje de contenidos curriculares y constituirse de ésta forma

en una valiosa ayuda como apoyo y complemento a las temáticas desarrolladas en el aula de clases.

Adicionalmente, estas plataformas ofrecen una gran adaptabilidad e interactividad con el medio, posibilitando que a través de nuevas formas de aprendizaje, el estudiante desarrolle su capacidad motora de rapidez, agilidad y memoria, haciéndolo una persona más competente (Recuperado de: <http://maescen.medellin.unal.edu.co/index.php/erudito>).

Es por ello que una vez conocidas las bondades de ésta herramienta y con el firme propósito de estimular en los estudiantes el aprendizaje en forma lúdica, diseñé en la plataforma Erudito, de la universidad Nacional, cinco juegos sobre los contenidos matemáticos de los grados 6º y 7º, donde cada temática tiene tres componentes: uno histórico, otro conceptual y algorítmico y el último de aplicación a la solución de problemas, en el cual los estudiantes tienen acceso a ellos en forma paralela como se van explicando las temáticas en el aula, reforzando, complementando y evaluando con acertijos los contenidos ya explicados, constituyéndose en una herramienta muy atractiva para el aprendizaje.

Dentro de ésta misma dinámica es preciso mencionar la utilidad que para el sistema educativo mundial, reviste el uso intensivo del aprendizaje mezclado, el cual utilizando los recursos de internet, el modelo pedagógico constructivista y la plataforma moodle, ésta posibilitando que el estudiante sea más eficiente, productivo y disciplinado, para que en última instancia adquiera la autonomía suficiente para ser gestor de su propio conocimiento.

2.2.13 El aprendizaje mezclado (B- Learning).

¿Qué es el aprendizaje mezclado? "Es un método que combina la enseñanza presencial con la enseñanza virtual, emplea la tecnología y refleja la tendencia hacia un pensamiento ecléctico y más abierto, que trata de superar prejuicios y busca lo

mejor de los dos tipos de enseñanza que hasta ahora estaban aparentemente contrapuestos." (Arias, 2009)

De igual manera Arias (2009) expresa que "la modalidad de 'aprendizaje mezclado' posibilita combinar los elementos positivos de la modalidad virtual con los de la modalidad presencial, pero no basta solo con incorporar esos recursos para obtener un aprendizaje eficaz: Es necesario poner estos recursos en función del modelo pedagógico que se adopte, el cual debe estar centrado fundamentalmente en la actividad del estudiante"

En cada sesión y con cada tarea se incrementará la posibilidad de hacer de su curso algo nuevo, usar nuevas actividades, explorar nuevos recursos, imaginar otras posibilidades que acompañen el trabajo presencial que usted hace. ¿Qué tal probar con una clase al revés? ¿Qué tal usar la técnica de los *pomodoros* en su aula de clase? ¿Qué tal probar con exámenes preparatorios en línea para sus estudiantes? ¿Podríamos hacer los exámenes bimestrales usando la plataforma Moodle?

En acompañamiento con el grupo de tutores podrá instalar, configurar, poner a prueba y tener como producto del curso una nueva posibilidad de enseñar, de evaluar, de hacer seguimiento a los estudiantes. Dentro del aprendizaje mezclado tanto el rol del docente como el del estudiante cambian sustancialmente.

2.2.13.1 El profesor en la modalidad del aprendizaje mezclado.

Dentro de su labor, le corresponde: Definición de los objetivos del curso, preparación de los contenidos, selección de una metodología y enfoque pedagógico apropiado, elaboración del material didáctico y elaboración de un plan de evaluación.

2.2.13.2 El estudiante en la modalidad de formación mezclada

Su actividad es más dinámica y debe: tener habilidades y conocimientos básicos en informática, capacidad para relacionarse con sus compañeros en la elaboración de proyectos colaborativos, disciplina en el manejo del tiempo, para garantizar el cumplimiento de los objetivos educativos, mantener una comunicación continua con su profesor y compañeros

2.2.13.3 Tecnología y recursos que se emplean

Se destaca fundamentalmente el uso de internet, la plataforma moodle y el modelo pedagógico constructivista, centrado fundamentalmente en la construcción del conocimiento por parte del propio estudiante.

2.2.14 Herramientas de la plataforma moodle.

Es una plataforma muy versátil con herramientas dinámicas, entre las cuales se destacan: E-mail interno, chat, calendario, contenidos compartidos, portafolio de estudiantes, videos, buscador, foro, intercambio de Información, debate, diálogo y comunicación permanente, espacio de socialización, trabajo y aprendizaje colaborativo.

Aplicación para el aprendizaje de las matemáticas. Se ha podido evidenciar que el rendimiento de los estudiantes aumenta, mejora la adquisición de habilidades de pensamiento, se adecúa las formas de difundir el conocimiento, el proceso de enseñanza se enriquece constantemente, se fortalece la utilización de herramientas tecnológicas, el proceso de enseñanza aprendizaje se hace más eficiente y productivo

2.4. MARCO LEGAL.

En el presente marco legal se presentan las disposiciones normativas que rigen el sistema educativo colombiano, en los diferentes contextos.

Tabla 1. Normograma.

CONTEXTO INTERNACIONAL		
LEY, NORMA, DECRETO, COMUNICADO, RESOLUCIÓN, DOCUMENTO	TEXTO DE LA NORMA	CONTEXTO DE LA NORMA
UNESCO: Documento. SERGE, Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo Páginas 32 - 40	“Recomendaciones para mejorar las prácticas pedagógicas”	“Con la enseñanza de las matemáticas basada en problemas se busca que el estudiante adquiera habilidades del pensamiento y adopte una postura crítica, reflexiva que le permiten hacer frente a diferentes situaciones de la cotidianidad”.
UNESCO: Documento. Páginas 25, 54,	Establece desde la perspectiva epistemológica, las bases para que el estudiante aborde todo lo inherente a la resolución de problemas. “”	“Se hace un análisis de la importancia que reviste la solución de problemas en el quehacer matemático para que el estudiante fundamente los conocimientos matemáticos”.
DIRECCION REGIONAL DE LA UNESCO. Documento. DIGEDUCA. Serie de Cuadernillos Pedagógicos. Ministerio de Educación Gobierno de Guatemala.	“Resolución de Problemas con Operaciones básicas, para grado sexto”	“Se presentan actividades que como apoyo a los docentes les permitan aplicar estrategias para ejercitar y desarrollar en el estudiante las destrezas para resolver problemas”.
UNESCO. Documento Comité Latinoamericano de Matemática Educativa Volumen 16, Tomo 3. Secretaria de Educación pública de México.	“Instrumento metodológico básico para el aprendizaje de las matemáticas”.	“Establece un plan de intervención pedagógico que puede contribuir a mejorar el rendimiento de los alumnos en lo que respecta con la solución de problemas matemáticos”.
OCDE: Documento	“Evaluación Internacional de alumnos”	“Está diseñado para conocer las competencias, habilidades, pericia y aptitudes que utiliza el estudiante en el razonamiento matemático”.
Congreso Internacional de Matemáticas ICME. Documento Berkeley 1980.	“La resolución de problemas”	“La resolución de problemas como una propuesta didáctica”.

Congreso Internacional de Matemáticas ICME 1984. Documento Perspectivas sobre resolución de problemas	"Perspectiva de la didáctica de las matemáticas como disciplina tecno científica".	"Resolución de problemas como línea de investigación en educación matemática".
Congreso Internacional de Matemáticas ICME. 1989. Documento.	"La resolución de problemas como eje central del desarrollo curricular".	"La resolución de problemas es el corazón de la matemáticas y debería reemplazar a la aritmética rutinaria".
CONTEXTO NACIONAL		
LEY, NORMA, DECRETO, COMUNICADO, RESOLUCIÓN, DOCUMENTO	TEXTO DE LA NORMA	CONTEXTO DE LA NORMA
Constitución Nacional	Artículo 44	"Son derechos fundamentales de los niños:..."
Ley 115 de 1994	Artículo 1º: Objeto de la ley	Reglamenta todo lo relacionado con la educación en Colombia
Ley 115 de 1994	Artículos 76 y 78	"Los lineamientos curriculares constituyen un punto de apoyo y de orientación general".
Decreto 1860/1994	"Criterios para la elaboración del currículo"	Organiza y estructura todo lo inherente con el currículo.
Decreto 1290/2009	"Evaluación Instruccional de los estudiantes"	Comprende todo lo relacionado con la evaluación
Decreto 230/2002	Plan de Estudio	"Es el esquema estructurado de las áreas obligatorias, fundamentales y optativas".
Resolución 2343 de 1996	"Diseño de los lineamientos generales de los procesos curriculares"	"Se establece el diseño de los lineamientos curriculares del servicio público educativo y se establecen los indicadores de logros curriculares para la educación formal".
CONTEXTO REGIONAL		
LEY, NORMA, DECRETO, COMUNICADO, RESOLUCIÓN, DOCUMENTO	TEXTO DE LA NORMA	CONTEXTO DE LA NORMA

Ordenanza No. 33/2011	“Funciones de la Secretaria de Educación de Antioquia”	Contempla todas las funciones que .por ley debe desarrollar
CONTEXTO LOCAL		
LEY, NORMA, DECRETO, COMUNICADO, RESOLUCIÓN, DOCUMENTO	TEXTO DE LA NORMA	CONTEXTO DE LA NORMA
Políticas y principios Educativos en el municipio de Bello, para la aplicación del Plan Estratégico de Educación 2010 – 2021.	“Estructura del Plan de Educación del municipio de Bello 2010 – 2021”	“Contempla los referentes teóricos sobre la función educativa en el ámbito bellanita, se elabora un diagnóstico y se recogen los sueños de toda la comunidad en relación con la educación.
CONTEXTO INSTITUCIONAL		
La institución se encuentra enmarcada en los parámetros legales que rigen la educación colombiana, comenzando con la Constitución Política como norma fundamental, siguiendo con la Ley 115 de 1994, Decreto 1860/1994, Resolución 2343/1996, Decreto 230/2002, Decreto 1290 del 2009. El modelo pedagógico es un modelo (Híbrido) que recoge elementos de la educación tradicional y de las corrientes contemporáneas como el constructivismo (Piaget, Vygotsky y Ausubel) que contempla el aprendizaje autónomo como fundamento del proceso. Está diseñado para que su metodología gire alrededor de tres componentes fundamentales: Generación de actitudes, Desarrollo del pensamiento y Construcciones del saber. En lo referente al aspecto académico, se fundamenta en el Acuerdo por la excelencia 2015, cuyo objetivo es propender por mejorar los resultados Institucionales en Matemáticas y Lenguaje en el reporte del Índice Sintético de calidad educativa del 2015. La filosofía institucional se sintetiza en el lema “FORMAR PARA EL AMOR Y LA VIDA”, acorde con el perfil del estudiante que se quiere ayudar a formar. La formación académica apunta a propiciar el desarrollo del pensamiento racional, crítico, creativo, que haga descubrir el placer de aprender y que se valga de la lengua escrita como el mejor medio de demostración de aprendizajes significativos base para la asimilación de todas las ciencias.		

2.5. Marco espacial.

Esta intervención se está desarrollando en la Institución educativa fe y alegría Nueva Generación, ubicada en la avenida 38 No. 61-02, barrio niquía del municipio de Bello, página web: www.ienuevageneracion@yahoo.es, núcleo educativo 03. Nit.811 026 3468, DANE 10508800170, e-mail: iengeneracion@yahoo.es teléfono: 481 55 06 - 483 11 50. de carácter oficial, ubicación urbana, jornada mañana y tarde, se encuentran vinculadas con la institución alrededor de 1200 familias, el entorno del área geográfica donde se localiza el colegio se caracteriza por contar en sus alrededores con diez (10) instituciones educativas entre públicos y privados, servicios de biblioteca, parques, polideportivo, dos hospitales, acceso a la estación

del metro niquía y una amplia y variada zona comercial, donde se destaca el centro comercial puerta del norte.

Nueva generación pretende que en el año 2019 en el medio se le reconozca como un establecimiento que promueva una formación integral de excelencia con énfasis en familia que incida en la estructuración de proyectos de vidas felices y sensibles en lo ecológico y social.

El barrio niquía se ubica al norte del municipio de Bello, y se ha constituido en un polo de desarrollo no solo del municipio, sino de la región, el 70% de las familias de los estudiantes se desempeñan como empleados de empresas o fábricas del Valle de Aburra y los restantes se dedican al comercio, trabajo independiente y desempleados.

El estrato socioeconómico de sus habitantes se distribuye entre el uno, dos y tres, siendo los dos primeros el que predomina dentro de los estudiantes del colegio. En el aspecto socio-cultural, se destaca que, alrededor del 60% de los acudientes de los estudiantes, son personas que han finalizado sus estudios de bachillerato o han terminado una carrera técnica o tecnológica, alrededor del 20% se encuentran en la actualidad cursando una carrera profesional o la han finalizado y el 20% son personas que no han terminado estudios de ninguna índole.

Los alumnos de la institución se caracterizan por poseer un alto nivel de amor propio, por su vida y su crecimiento integral, comprometido con los otros en el respeto por la vida, la tolerancia y la sana convivencia, se destacan por ser unas personas respetuosas con el entorno; participando democráticamente.

En lo referente a logros académicos institucionales, ocupa el primer puesto entre los colegios públicos del municipio y el tercero en Antioquia, en el mes de octubre del 2015 dentro del concurso anual Antioquia la más educada, fue galardonada por

la Gobernación de Antioquia como la mejor institución educativa oficial del departamento, en la categoría calidad y actualmente se encuentra desarrollando el sistema de mejora de la calidad, buscando la excelencia, ser mejores seres humanos y ofrecer educación de altísima calidad. Dentro de las debilidades en la parte académica, se destaca el bajo rendimiento en matemáticas, focalizado básicamente en los grados 6º y 7º. En la parte relacionada con la convivencia no se observan situaciones apremiantes que pongan en riesgo la sana convivencia.

.

.

3. Diseño Metodológico

El desarrollo de la actividad cotidiana que el docente realiza a diario en las aulas de clase, les proporcionan abundante información que de alguna forma debe ser capitalizada y aprovechada para mejorar la práctica. Es así, como partiendo de ésta evidencia y de aspectos como el currículo y el entorno que de alguna manera inciden en el proceso de enseñanza, se proyecta la intervención en la resolución y planteamiento de problemas apoyados por las TIC.

3.1 Paradigma Crítico-Social.

Históricamente la comunidad en su conjunto ha entrado su atención en aunar esfuerzos para que a través del empoderamiento se puedan generar los procesos de transformaciones sociales que a la postre implique un mejoramiento en la calidad de vida. El conocimiento no ha sido ajeno a ésta realidad, pero para que éste sea representativo se debe construir a partir de un proceso de autorreflexión, de consultar a los mismos miembros de los grupos sociales cuáles son sus intereses, sus necesidades y expectativas sobre los problemas específicos que se encuentran al interior su convivencia y que de alguna forma, la persona como eje central de la sociedad, expresa o manifiesta abiertamente.

Estas formas de representación y participación requieren de una estructura teórica formal, cuya función es propiciar una integración con el medio, los procesos y las personas, para que de esta forma; puedan tomar decisiones acertadas en forma consensuada, para ofrecer soluciones oportunas a los problemas que la aquejan. Es por ello que se toma como fundamento en la presente intervención los lineamientos del paradigma crítico social, el cual invita al ciudadano que hace parte de la comunidad a participar en forma activa dentro de los procesos que se gestan al interior de la misma; desde el diagnóstico hasta la implementación de las potenciales soluciones a sus problemas. Partiendo de éste enfoque; surge la

necesidad de abordar la enseñanza de las matemáticas, desde una perspectiva diferente, parte de la reflexión colectiva de los padres de familia, estudiantes y docentes, quienes son agentes que constantemente cuestionan los deplorables resultados académicos en las diferentes evaluaciones a las que se someten hoy día los estudiantes y, consideran que el modelo tradicional, memorístico, algorítmico, descontextualizado e ineficiente se encuentra acabado y no responde a las expectativas de los educandos en la actualidad.

3.2 Tipo de Investigación:

La intervención que se va a implementar está orientada a encontrar soluciones a un problema recurrente, relacionado con la enseñanza de las matemáticas, la cual se encuentre inmersa en una amplia comunidad, cuya implementación y desarrollo está siendo liderado desde adentro por los mismos actores y gestores del proceso educativo; cuya trascendencia es de vital importancia por ser ampliamente conocedores del proceso pedagógico que allí se desarrolla. Esta característica es propia del enfoque de investigación acción educativa, cuya perspectiva fundamental es propiciar que el docente se forme como investigador de su propia práctica dentro del aula, y a partir de esas vivencias puedan implementar acciones que mejoren sus reflexiones pedagógicas para beneficio de toda una comunidad educativa.

La intervención de carácter cualitativo, se caracteriza por centrar su atención en los resultados generados por la interacción de eventos que se presentan al interior de un sistema, y es eminentemente subjetivo porque depende de la percepción e interpretación que tenga el sujeto. Por otra parte, la intervención de índole cuantitativa, se nutre con información numérica que permite interpretación estadística y análisis de varianzas, para que a partir de la correlación de variables se puedan realizar comparaciones numéricas que evidencien la medición del progreso en la actuación.

Si bien es cierto, los enfoques cualitativos y cuantitativos presentan características diferenciadoras, éstas dentro de la intervención pueden coexistir y nutrirse mutuamente a través de información tanto cualitativa como cuantitativa, porque no son excluyentes, por lo tanto, dentro del proceso se utilizarán los dos enfoques, con el propósito de contar con los elementos de análisis suficientes para comprender la realidad de los acontecimientos y que aunados a la reflexión permanente del docente en su práctica le proporcionan trascendencia a los resultados de la intervención.

3.3 Método

Para la implementación y desarrollo de la propuesta de intervención, se toma como referencia la concepción metodológica Crítico social, donde partiendo del análisis del contexto, habilidades, potencialidades y vivencias cotidianas de los educandos en el aula; se plantean y ejecutan sus etapas, cada una de las cuales para el análisis se nutre con elementos de índole cualitativo y cuantitativo, que permita obtener argumentos suficientes y relevantes para validar los resultados de la experiencia.

En primera instancia la intervención se inicia con la recolección de información cuantitativa procedente de las actividades ejecutadas durante la práctica (pre-test), que sin lugar a dudas permitirá elaborar comparaciones importantes y a partir del análisis de tablas, gráficos, varianzas y correlación de variables sacar algunas inferencias importantes. Paralelamente se acopia la información cualitativa suministrada por la encuesta, que aporta elementos explicativos importantes sobre el suceso en estudio.

En segunda instancia, y una vez reconocidos los aspectos relevantes que demuestran las falencias significativas observadas, se inicia la aplicación de la intervención; mediante la explicación y socialización detallada de las cuatro (4) etapas del método heurístico de George Polya (1989). Igualmente, se apoyará los

requerimientos de los estudiantes en cuanto a la aclaración de dudas sobre procedimientos, conceptos, algoritmos y todo lo que el estudiante requiera para tener claridad respecto al desarrollo del asunto. Del mismo modo, se procederá a validar el grado de participación que los estudiantes han tenido en la plataforma Erudito y Moodle, como instrumentos de apoyo a las clases ordinarias en el aula, que permita corroborar de alguna forma, la utilidad proporcionada por estos instrumentos en el desarrollo de la temática.

Finalmente, se aplicará el post-test, que provee información necesaria que permite sacar conclusiones y recomendaciones para validar o no los resultados de la actuación, y de esta forma dejar a consideración, la intervención sobre resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC.

3.4 Instrumento de recolección de información

Para la intervención, se utilizarán los siguientes medios que permitirán acopiar la información necesaria:

Fuentes Primarias. Se obtienen de las diferentes pruebas que se ejecuten dentro del procedimiento (pre-test y pos-test). Encuesta; consiste en un instrumento con respuestas cerradas el cual contiene las cuatro etapas del método heurístico de George Polya (1989), cada una de estas fases contiene indicadores que debe responder el estudiante. Encuesta, se encarga de complementar la información que proporciona el instrumento de cotejo, sobre algunos indicadores que no se pudieron determinar en el pre-test desarrollado por los alumnos.

Fuentes Secundarias: Esta información es recopilada del archivo académico que reposa en la institución; referente al rendimiento académico que los alumnos han obtenido en años o períodos anteriores al análisis y todo cuanto se pueda acopiar que pueda contribuya al perfeccionamiento de la intervención.

3.5 Población y Muestra

Dentro de la intervención, la población objetivo se encuentra constituida por 119 estudiantes del grado séptimo (A, B y C) de la Institución Educativa Fe y Alegría Nueva Generación, dentro de los cuales 56 son hombres y 63 mujeres, las edades se encuentran localizadas entre los 12 y 14 años. Para la muestra se tomó como grupo experimental los estudiantes del grado 7ºB, compuesto por 37 estudiantes de los cuales 17 son de sexo masculino y 20 de sexo femenino y el grupo control lo conforman los alumnos del grado 7ºA, compuesto por 41 estudiantes.

3.5.3 Delimitación y Alcance

Cuando se concluya con la actuación se ha de tener las conclusiones y recomendaciones que validen o no la intervención sobre el planteamiento y resolución de problemas matemáticos en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales. Éste documento se entregará completamente acabado para beneficio de los educandos.

3.6 Cronograma de actividades

Tabla 2. Planificación de actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1: Diagnosticar	Diagnosticar mediante un pre-test y encuesta, las dificultades y falencias más frecuentes en que incurren los estudiantes en cuanto al uso de los recursos matemáticos cognitivos y que puedan ser utilizados en el problema.	1.1. Revisión bibliográfica sobre el método heurístico de George Polya (1989), para la solución de problemas matemáticos. 1.2. Revisión bibliográfica sobre la teoría del aprendizaje significativo crítico. 1.3. Revisión bibliográfica de los documentos del MEN enfocados a los estándares en el planteamiento y resolución de problemas matemáticos en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales. 1.4. Revisión bibliográfica de herramientas sobre las TIC Utilizadas para la resolución de problemas 1.5. Aplicación del pre-test y encuesta para identificar los inconvenientes más comunes en la solución de problemas.
Fase 2: Elaboración	Elaborar la propuesta utilizando el método heurístico de George Polya (1989) y conceptualización sobre la ecuación lineal a los estudiantes que hacen parte del grupo intervención.	2.1. Construcción del material de apoyo para explicar la conceptualización sobre la ecuación lineal en el conjunto de los números racionales. 2.2 .Explicación de los fundamentos teóricos del método heurístico de George Polya (1989) y sus cuatro etapas. 2.3. Diseño y construcción de actividades para la evaluación de conceptos temáticos y aplicación de las etapas del método propuesto 2.4. Diseño y construcción de actividades didácticas utilizando las TIC en la plataforma Erudito y Moodle
Fase 3: Intervención	Intervenir mediante la aplicación de un pos-test, los avances obtenidos en el proceso	3.1. Intervención mediante la estrategia solución de problemas. 3.2. Construcción y aplicación de actividades evaluativas durante la ejecución de la estrategia. 3.3 Construcción y aplicación del pos –test al finalizar la ejecución de la estrategia de intervención.
Fase 4: Valoración	Evaluar el impacto académico de los resultados obtenidos en la población objetivo, una vez concluida la aplicación de la propuesta.	4.1. Organización, tabulación, análisis e interpretación de los resultados obtenidos al ejecutar la estrategia solución de problemas matemáticos en los estudiantes del grado séptimo de la I. E. Nueva Generación. 4.2. Determinar a través del procedimiento estadístico cómo es el comportamiento de los datos. 4.3. Cuantificar la nota promedio del pre-test y del pos-test y hacer un análisis comparativo para determinar si el rendimiento académico de la población objetivo mejoró, desmejoró o permaneció igual

4. Trabajo Final

A continuación se describe la propuesta didáctica de resolución y planteamiento de problemas apoyados por las TIC, tomando como referencia los pasos y principios que describe Marco Antonio Moreira (2005) dentro del aprendizaje significativo crítico, para la construcción de la UEPS, la cual consta de: Introducción a manera de presentación, objetivo, filosofía, marco teórico, descripción general de cada uno de los pasos secuenciales, y posteriormente aplicación, análisis de resultados y conclusiones.

4.1 Desarrollo y sistematización de la propuesta.

4.1.1 Unidad educativa potencialmente significativa (UEPS).

4.1.1.1 Introducción de la UEPS.

En la actualidad, en el contexto educativo se evidencia una situación bastante paradójica, es una época caracterizada por cambios rápidos y drásticos, donde el aprendizaje debe ser significativamente crítico y por tanto se debe preparar al estudiante para vivir en una sociedad con éstas características. Sin embargo, lo paradójico surge cuando la escuela aún se ocupa de enseñar conceptos fuera de foco tales como: los conceptos de verdad absoluta, certeza, entidad aislada, causalidad simple, se continúa creyendo que el conocimiento es transmitido y que emana de una autoridad superior y como tal, debe ser aceptado sin cuestionamiento alguno. Sin lugar a dudas, como efectivamente ocurre, el resultado de ésta educación es una persona pasiva, dogmática, intolerante, autoritaria, inflexible y conservadora. (Marco Moreira, indivisa, Boletín de estudios e investigación, número 6, 2005 pp 83 – 102).

La formación matemática no ha sido ajena a ésta realidad, es así, como a través de los años la característica fundamental en la instrucción matemática se ha concentrado en desarrollar habilidades para resolver ejercicios algorítmicos en forma mecánica y totalmente descontextualizados, que en nada se corresponde con los intereses de los estudiantes y su cotidianidad, sin que ello les permita reflexionar sobre el aprendizaje potencial y la posible aplicabilidad a la solución de problemas reales.

La teoría del aprendizaje significativo crítico, sugiere otra forma de abordar la enseñanza, donde partiendo de conceptos dinámicos como: relatividad, probabilidad, incertidumbre, función, causalidad múltiple, relaciones no simétricas, se logre estimular estos conceptos por parte del sistema educativo con el propósito de formar una persona flexible, creativa, innovadora, tolerante, libre, que pueda enfrentar con suficiencia la incertidumbre y la ambigüedad sin perderse y con base en éstos aspectos, asuma una actitud crítica como estrategia de supervivencia en la sociedad contemporánea.

Por estas razones y con la firme intención de contribuir a mejorar la enseñanza de las matemáticas específicamente en la resolución y planteamiento de problemas en la ecuación lineal en el conjunto de los números racionales, se construye la presente UEPS.

4.1.1.2 Objetivos de la UEPS.

Desarrollar la UEPS como estrategia facilitadora del aprendizaje significativo crítico en la enseñanza en resolución y planeamiento de problemas matemáticos en la ecuación lineal en el conjunto de los números racionales.

4.1.1.3 Filosofía de la UEP.S

Dentro de todo proceso formativo se destacan dos momentos importantes, que involucran a igual cantidad de actores que intervienen en el proceso. De una parte

la enseñanza que involucra al docente, actividad que es entendida como una operación simple, unidimensional, contextualizada, concebida como un conjunto de actividades dentro de un sistema dinámico e interactivo con finalidades educativas y didáctica (Moreira 2000).

Dentro de su actividad el docente debe presentar un material potencialmente significativo, es decir, que tenga significado lógico, potencialmente relacionable con la estructura cognitiva del que aprende de manera no arbitraria y sustancial. Igualmente se requiere la existencia de ideas de anclaje (subsumidores. Ausubel) adecuados en el sujeto, que permitan la interpretación con el material nuevo que se presenta. De otro lado, se encuentra el aprendizaje desde la perspectiva del estudiante, el cual es entendido como un proceso mediante el cual se relaciona un nuevo conocimiento con una nueva información, con la estructura cognitiva de la persona que aprende de forma no arbitraria y no literal. Así las cosas, es claro que para que el aprendizaje significativo se produzca, debe existir una actitud potencialmente significativa y una predisposición para el aprendizaje.

4.1.1.4 Aspectos secuenciales de UEPS

Tema: Enseñanza en la resolución y planteamiento de problemas matemáticos en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales.

Conocimientos previos: operaciones básicas (suma, resta, multiplicación y división), operaciones con fracciones, conversión del lenguaje coloquial al lenguaje matemático, método heurístico George Polya (1989).

Concepto general: ecuación lineal con una incógnita.

Materiales potencialmente significativos: explicaciones en secciones de clases, lecturas, consultas, videos, talleres con problemas de aplicación, juego interactivo de la plataforma de la Universidad Nacional Erudito.

Conceptos particulares: solución de una ecuación, suma, resta, multiplicación y división de fracciones

Procedimientos

- Convertir lenguaje coloquial en lenguaje matemático
- Conocer y aplicar las cuatro etapas del método heurístico de George Polya (1989).
- Identifica las propiedades que cumplen las ecuaciones
- Aplica correctamente el procedimiento de multiplicación cruzada o hallar el mínimo común denominador para resolver una ecuación

Actitud de los estudiantes: se espera que los estudiantes dentro del proceso asuman las siguientes:

- Predisposición para el aprendizaje
- Cumplimiento de las actividades dentro de los tiempos estipulados
- Desarrollar con esmero y dedicación cada una de las actividades proyectadas.
- Participar activa y dinámicamente en cada una de las actividades
- El trabajo grupal que se ejecute, debe ser cooperativo y solidario
- Las ideas que surjan se deben confrontar de manera respetuosa
- El trabajo que se realice debe hacerse con perseverancia y disciplina entendiendo, que la resolución de problemas por medio del método heurístico de George Polya (1989); tiene trascendencia, favorece la autonomía en la resolución de problemas, facilitando su abordaje de manera reflexiva y crítica, tanto en el ámbito escolar como en las actividades vinculadas con la vida cotidiana y lo fundamental es que el estudiante aprende a pensar por sí mismo, lo cual conduce al aprendizaje significativo crítico.

4.1.2 Encuesta.

Una vez los estudiantes han dado respuesta al pre-test (A), proceden a dar respuesta a la encuesta, la cual consta de dieciséis (16) preguntas, con el propósito de evaluar el trabajo desarrollado por los alumnos del grupo experimental en lo referente a la comprensión lectora y la resolución de problemas matemáticos

4.1.3 Situación inicial organizadores previos.

Como material introductorio, antes de incursionar en el conocimiento específico de las ecuaciones racionales, se presenta como ejercicio de motivación la lectura del Capítulo XXII tomado del libro “El hombre que calculaba” de Malba Tahan, mediante el cual Beremis resolvió el problema de la mitad de la “x” de la vida. El instante del tiempo. La libertad condicional. Beremis aclara los fundamentos de una sentencia.

Igualmente se presentan tres talleres que contienen actividades sobre: Números racionales ejercicios y problemas, ecuaciones, conversión del lenguaje coloquial a lenguaje matemático (modelación matemática). Estos talleres se desarrollaran en grupos de tres personas de forma colaborativa, con el propósito de recordar y organizar los conocimientos previos que los estudiantes tienen sobre la temática e identificar los requerimientos de los alumnos sobre números racionales y ecuaciones, lo cual se constituye en un puente que relaciona lo que los estudiantes ya saben y el tema que nos ocupa: Enseñanza en la resolución y planteamiento de problemas matemáticos en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales.

Con el desarrollo de las actividades propuestas en las guías talleres bajo la dirección del docente orientador, se procederá a implementar la retroalimentación respectiva actividad que le permite a los estudiantes reforzar los conocimientos que poseen, en lo referente a operaciones con números racionales, ecuaciones y problemas.

Igualmente, dentro del trabajo colaborativo y buscando que los aprendizajes sean significativos, es pertinente socializar en el aula de clases las respuestas de cada uno de los grupos. Estas actividades se desarrollan en dos secciones de clases dobles (cuatro horas).

4.1.4 Presentación del tema

Resolución y planteamiento de problemas en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales.

La temática se desarrolla teniendo en cuenta los principios programáticos facilitadores del aprendizaje significativo crítico como lo es: La diferenciación programática, la organización secuencial, la programación de contenidos y la consolidación, sobre el tema central de la UEPS, La resolución y planteamiento de problemas en la ecuación lineal con una incógnita, de la siguiente forma:

- ¿Qué aprender? ¿Por qué aprender? ¿Cómo aprender? ¿Para qué aprender?
- Ecuaciones, historia, concepto
- Clases de ecuaciones
- Propiedades de las ecuaciones
- Pasos para resolver una ecuación
- Ecuaciones lineales (ejercicios)
- Ecuaciones equivalentes (ejercicios)
- Ecuaciones con paréntesis (ejercicios)
- Ecuaciones con coeficientes fraccionarios (ejercicios)
- Método para resolver ecuaciones de la multiplicación cruzada
- Método para resolver ecuaciones con mínimo común múltiplo (m.c.m.)
- La modelación
- Conversión del lenguaje coloquial a lenguaje matemático (ejercicios)
- Resolución y planteamiento de problemas
- Método heurístico de George Polya (1989) (etapas)
- Aplicaciones del método de George Polya (1989)

- Plataforma digital Erudito y moodle

La temática se expone de forma colaborativa, donde los estudiantes son sujetos activos gestores de sus propio conocimiento, participan directamente mediante la elaboración de preguntas sobre la temática y en la elaboración de ejercicios de aplicación.

4.2 Resultados.

4.2.1 Resultado del pre-test (A) y pos-test (D).

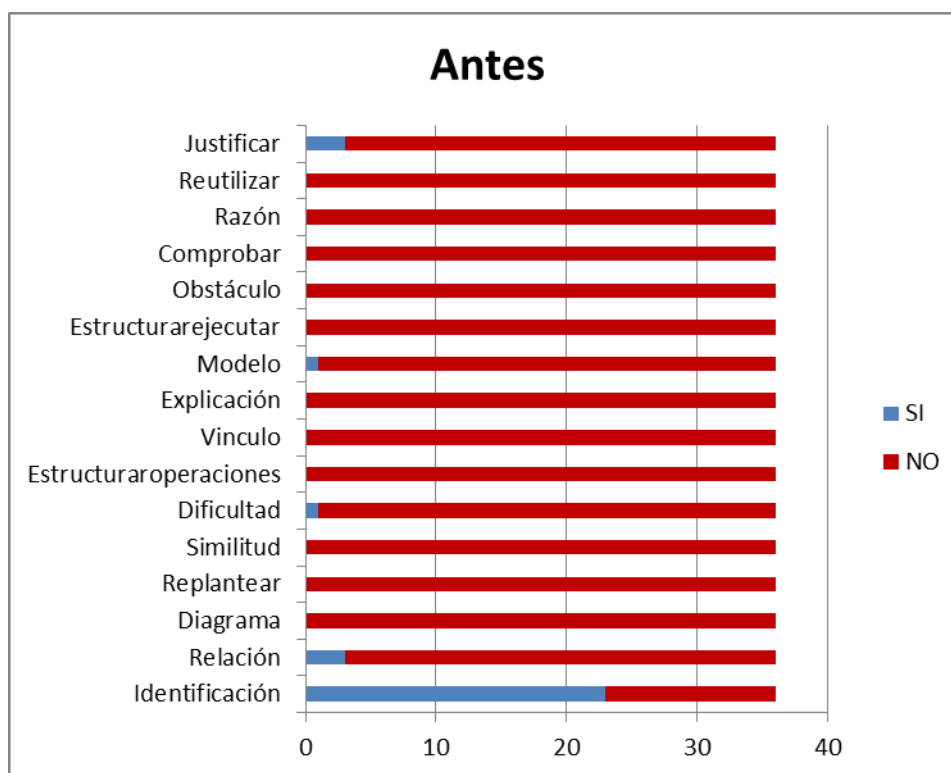
En la tabla 4-2 (anexo K) se relaciona el resultado del pre-test (A) y del pos-test (D) por estudiantes de 1 al 36, en la primera columna se plasman dieciséis (16) ítems sugeridos por George Polya (1989) en las cuatro (4) etapas que dentro de la propuesta él plantea, caracterizando cuatro (4) variables por cada etapa. Dentro de cada variable aparecen dos (2) columnas, una designada con la letra (A) en cuya columna se registran las respuestas que los estudiantes escribieron en los cinco problemas en el pre-test, es decir, antes de implementar la intervención. La otra columna se designa con la letra (D), la cual corresponde a las respuestas que los alumnos escribieron en los cinco problemas en el pos-test, es decir, en la prueba final.

Las respuestas que contienen las columnas presentan dos opciones de respuestas: Sí, en el caso en que el estudiante dentro del desarrollo de los cinco (5) problemas responda afirmativamente cada una de las variables que se identifican con los principios desarrollados por George Polya (1989), y no, en el caso en que no se identifique con éstos fundamentos.

Las últimas dos columnas contienen el total de respuestas positivas de los alumnos en el pre-test (A) y en el pos-test (D), después de la intervención.

Esta tabla sirve como fundamento para elaborar las gráficas número 1, 2 y 3 donde se evidencian las respuestas de los estudiantes en el pre-test (A) en la observancia de los ítems planteados por George Polya (1989), e igualmente en el pos-test (D).

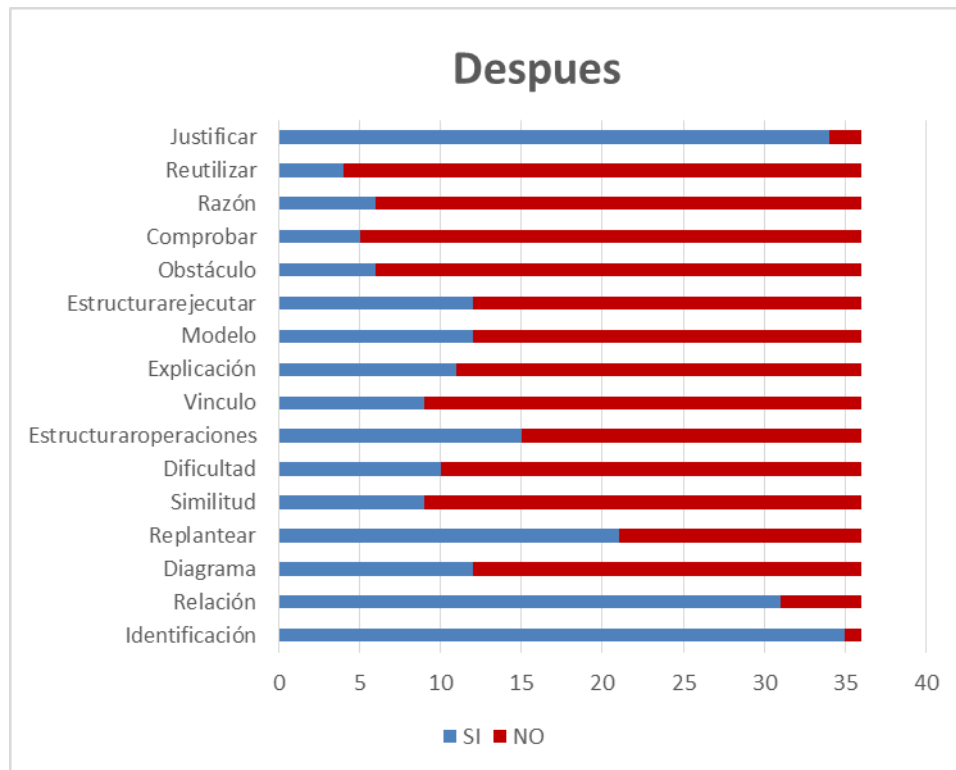
Ilustración 3. Resultados pre-test (antes)



Fuente:

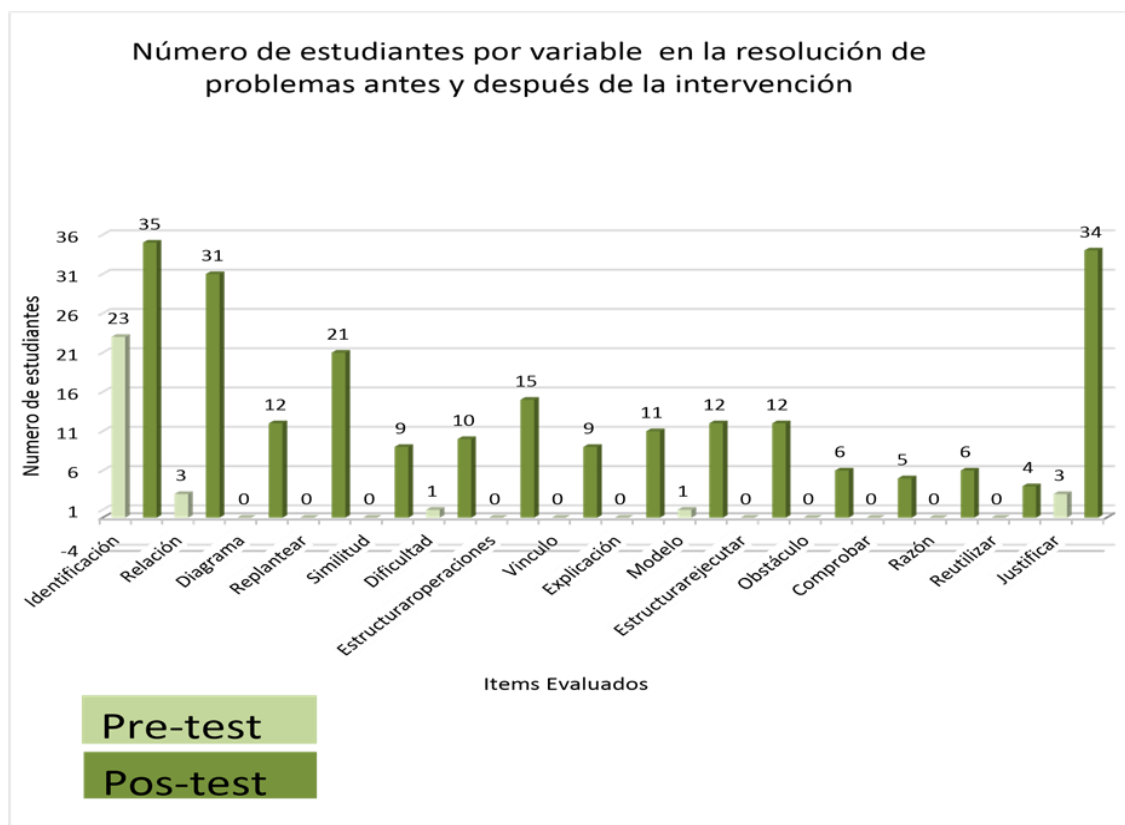
La observación positiva en cuanto a la utilización de los dieciséis (16) ítems recomendados por George Polya (1989) en la resolución de problemas fue muy limitado, se destaca la aplicación de las variables: Identificación 23 de 36, relación 3 de 36, dificultad 1 de 36, modelo 1 de 36 y justificar 3 de 36, lo que implica que las proporciones de aplicación fue mínima.

Ilustración 4. Resultados del pos-teste (después)



Fuente:

Es indudable que la implementación de la estrategia de intervención, generó en la población objetivo un impacto favorable, la información contenida en el gráfico refleja que todas las variables crecieron, lo que indica que los estudiantes incrementaron la utilización de los ítems recomendados por George Polya (1989), que dentro del proceso, considera de vital importancia para el éxito en la resolución de problemas.

Ilustración 5. Resultado del pre-test (A) y pos-test (D)

Fuente: Elaboración propia

Cuando se contrasta los resultados tanto de pre-test (A) como del pos-test (D), se observa que con la aplicación de la estrategia en general; los estudiantes mejoraron sustancialmente su método de resolución de problemas matemáticos, lo cual implica un impacto favorable dentro del proceso de aprendizaje matemático, propiciando progresos importantes, en aspectos como: Identificar la incógnita y los datos de 23 pasó a 35, establecer relación entre los datos conocidos y la incógnita, pasando de 3 a 31, elaborar gráficos, diagramas o esquemas, pasando de cero a 12, estructurar de forma ordenada y coherente las operaciones matemáticas, pasando de cero a 15, acompañar las operaciones de explicaciones adicionales, pasando de cero a 11, modelación matemática, pasando de 1 a 12, justificar el resultado obtenido, pasó de 3 a 34, entre otras. De manera simultánea, se ha podido observar el crecimiento

que el grupo ha experimentado en el trabajo solidario, colaborativo y compañerismo, lo que se pudo evidenciar en las actividades ejecutadas en las diferentes sesiones de trabajo, aspectos que para George Polya (1989) es imprescindible en la resolución de problemas.

4.2.2. Resultados evaluativos del pre-test y pos-test.

En la tabla 4 se relacionan en la primera columna el número de estudiantes desde el 1 al 36, en la segunda columna la edad de los alumnos, en la tercera, aparecen descritos el sexo de cada uno de los alumnos, en la cuarta columna aparecen registradas las notas que obtuvo cada estudiante en la prueba diagnóstica pre-test (A) y en la quinta o última columna se registró la nota que obtuvo cada estudiante en la evaluación del pos-test (D), después de haberse implementado con el grupo la intervención, cuya calificación es de 1.0 a 5.0, con nota aprobatoria de 3.0.

En la parte final de la tabla aparece registrada las notas promedio que alcanzaron los estudiantes antes y después de la intervención.

Con base en ésta tabla se elaboró las figuras números, 3-4, 3-5, 3-6, 3-7 y 3-8 que permite implementar un análisis de los resultados que obtuvo el grupo, por edades, por sexos, tanto en el pre-test (A), como en el pos-test (D)

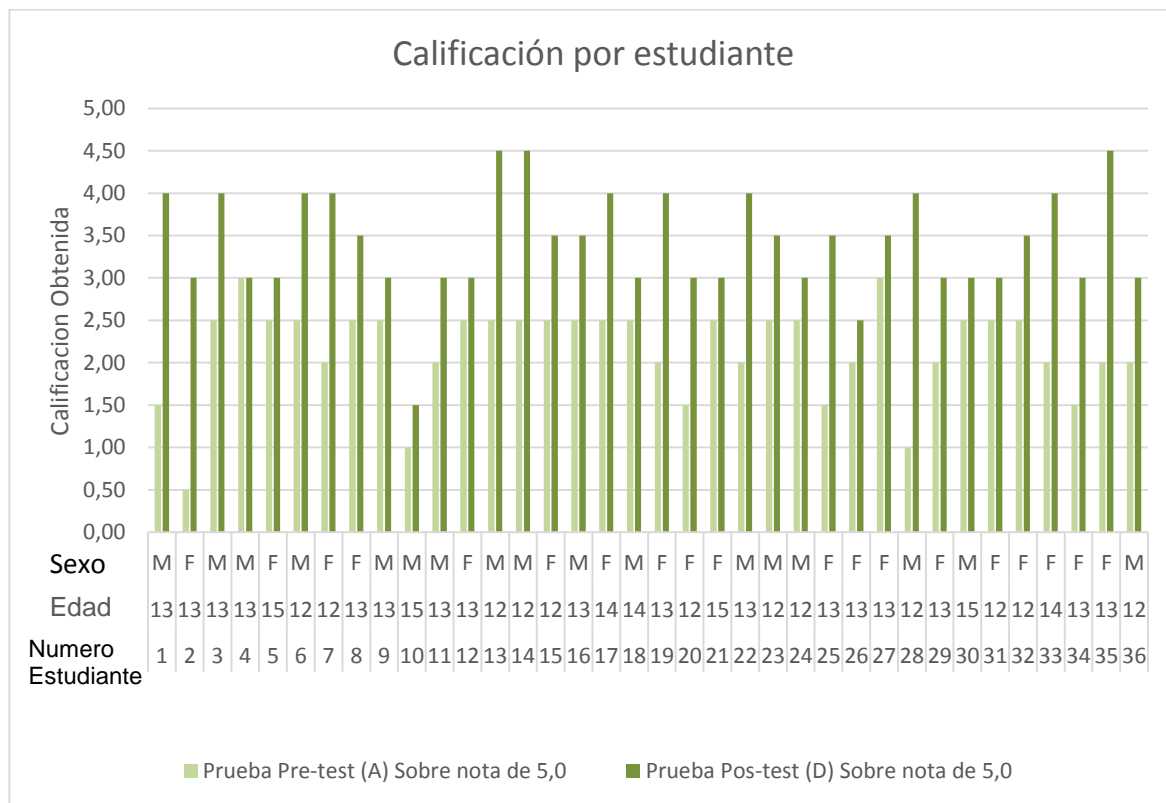
Tabla 4. Calificación por estudiante (nota aprobatoria 3.0)

Número	Edad	Sexo	Prueba pre-test (A) Sobre nota de 5.0	Prueba pos-test (D) Sobre nota de 5.0
1	13	M	1.5	4.0
2	13	F	0.5	3.0
3	13	M	2.5	4.0
4	13	M	3.0	3.0
5	15	F	2.5	3.0
6	12	M	2.5	4.0
7	12	F	2.0	4.0
8	13	F	2.5	3.5
9	13	M	2.5	3.0
10	15	M	1.0	1.5
11	13	M	2.0	3.0
12	13	F	2.5	3.0
13	12	M	2.5	4.5
14	12	M	2.5	4.5
15	12	F	2.5	3.5
16	13	M	2.5	3.5
17	14	F	2.5	4.0
18	14	M	2.5	3.0
19	13	F	2.0	4.0
20	12	F	1.5	3.0
21	15	F	2.5	3.0
22	13	M	2.0	4.0
23	12	M	2.5	3.5
24	12	M	2.5	3.0
25	13	F	1.5	3.5
26	13	F	2.0	2.5
27	13	F	3.0	3.5
28	12	M	1.0	4.0
29	13	F	2.0	3.0
30	15	M	2.5	3.0
31	12	F	2.5	3.0
32	12	F	2.5	3.5
33	14	F	2.0	4.0
34	13	F	1.5	3.0
35	13	F	2.0	4.5
36	12	M	2.0	3.0
Promedio	12.97		2.15	3.41

Fuente: Elaboración propia

Ésta tabla presenta las calificaciones que obtuvo la población objetivo por edad y por sexo, tanto en el pre-test (A) como en el pos-test (D), mostrando el promedio: pre-test (A) 2.15 y pos-test 3.41, lo que sin lugar a dudas muestra un impacto favorable en la aplicación de la estrategia a los estudiantes.

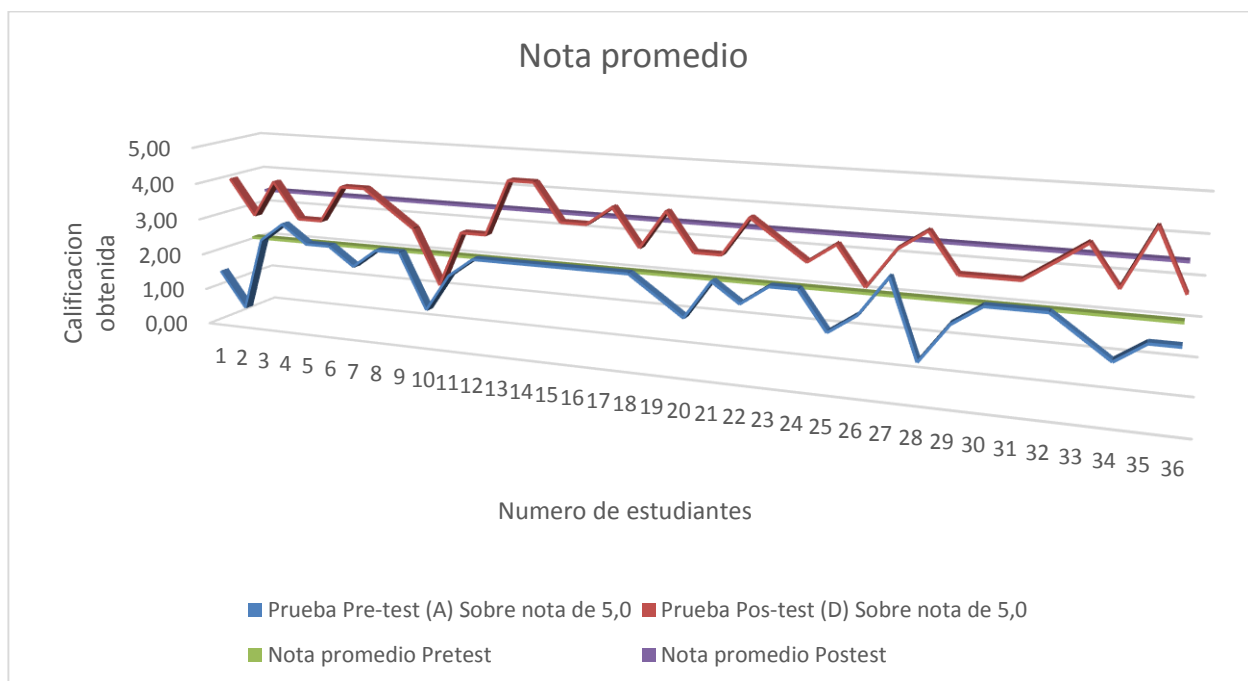
Ilustración 6. Calificación por estudiante



Fuente: Elaboración propia

Se presenta las calificaciones que obtuvo cada estudiante por edades, por sexo tanto en el pre-test como en el pos-test. Se evidencia que la nota que cada uno de los estudiantes obtuvo en la evaluación definitiva pos-test una vez implementada la estrategia mejoró sustancialmente, generando un impacto favorable en la población objetivo; obteniendo como resultado mejor rendimiento académico en la resolución de problemas matemáticos con ecuaciones en el conjunto de los números racionales utilizando el método heurístico de George Polya (1989).

Ilustración 7. Calificación promedio pre-test (A) y pos-test (D)

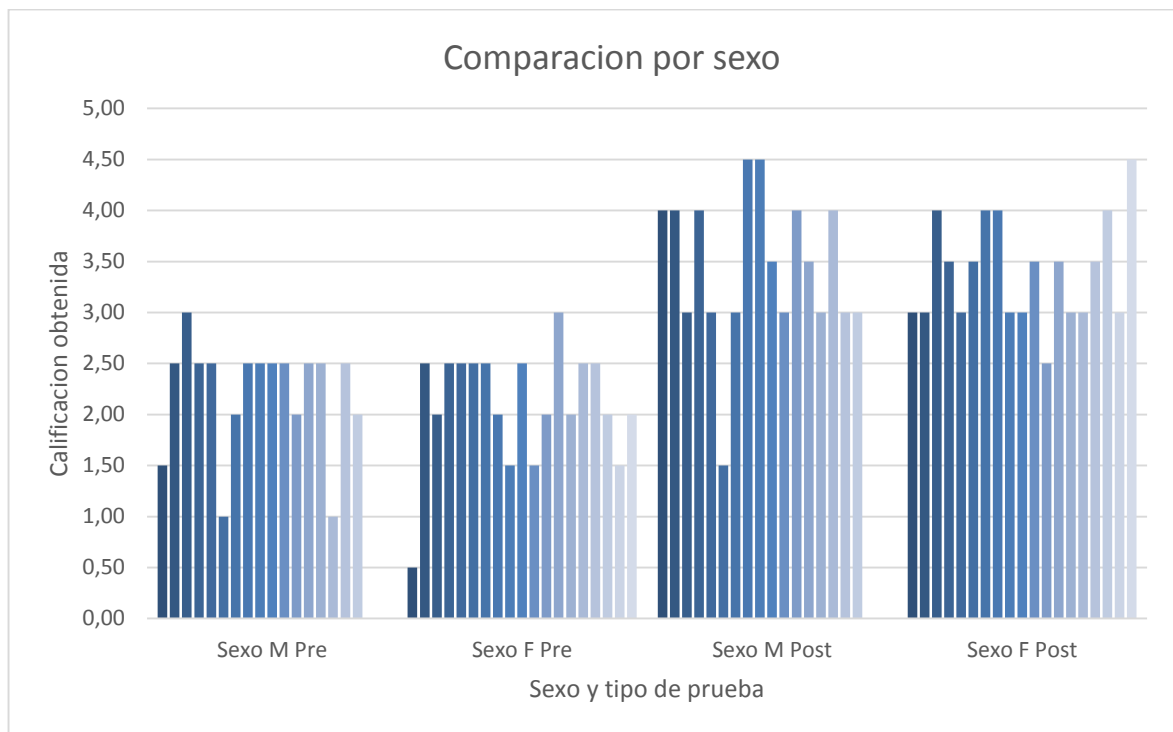


Fuente: Elaboración propia

Los resultados obtenidos por los estudiantes del grado 7ºB en el pre-test (A) arrojaron un resultado en promedio de 2.15 y el pos-test (D) la mejora fue significativa, paso a 3.41, lo que significa una mejoría del 58,6% en promedio, con la implementación de la estrategia pedagógica.

Por su parte, en el resumen de la tabla N°2, se aprecia la evolución positiva del comportamiento de las notas obtenidas por los estudiantes, mediante el resultado arrojados por los cuartiles, en el análisis del pre-test (A) y pos-test (D), así: Primer cuartil: de 0.5 en el pre-test pasó a 1.5 en el pos-test. Segundo cuartil: de 2.0 en el pre-test pasó a 2.5 en el pos-test. Tercer cuartil: de 2.5 en el pre-test pasó a 3.5 en el pos-test. Cuarto cuartil: de 2.5 en el pre-test se pasó a 4.5 en el pos-test.

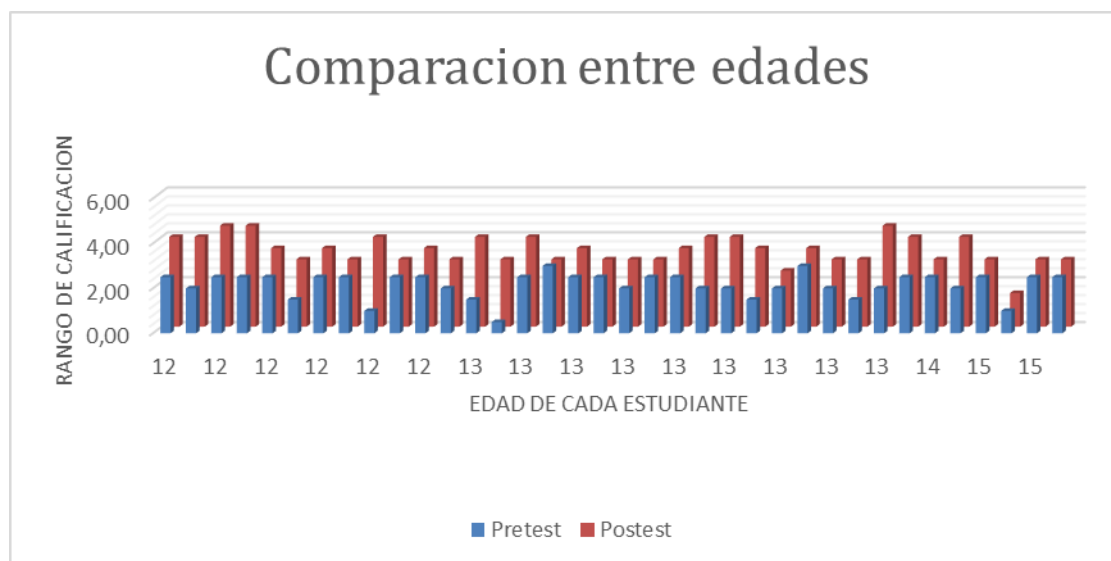
Ilustración 8. Comparación por sexo



Fuente: Elaboración propia

Una vez aplicado el método y evaluar resultados se puede observar que con su implementación en la población objetivo, el rendimiento o la efectividad en la resolución de problemas se incrementó positivamente. Adicionalmente los resultados reflejan unas simetrías particulares, no se ven grandes diferencias con respecto a la edad o el sexo, en general la población en general se vio beneficiada por la aplicación.

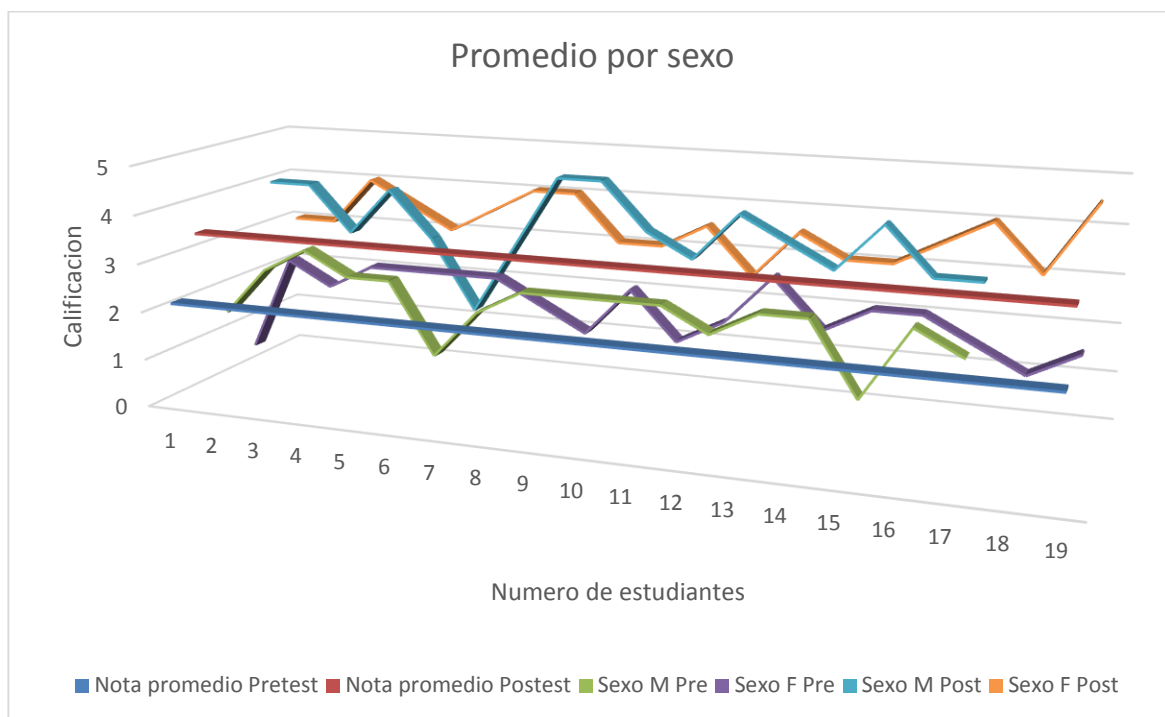
Ilustración 9. Comparación entre edades



Fuente: Elaboración propia

Las edades de los alumnos oscilan entre los 12 y 15 años, sin embargo al observar los resultados obtenidos se aprecia lo siguiente: Los alumnos de 12 años, pasaron de un rendimiento de 2.2 en promedio en el pre-test a 3,6 en el pos-test, lo que significa una variación positiva del 63,6, los alumnos de 13 años, pasaron de un rendimiento de 2.1 en promedio en el pre-test a 4.8 en el pos-test, lo cual significa una variación positiva del 128,6%, los alumnos de 14 años de edad, pasaron de un rendimiento del 2.3 en promedio en el pre-test a 3,7 en el pos-test, lo que implica una variación positiva del 60.9%, los estudiantes e 15 años de edad, pasaron de un rendimiento del 2.1 en promedio en el pre-test a un rendimiento del 2.6 en el pos-test, lo cual significa una variación positiva del 23.8. En general la edad que mayor variación positiva observó fueron los alumnos de 13 años, quienes el impacto favorable porcentualmente significo una variación del 128,6 y la que menor variación observó fueron los estudiantes de 15 años, si bien es cierto la variación fue positiva, esta no alcanza nota aprobatoria en promedio, pues sólo alcanzó 2.6.

Ilustración 10. Promedio de sexo



Fuente: Elaboración propia

Como puede observarse la nota promedio en el pre-test (A) obtenida por los alumnos alcanzó 2.15 y en el pos-test (D) fue de 3.41, la nota más baja en el pre-test la obtuvo una niña y se situó en 0.5 y en el pos-test fue de 1.5 y la obtuvo un niño. La nota promedio por sexo en el pre-test los hombres obtuvieron 2.20 y las mujeres 2.18 y en el pos-test los hombres obtuvieron 3.44 y las mujeres 3.39.

4.2.3 Resultados encuestas de opinión.

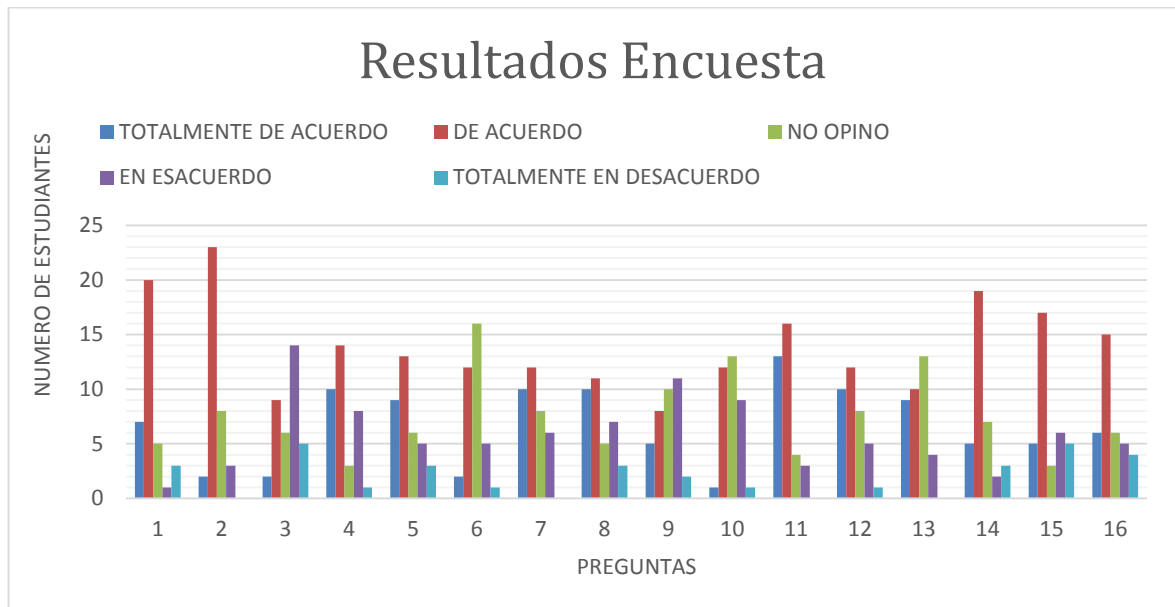
Éste instrumento le fue aplicado a 36 estudiantes del grupo intervención, grado 7ºB, el cual contiene dieciséis (16) preguntas cada una de las cuales se caracteriza con el nombre de una variable. Así mismo, cada etapa de las cuatro que trabaja Polya, se identifican con cuatro (4) variables contenidas en la encuesta. El resultado arrojado por la encuesta sirvió como fundamento para: elaborar dieciséis (16) cuadros, dieciséis (16) gráficas y el análisis cuantitativo y cualitativo respectivamente.

Tabla 5. Resultado de la encuesta de opinión

	Totalmente de acuerdo	De acuerdo	No opino	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
1	7	20	5	1	3
2	2	23	8	3	0
3	2	9	6	14	5
4	10	14	3	8	1
5	9	13	6	5	3
6	2	12	16	5	1
7	10	12	8	6	0
8	10	11	5	7	3
9	5	8	10	11	2
10	1	12	13	9	1
11	13	16	4	3	0
12	10	12	8	5	1
13	9	10	13	4	0
14	5	19	7	2	3
15	5	17	3	6	5
16	6	15	6	5	4

Fuente: Elaboración propia

Ilustración 11. Resultados de la encuesta de opinión



Fuente: Elaboración propia

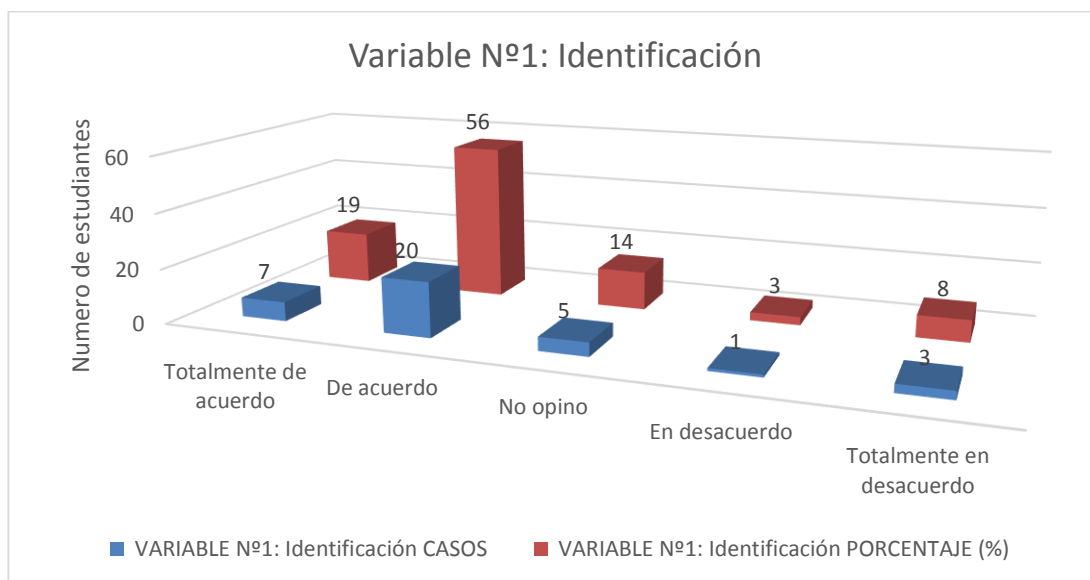
4.2.4. Plan de análisis estadístico de la encuesta.

Afirmación Nº1. Al formularse un problema matemático, lo primero que hace es leerlo atentamente, identificando la incógnita, los datos y las condiciones específicas del problema.

Tabla 6. V1. Variable 1. Identificación

Identificación	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	7	19
De acuerdo	20	56
No opino	5	14
En desacuerdo	1	3
Totalmente en desacuerdo	3	8
Total	36	100%

Ilustración 12. Variable: identificación



Fuente: Elaboración propia

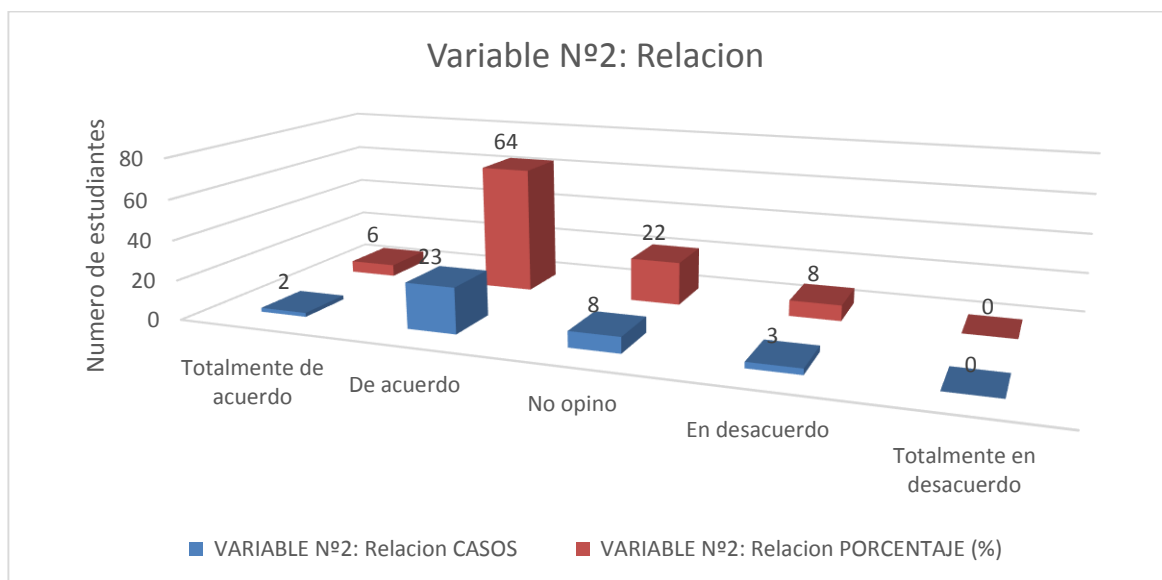
Interpretación. De los 36 alumnos encuestados, 20 estudiantes que representan el 56% se encuentran de acuerdo en que al formularseles un problema matemático, lo primero que hacen es leerlo atentamente identificando la(s) incógnita(s), los datos y las condiciones específicas del problema, el 19% respondieron que estaban totalmente de acuerdo, el 14% no opinan, el 8% totalmente en desacuerdo y el 3% en desacuerdo.

Afirmación N°2. Al leer un problema matemático le es fácil establecer la relación que existe entre los datos conocidos y la(s) incógnita(s).

Tabla 7. Variable 2: Relación.

Relación	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	2	6
De acuerdo	23	64
No opino	8	22
En desacuerdo	3	8
Totalmente en desacuerdo	0	0
Total		100%

Ilustración 13. Variable 2. Relación



Fuente: Elaboración propia

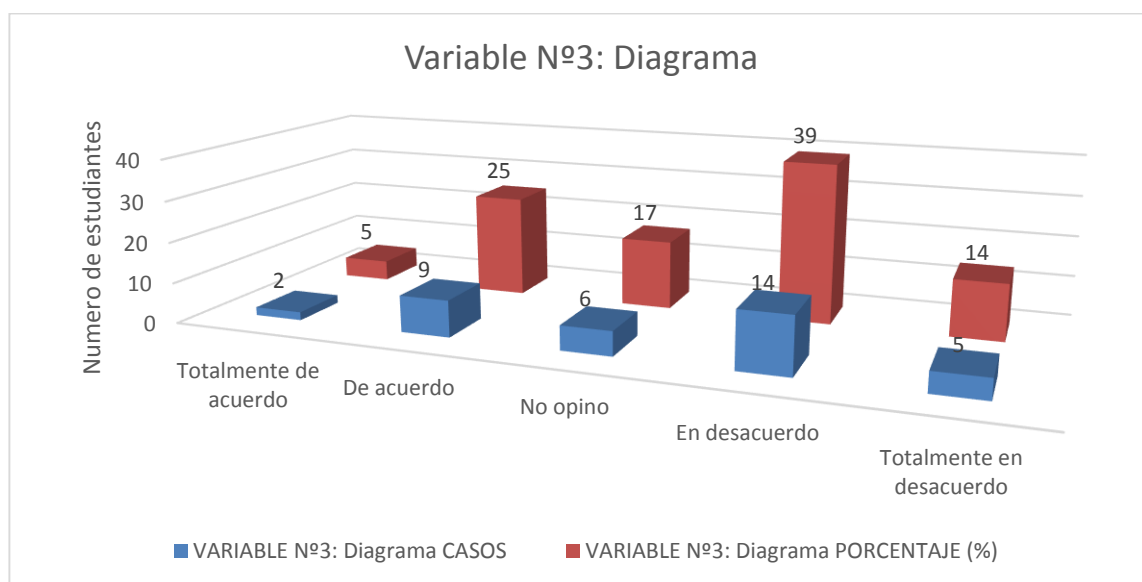
Interpretación. Veintitrés (23) de los encuestados quienes representan el 64% de los alumnos respondieron estar de acuerdo al preguntárseles si al leer un problema matemático les es fácil establecer la relación que existe entre los datos conocidos y la incógnita, el 22% no opina nada sobre el particular, el 8% se encuentra en desacuerdo y el 6% se encuentra totalmente de acuerdo.

Afirmación No. 3. En la medida de lo posible para solucionar un problema matemático, como estrategia; elabora esquemas, dibujos o gráficas de la situación problemática, que contribuyan en su análisis y comprensión

Tabla 8. Diagrama

Diagrama	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	2	5
De acuerdo	9	25
No opino	6	17
En desacuerdo	14	39
Totalmente en desacuerdo	5	14
Total	36	100%

Ilustración 14. Variable 3: Diagrama



Fuente: Elaboración propia

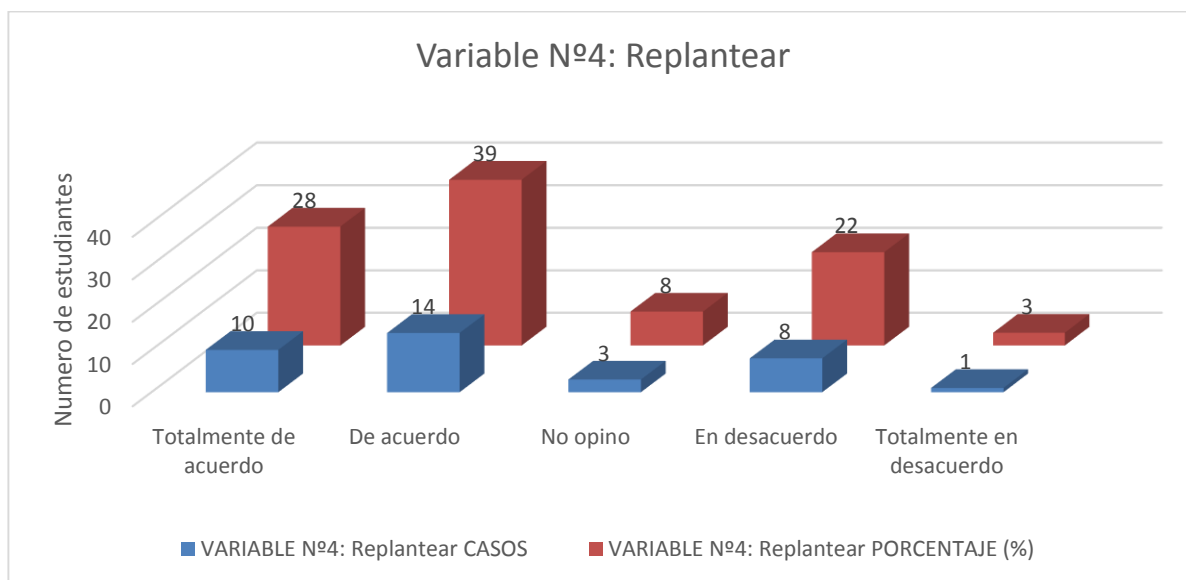
Interpretación. De los 36 alumnos encuestados, al preguntárseles si en la medida de lo posible para solucionar un problema matemático, como estrategia; elabora esquemas, dibujos o gráficas de la situación problemática, que contribuyan en su análisis y comprensión, 14, quienes representan el 39% respondieron estar en desacuerdo, el 25% está de acuerdo, el 17% no opina, el 14% totalmente en desacuerdo y solo el 5% respondió estar totalmente de acuerdo.

Afirmación N° 4. Cuando resuelves un problema matemático, en la medida de lo posible; tratas de replantearlo con tus propias palabras.

Tabla 9. Variable 4: Replantear

Replantear	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	10	28
De acuerdo	14	39
No opino	3	8
En desacuerdo	8	22
Totalmente en desacuerdo	1	3
Total	36	100%

Ilustración 15. Variable 4: Replantear



Fuente: Elaboración propia

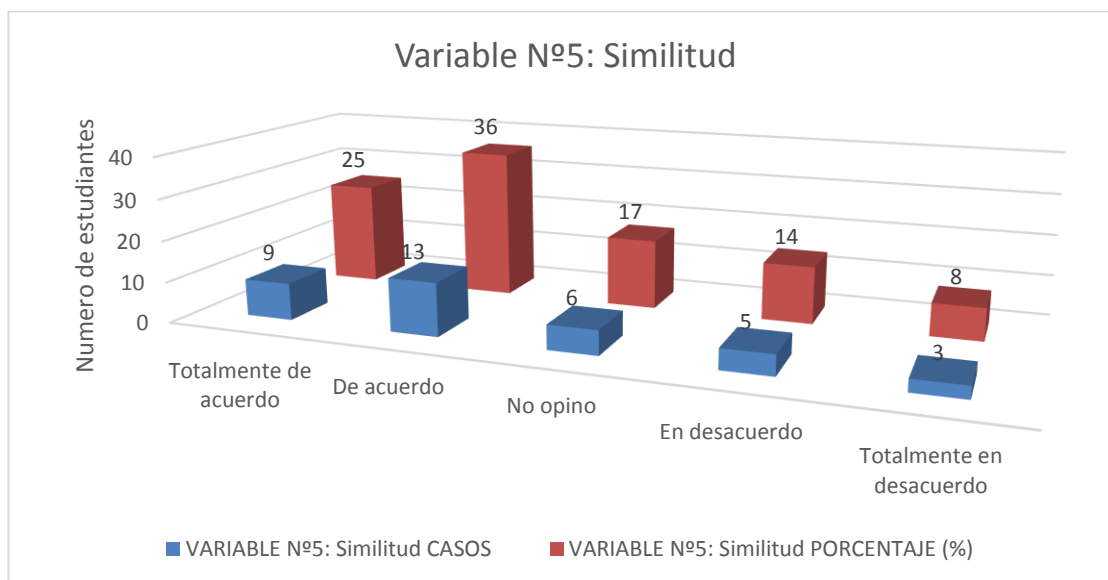
Interpretación. Del total de alumnos encuestados al preguntárseles si cuando resuelve un problema matemático, en la medida de lo posible; tratan de replantearlo con sus propias palabras, 14 de ellos, es decir el 39% respondió que estaba de acuerdo, el 28% totalmente de acuerdo, el 22% en desacuerdo, el 8% no opina y el 3% totalmente en desacuerdo.

Afirmación N° 5. Cuando se enfrenta a un problema matemático, trata de replantearlo en forma similar con otro que usted ya conozca y que haya resuelto con anterioridad.

Tabla 10. Variable 5: Similitud

Similitud	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	9	25
De acuerdo	13	36
No opino	6	17
En desacuerdo	5	14
Totalmente en desacuerdo	3	8
Total	36	100%

Ilustración 16. Variable 5: Similitud



Fuente: Elaboración propia

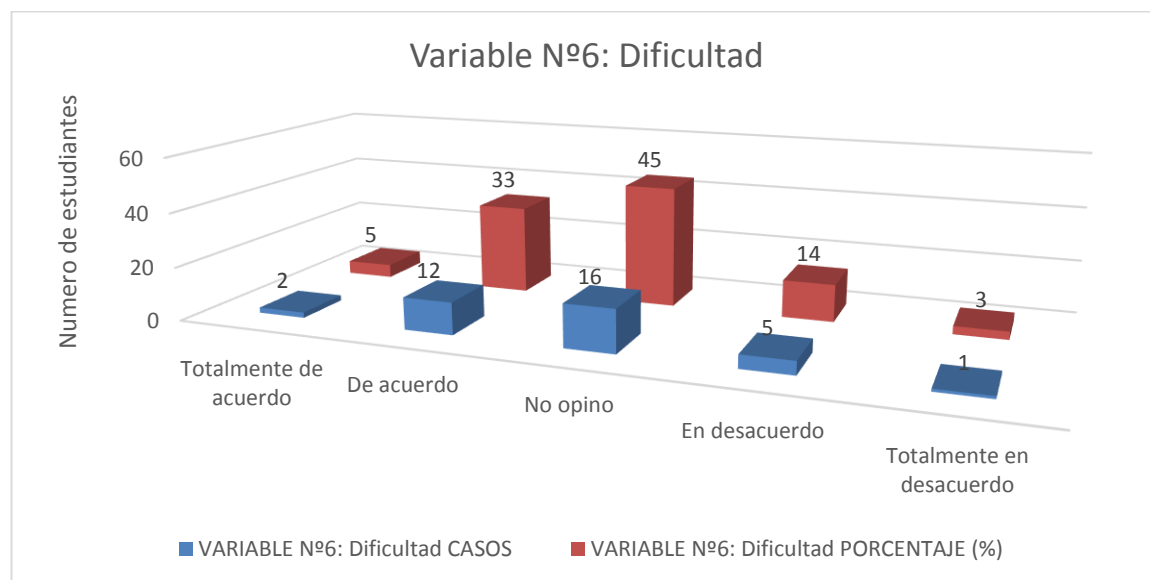
Interpretación. Trece (13) de los estudiantes encuestados que representa el 36%, al preguntárseles si cuando se enfrenta a un problema matemático, trata de replantearlo en forma similar con otro que usted ya conozca y que haya resuelto con anterioridad, respondieron estar de acuerdo, el 25% totalmente de acuerdo, el 17% no opina, el 14% está en desacuerdo y el 8% totalmente en desacuerdo.

Afirmación No. 6. La parte que ofrece mayor dificultad en la resolución de un problema matemático es convertir el lenguaje coloquial o verbal en lenguaje matemático o simbólico (modelación matemática)

Tabla 11. Variable 6: Dificultad

Dificultad	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	2	5
De acuerdo	12	33
No opino	16	45
En desacuerdo	5	14
Totalmente en desacuerdo	1	3
Total	36	100%

Ilustración 17. Variable 6: Dificultad



Fuente: Elaboración propia

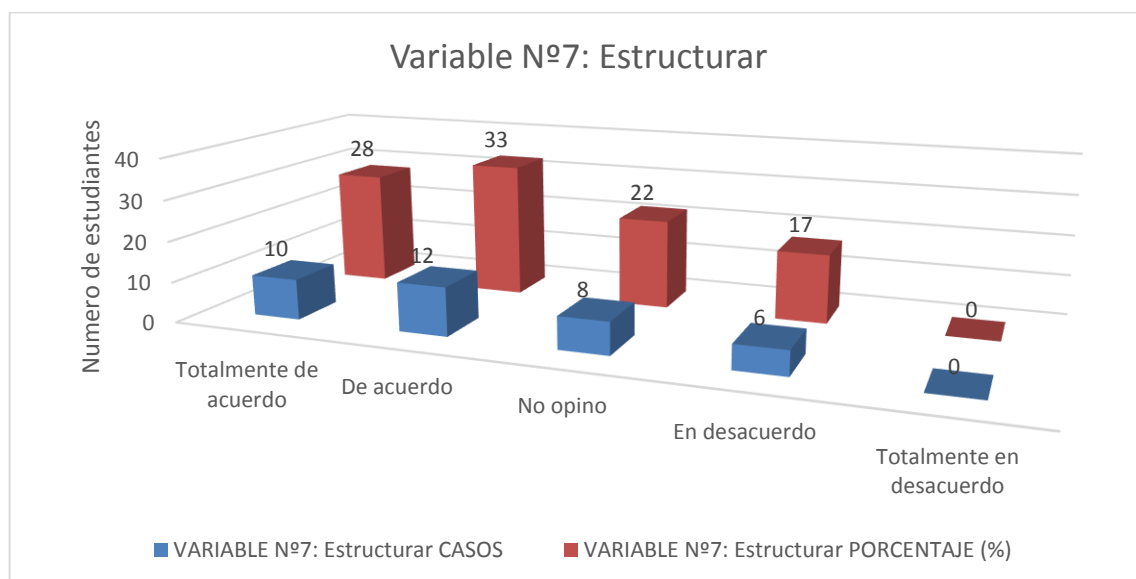
Interpretación. Al preguntar a los treinta y seis alumnos sobre la parte que ofrece mayor dificultad en la resolución de un problema matemático es convertir el lenguaje coloquial o verbal en lenguaje matemático o simbólico (modelación matemática), 16 alumnos que representan el 45%, aseguran no opinar nada sobre el particular, 12 estudiantes que representan el 33% contestaron estar de acuerdo con esa afirmación, el 14% se encuentra en desacuerdo, el 5% está totalmente de acuerdo y solo el 3% está en desacuerdo.

Afirmación N°7. Cuando resuelve un problema matemático, estructura en forma ordenada cada una de las operaciones matemáticas en forma coherente y organizada de lo más simple a lo complejo

Tabla 12. Variable 7: Estructurar

Estructurar	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	10	28
De acuerdo	12	33
No opino	8	22
En desacuerdo	6	17
Totalmente en desacuerdo	0	0
Total	36	100%

Ilustración 18. Variable 7: Estructurar



Fuente: Elaboración propia

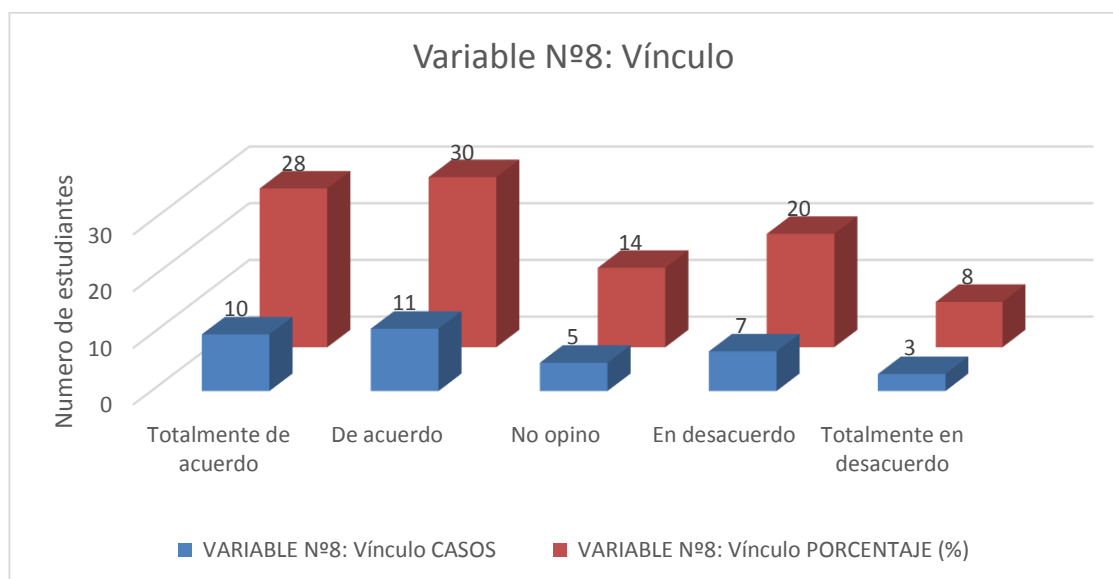
Interpretación. Al preguntar a los encuestados si cuando resuelve un problema matemático, estructura en forma ordenada cada una de las operaciones matemáticas en forma coherente y organizada de lo más simple a lo complejo, 12 estudiantes que representan el 33% respondieron estar de acuerdo con esa estrategia, 28% totalmente de acuerdo, 22% no opinan y 17% se encuentran en desacuerdo.

Afirmación N° 8. Cuando resuelvo un problema matemático, compruebo si existe o no un vínculo entre el enunciado inicial y la respuesta final obtenida.

Tabla 13. Variable 8: Vínculo

Vínculo	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	10	28
De acuerdo	11	30
No opino	5	14
En desacuerdo	7	20
Totalmente en desacuerdo	3	8
Total	36	100%

Ilustración 19. Variable 8: Vínculo



Fuente Elaboración propia

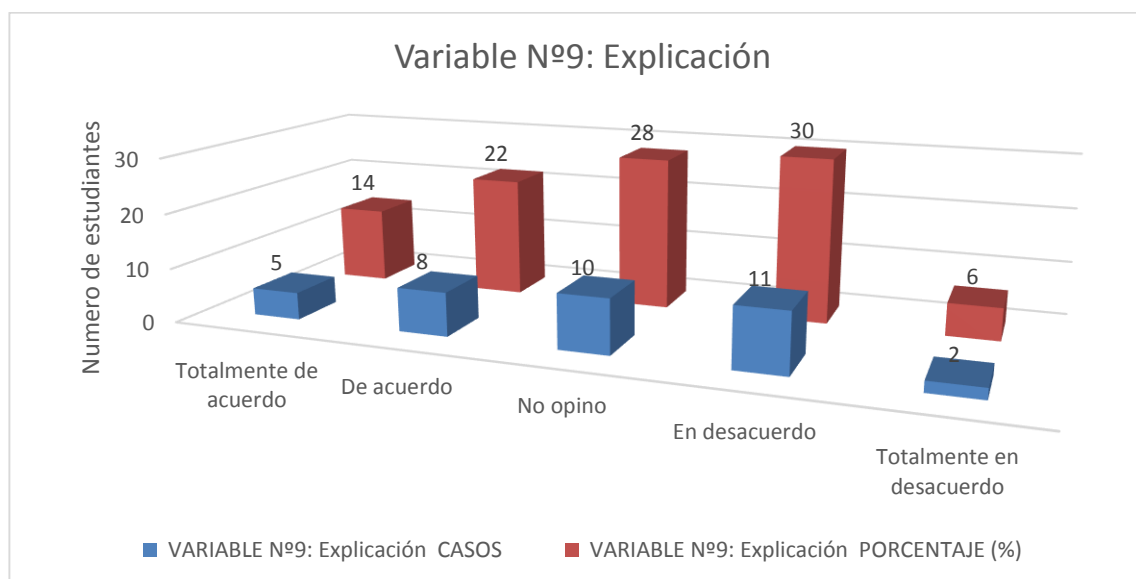
Interpretación. De los 36 alumnos encuestados 11 quienes representan el 30% respondieron encontrarse de acuerdo que cuando resuelven un problema matemático, comprueban si existe o no un vínculo entre el enunciado inicial y la respuesta final obtenida, 28% están totalmente de acuerdo, el 20% en desacuerdo, el 14% no opina y solo el 8% se encuentra en total desacuerdo con ésta estrategia.

Afirmación N°9. Cuando resuelvo un problema matemático, cada procedimiento u operación matemática lo acompaño de una explicación, dando a conocer lo que se hace, por qué se hace y para qué se hace

Tabla 14. Variable 9: Explicación

Explicación	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	5	14
De acuerdo	8	22
No opino	10	28
En desacuerdo	11	30
Totalmente en desacuerdo	2	6
TOTAL	36	100%

Ilustración 20. Variable 9: Explicación



Fuente: Elaboración propia

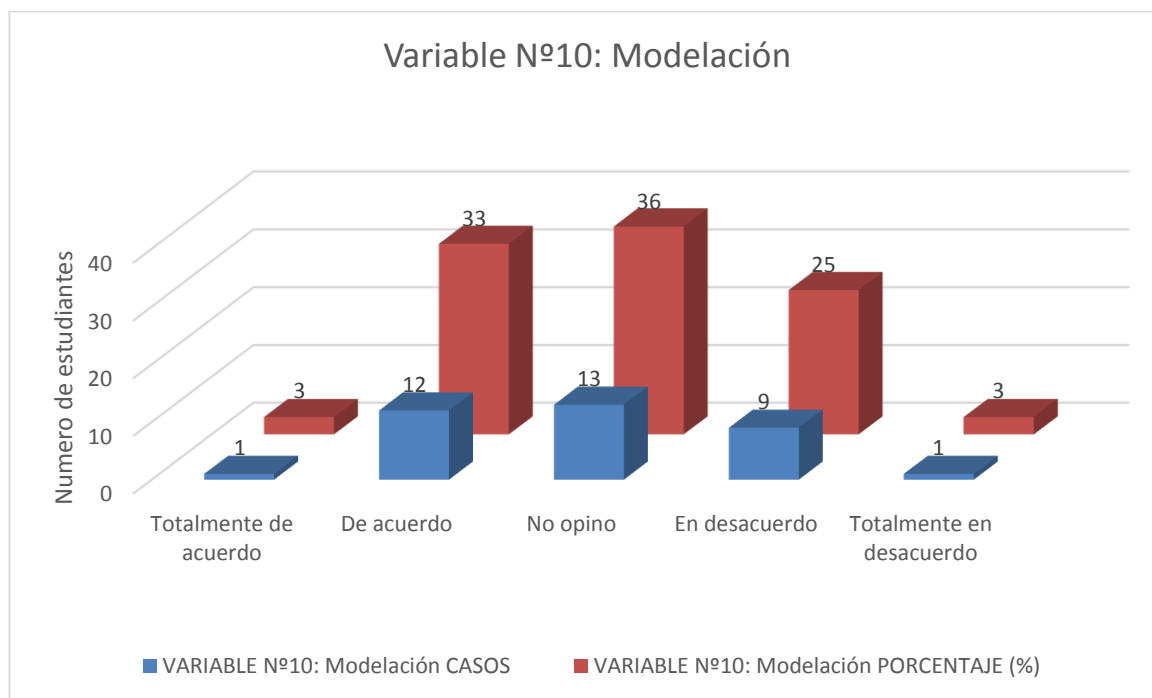
Interpretación. Al preguntarle a los encuestados, si cuando resuelve un problema matemático, cada procedimiento u operación matemática lo acompaña de una explicación, dando a conocer lo que se hace, por qué se hace y para qué se hace, 11 estudiantes que representan el 30%, respondieron estar en desacuerdo con este procedimiento, 28% no opinaron sobre el particular, 22% estuvieron de acuerdo, 14% totalmente de acuerdo y finalmente el 6% estuvieron totalmente en desacuerdo.

Afirmación N° 10. En la mayoría de los casos expreso con facilidad mediante una ecuación, la relación que se establece entre los datos conocidos y la(s) incógnita(s) que plantea el problema

Tabla 15. Variable 10: Modelación

Modelación	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	1	3
De acuerdo	12	33
No opino	13	36
En desacuerdo	9	25
Totalmente en desacuerdo	1	3
Total	36	100%

Ilustración 21. Variable 10: Modelación



Fuente: Elaboración propia

Interpretación. A la pregunta, en la mayoría de los casos expreso con facilidad mediante una ecuación, la relación que se establece entre los datos conocidos y la(s) incógnita(s) que plantea el problema, trece (13) estudiantes que representan

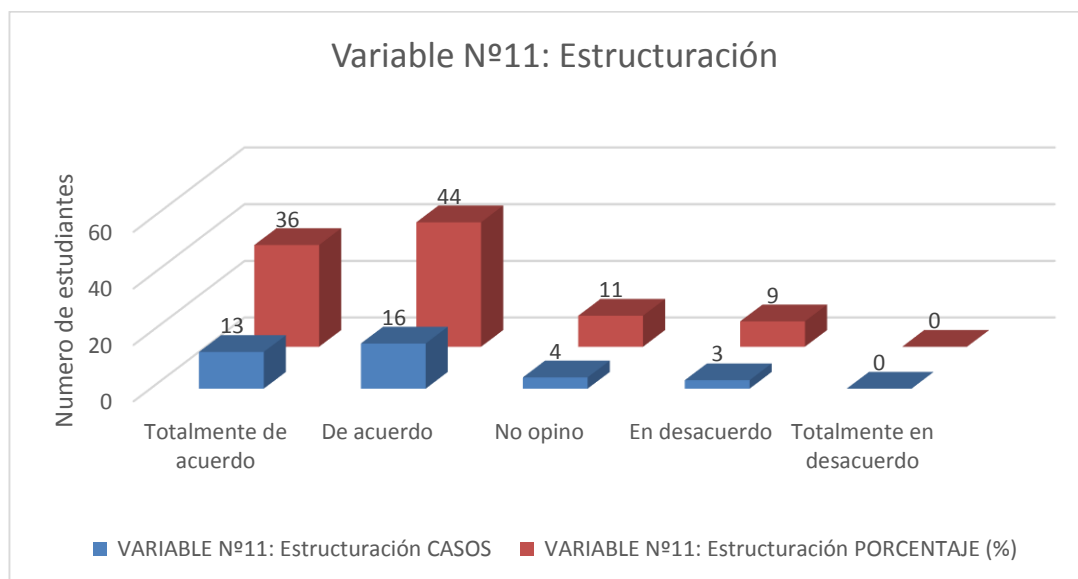
el 36% no opinaron sobre el particular, 33% estuvieron de acuerdo, 25% en desacuerdo, 3% totalmente de acuerdo y 3% totalmente en desacuerdo.

Afirmación N° 11 Cuando resuelve un problema matemático ejecuta las operaciones matemáticas como inicialmente se encontraban organizadas y estructuradas.

Tabla 16. Variable 11: Estructuración

Estructuración	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	13	36
De acuerdo	16	44
No opino	4	11
En desacuerdo	3	9
Totalmente en desacuerdo	0	0
Total	36	100%

Ilustración 22. Variable 11: Estructuración



Fuente: Elaboración propia

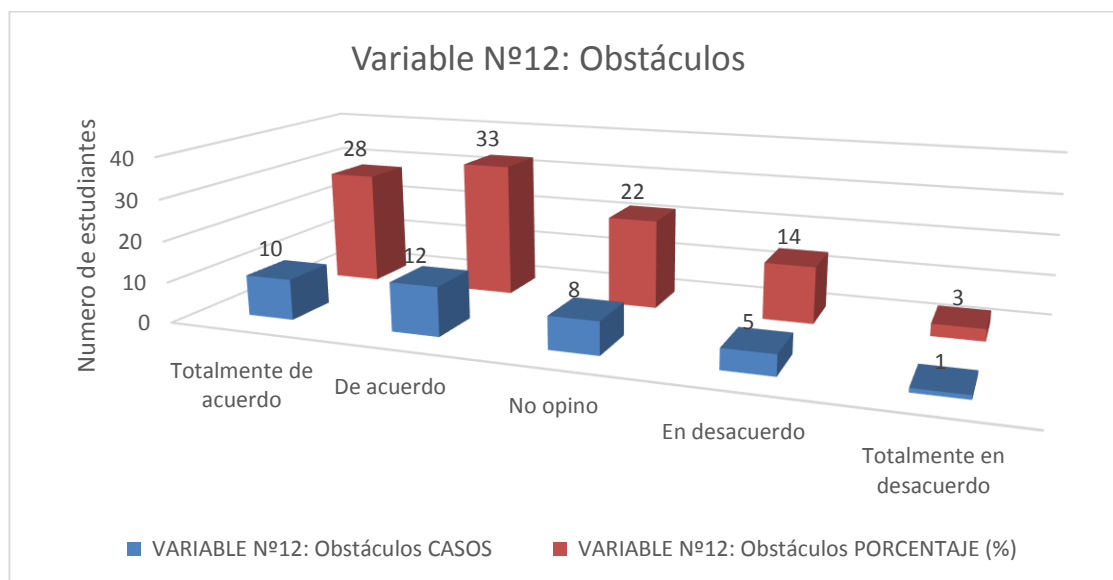
Interpretación. De los 36 encuestados a la pregunta. Cuando resuelven un problema matemático ejecuta las operaciones matemáticas como inicialmente se encontraban organizadas y estructuradas, 16 estudiantes que representan el 44% respondieron estar de acuerdo con éste procedimiento, el 36% totalmente de acuerdo, el 11% no opinan y solamente el 9% aseguraron estar en desacuerdo.

Afirmación Nº 12 Cuando dentro del proceso de resolución del problema, encuentro algún obstáculo, espero que el profesor o un compañero, me proporcione una idea o explicación para seguir adelante

Tabla 17. Variable 12: Obstáculos

Obstáculos	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	10	28
De acuerdo	12	33
No opino	8	22
En desacuerdo	5	14
Totalmente en desacuerdo	1	3
Total	36	100%

Ilustración 23. Variable 12: Obstáculos



Fuente: Elaboración propia

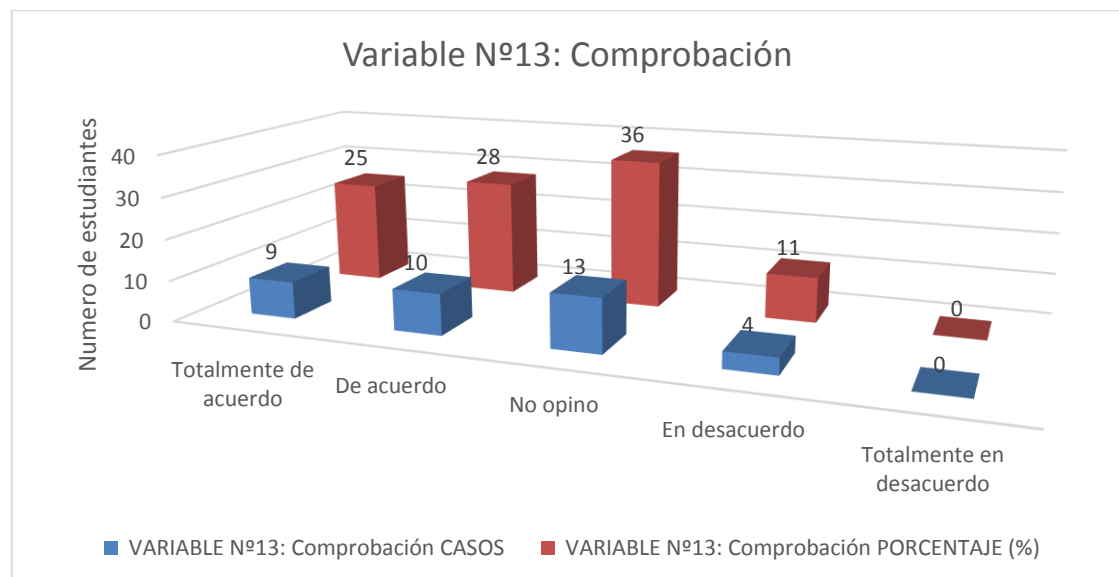
Interpretación. A la pregunta. Cuando dentro del proceso de resolución del problema, encuentro algún obstáculo, espero que el profesor o un compañero, me proporcione una idea o explicación para seguir adelante, 12 alumnos que representan el 33% respondieron estar de acuerdo, 28% totalmente de acuerdo, 22% no opinan sobre el procedimiento, el 145 se encuentra en desacuerdo y 3% totalmente en desacuerdo.

Afirmación No. 13 Al finalizar la resolución de un problema matemático, lee de nuevo el enunciado para comprobar que la respuesta obtenida se corresponde con lo que se pedía.

Tabla 18. Variable 13: Comprobación

Comprobación	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	9	25
De acuerdo	10	28
No opino	13	36
En desacuerdo	4	11
Totalmente en desacuerdo	0	0
Total	36	100%

Ilustración 24. Variable 13: Comprobación



Fuente: Elaboración propia

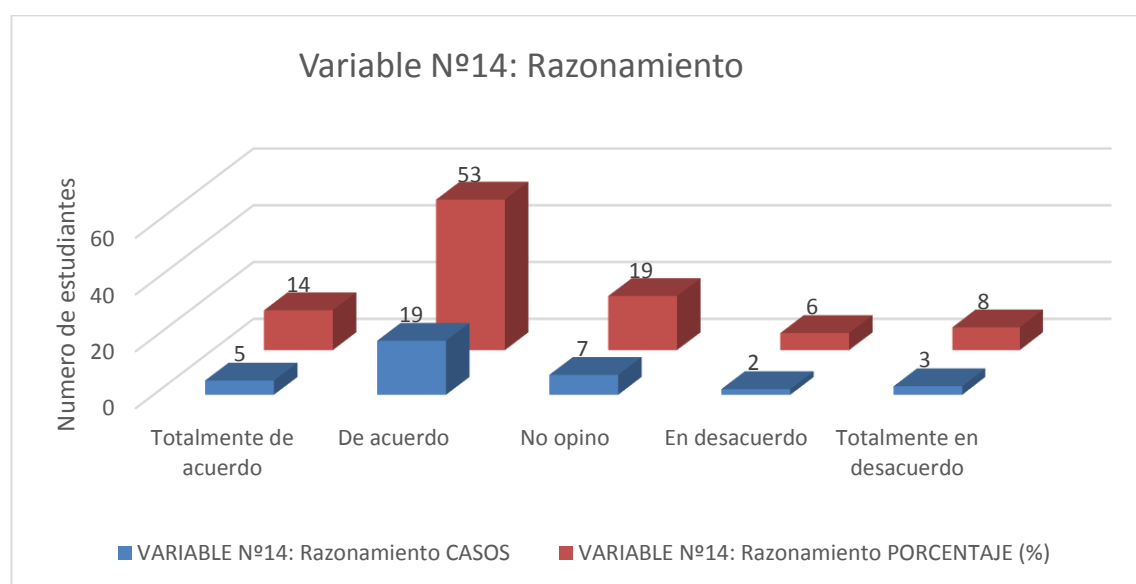
Interpretación. De los 36 encuestados a la pregunta. Al finalizar la resolución de un problema matemático, lee de nuevo el enunciado para comprobar que la respuesta obtenida se corresponde con lo que se pedía, 13 estudiantes quienes representan el 36%, respondieron no opinar sobre el particular, 28% estuvieron de acuerdo, 25% totalmente de acuerdo y solamente el 11% estuvo en desacuerdo.

Afirmación N°14. La resolución de problemas matemáticos, contribuye a desarrollar la capacidad de razonamiento y creatividad en el estudiante.

Tabla 19. Variable 14: Razonamiento

Razonamiento	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	5	14
De acuerdo	19	53
No opino	7	19
En desacuerdo	2	6
Totalmente en desacuerdo	3	8
Total	36	100%

Ilustración 25. Variable 14: Razonamiento



Fuente: Elaboración propia

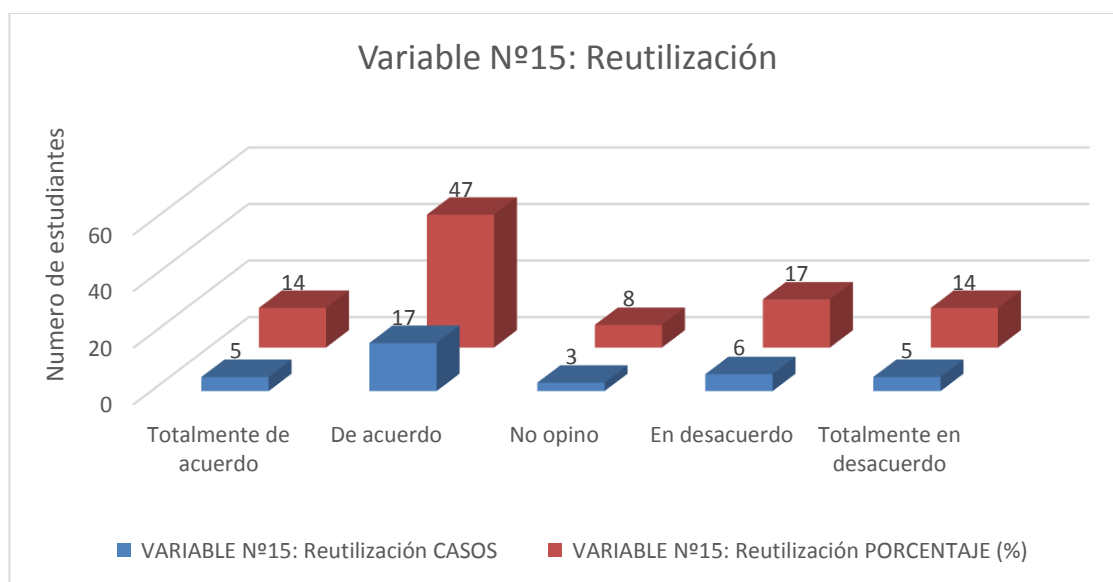
Interpretación. A la pregunta. La resolución de problemas matemáticos, contribuye a desarrollar la capacidad de razonamiento y creatividad en el estudiante, 19 estudiantes que representan el 53% respondieron estar de acuerdo con esa afirmación, 14% totalmente de acuerdo, 19% no opinaron, 6% en desacuerdo y solamente el 8% dijeron estar totalmente en desacuerdo.

Afirmación No. 15 El resultado obtenido y el procedimiento seguido en la resolución de un problema matemático, lo utiliza para formular, plantear y resolver nuevos problemas.

Tabla 20. Variable 15: Reutilización

Reutilización	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	5	14
De acuerdo	17	47
No opino	3	8
En desacuerdo	6	17
Totalmente en desacuerdo	5	14
Total	36	100%

Ilustración 26. Variable 15: Reutilización



Fuente: Elaboración propia

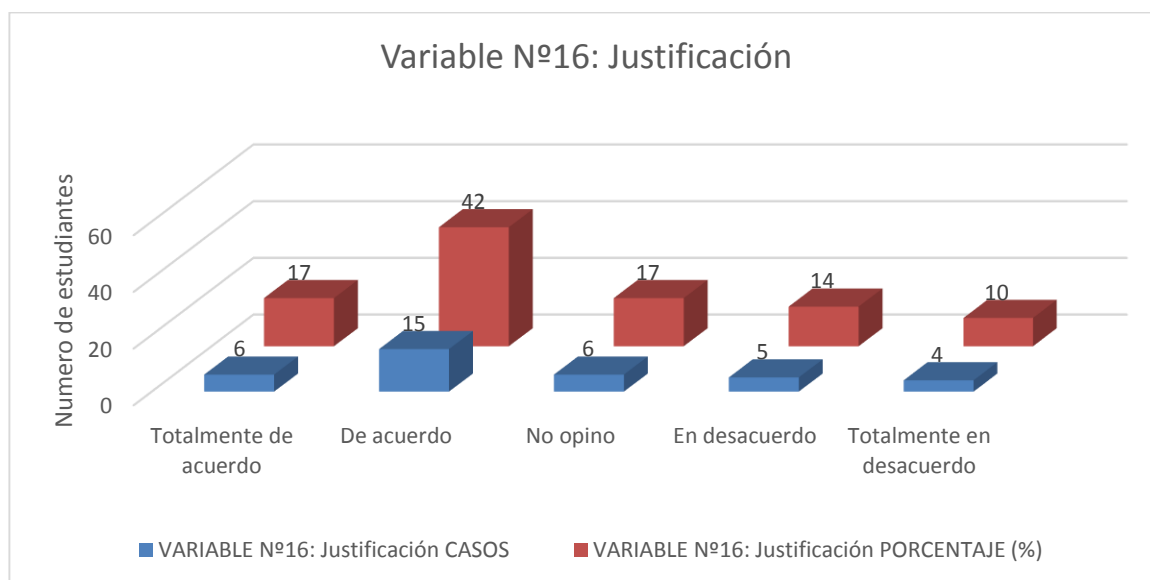
Interpretación. De los 36 alumnos encuestados, a la pregunta: El resultado obtenido y el procedimiento seguido en la resolución de un problema matemático, lo utiliza para formular, plantear y resolver nuevos problemas, 17 alumnos, quienes representan el 47% respondieron estar de acuerdo con éste procedimiento, el 17% en desacuerdo, 14% totalmente de acuerdo, 14% totalmente en desacuerdo y el 8% no opinan absolutamente nada.

Afirmación Nº 16. Cuando soluciona un problema matemático, la respuesta final la acompaña de una explicación adicional justificando el resultado obtenido.

Tabla 21. Variable 19: Justificación

Justificación	Casos	Porcentaje (%)
Totalmente de acuerdo	6	17
De acuerdo	15	42
No opino	6	17
En desacuerdo	5	14
Totalmente en desacuerdo	4	10
Total	36	100%

Ilustración 27. Variable 16: Justificación



Fuente: Elaboración propia

Interpretación. Cuando soluciona un problema matemático, la respuesta final la acompaña de una explicación adicional justificando el resultado obtenido, 15 de los 36 alumnos encuestados que representan el 42% respondieron estar de acuerdo con ésta actividad, el 17% está totalmente de acuerdo, el 17% no opinan sobre el particular, el 14% se encuentra en desacuerdo y finalmente el 10% está totalmente en desacuerdo

4.2.5 Análisis estadístico con prueba de hipótesis.

4.2.5.1 Metodología.

Para el análisis cualitativo, el diseño de la investigación que se adoptó fue de índole cuasi-experimental, donde se tuvo como población objetivo un solo grupo al cual se le aplicó una prueba diagnóstica pre-test (A), se implementó la estrategia metodológica de resolución de problemas utilizando el método heurístico de George Polya (1989) para el planteamiento y resolución de ecuaciones lineales en el conjunto de los números racionales, posteriormente se aplicó una prueba definitiva o pos-test (D) al mismo grupo, con el propósito de conocer si la estrategia implementada tuvo efectos positivos sobre el rendimiento académico de los estudiantes.

Para la elaboración de varias de las pruebas se hacen con el paquete estadístico R commander. Primero, se establece si las muestras son dependientes (son mediciones pareadas de un conjunto de datos) o si las muestras son independientes (son mediciones realizadas en dos conjuntos diferentes de elementos). Si los valores de una muestra afectan los valores de la otra muestra, entonces las muestras son dependientes, como efectivamente ocurre en éste caso.

4.2.5.2 Prueba de normalidad.

Es indispensable conocer que cuando se aplica una herramienta estadística en donde se involucran variables continuas o cuantitativas es fundamental determinar si la información obtenida en el proceso, tiene un comportamiento mediante una distribución normal. Para ello la estadística posee algunas pruebas, entre ellas encontramos la prueba de Ji-cuadrado, Kolmogorov Smirnov Lilliefors, Shápiro y Wilks o la prueba de Anderson Darling.

Así las cosas, la prueba de normalidad para muestras dependientes se usa cuando se busca obtener dos informaciones para el mismo conjunto de datos; esto es, se les aplicó el pre-test (A) a un conjunto de datos donde participaron 36 estudiantes del grado 7ºB, se implementó un proceso de intervención, capacitando los alumnos en resolución de problemas con ecuaciones lineales en el conjunto de los números racionales aplicando el método heurístico de George Polya (1989) y se les volvió a aplicar el pos-test (D) a ellos mismos.

Se desea saber si los datos se comportan normal para luego escoger el estadístico a implementar y hacer una prueba de diferencia de medias para comprobar que los resultados se incrementaron positivamente tras aplicar el método de George Polya (1989), así tenemos:

Sea X_1, \dots, X_n una m.a. de una población con media μ y varianza σ^2 Se desea probar el juego de hipótesis:

H_0 : La muestra proviene de una $N(\mu, \sigma^2)$

Vs

H_a : La muestra no proviene de una Normal

Como las muestras son dependientes en este caso el proceso es:

Generar la variable diferencias = Después - Antes

Realizar la prueba de normalidad para las diferencias

H_0 : Los datos de las diferencias provienen de poblaciones normales

Ha: Los datos de las diferencias no provienen de poblaciones normales

Las pruebas a implementar son Shapiro-Wilks el cual Se considera uno de los test más potentes para el contraste de normalidad, sobre todo para muestras pequeñas ($n < 50$) y Anderson Darling el cual es aplicable cualquiera sea el tamaño de la muestra

Resultados (significancia 0.05)

> With (Dataset, shapiro.test (Despues.antes))

Shapiro-Wilks normality test

Data: Después antes

W = 0.91048, p-value = 0.006683

Vp < α Por tanto se rechaza Ho:

> With (Dataset, daftest (Despues, antes))

Anderson-Darling normality test

Data: Después .antes

A = 1.3606, p-valué = 0.001342

Vp < α Por tanto se rechaza Ho:

Con una confianza de 0.95 (95%) se concluye que la diferencia de los resultados antes y después no se comporta normalmente.

4.2.5.3 Pasos para pruebas de hipótesis.

Hipótesis alternativa e hipótesis nula.

Se plantea de acuerdo a lo que sucedió:

Después – Antes

Paso 2:

Determinar nivel de significancia, normalmente 0.05

Paso 3:

Evidencia muestral: se calcula la diferencia:

Después – Antes.

De los resultados obtenidos se obtiene la media y la desviación estándar.

Paso 4: Distribución de probabilidad.

Se aplica la distribución de probabilidad según corresponda al número de datos. Z para muestras grandes y T para muestras pequeñas (generalmente se considera muestra grande cuando n es mayor o igual a 30)

4.2.5.4 Prueba diferencia de medidas.

$\mu =$ (Valor esperado)

Tras haber comprobado que los datos no se comportan normalmente y para conocer si la estrategia implementada en el grupo tuvo efectos positivos sobre el rendimiento promedio de los estudiantes del grado 7ºB, procedemos a plantear la siguiente hipótesis:

Las hipótesis son: $H_0: \mu_D - \mu_A = 0$ vs $H_a: \mu_D - \mu_A > 0$, donde:

$\mu_A =$ Promedio de notas de los estudiantes antes de implementar la estrategia

$\mu_D =$ Promedio de notas de los estudiantes después de implementar la estrategia

El análisis de los datos se tomó como “observaciones pareadas”, donde cada elemento es observado como una unidad de muestreo al cual se le considera una cualidad antes de la estrategia y otra después de la misma. La población es $n > 30$ ($n=36$), la diferencia se espera que sea $d > 0$. Para el caso que nos ocupa el estadístico de prueba elegido, es:

$$Z_c = \frac{\bar{x} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

Calculamos los elementos necesarios:

Media poblacional (\bar{X}) 1,26389

Varianza poblacional para la diferencia

$$\sigma = 0,75$$

Luego $Z_c = 10,113$

Región de rechazo de H_0

$$\langle Z \mid Z_c > Z_\alpha \rangle \quad Z_\alpha = 1.645$$

$$Z_c > Z_\alpha$$

Así se concluye con una significancia de 0.05 según los datos analizados que la diferencia en los resultados es positiva o $\mu_D - \mu_A > 0$, $\mu_D > \mu_A$ en otras palabras la calificación obtenida de los estudiantes es mayor tras aplicar el método heurístico de George Polya (1989).

Ahora veamos en qué valor usando un intervalo de confianza (aproximado) para $\mu_D - \mu_A$: Como la población no es normal y σ_D , σ_A se pueden calcular el IC es:

$$IC = (\bar{X}_D - \bar{X}_A) \pm Z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\sigma_D^2}{n_D} + \frac{\sigma_A^2}{n_A}}$$

Se calcula σ_D , σ_A y tenemos

Var. pre-test	Var. pos-test
0,30304784	0,38194444

$IC = (1,10, 1,42)$ efectivamente 1.264 (\bar{X}) se encuentra en el IC

Longitud del intervalo = 0,32

Para asegurarse se ejecutan dos test para muestras dependientes:

```
>with (Dataset, Wilcox. test (prueba. pos. test. D. prueba. Pre- test. A.
alternative='two. Sided', paired=TRUE))
```

Wilcoxon signed rank test with continuity correction

Data: prueba.pos.test.D. and prueba. pre test. A. $V = 630$, $p\text{-value} = 2.163e-07$
 alternative hypothesis: true location shift is not equal to 0 test

> With (Dataset, (test (prueba.pos.test.D. prueba.pre.test.A, alternative='two-sided',
 conf.level=.95, paired=TRUE)))

Paired t-test

Data: Prueba.Pos.test.D. And prueba.pre.test.A.

$t = 9.9714$, $df = 35$, $p\text{-value} = 4.569e-12$ alternative hypothesis: true difference in
 means is not equal to 0 95 percent confidence interval:

1.049733. Inf. Sample estimates: mean of the differences 1.263889

En ambos casos podemos ver que $Vp < \alpha$ Por tanto se rechaza H_0 y se verifica
 que hay una diferencia significativa después de implementar el método.

De 36, 34 obtuvieron una calificación \geq (mayor o igual a) 3.0

Tabla 22. Postura de los alumnos encuestados

Postura	Medida
De acuerdo	13.94
En desacuerdo	5,88
No opino	7,56
Totalmente de acuerdo	6,63
Totalmente en desacuerdo	2,00

Del total 94.4% obtuvieron una calificación mayor o igual a 3.0, después de aplicar
 el método

Análisis comparativo de las situaciones actitudinales antes y después de la
 intervención en el grado 7ºB

Tabla 23. Antes y después de la intervención

Antes de la intervención	Después de la intervención
Trabajo Individual, bajo nivel de formación en los fundamentos matemáticos	Trabajo en equipo, se mejora notablemente en formación en fundamentos matemáticos
El profesor es activo en clases y el estudiante totalmente pasivo.	<ul style="list-style-type: none"> • Tanto el trabajo del docente como el de los estudiantes en clases es activo.
El estudiante se limita a escuchar, actuando como receptor de conocimiento y presenta poca o ninguna participación en clases	El estudiante habla más con el profesor y participa en el desarrollo de la clase construyendo sus propios conocimientos.
Se centra en procesos algorítmicos, memorísticos y repetitivos los cuales tienden a ser mecanizados. Se enfatiza en la solución de ejercicios mecánicos descontextualizados, sin sentido.	Se analiza y enfatiza en los procesos de pensamiento para llegar a una solución, mediante la reflexión y el análisis. Se profundiza en el planteamiento de problemas contextualizados de gran significación para el estudiante.
Los estudiantes no sienten motivación en el desarrollo de la clase más que la nota, se percibe un distanciamiento marcado entre docentes y alumnos	El Desarrollo de la clase es más amena y el estudiante reflexiona sobre lo aprendido anteriormente para el desarrollo de los problemas aplicados, lo cual se evidencia en la relación dialógica que se establece entre docentes y alumnos y en ellos mismos. El alumno siente niveles de satisfacción en la resolución de problemas independientemente de la nota.
Se centra principalmente en el resultado	Favorece la autonomía, el emprendimiento de resolución y reconocimiento de múltiples soluciones
Se trabaja con rutinas y aplicación de principios y leyes	Actividad que se liga tanto con habilidades que capacitan para el uso de herramientas y procedimientos basados en rutinas como en la aplicación de principios, leyes genera conceptos y criterios.
No las realiza	Facilita el abordar de manera reflexiva y metódica, con disposición crítica y autocrítica, tanto en situaciones del ámbito escolar como las vinculadas con la vida cotidiana a nivel familiar, social y laboral.
No las realiza	Como procedimiento, tiene la finalidad de trabajar el aprendizaje por medio de la investigación y con aprendizajes previos, es decir, conectar y aplicar dichos aprendizajes con las matemáticas que se conocen y conocerán.
El proceso de enseñanza por parte del docente, se centra en la cátedra magistral	El docente centra su actividad como facilitador y orientador de los procesos de aprendizaje
La actitud del estudiante expresa un marcado rechazo y desinterés hacia las matemáticas en general y hacia la solución de problemas matemáticos en particular, pues carecen de la competencia para ello.	El cambio en el estudiante es notable, se observa motivación, aceptación y agrado a los procesos que se ejecutan en el aula dentro de la asignatura.
Es evidente la dificultad e inhabilidad que presenta el estudiante para la conversión del lenguaje coloquial al lenguaje matemático (modelación)	Con la práctica y procesos de repetición, el estudiante adquiere la habilidad para convertir el lenguaje coloquial en lenguaje matemático (modelación)

5. Conclusiones y recomendaciones.

5.1. Conclusiones

Sobre el objetivo

“Diagnosticar mediante un pre-test (A) y encuesta, las dificultades y falencias más frecuentes en que incurren los estudiantes en cuanto al uso de los recursos matemáticos cognitivos y que puedan ser utilizados en el problema”.

En general el grupo muestra receptividad, compromiso y agrado por dar respuesta a las preguntas sobre comprensión lectora, sin embargo, en lo referente a los cinco (5) problemas de aplicación; se evidencia confusión generalizada, manifiestan desconocimiento total en cuanto a la conversión del lenguaje coloquial a lenguaje matemático (modelación) e identificar la(s) incógnita(s). Igualmente, demuestran una marcada dificultad para traducir equivalencias como: la tercera parte, la cuarta parte, el doble de la edad, el triple de la edad.

Presentan serios inconvenientes en el momento de relacionar los datos conocidos del problema, con la incógnita, razón por la cual plantear y resolver ecuaciones son procedimientos inexistentes y en la mayoría de los casos llegan a dar respuestas de manera intuitiva, sin la más mínima observancia de procedimientos estructurados, organizados y certeros que puedan identificar habilidades manifiestas para la temática.

Frente a las variables que George Polya (1989) considera de vital importancia en la resolución de un problema matemático, dentro del pre-test (A) se caracterizaron dieciséis (16) variables, susceptibles de observadas en el desarrollo y solución de

los problemas, sin embargo, el resultado demostró que de las 576 variables ($16 \times 36 = 576$) que los 36 estudiantes evaluados podían tener en cuenta para el análisis y solución de los problemas, sólo hicieron uso de 31 ítems, que corresponde al 5.4%.

En lo referente a la encuesta aplicada a los estudiantes, las preguntas en las cuales en mayor proporción estuvieron De acuerdo o Totalmente de acuerdo fueron:

Afirmación N°1: Al formularse un problema matemático, lo primero que hace es leerlo atentamente, identificando la incógnita, los datos y las condiciones específicas del problema”, con 75% de aprobación. Afirmación N° 2: Al leer un problema matemático le es fácil establecer la relación que existe entre los datos conocidos y la(s) incógnita(s), con 70% de aprobación. Afirmación N°4. Cuando resuelves un problema matemático, en la medida de lo posible; tratas de replantearlo con tus propias palabras, arrojó un total de 67% de aprobación. Afirmación N° 5: Cuando se enfrenta a un problema matemático, trata de replantearlo en forma similar con otro que usted ya conozca y que haya resuelto con anterioridad, el 56% estuvo de acuerdo y solo el 22% dijo no estar de acuerdo.

Afirmación N° 7: Cuando resuelve un problema matemático, estructura en forma ordenada cada una de las operaciones matemáticas en forma coherente y organizada de lo más simple a lo complejo, el 61% está de acuerdo y el 17% expreso no estar de acuerdo. Afirmación N° 11: Cuando resuelve un problema matemático ejecuta las operaciones matemáticas como inicialmente se encontraban organizadas y estructuradas, el 80% de los encuestados manifiesta aceptación al respecto. Afirmación N° 12: Cuando dentro del proceso de resolución del problema, encuentro algún obstáculo, espero que el profesor o un compañero, me proporcione una idea o explicación para seguir adelante, el 61% de los encuestados manifiesta aceptación por éste procedimiento.

Afirmación N° 14: La resolución de problemas matemáticos, contribuye a desarrollar la capacidad de razonamiento y creatividad en el estudiante, ambas con 67% de aprobación. Afirmación N° 15: El resultado obtenido y el procedimiento seguido en la resolución de un problema matemático, lo utiliza para formular, plantear y resolver nuevos problemas, los encuestados respondieron con un 61% de aceptación, lo cual indica que los estudiantes se identifican con los aspectos que George Polya (1989) considera de vital importancia tener en cuenta en la resolución de problemas, por lo tanto, aceptan el método propuesto y puede ser de gran utilidad dentro de su proceso cognitivo.

Fundamentalmente el pre-test (A) proporcionó información contundente sobre las principales falencias que adolecen los estudiantes del grado 7°B en la resolución de problemas con ecuaciones lineales en el conjunto de los números racionales, particularmente con la comprensión del problema, la conversión del lenguaje coloquial a lenguaje matemático, el planteamiento de la ecuación, elaboración de procedimientos algorítmicos para despejar la incógnita, comprobar la solución y sobre todo, verificar que el resultado obtenido es coherente con el enunciado del problema.

La tabla N° 2 y los gráficos N° 5 y 8 muestran que la nota promedio obtenido en el pre-test (A) alcanzó **2,15**, donde apenas dos (2) estudiantes obtuvieron la nota mínima aprobatoria con **3,0** y los treinta y cuatro (34) restantes obtuvieron nota inferior a tres.

El propósito que se buscaba con éste objetivo se cumplió, pues a través del análisis de los resultados se puso de presente los serios inconvenientes que presentan los alumnos en la resolución de problemas con ecuaciones.

Sobre el Objetivo

“Elaboración de la propuesta utilizando el método heurístico de George Polya (1989) y conceptualización sobre la ecuación lineal a los estudiantes que hacen parte del grupo intervención”.

En primera instancia, el objetivo apunta a que el estudiante conozca de primera mano en qué consiste la estrategia resolución y planteamiento de problemas de la ecuación lineal en el conjunto de los números racionales, aplicando el método heurístico de George Polya (1989), para lo cual, cada etapa fue debidamente explicada, ilustrada y aplicada a través de ejercicios contextualizados, no sólo, con ecuaciones lineales sino con problemas de aplicación sobre máximo común divisor, mínimo común múltiplo y números racionales, con el propósito que el estudiante se vaya familiarizando con el procedimiento, como efectivamente ocurrió.

En segundo lugar, se diseñaron cuatro instrumentos guías, cuyo objetivo era motivar, instruir, orientar y retroalimentar permanentemente al estudiante sobre todo lo referente a ecuaciones y problemas de aplicación, de la siguiente forma:

Anexo N°A.4: Lectura del Capítulo XXII del libro “El hombre que calculaba”, cuyo ejercicio era iniciar un ejercicio de motivación a la lectura e identificar las habilidades que posee el estudiante en lo referente a la comprensión, análisis y razonamiento

El objetivo propuesto con ésta guía se cumplió, se observó gran predisposición y compromiso para el trabajo, avanzaban en la lectura, comentaban y debatían sobre el contenido del texto, preguntaban constantemente para tener mayor claridad sobre lo que se debía hacer, aunque no faltaron los estudiantes quienes manifestaban que el texto era muy confuso y poco entendible.

A través de los expositores de cada grupo, se escucharon los argumentos expuestos donde daban respuestas variadas a la pregunta. Resultó un trabajo muy

productivo, donde cada grupo intentó sacar la mejor conclusión posible y tratar de encontrar la verdad frente a la sentencia que finalmente promulgó la Corte de Bagdad

Anexo NºA.5: Guía taller sobre números racionales, ejercicios y problemas, cuyo objetivo era recordar y organizar los conocimientos previos que los estudiantes tienen sobre números racionales e identificar los requerimientos que los estudiantes tienen sobre el tema. Igualmente, explicar la conceptualización, procedimientos algorítmicos, solución de ejercicios y problemas de aplicación en los números racionales. Como evento evaluativo de la guía, los estudiantes dieron respuesta a un taller que contenía: tres (3) preguntas teóricas, dos (2) ejercicios algorítmicos y cinco (5) problemas de aplicación utilizando el método heurístico de George Polya (1989).

El objetivo planteado con la guía se cumplió, se trataba de iniciar un proceso de sensibilización y de aprendizaje en los alumnos. De la experiencia en el aula se pudo evidenciar que la gran mayoría de los alumnos tenían conocimientos previos, se observó entusiasmo y predisposición para el aprendizaje, la participación fue nutrida en lo referente a la reafirmación de conceptos, procedimientos algorítmicos y la aplicación a problemas matemáticos contextualizados. En cuanto al trabajo grupal, se observó un espíritu colaborativo y solidario, en el sentido de colaborar con explicaciones a quienes no tenían claridad sobre el tema.

Anexo NºA.6: Guía taller sobre ecuaciones, ejercicios y problemas, cuyo objetivo era recordar y organizar los conocimientos previos que los estudiantes tienen sobre el tema. Así mismo, explicar la conceptualización, procedimientos algorítmicos, solución de ejercicios y problemas de aplicación en la ecuación lineal. Como actividad evaluativa de la guía, los estudiantes respondieron un taller que contenía: cuatro (4) preguntas teóricas, dos (2) ejercicios algorítmicos y cuatro problemas de aplicación utilizando el método heurístico de George Polya (1989).

El propósito de la guía se cumplió a cabalidad, la participación de los alumnos fue muy activa, se evidencia una gran motivación y deseos por entender los conceptos fundamentales. Con respecto a los procedimientos algorítmicos que se ejecutan para resolver correctamente una ecuación, quedó suficientemente claro el mecanismo. La característica a resaltar en los grupos de trabajo es el sentido solidario y colaborativo, pues los más avanzados le explican a aquellos que tienen menos claridad sobre el tema.

Anexo N°A.7: Guía taller sobre conversión de lenguaje coloquial a lenguaje numérico, ejercicios y problemas, cuyo objetivo era recordar y organizar los conocimientos previos que los estudiantes tenían sobre el particular así como los requerimientos que estos demandaran. Igualmente se pretendía instruir e ilustrar sobre la modelación matemática, particularmente explicarles en qué consiste y la tabla de equivalencias sobre las diferentes conversiones matemáticas susceptibles de utilizar. Como actividad evaluativa de la guía los estudiantes desarrollaron: trece (13) enunciados en lenguaje natural para convertirlo en lenguaje matemático y nueve (9) problemas sobre ecuaciones donde aplican el método heurístico de George Polya (1989).

Se cumplió con el objetivo de la guía, ya que se pudo observar que muchos estudiantes que no entendía en lo absoluto sobre modelación matemática; ya se atreven a intentar elaborar conversiones y plantear una ecuación. Sin embargo, es evidente que el tema que mayor dificultad presenta para los estudiantes; es la modelación matemática, debido al poco hábito de la lectura, la escasa comprensión de lo que el estudiante lee y el desconocimiento total con el cual llega el estudiante de grado séptimo.

Sobre el objetivo

“Intervenir mediante la práctica de un pos-test (D) los avances obtenidos en el proceso ejecutado en el grado séptimo de la Institución Educativa Nueva Generación”.

Si bien es cierto, el pre-test (A) aplicado a los estudiantes del grado 7ºB reflejó grandes falencias en el conocimiento, habilidad y manejo del tema relacionado con ecuaciones y la aplicación a problemas contextualizados, después de ejecutar el trabajo presencial en el aula durante veinte (20) sesiones de clases de 50 minutos cada una, más el trabajo autónomo que el estudiante desarrolló en casa, se aplicó la evaluación pos-test (D), mediante el cual se pudo evidenciar en la tabla N°2 y figuras N°4.5 y 4.8, que la nota promedio obtenida en ésta última evaluación alcanzó **3.41**, es decir, superior a la nota arrojada en el pre-test (A) en 58,6%. Igualmente se pudo comprobar que de los 36 estudiantes evaluados, 34 que representa el 94,4% obtuvieron una calificación mayor o igual a 3.0, después de aplicar la estrategia pedagógica.

El análisis estadístico concluyó con un nivel de significancia del $\alpha=0.05$, es decir, con un nivel de confianza de 95%, que la calificación obtenida por los estudiantes es mayor después de haberse aplicado el método heurístico de George Polya (1989), con lo cual se puede concluir que la aplicación del método heurístico de solución de problemas con ecuaciones lineales en el conjunto de los números racionales, tuvo un efecto positivo en los alumnos del grado 7ºB.

Quizás una de las herramientas didácticas más efectivas para motivar y acercar al estudiante a las matemáticas es a través del diseño de video-juegos, lo cual permite presentar los contenidos en forma dinámica y lúdica.

Se diseñaron cinco (5) juegos, a saber: Historiopolis, cuyos contenidos versan únicamente sobre la historia de las matemáticas y, cuatro juegos adicionales; cada uno con tres componentes: En primera instancia; una parte histórica, la segunda

parte, sobre conceptualización y un tercer componente; referido a problemas de aplicación. Los cuatro juegos restantes son: Enterópolis, trata el tema sobre los números enteros, Numerolandia, trata sobre máximo común divisor y mínimo común múltiplo, Racionilandia, contiene la temática sobre números racionales y Ecuacionilandia, el cual comprende todo lo relacionado con las ecuaciones lineales con una incógnita. Esta plataforma le ha servido como herramienta pedagógica, tanto a los estudiantes de los grados sextos, como a los grados séptimos, constituyéndose en una herramienta de gran utilidad para apoyar y complementar el trabajo que se desarrolla en el aula.

En lo que respecta al aprendizaje mezclado, el diseño e implementación del curso de matemáticas para el grado 7º, utilizando la plataforma moodle de la universidad, se constituye para el medio, en un novedoso instrumento que propicia y facilita el contacto permanente entre docentes y alumnos, pues, en ésta plataforma se desarrollaron todos los contenidos por temas para el grado séptimo, adicionalmente los estudiantes tienen a su disposición en forma permanente elementos de apoyo tales como: documentos, videos, trabajos, libros, e-mail interno, chat, calendario, foros, intercambio de información, espacios de socialización, diálogos, comunicación, aprendizaje colaborativo y evaluaciones, que de hecho, los problemas fueron adaptados para ser evaluados a través del método heurístico de George Polya (1989).

Sin lugar a dudas, el apoyo con las TIC, se constituyó en una valiosa herramienta pedagógica que complementa la labor del docente y como estrategia de aprendizaje para el alumno se constituye en un instrumento útil dentro de su proceso de aprendizaje, de consulta y formativo.

Sobre el objetivo

“Evaluar los resultados obtenidos en la población objetivo una vez concluida la aplicación de la propuesta”

Es indudable que la propuesta implementada cumplió a cabalidad con el objetivo planteado, pues contribuyó a incrementar los niveles de motivación, trabajo en forma colaborativa y solidaria, mejorar la competencia en cuanto a la resolución de problemas matemáticos, lo cual se refleja en el incremento en el rendimiento académico del grupo experimental en 58,6%, mejorar los niveles de creatividad y razonamiento del alumno cuando se enfrenta a problemas matemáticos y de ésta forma, cumplir con el objetivo general de la propuesta en lo referente a fortalecer las competencias en la resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC.

5.2 Recomendaciones

Tomando como referencia el proceso de intervención implementado, en cuanto al planteamiento y resolución de problemas con ecuaciones lineales en el conjunto de los números racionales, de la verificación, análisis e interpretación de los datos, se recomienda lo siguiente:

Implementar como estrategia pedagógica dentro del currículo del área; la lectura crítica, como una actividad permanente, buscando generar procesos motivacionales hacia la lectura, desde temprana edad, tendiente a desarrollar la comprensión lectora, la capacidad argumentativa, interpretativa, analítica y de razonamiento, para que éste adquiera las habilidades que le permitan relacionar cosas.

Establecer como estructura del área; para cada eje temático tres componentes: El primero, comprende la parte histórica, que le permite al estudiante conocer el desarrollo que cada tema ha tenido a través del tiempo y sensibilizarlo de su aplicación práctica en la cotidianidad. El segundo componente, se relaciona con los conceptos básicos, los cuales son fundamentales para la comprensión y

elaboración de ejercicios algorítmicos. El tercer componente, se refiere a la aplicación, el cual comprende problemas contextualizados que el estudiante debe elaborar aplicando el método heurístico de George Polya (1989).

Incluir dentro del currículo de matemáticas el desarrollo de las TIC, con el propósito de enriquecer y fortalecer los procesos de enseñanza, hacerlos más eficientes y productivos, mejorar en los alumnos la adquisición de habilidades de pensamiento y adecuar la forma de difundir el conocimiento a la dinámica moderna, desarrollando mayor receptividad y cambio de actitud de los estudiantes hacia el aprendizaje.

Adoptar como imperativo dentro del área, la modelación matemática desde temprana edad, porque es a partir de éste análisis donde el estudiante esquematiza, plantea un problema en forma diferente, identifica regularidades, construye conceptos matemáticos, reflexiona e interrelaciona las matemáticas con el mundo real, dándole solución a problemas contextualizados de su cotidianidad.

Se hace imperiosa la necesidad de implementar dentro del aula, procesos de investigación a través del trabajo colaborativo, donde se modifique el estilo de enseñanza pasivo, repetitivo, memorístico, de cátedra magistral, con aprendizaje mecánico, centrado en el docente y poco significativo, por otro, que privilegie al estudiante y le permita ser más participativo, dinámico, donde a partir de procesos de pensamiento analítico y reflexivo construya su propio conocimiento y se constituya en el responsable de su propio aprendizaje.

Incorporar en el currículo del área, la resolución y planteamiento de problemas matemáticos, utilizando el método heurístico de George Polya (1989); como eje articulador, donde el docente se constituya en un verdadero facilitador y orientador del proceso de aprendizaje, donde partiendo de la interpretación de la realidad y el contexto, genere nuevas situaciones y a partir del conocimiento de los problemas

de la cotidianidad, se sienta en condiciones de mejorar ésa realidad y de ésta forma, contribuir con el mejoramiento de la educación.

Es pertinente que en aras de mejorar los parámetros de medición del impacto que la propuesta genere en los estudiantes, se aplique la estrategia durante un año académico, en los tres períodos, con ello se ganaría mucho; dado que el seguimiento y la aplicación de la misma, le otorgaría mayor solidez a los resultados obtenidos.

Para eliminar cualquier sesgo que pueda surgir, tanto al calificar el pre-test como el pos-test se debe implementar la aplicación de las evaluaciones, a través de la página moodle en la cual se presentan los resultados en forma clara.

Dentro del pensamiento variacional diseñar pruebas específicas en cuanto a: modelación matemática, razonamiento, habilidad algorítmica y comprensión lectora entre otras, que permitan medir en forma específica, los avances que se van observando.

Generalizar la aplicación del método de George Polya (1989), para que no sólo se limite a las ecuaciones, sino que pueda emplearse en diferentes temas y contextos del ámbito matemático y se aplique a la amplia gama de problemas que puedan surgir en el área y en otras asignaturas.

Todos los argumentos aquí planteados, se constituye en el valor agregado que ésta intervención puede aportar no sólo para potenciar la resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC para los estudiantes del grado séptimo, sino para ir perfeccionándola y mejorándola día a día, con el propósito de hacerla más eficiente en cuanto a resultados.

Referencias

Libros

Ministerio de Educación Nacional de Colombia. (1998) **Matemáticas lineamiento curriculares**. Bogotá. Dirección general de investigación y desarrollo pedagógico. Grupo de Investigación pedagógica.

Matemática Grado 7. Editorial Santillana siglo XXI. Hugo H. Chávez López, Hugo M. Cuéllar García, Ana Julia Mora Torres. (Todo lo relacionado con ecuaciones)

Polya, G. (1989). Cómo plantear y resolver problemas. México. Ed. Trillas

Página web.

Agudelo V. G, Bedoya Q, Restrepo M (2008). Método heurístico en la resolución de problemas matemáticos. Recuperado agosto del 2015 en:
<http://repositorio.utp.edu.co/dspace/bitstream/handle/11059/990/3722107A282.pdf?sequence=1>

Agurto C. E, (2013) Resolución de situaciones problemas con estudiantes de tercer grado de secundaria en la I.E. 19 de junio Sullana. Recuperado agosto del 2015 en:
<https://www.google.com.co/search?sclient=psy-ab&biw=1366&bih=613&noj=1&q=trabajo+de+grado+Elena+Agurto+Castillo+resoluci3n+de+situaciones+problemas+con+estudiantes>

Bueno B. D, (2012). Propuesta metodol3gica para Alejandro mejorar la interpretaci3n, an3lisis y soluci3n de ejercicios y problemas matem3ticos en los estudiantes de quinto grado de la Instituci3n educativa Alejandro V3lez Barrientos.

Recuperado Agosto 2015.
<http://www.bdigital.unal.edu.co/8326/1/25055064.2012.pdf>

Callapiña Q R., (2012) Aplicación de estrategias heurísticas para la resolución de problemas aritméticos elementales verbales en matemáticas con los estudiantes del II ciclo de la I.E. Divino Niño de Jesús Cercado de Lima. Recuperado agosto del 2015 en: <http://www.ugel03.gob.pe/pdf/121204i.pdf>.

Cardona M. M, (2007). Desarrollando el pensamiento algebraico en alumnos de octavo grado del CIIE a través de la resolución de problemas. Recuperado agosto del 2015 en: <file:///C:/Users/maqui/Downloads/desarrollando-el-pensamiento-algebraico-en-alumnos-de-octavo-grado-del-ciie-a-traves-de-la-resolucion-de-problemas.pdf>

Consejo Directivo. (2015) Proyecto Educativo Institucional (PEI) de la institución Educativa Fe y Alegría Nueva Generación de Bello Antioquia. Formando para el amor y la vida. Recuperado en Febrero de 2016 en: http://media.wix.com/ugd/989c4e_c7109ea64d3440259ef8dcbf02406a12.pdf

Cortes M, Galindo P, (2007). El Modelo de Polya centrado en la resolución de problemas en la interpretación de la integral definida. Recuperado agosto del 2015 en <http://repository.lasalle.edu.co/bitstream/handle/10185/1552/TM85.07%20C818m.pdf?sequence=1&isAllowed=y>

Escalante M. S, (2015). Método Polya en la resolución de problemas matemáticos. Recuperado agosto del 2015 en: <http://recursosbiblio.url.edu.gt/tesisjcem/2015/05/86/Escalante-Silvia.pdf>

Historia de las ecuaciones. Página:
<https://sites.google.com/site/ecuacionesisfd10/home>

Martí A., (2009). Aprendizaje mezclado (B – Learning). Revista Universidad EAFIT, volumen 45 N° 154 – 2009 pp. 70 – 77

Moreira, M. (2010) **Teoría del Aprendizaje significativo Crítico**. Recuperado en septiembre de 2015 en: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigcritesp.pdf>

Moreira, M. (1999) **investigación en Enseñanza, aspectos metodológicos**, programa de doctorado en enseñanza de las ciencias, universidad de Burgos. Recuperado en septiembre de 2015 en: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/investigacionenensenanza.pdf>

Moreira, M. (2005) Aprendizaje Significativo: Un concepto Subyacente, La Salle Centro Universitario Madrid España. Recuperado agosto del 2015 en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=77100606>

R Commander: https://www.google.com.co/?gfe_rd=cr&ei=vwUPWPXFJsfl8Ae-4DgDA#q=que+es+r+commander

Polya, G.: <http://88mariacamila.blogspot.com.co/2010/07/biografia-de-george-polya.html>.

Rodríguez M, Pineda R, (2009). Situaciones problemáticas en matemáticas como herramienta en el pensamiento matemático. Recuperado agosto 2015 en: http://www.uptc.edu.co/export/sites/default/facultades/f_educacion/pregrado/matematicas/documentos/Tesis1.pdf

Roque S. J, (2009). La conducción del método heurístico en la enseñanza de la matemática. Recuperado agosto del 2015 en:

http://alicia.concytec.gob.pe/vufind/Record/UNMS_8c79a757aa5de7b3d0a07c0a4eab03ca

Tangarife M. B, (2012). Solución de problemas y trabajo cooperativo: Una estrategia didáctica a desarrollar en trigonometría. Recuperada en agosto del 2015 en: <http://www.bdigital.unal.edu.co/6819/1/201023949.2012.pdf>

Anexo A: Instrumento de evaluación pre-test (A).



Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales
Proyecto planteamiento y resolución de problemas matemáticos
En la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los
Números racionales

Institución educativa fe y alegría nueva generación

Instrumento de evaluación

Pre-test

Objetivo: Distinguido estudiante. Con la presente prueba se espera conocer las habilidades y conocimientos que posee en la resolución de problemas matemáticos con ecuaciones de primer grado en el conjunto de los números racionales, en lo relacionado con: Lectura, análisis e interpretación de enunciados, identificación de datos, incógnita(s) y condiciones específicas del problema, relación entre variables, conversión de lenguaje verbal en lenguaje matemático (modelación), solución de ecuaciones de primer grado e interpretación de resultados, con el fin de diseñar una propuesta didáctica del pensamiento numérico, que le permita potenciar la resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC, buscando mejorar el proceso de enseñanza.

Esta evaluación consta de dos partes: Primera parte: Comprensión Lectora: Lee cuidadosamente el siguiente texto y luego selecciona la letra correspondiente a la única respuesta correcta en cada uno de los enunciados propuestos, desde la pregunta No. 1 a la 5ª.

Francisco Viète (1540 – 1603)



Fue sólo en el siglo XVI cuando la ciencia europea sobrepasó finalmente a la de sus antecesores. Veamos qué acontecimientos notables se dieron en ésta época: 1. Los italianos Tartaglia y Ferrari resolvieron la ecuación cúbica general y más tarde la ecuación general de cuarto grado. 2. Empezaron a utilizarse por primera vez los números imaginarios y se inventaron los símbolos algebraicos actuales gracias a los trabajos realizados por Francisco Viète en 1591. 3. Aparecen en Europa las fracciones decimales, inventadas por el sabio alemán Simón Stiven, que escribió sobre ellas en 1585. 4. El Matemático inglés Neper inventó los logaritmos como ayuda para los cálculos astronómicos y escribió sobre ellos en 1614. Briggs calculó las primeras tablas de logaritmos decimales que se publicaron en 1624.

De esta forma, a finales del siglo XVII llega a su fin el período de la matemática elemental tal como hoy se enseña en nuestras escuelas y colegios de bachillerato. Después vino la etapa de transición de la matemática superior a la matemática de las magnitudes variables.

1. El propósito específico del autor del texto es:

- a. Explicar cómo se obtiene el conocimiento científico
 - b. Relacionar una serie de eventos que dieron brillo a la matemática
 - c. Destacar el renacimiento
 - f. Mostrar la culminación de la matemática elemental y el comienzo de la matemática superior
2. Los siguientes fueron avances significativos de la matemática, durante el renacimiento, con excepción de:
- a. El descubrimiento de los logaritmos empleados en los cálculos astronómicos
 - b. Aparición de las fracciones decimales
 - c. La utilización de los números imaginarios
 - d. El cálculo de las primeras tablas de logaritmos decimales.
3. El tema central del escrito podría enunciarse como:
- a. Los aportes hechos por algunos europeos al desarrollo de la matemática
 - b. La consolidación de la matemática elemental.
 - c. La transición de la matemática hacia la ciencia superior
 - d. El Proceso de la ciencia en Europa a lo largo del renacimiento.
4. El escrito anterior menciona diversos personajes de una época. El único país que no tiene representación es:
- a. Alemania
 - b. España
 - c. Italia
 - d. Inglaterra
5. La secuencia que mejor representa la función de cada idea dentro del escrito es:
- a. Tesis, consecuencia, causas
 - b. Ejemplificación, planteamiento, consecuencia
 - c. Planteamiento, demostración, conclusión

d. Consecuencia, planteamiento, conclusión

Segunda parte: Resolver cada uno de los siguientes problemas

1. La suma de la tercera y la cuarta parte de un terreno heredado por Manuel, equivale al doble de tierra disminuido en 17 hectáreas. ¿El número de hectáreas heredadas por Manuel corresponde a?

- a. 24 hectáreas
- b. 18 hectáreas
- c. 12 hectáreas
- d. 36 hectáreas

2. En una reunión familiar del colegio hay el doble número de mujeres que de hombres y el triple número de niños que de hombres y mujeres juntos. ¿Cuántos hombres, mujeres y niños hay si la reunión la componen 96 personas?

- a. 4. hombres, 16 mujeres y 76 niños
- b. 8 hombres, 16 mujeres y 72 niños
- c. 12 hombres, 24 mujeres y 60 niños
- d. 6 hombres, 20 mujeres y 70 niños

3. Si al doble de niños que almuerzan en el restaurante escolar de la Institución educativa fe y alegría nueva generación se le resta la mitad resultan 54 niños. ¿Cuál es el número total de niños que almuerzan en el restaurante escolar?

- a. 36 alumnos
- b. 24 alumnos
- c. 28 alumnos
- d. 16 alumnos

4. La suma de las edades de los alumnos del grado 7ºC Alberto, Bernardo y Carlos es 69 años. La edad de Alberto es el doble de la de Bernardo y 4 años menor que Carlos. Hallar las edades.

- a. Alberto 28 años, Bernardo 14 años y Carlos 27 años
- b. Alberto 24 años, Bernardo 12 años y Carlos 33 años
- c. Alberto 30 años, Bernardo 15 años y Carlos 24 años
- d. Alberto 26 años, Bernardo 13 años y Carlos 30 años

5. Gloria conoce el doble de ciudades que Alfonso, y le han gustado la cuarta parte de ellas. A Alfonso le agrada la mitad de ciudades que le gustan a Gloria, esto es

2. ¿Las ciudades que conoce Alfonso son?

- a. 8 ciudades
- b. 6 ciudades
- c. 4 ciudades
- d. 10 ciudades



Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales

Proyecto planteamiento y resolución de problemas matemáticos

en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales

Hoja de respuestas N° _____

1. A.	<input type="radio"/>	B.	<input type="radio"/>	C.	<input type="radio"/>	D.	<input type="radio"/>
2. A.	<input type="radio"/>	B.	<input type="radio"/>	C.	<input type="radio"/>	D.	<input type="radio"/>
3. A.	<input type="radio"/>	B.	<input type="radio"/>	C.	<input type="radio"/>	D.	<input type="radio"/>
4. A.	<input type="radio"/>	B.	<input type="radio"/>	C.	<input type="radio"/>	D.	<input type="radio"/>
5. A.	<input type="radio"/>	B.	<input type="radio"/>	C.	<input type="radio"/>	D.	<input type="radio"/>
6. A.	<input type="radio"/>	B.	<input type="radio"/>	C.	<input type="radio"/>	D.	<input type="radio"/>
7. A.	<input type="radio"/>	B.	<input type="radio"/>	C.	<input type="radio"/>	D.	<input type="radio"/>
8. A.	<input type="radio"/>	B.	<input type="radio"/>	C.	<input type="radio"/>	D.	<input type="radio"/>
9. A.	<input type="radio"/>	B.	<input type="radio"/>	C.	<input type="radio"/>	D.	<input type="radio"/>
10. A.	<input type="radio"/>	B.	<input type="radio"/>	C.	<input type="radio"/>	D.	<input type="radio"/>

Buenas: _____

Malas: _____

Nota: _____

Anexo B: Encuesta de opinión



Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales

Proyecto planteamiento y resolución de problemas matemáticos

En la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los

Números racionales

Institución educativa fe y alegría nueva generación

Eencuesta de opinión

Proyecto Intervención: Planteamiento y resolución de problemas matemáticos apoyados por las TIC

Objetivo: El propósito de ésta encuesta es conocer su opinión en lo referente a ciertos aspectos relacionados con el planteamiento y resolución de problemas matemáticos en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales, con el fin de diseñar una propuesta didáctica del pensamiento numérico, que le permita potenciar la resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC, buscando mejorar el proceso de enseñanza.

Distinguido estudiante: En la presente encuesta aparecen 16 afirmaciones en cada una de las cuales usted dará su opinión; en la hoja de respuestas, teniendo en cuenta las siguientes categorías: Totalmente de acuerdo, de acuerdo, no opino, en desacuerdo y totalmente en desacuerdo.

1. Al formularse un problema matemático, lo primero que hace es leerlo atentamente, identificando la incógnita, los datos y las condiciones específicas del problema. (1)
2. Al leer un problema matemático le es fácil establecer la relación que existe entre los datos conocidos y la(s) incógnita(s). (1)
3. En la medida de lo posible para solucionar un problema matemático, como estrategia; elabora esquemas, dibujos o gráficas de la situación problemática, que contribuyan en su análisis y comprensión. (1)
4. Cuando resuelves un problema matemático, en la medida de lo posible; tratas de replantearlo con tus propias palabras (1)
5. Cuando se enfrenta a un problema matemático, trata de replantearlo en forma similar con otro que usted ya conozca y que haya resuelto con anterioridad (2)
6. La parte que ofrece mayor dificultad en la resolución de un problema matemático es convertir el lenguaje coloquial o verbal en lenguaje matemático o simbólico (modelación matemática) (2)
7. Cuando resuelve un problema matemático, estructura en forma ordenada cada una de las operaciones matemáticas en forma coherente y organizada de lo más simple a lo complejo (2)
8. Cuando resuelvo un problema matemático, compruebo si existe o no un vínculo entre el enunciado inicial y la respuesta final obtenida (2)
9. Cuando resuelvo un problema matemático, cada procedimiento u operación matemática lo acompaño de una explicación, dando a conocer lo que se hace, por qué se hace y para qué se hace (3)
10. En la mayoría de los casos expreso con facilidad mediante una ecuación, la relación que se establece entre los datos conocidos y la(s) incógnita(s) que plantea el problema. (3)
11. Cuando resuelve un problema matemático ejecuta las operaciones matemáticas como inicialmente se encontraban organizadas y estructuradas (3)

12. Cuando dentro del proceso de resolución del problema, encuentro algún obstáculo, espero que el profesor o un compañero, me proporcione una idea o explicación para seguir adelante (3)
13. Al finalizar la resolución de un problema matemático, lee de nuevo el enunciado para comprobar que la respuesta obtenida se corresponde con lo que se pedía (4)
14. La resolución de problemas matemáticos, contribuye a desarrollar la capacidad de razonamiento y creatividad en el estudiante (4)
15. El resultado obtenido y el procedimiento seguido en la resolución de un problema matemático, lo utiliza para formular, plantear y resolver nuevos problemas (4)
16. Cuando soluciona un problema matemático, la respuesta final la acompaña de una explicación adicional justificando el resultado obtenido (4).

Hoja de respuestas

Grado:	Grupo:	Género: M F
Periodo académico:		Fecha:

Señale con una X la casilla correspondiente a su respuesta

Afirmación	Totalmente de acuerdo	De acuerdo	No opino	En desacuerdo	Totalmente en desacuerdo
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
Total (uso exclusivo del docente)					

Anexo C: Compromiso y responsabilidad



Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales
Proyecto planteamiento y resolución de problemas matemáticos
En la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los
Números racionales

Institución educativa fe y alegría nueva generación
Compromisos y responsabilidades

Distinguido estudiante

Con el propósito de diseñar una propuesta didáctica del pensamiento numérico, que le permita potenciar la resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC, buscando mejorar el proceso de enseñanza, por lo tanto, se hará una lectura reflexiva y motivacional. Igualmente, se diseñarán tres (3) guías didácticas de trabajo, las cuales requieren de su compromiso para ser estudiadas y desarrolladas.

El propósito de la guía; es centrar las acciones en aspectos teóricos y procedimentales considerados de vital importancia, dentro del desarrollo de temas como: números racionales, ecuaciones, conversión de lenguaje coloquial a lenguaje matemático.

Aplicación del pre-test(A)

En una sesión de dos (2) horas de clases, el estudiante se compromete a presentar una prueba escrita pre-test (A), con el propósito de identificar las habilidades que posee en cuanto a comprensión lectora, análisis, capacidad de razonamiento y los conocimientos previos de los estudiantes acerca del planteamiento y resolución de problemas matemáticos en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales, observando dieciséis (16) ítems ya señalados, contiene cinco (5) preguntas de comprensión lectora y cinco (5) problemas de aplicación.

Aplicación de la encuesta de opinión

En una sesión de una (1) hora de clases, el estudiante se compromete a dar respuesta a una encuesta de opinión, con el propósito de conocer sus puntos de vista en lo referente a ciertos aspectos relacionados con el planteamiento y resolución de problemas matemáticos en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales.

Aplicación de texto de comprensión lectora y tres guías de trabajo.

Éste instrumento está compuesto por un texto para lectura y reflexión y tres guías que se desarrollan durante cuatro (4) sesiones de dos (2) horas de clase cada una y la metodología a emplear será la siguiente:

Lectura de texto: Capítulo XXII tomado del libro “El hombre que calculaba” de Malba Tahan. Con anterioridad se le hará entrega del documento a cada estudiante con el propósito que sea leído, analizado y reflexionado por cada uno. Durante la sesión de clases se conformarán doce (12) grupos de tres estudiantes cada uno, quienes durante 20 minutos debatirán y unificarán criterios sobre la lectura, para aclarar y tomar una posición de consenso, sobre los elementos fundamentales que según ellos, tuvo en cuenta Beremis, para resolver el problema de la mitad de la “X” de la vida, el instante del tiempo y la libertad condicional dentro de la sentencia. Posteriormente cada grupo elegirá un representante para que en un Máximo de cuatro (4) minutos; exponga la conclusión a la que llegaron, explicando las razones que dieron lugar a ella. La actividad del docente se orientará a moderar y estimular la discusión; interviniendo sólo cuando sea necesario con argumentos teóricos que ofrezcan claridad sobre el tema.

Desarrollo de las guía talleres.

Las guías talleres sobre números racionales y problemas, ecuaciones, ejercicios, problemas y conversión del lenguaje coloquial a lenguaje matemático, se llevará a cabo en tres secciones dobles de clase, cada guía en una clase y la metodología es la siguiente: Con anterioridad se le hará entrega del documento a cada

estudiante, con el propósito de ser estudiado y analizado por cada uno de ellos. En la sesión de clases durante 20 minutos el docente orientador absolverá las dudas que sobre el documento existen, posteriormente se reunirán los mismos doce (12) grupos de tres estudiantes y darán respuesta al taller de tres (3) preguntas sobre conceptualización, dos (2) ejercicios algorítmicos y cinco (5) problemas de aplicación; utilizando el método heurístico de George Polya (1989).

Adicionalmente, el estudiante se compromete a trabajar por cada sesión de clase presencial, como mínimo tres (3) horas de trabajo autónomo o individual en la casa, por lo tanto, cuando se presente a las sesiones de clases ya debe llevar escrito el trabajo producido.

Una vez ejecutadas todas las actividades que conforman el proceso de intervención el estudiante deberá:

Presentar el pos-test (D)

En una sesión de dos (2) horas de clases, el estudiante se compromete a presentar una prueba escrita pos-test (D), con el propósito de identificar las habilidades que posee en cuanto a comprensión lectora, análisis, capacidad de razonamiento y los conocimientos adquiridos acerca del planteamiento y resolución de problemas matemáticos en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales, observando dieciséis (16) ítems ya señalados. Contiene cinco (5) preguntas de comprensión lectora y cinco (5) problemas de aplicación.

Adicionalmente el estudiante debe asumir el siguiente compromiso

Actitud de los estudiantes: Se espera que los estudiantes dentro del proceso asuman las siguientes:

- Predisposición para el aprendizaje
- Cumplimiento de las actividades dentro de los tiempos estipulados
- Desarrollar con esmero y dedicación cada una de las actividades proyectadas.
- Participar activa y dinámicamente en cada una de las actividades

- El trabajo grupal que se ejecute, debe ser cooperativo y solidario
- Las ideas que surjan se deben confrontar de manera respetuosa

El trabajo que se realice debe hacerse con perseverancia y disciplina entendiendo, que la resolución de problemas por medio del método heurístico de George Polya (1989); tiene trascendencia, favorece la autonomía en la resolución de problemas, facilitando su abordaje de manera reflexiva y crítica, tanto en el ámbito escolar como en las actividades vinculadas con la vida cotidiana y lo fundamental es que el estudiante aprende a pensar por sí mismo, lo cual conduce al aprendizaje significativo crítico.

Anexo D: Capítulo XXII “El hombre que Calculaba”



Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales
Proyecto planteamiento y resolución de problemas matemáticos
En la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los
Números racionales

Institución educativa fe y alegría nueva generación

El hombre que calculaba

Capítulo XXII

Proyecto Intervención: Planteamiento y resolución de problemas matemáticos apoyados por las TIC

Objetivo: El propósito de ésta lectura es iniciar un ejercicio de motivación a la lectura e identificar las habilidades que posee el estudiante en lo referente a la comprensión lectora, análisis y razonamiento.

Distinguido estudiante: Una vez haya concluido la lectura y el análisis detallado de su contenido, debe explicar brevemente y con sus propias palabras, cuáles fueron los argumentos fundamentales que tuvo en cuenta Beremis para aclarar los fundamentos de la sentencia.

“En el cual visitamos los prisioneros de Bagdad. Cómo resolvió Baremas el problema de la mitad de la “X” de la vida. El instante de tiempo. La libertad condicional. Beremís aclara los fundamentos de una sentencia”.

“La gran prisión de Bagdad tenía el aspecto de una fortaleza persa o china. Se atravesaba, al entrar, un pequeño patio en cuyo centro se veía el famoso “Pozo de

la Esperanza”. Allí era donde los condenados, al oír la sentencia, perdían, para siempre, todas las esperanzas de salvación”.

“Nadie podría imaginar la vida de sufrimientos y miserias de aquellos que eran encerrados en el fondo de las mazmorras de la gloriosa ciudad árabe”.

“A la celda en que se hallaba el infeliz Sanadique, que desde ya hacía pensar en cosas espeluznantes, trágicas y tremendas, llegamos guiados por el carcelero, y auxiliados por dos guardias”.

“Un esclavo rubio, casi un gigante, conducía una gran antorcha, cuya luz nos permitía observar todos los rincones de la prisión”.

“Después de recorrer un corredor estrecho, que apenas daba paso a un hombre, descendimos por una escalera húmeda y oscura. En el fondo del subterráneo se hallaba el pequeño calabozo donde fuera encerrado Sanadique. En él no entraba ni la más tenue claridad. No se podía respirar el aire pesado y fétido sin sentir náuseas y vahídos. El suelo estaba cubierto de una capa de lodo putrefacto y no había, entre las cuatro paredes, ninguna cosa que pudiese servirse el condenado para descansar. A la luz de la antorcha que el hercúleo rubio levantaba, vimos al desventurado Sanadique, semidesnudo, la barba crecida y enmarañada, los cabellos en desaliño cayéndole sobre los hombros, sentado sobre una losa, las manos y los pies sujetos a cadenas de hierro”.

“Beremís observó en silencio, con vivo interés, al desventurado Sanadique. Era increíble que un hombre pudiese resistir cuatro años en aquella inhumana y dolorosa situación.

Las paredes de la celda llenas de manchas de humedad, se hallaban repletas de leyendas y figuras —extraños indicios de muchas generaciones de infelices condenados- Beremís examinó, leyó y tradujo con minucioso cuidado todo aquello, deteniéndose, de vez en cuando, para hacer cálculos que nos parecían largos y

laboriosos. ¿Cómo podría el calculista, entre las maldiciones y blasfemias que los condenados suelen escribir, descubrir la mitad de la “x” de la vida”?

“Grande fue la sensación de alivio que sentí al dejar la sombría prisión, donde los detenidos eran tan cruelmente tratados. Al llegar de vuelta a la suntuosa sala de audiencias, nos encontramos con el visir Maluf rodeado de cortesanos, secretarios, jefes y “ulemas” de la Corte. Esperaban todos la llegada de Beremís, pues querían conocer la fórmula que emplearía el calculista para resolver el problema de la mitad de prisión perpetua”.

“¡Estamos esperándote, calculista! –Dijo el visir-. Espero que presentes, sin más demoras, la solución de este gran problema. Tenemos la mayor urgencia en hacer cumplir la sentencia de nuestro gran Emir”.

“Al oír esa orden, Beremís se inclinó respetuoso, hizo el acostumbrado “zalam” y habló así: - El contrabandista Sanadique, de Basora, apresado hace cuatro años en la frontera, fue condenado a prisión perpetua. Esa pena acaba, sin embargo, de ser reducida a la mitad por justa y sabia sentencia de nuestro glorioso califa AL-Motacen, Comendador de los Creyentes, sombra de Alah en la Tierra”.

“Designemos por x el período de Sanadique, período que comienza en el momento en que fue apresado y condenado hasta el término de sus días. Sanadique fue, por lo tanto, condenado a x años de prisión, esto es, a prisión por toda la vida. Ahora, en virtud de la regia sentencia, esa pena deberá reducirse a la mitad. Si dividimos el tiempo x en varios períodos, a cada período de prisión debe corresponder igual período de libertad”.

“Completamente cierto –dijo el visir-. Comprendo perfectamente su razonamiento. - Ahora bien; como Sanadique ya estuvo preso durante cuatro años, es claro que deberá quedar en libertad durante igual período, esto es, durante cuatro años”.

“En efecto. Imaginemos que un mago genial pudiese prever el número exacto de años de vida de Sanadique y nos dijese ahora: “Ese hombre, en el momento en que fue puesto preso, tenía apenas 8 años de vida.” En ese caso tendríamos que x es igual a 8, o sea, que Sanadique habría sido condenado a 8 años de prisión, pena que ahora quedaría reducida a 4 años. Como Sanadique ya está preso desde hace 4 años, ya cumplió el total de la pena y debe ser considerado libre. Si el contrabandista, por determinación del Destino, hubiera de vivir más de 8 años, su vida x (mayor que 8) podrá ser descompuesta en tres períodos: uno de 4 años de prisión (ya cumplido), otro de 4 años de libertad, y un tercero que deberá ser dividido en dos partes iguales (prisión y libertad). Es fácil, pues, sacar en conclusión que, para cualquier valor de x (desconocido), el preso deberá ser puesto en libertad inmediatamente, quedando libre por cuatro años, pues tiene perfecto derecho a ello, como ya demostré, de acuerdo con la ley”.

“Al final de ese plazo, o mejor, terminado ese período, deberá volver a la prisión y quedar prisionero por un tiempo igual a la mitad del resto de su vida”.

“Sería conveniente, tal vez, encarcelarlo durante un año y concederle la libertad durante el año siguiente; año libre y pasaría, de ese modo, la mitad de su vida en libertad, conforme manda la sentencia del rey”.

“Esa solución, sin embargo, solo sería verdadera si el condenado muriese en el último día de uno de sus períodos de libertad”.

“En efecto: Imaginemos que Sanadique, después de pasar un año en la prisión, fuese libertado y muriese, por ejemplo, en el cuarto mes de libertad. De esa parte de su vida (un año y cuatro meses) habría pasado: un año preso y cuatro meses en libertad. ¿No es así? Hubo error en el cálculo. Su pena no fue reducida a la mitad”.

“Podrá parecer que la solución de este caso, consistiría, finalmente, en prender a Sanadique un día para soltarlo al día siguiente, concediéndole igual período de libertad, y proceder así hasta el término de sus días”.

“Tal solución no será, con todo, rigurosamente cierta, pues Sanadique -como es fácil comprender- puede resultar perjudicado en muchas horas de libertad. Bastaría para eso que él muriera horas después de un día de prisión”.

“Detener al condenado durante una hora y soltarlo a la siguiente, dejándolo en libertad durante una hora, y así sucesivamente hasta la última hora de vida del condenado sería la solución correcta, si Sanadique muriera en el último minuto de una hora de libertad. De lo contrario su pena no habría sido reducida a la mitad”.

“La solución matemáticamente exacta consistirá en lo siguiente: Aprender a Sanadique durante un instante de tiempo y soltarlo al siguiente. Es necesario, sin embargo, que el tiempo que esté preso (el instante) sea infinitamente pequeño, esto es, indivisible. Lo mismo ha de suceder con el período de libertad siguiente”.

“En la realidad, dicha solución es imposible”.

“¿Cómo prender a un hombre en un instante indivisible, y soltarlo al instante siguiente? Debemos, por tanto, apartarla de nuestros pensamientos. Sólo veo ¡oh visir! Una forma de resolver el problema: Sanadique será puesto en libertad condicional, bajo la vigilancia de la ley. Es esa la única manera de detener y libertar un hombre al mismo tiempo”.

“Ordenó el gran visir que fuese cumplida la sugestión del calculista, y el infeliz Sanadique fue, en el mismo día “libertado condicionalmente” –fórmula que los jurisconsultos árabes adoptaron después, frecuentemente, en sus sabias sentencias. Al día siguiente le pregunté qué datos o elementos de cálculo consiguiera hallar él, en las paredes de la prisión, durante la célebre visita, que lo llevaran a dar tan original solución al problema del condenado. Respondió el calculista”:

“Sólo quien ya estuvo, por unos momentos siquiera, entre los muros tenebrosos de una mazmorra, sabe resolver esos problemas en que los guarismos son partes

terribles de la desgracia humana". (www.librosmaravillosos.com Cap. XXII El hombre que calculaba Malba Tahan)

Anexo E: Guía taller números racionales



Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales
Proyecto planteamiento y resolución de problemas matemáticos
En la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los
Números racionales

Institución educativa fe y alegría nueva generación
Guía taller sobre números racionales ejercicios y
Problemas

Proyecto Intervención: Planteamiento y resolución de problemas matemáticos apoyados por las TIC

Objetivo: Recordar y organizar los conocimientos previos que los estudiantes tienen sobre los números racionales e identificar los requerimientos sobre números racionales, lo cual se constituye en un puente que relaciona lo que los estudiantes ya saben y el tema que nos ocupa: Enseñanza en la resolución y planteamiento de problemas matemáticos en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales, donde los estudiantes tendrán la oportunidad de reforzar los conocimientos sobre números racionales, operaciones con números racionales y resolver problemas.

“Concepto de número racional (Q)”

“Un número racional es el cociente de dos números enteros de la forma $\frac{a}{b}$, es decir, un número racional se expresa mediante una fracción. Los números racionales son fraccionarios”.

“Los números racionales son fraccionarios, sin embargo, los números enteros también pueden expresarse como fracción, escribiéndoles como denominador el uno, por lo tanto, también pueden ser tomados como números racionales”.

“El conjunto de los números racionales se representa por medio de la letra Q, que viene en la palabra anglosajona “Quatiend” traducido literal de cociente. En todo número racional se pueden determinar cuatro elementos, que son”:

“**El numerador.** Es el número entero escrito en la parte superior”

“**El denominador:** Es el número entero escrito en la parte inferior **El signo:** Puede ser positivo o negativo y se escribe antes de la fracción **raya o vínculo:** Es la línea que separa el numerador del denominador”.

“Clasificación de los números racionales”

“**Racionales positivos:** Son aquellos en los que el producto de los signos del numerador y denominador es positivo. Así”:

$$\frac{-2}{-3} \in \mathbb{Q} \text{ positivos, ya que } (-) \div (-) = + \text{ y } \frac{5}{9} \in \mathbb{Q} \text{ positivo, ya que } (+) \div (+) = +$$

“**Racionales negativos:** Son aquellos en los que el producto de los signos del numerador y del denominador es negativo, así”:

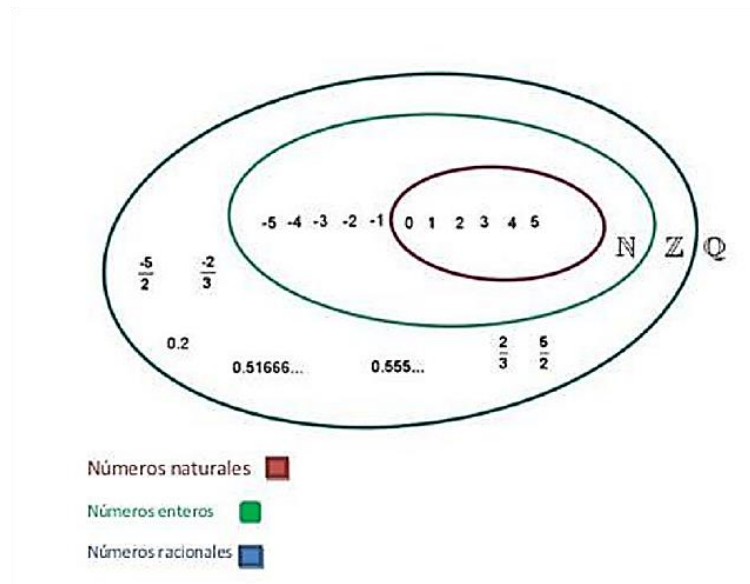
$$\frac{-5}{3} \in \mathbb{Q} \text{ negativos, ya que } (-) \div (+) = - \text{ y } \frac{4}{-7} \in \mathbb{Q} \text{ negativos, ya que } (+) \div (-) = -$$

“**Racionales Nulos:** Son aquellos en los que el numerador es cero y el denominador es cualquier entero diferente de cero”:

Ejemplo: $\frac{0}{8}$ $\frac{0}{-2}$ $\frac{0}{12}$ son racionales nulos

“**Racionales enteros:** Son todos aquellos racionales cuyo denominador es uno”.

“Los números racionales gráficamente se representan de la siguiente forma”:



De acuerdo a su expresión los números racionales se clasifican así:

“Números racionales limitados: Son aquellos cuya representación decimal contiene un número determinado y fijo de cifras”. Por ejemplo: $\frac{1}{5} = 0,2$

“Números racionales periódicos: Son aquellos que tienen un número ilimitado de cifras. A su vez los racionales periódicos se dividen en dos, los periódicos puros, cuyo patrón se encuentra inmediatamente después de la coma, por ejemplo: 0,4545454545.... y los periódicos mixtos, de los cuales el patrón se encuentra después de un número determinado de cifras, por ejemplo: 6,3246818181.... “

Propiedades de los números racionales

“Dentro del conjunto de los números racionales, existen propiedades para la suma y resta y para la multiplicación y división, las cuales se pueden resumir de la siguiente forma:

Propiedades de la suma y la resta de números racionales “

“Clausurativa: La suma de dos números racionales siempre da como resultado otro número racional”. En general: Si $\frac{a}{b} \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$, entonces $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$.

“Asociativa: Para sumar tres o más números racionales se pueden hacer grupos de diferente manera y el resultado no varía”. En general: Si $\frac{a}{b} \frac{c}{d} \frac{e}{f} \in \mathbb{Q}$, entonces
$$\left(\frac{a}{b} + \frac{c}{d}\right) + \frac{e}{f} = \frac{a}{b} + \left(\frac{c}{d} + \frac{e}{f}\right)$$

“Conmutativa: El orden en que se realiza la adición de dos números racionales no afecta el resultado”. En general si $\frac{a}{b} \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$, entonces $\frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{c}{d} + \frac{a}{b}$

“Elemento Neutro: Todo número racional sumado con cero da como resultado el mismo número racional. El cero es llamado elemento neutro o módulo de la adición de números racionales”. En general: Si $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$, existe $0 \in \mathbb{Q}$ tal que $\frac{a}{b} + 0 = 0 + \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$

“Elemento simétrico u opuesto aditivo: Para todo número racional $\frac{a}{b}$ existe otro número racional llamado opuesto aditivo o elemento simétrico y notado $-\frac{a}{b}$ tal que $\frac{a}{b} + \left(-\frac{a}{b}\right) = \left(-\frac{a}{b}\right) + \frac{a}{b} = 0$

Propiedades de la multiplicación y división de números racionales

Cumple con las siguientes propiedades:

“Clausurativa: El producto de dos números racionales siempre da como resultado otro número racional”. En general: Si $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$, entonces $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \in \mathbb{Q}$.

Asociativa: Si $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} \in \mathbb{Q}$, entonces $(\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}) \cdot \frac{e}{f} = \frac{a}{b} \cdot (\frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f})$

“Elemento neutro: Existe $1 \in \mathbb{Q}$ tal que $\frac{a}{b} \cdot 1 = 1 \cdot \frac{a}{b} = \frac{a}{b}$ para todo $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$. El racional 1 es llamado elemento neutro de la multiplicación”

Inverso multiplicativo: Para todo $\frac{a}{b} \in \mathbb{Q}$ con $a \neq 0$ y $b \neq 0$ existe $\frac{b}{a} \in \mathbb{Q}$ tal que $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = \frac{b}{a} \cdot \frac{a}{b} = 1$.

“El racional $\frac{b}{a}$ es llamado inverso multiplicativo de $\frac{a}{b}$ y a su vez $\frac{a}{b}$ es el inverso multiplicativo de $\frac{b}{a}$ ”.

“Distributiva: Es la propiedad que relaciona la multiplicación con la adición y la Sustracción”. En general, si $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} \cdot \frac{e}{f} \in \mathbb{Q}$, entonces $\frac{a}{b} \cdot (\frac{c}{d} + \frac{e}{f}) = \frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} + \frac{a}{b} \cdot \frac{e}{f}$

Operaciones con fracciones

Suma y resta de fracciones con diferente denominador

“Hay que reducir a común denominador.

1º. Se calcula el m. c. m. de los denominadores. Descomponemos en factores los denominadores y cogemos los factores comunes de mayor exponente y los no comunes.

2º Dividimos el m. c. m. obtenido entre cada uno de los denominadores y lo que nos dé lo multiplicamos por el número que haya en el numerador.

3º Ya tenemos todas las fracciones con el mismo denominador, sumamos o restamos los numeradores y dejamos el mismo denominador.

4º Si podemos simplificamos”.

Ejemplos

$$a) \frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \text{m.c.m.}(5,7) = 35 \quad \frac{3}{5} + \frac{2}{7} = \frac{21}{35} + \frac{10}{35} = \frac{31}{35}$$

Ejemplos

$$b) \frac{2}{3} - \frac{1}{4} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{5}{12}$$

Ejemplos

$$c) \frac{7}{20} + \frac{13}{15} - \frac{1}{5} = \frac{3 \cdot 7}{60} + \frac{4 \cdot 13}{60} - \frac{12 \cdot 1}{60} = \frac{21}{60} + \frac{52}{60} - \frac{12}{60} = \frac{73}{60} - \frac{12}{60} = \frac{61}{60}$$

$$\begin{array}{r|l} 20 & 2 \\ 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
 $20 = 2^2 \cdot 5 \cdot 1$

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
 $15 = 3 \cdot 5 \cdot 1$

$$\begin{array}{r|l} 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$
 $5 = 5 \cdot 1$

$\text{m.c.m.}(20,15,5) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 1 = 60$

Multiplicación de fracciones

“Para multiplicar dos o más fracciones, se multiplican "en línea". Esto es, el numerador por el numerador y el denominador por el denominador”.

Ejemplo 2

$$\frac{1}{3} \times \frac{9}{16} =$$

Paso 1. Multiplica los números de arriba:

$$\frac{1}{3} \times \frac{9}{16} = \frac{1 \cdot 9}{16} = \frac{9}{16}$$

Paso 2. Multiplica los números de abajo:

$$\frac{1}{3} \times \frac{9}{16} = \frac{1 \cdot 9}{3 \cdot 16} = \frac{9}{48}$$

Paso 3. Simplifica la fracción:

$$\frac{9}{48} \div \frac{3}{3} = \frac{3}{16}$$

División de fracciones

“Fracción inversa o recíproca: Se le da la vuelta, el numerador pasa a ser el denominador y el denominador es el nuevo numerador. Una fracción x su inversa da la unidad”.

Recíproco de una fracción. “Para obtener el recíproco de una fracción, sólo dale la vuelta. O sea, intercambia el numerador y el denominador”.

Ejemplos:

Fracción	Recíproca
$\frac{3}{8}$	$\frac{8}{3}$
$\frac{5}{6}$	$\frac{6}{5}$
$\frac{1}{3}$	$\frac{3}{1} = 3$
$\frac{19}{7}$	$\frac{7}{19}$

Actividad Taller

“Responda cada una de las preguntas comprendidas entre el 1 y 3

1. Uno de los siguientes conjuntos de números no hace parte del sistema de números reales.

- a. Números naturales
- b. Números Imaginarios
- c. Números racionales e irracionales
- d. Números enteros”

Explique cuál no hace parte de éste conjunto, sustente su respuesta

2. ¿Los números racionales junto con los números irracionales, forman el conjunto de los números?

- a. Imaginarios
- b. Reales
- c. Enteros
- d. Complejos

Sustente su respuesta.

3. Con sus propias palabras exponga cuál es el procedimiento que se lleva a cabo para sumar, restar y multiplicar, dividir números racionales.

Resolver los siguientes ejercicios:

2. $\frac{5}{7} + \frac{6}{4} + \frac{3}{10} + \frac{2}{5} =$

3. $\frac{7}{8} - \frac{1}{6} + \frac{3}{2} - \frac{5}{12} =$

Resolver cada uno de los siguientes problemas, utilizando las cuatro etapas del método heurístico de George Polya (1989).

1. El municipio de Bello tiene 800.000 habitantes, los $\frac{3}{5}$ de su población son mujeres y los $\frac{6}{8}$ de los hombres son niños y ancianos. Si los adultos no son ancianos, entonces ¿La cantidad de población que son hombres adultos es?
2. El precio de un libro es \$10.000 pesos, me rebajan $\frac{2}{5}$, luego el nuevo precio es nuevamente rebajado en $\frac{1}{5}$. ¿El precio final del libro es?
3. Manuel tiene \$55.000 pesos. Gasta $\frac{3}{10}$ de esa cantidad en transporte, $\frac{2}{5}$ en comprar revistas y $\frac{1}{5}$ en caramelos de colección. ¿Cuánto dinero le sobra?
4. Sandra camina $\frac{6}{4}$ de lo que camina Pedro y Pedro camina $\frac{3}{2}$ de lo que camina Ricardo y Ricardo Camina 240 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros camina Sandra?
5. Santiago y su hijo Fernando van a pintar las paredes de su casa. Para ello compraron 2 galones de pintura verde, $\frac{3}{4}$ galones de pintura azul y $\frac{1}{4}$ galón de pintura rosada. ¿El total de pintura comprada para la casa fue?

¡Buena Suerte!

Anexo F: Guía taller modelación matemática.



Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales
Proyecto planteamiento y resolución de problemas matemáticos
En la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los
Números racionales

Institución educativa fe y alegría nueva generación
Guía taller sobre conversión de lenguaje coloquial a
Lenguaje numérico y problemas

Proyecto Intervención: Planteamiento y resolución de problemas matemáticos apoyados por las TIC

Objetivo: Recordar y organizar los conocimientos previos que los estudiantes tienen sobre conversión de lenguaje natural o coloquial a lenguaje matemático, e identificar los requerimientos de los estudiantes sobre el tema, lo cual se constituye en un puente que relaciona lo que los estudiantes ya saben y el tema que nos ocupa: Enseñanza en la resolución y planteamiento de problemas matemáticos en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales, donde los estudiantes tendrán la oportunidad de reforzar los conocimientos sobre números racionales, operaciones con números racionales y resolver problemas

“Para afrontar con suficiencia la resolución de problemas matemáticos, una de las mayores dificultades que afrontan los estudiantes es convertir el lenguaje natural o

cotidiano en lenguaje simbólico y viceversa. Cuando se plantean los problemas de aplicación matemática donde el estudiante debe proponer un modelo de solución, es necesario hacer uso de conocimientos básicos de otras áreas, como el relacionado con la comprensión lectora, lo cual es fundamental para el éxito en la solución final del problema, sin embargo, la habilidad se va adquiriendo en la medida que el estudiante intensifique en la práctica”.

“La modelación de problemas matemáticos, es el proceso mediante el cual se plantea una situación del contexto o del mundo real, en términos matemáticos a través de una ecuación, sistema de ecuaciones o de una función”.

“Dentro de la intervención, la modelación consiste en convertir el enunciado de un problema matemático en una ecuación lineal de primer grado con una incógnita en el conjunto de los números racionales”.

“Con el proceso de modelación, se busca comprender la situación específica del problema, analizar su comportamiento y llegar a plantear predicciones. Cuando el estudiante se enfrenta a un problema matemático del contexto o la vida real, lo primero que se debe plantear es el modelo matemático, es decir, transformar el lenguaje verbal en lenguaje numérico; determinando la ecuación que representa la situación descrita y que relacione las variables del problema”.

“Aunque el modelo matemático no es una representación exacta de la realidad, es un acercamiento a ella, por lo tanto un buen modelo matemático es aquel que simplifica la realidad de manera tal, que facilita la elaboración de los cálculos matemáticos y llegar a conclusiones importantes”.

A continuación se presenta una tabla, que le proporciona al estudiante los fundamentos necesarios para hacer las diversas conversiones.

Lenguaje Coloquial	Lenguaje Matemático
Dado un número	x

El duplo de un número, el doble de un número	$2x$
La mitad d un número	$\frac{1}{2}x, \frac{x}{2} \quad x:2$
Un número disminuido en:	$x - \dots$
El anterior o el antecesor de un número	$x - 1$
El siguiente, el consecuente o el sucesor de un número	$x + 1$
El opuesto de un número	$-x$
Números consecutivos	$x; x + 1, \quad x + 2, \quad x + 3, \dots$
Un número par	$2x$
Números pares consecutivos	$2x; 2x + 2, \quad 2x + 4, 2x + 6, \dots$
Números Impares consecutivos	$2x + 1, \quad 2x + 3; 2x + 5; 2x + 7, \dots$
El triple de un número	$3x$
El cuádruplo de un número	$4x$
El tercio o tercera parte de un número	$\frac{1}{3}x; \frac{x}{3}, \quad x:3$
La cuarta parte de un número	$\frac{1}{4}x; \frac{x}{4}; \quad x:4$
La quinta parte de un número	$\frac{1}{5}x; \frac{x}{5} \quad x:5$
El cuadrado de un número	x^2
El cubo de un número	x^3
El cuadrado del siguiente de un número	$(x + 1)^2$
El cubo del siguiente de un número	$(x + 1)^3$
La raíz cuadrada de un número	\sqrt{x}
La raíz cúbica de un número	$\sqrt[3]{x}$
La razón entre dos números: División	$\frac{x}{y}; \quad x:y$
La diferencia entre dos números: Diferencia	$x - y$
El doble de un número, aumentado en la mitad del mismo número	$2x + \frac{x}{2}$
El doble de a, aumentado en b.	$2a + b$
El doble de a aumentado en b	$2(a + b)$
La mitad de a, más el triple de b	$\frac{a}{2} + 3b$
El doble del cuadrado de a	$2a^2$
El cuadrado del doble de a	$(2a)^2$
La cuarta parte del triple del cuadrado de b	$\frac{(3b^2)}{4}$
El triple de la cuarta parte del cuadrado de b	$3(\frac{b^2}{4})$
El cuadrado, la cuarta parte del triple de b	$(\frac{3b}{4})^2$
La diferencia entre el quíntuple de x y la mitad de algo.	$(5x) - (\frac{y}{2})$

La suma de tres números pares consecutivos	$(2x) + (2x + 2) + (2x + 4)$
La semisuma entre a y b	$\frac{a + b}{2}$
La semiresta entre a y b	$\frac{a - b}{2}$
El producto entre un número y su antecesor	$a \cdot (a - 1)$
El producto de un número y su sucesor	$a \cdot (a + 1)$
El triple de un número, equivale al doble del mismo número, aumentado en 15	$3x = 2x + 15$
La suma de los cuadrados de tres números consecutivos	$(x^2) + (x + 1)^2 + (x + 2)^2$
El volumen de un cubo de arista $2a - 1$	$V = (2a - 1)^3$
La cuarta parte del producto entre el cuadrado de a y el cuadrado de b	$\frac{(a^2 x b^3)}{4}$

Actividad Taller

1. Convertir de lenguaje natural a lenguaje matemático las siguientes expresiones

- El doble de cierto número
- Un número aumentado en 5
- Un número disminuido en b
- a veces un número X
- Tres números enteros consecutivos
- Dos números cuya suma sea 30
- El mayor de dos números es siete unidades más que el menor
- Cuatro más que el doble de cierto número
- Tres veces un número excede en 15 a dos veces el mismo número
- Cinco veces C más tres veces X menos siete
- Nueve veces X disminuido en 5
- X multiplicado a veces
- El doble de X más a

Convertir el lenguaje verbal a lenguaje matemático y resolver las ecuaciones utilizando el método heurístico de George Polya (1989).

1. La suma de las edades de A y B es de 84 años y B tiene 8 años menos que A. Hallar las edades
- 2 La suma de tres números enteros consecutivos es 156. Hallar los tres números
- 3 A tiene catorce años menos que B y ambas edades suman 56 años. ¿Qué edad tiene cada uno
- 4 Hallar dos números consecutivos cuya suma sea 103
- 5 Tres números consecutivos suman 204. Hallar los números
- 6 La suma de tres números es 200. El mayor excede al del medio en 32 y al menor en 65. Hallar los números
- 7 Tres canastas contienen 575 manzanas. La primera canasta contiene 10 manzanas más que la segunda y 15 más que la tercera. ¿Cuántas manzanas hay en cada canasta?
- 8 Dividir 454 en tres partes sabiendo que la menor es 15 unidades menores que el del medio y 70 unidades menores que la mayor.
- 9 Repartir 180 dólares entre A, B y C, de modo que la parte de A sea la mitad de B y un tercio de la de C.

Buena Suerte

Anexo G: Instrumento de evaluación pos-test



Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales
Proyecto planteamiento y resolución de problemas matemáticos
En la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los
Números racionales

Institución educativa fe y alegría nueva generación
Instrumento de evaluación
Pos-test

Objetivo: Distinguido estudiante. Con la presente prueba se espera conocer las habilidades y conocimientos que posee en la resolución de problemas matemáticos con ecuaciones de primer grado en el conjunto de los números racionales, en lo relacionado con: Lectura, análisis e interpretación de enunciados, identificación de datos, incógnita(s) y condiciones específicas del problema, relación entre variables, conversión de lenguaje verbal en lenguaje matemático (modelación), solución de ecuaciones de primer grado e interpretación de resultados, con el fin de diseñar una propuesta didáctica del pensamiento numérico, que le permita potenciar la resolución y planteamiento de problemas matemáticos apoyados por las TIC, buscando mejorar el proceso de enseñanza.

Esta evaluación consta de dos partes:

Primera parte: Comprensión lectora: Lee cuidadosamente el siguiente texto y luego selecciona la letra correspondiente a la única respuesta correcta en cada uno de los enunciados propuestos, desde la pregunta No. 1 a la 5ª.

El papiro de Rhind 1650 a. d. c.



El origen de la trigonometría se remonta a las primeras matemáticas conocidas, en Egipto y Babilonia. El problema 56 del papiro Rhind presenta un interés especial porque contiene lo que podríamos llamar unos rudimentos de trigonometría y de un teorema de triángulos semejantes. En la construcción de las pirámides, un problema esencial era el de mantener una pendiente uniforme en cada cara y la misma en las cuatro, y pudo haber sido este problema el que llevó a los egipcios a introducir un concepto equivalente al de la cotangente de un ángulo. En la tecnología moderna se acostumbra medir la pendiente de una línea recta por medio de esta razón entre la “subida” y “el avance”; en Egipto, en cambio se solía utilizar la inversa de esta razón, denominándola por la palabra “seqt” que significa la separación horizontal de una recta oblicua del eje vertical por unidad de variación en la altura. Así; pues, el seqt correspondía, salvo en lo que se refiere a la unidad de medida, al “desplome” que usan hoy los arquitectos para medir la pendiente hacia el interior de un muro. La unidad de longitud que usaban los egipcios para medir verticalmente era el “codo” y para medir horizontalmente era la “mano”, de las que había siete en un “codo”. El problema 56 pide calcular el seqt de una pirámide que mide 250 codos de altura y cuya base mide 360 codos de lado. El escriba divide primero 360 por 2 y a continuación divide el resultado por 250 obteniendo $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{50}$: por

último multiplica este resultado por 7 y da el valor del seqt como $5 \frac{1}{25}$ “manos” por “codos”.

1. El problema No. 56, contenido en el papiro de Rhind, tiene una importancia especial porque:

- a) Allí se encuentra el embrión de las matemáticas y de la geometría
- b) En él aparece un estudio de triángulos y un buen análisis matemático
- c) Es, en esencia, la fundamentación trigonométrica y el estudio de polígonos de tres lados.
- d) Contiene los primeros estudios de la trigonometría y unos principios generales sobre triángulos semejantes.

2. El codo y la mano fueron utilizados por los egipcios para:

- a) Medir todo tipo de distancias
- b) Medir la distancia entre un punto y otro
- c) Medir longitudes de arriba hacia abajo y de derecha a izquierda
- d) Calcular distancias verticales y horizontales

3. Era de vital importancia, en la construcción de una pirámide:

- a) Tener en cuenta el concepto de cotangente.
- b) Mantener una pendiente uniforme en cada lado y la misma en los otros tres
- c) Emplear materiales de mucha resistencia
- d) Calcular muy bien la distancia de la cúspide a la base.

4. El término escriba que se menciona en el texto se refiere a:

- a) El doctor e intérprete de la ley judía
- b) El sabio matemático que proponía los problemas
- c) Un doctor especialista en copiar o redactar los problemas matemáticos
- d) Un intelectual antiguo que escribía sobre temas diversos del saber

5. De la lectura anterior se puede construir la siguiente analogía: Seqt: es a: desplome como: papiro es a:

- a) Lámina
- b) Documento
- c) Papel
- d) Madera

Segunda parte: Instrucciones. Resolver cada uno de los siguientes problemas aplicando las cuatro etapas del método heurístico planteado por George Polya (1989).

6. La suma de las edades de A y B es de 84 años y B tiene 8 años menos que A. ¿Las edades son?

- a) A tiene 46 años y B tiene 38 años
- b) A tiene 60 años y B tiene 24 años
- c) A tiene 38 años y B tiene 46 años
- d) A tiene 50 años y B tiene 34 años

7. El doble de lo que gana Adriana más \$300.000 pesos es igual al triple de lo que ella gana. ¿Cuánto dinero gana Adriana?

- a) \$120.000 pesos
- b) \$900.000 pesos
- c) \$300.000 pesos
- d) \$600.000 pesos

8. Esteban hace una travesía por el campo durante tres días. El primer día camina $\frac{1}{3}$ del total, el segundo $\frac{2}{3}$ de lo que le queda, el tercer día 8 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros recorrió durante los tres días?

- a) 28 kilómetros
- b) 36 kilómetros
- c) 42 kilómetros
- d) 38 kilómetros

9. Un tren salió de una ciudad a una velocidad de 50 kilómetros por hora. Tres horas más tarde salió otro del mismo punto y en la misma dirección. Si el segundo tren iba a 75 kilómetros por hora. ¿Cuánto tiempo tardó en alcanzar al primero?

- a) 2 horas
- b) horas
- c) 3 horas
- d) horas

10. La suma de tres números es 200. El mayor excede al del medio en 32 y al menor en 65. ¿Los números son?

- a) 92, 65 y 43
- b) 99, 67 y 34
- c) 95, 60 y 45
- d) 88, 66 y 46

Buena Suerte



Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales
 Proyecto planteamiento y resolución de problemas matemáticos
 En la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales

Hoja de respuestas nº _____

NOMBRE _____

Examen final de matemáticas II período. Grado séptimo: B

Docente: Wilfer Elí Maquilón Ballesteros:

Rellene con lápiz el óvalo de la única respuesta que considere correcta.

11	<input checked="" type="radio"/> A	B	C	D
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
12	A	B	C	D
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
13	A	B	C	D
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
14	A	B	C	D
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
15	A	B	C	D
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
16	A	B	C	D
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
17	A	B	C	D
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
18	A	B	C	D
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
19	A	B	C	D
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
20	A	B	C	D

	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
21	A	B	C	D
	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

BUENAS: _____

MALAS: _____

NOTA: _____

Anexo H: Consentimiento padres de familia



Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales

Proyecto planteamiento y resolución de problemas matemáticos

En la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales

Institución educativa fe y alegría nueva generación

Municipio de Bello

Yo _____

Yo _____

Yo _____

(☐) Madre, (☐) padre, (☐) acudiente o (☐) representante legal del estudiante _____
_____ de _____ años de edad,

he (hemos) sido informado(s) de la participación activa de mi (nuestro) hijo en el proyecto planteamiento y resolución de problemas matemáticos en la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales, como estrategia significativa para que el docente de matemáticas Wilfer Elí Maquilón Ballesteros, la presente como requisito para obtener el título de Maestría dentro del programa de enseñanza de las ciencias exactas y naturales que ofrece la Universidad Nacional de Colombia sede Medellín.

Luego de haber sido informado(s) sobre las condiciones de la participación de mí (nuestro) hijo(a) en el proyecto, resuelto todas las inquietudes y comprendido en su totalidad la información sobre esa actividad, entiendo (entendemos) que:

- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en éste proyecto o los resultados obtenidos por el docente, no tendrá repercusiones o consecuencias en sus actividades escolares, evaluaciones o calificaciones en el curso.

- La participación de mi (nuestro) hijo(a) en el proyecto no generará ningún gasto, ni recibiremos remuneración alguna por su participación
- No habrá ninguna sanción para mí (nuestro) hijo(a) en caso de que no autoricemos su participación.
- La identidad de mi (nuestro) hijo(a) no será publicada y las imágenes, sonidos y videos se utilizarán únicamente dentro del proyecto y como evidencia del mismo.
- Se garantizará la protección de las imágenes de mí (nuestro) hijo(a) y el uso de las mismas de acuerdo con la normatividad vigente.

Atendiendo a la normatividad vigente **consentimientos informados**, y de forma consciente y voluntaria.

() Doy (damos) el consentimiento () No doy el consentimiento

Para la participación en el proyecto en las instalaciones de la institución donde estudia.

Firma del padre	_____	CC_____
Firma de madre	_____	CC_____
Firma acudiente	_____	CC_____

Lugar y Fecha_____

Anexo I: Diario de campo



Maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales
Proyecto planteamiento y resolución de problemas matemáticos
En la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales

Diario de campo

Objetivo

Acopiar toda la información referente a la actitud observada al colectivo de estudiantes del grado 7ºB en cada uno de los encuentros en el aula de clases, durante todo el proceso de intervención, desde el momento en que se aplicó la prueba diagnóstica pre-test (A) y demás actividades, hasta la aplicación del último instrumento de evaluación pos-test (D).

Primera sesión: (Anexo A.): Fecha julio 12 del 2016, martes: Hora 10:40 a 12:20. Actividad: Aplicación del Pre-test (A), ésta sesión consta de dos (2) clases de 50 minutos cada una. El propósito de ésta actividad es conocer las habilidades y conocimientos previos que poseen los estudiantes del grado 7ºB en la resolución de problemas matemáticos con ecuaciones de primer grado en el conjunto de los números racionales en lo relacionado con las dieciséis (16) variables recomendadas por George Polya (1989), que en la definición de variables fueron debidamente descritas (identificación, relación, diagrama, replantear, similitud, dificultad, estructurar, vínculo, explicación, modelación, estructuración, obstáculo, comprobación, razonamiento, reutilización y justificación).

El pre-test (A) consta de dos (2) partes: La primera parte está enfocada a identificar los niveles de comprensión lectora que tiene el estudiante a través del texto “Francisco Viete” (1540 – 1603) que trata sobre los acontecimientos notables y el

desarrollo de las matemáticas en Europa en los siglos XVI y XVII, cuya evaluación consiste en dar respuesta a cinco preguntas de selección múltiple con única respuesta.

La segunda parte se encuentra orientada a la resolución de problemas con ecuaciones de primer grado en el conjunto de los números racionales, consta de cinco (5) problemas a través de los cuales se pueda identificar las habilidades que el alumno posee en la resolución de problemas y en la aplicación de las variables planteadas por George Polya (1989) dentro de su propuesta.

Actitud de los estudiantes

Frente a la prueba diagnóstica

En general el grupo muestra receptividad, compromiso y agrado por dar respuesta a las preguntas sobre comprensión lectora, sin embargo, en lo referente a los cinco (5) problemas de aplicación se evidencia una confusión generalizada, manifiestan un desconocimiento total en cuanto a la conversión del lenguaje coloquial al lenguaje matemático e identificar la incógnita. Evidencian una marcada dificultad para traducir equivalencias como: la tercera parte, la cuarta parte, el doble de la edad y el triple de la edad.

Frente a la solución de los problemas propuestos

Aunque tienen claro lo referente a extraer los datos que plantea el problema, se les dificulta traducir el lenguaje verbal al lenguaje matemático, razón por la cual relacionar los datos, plantear y resolver las ecuaciones, son procedimientos inexistentes y en la mayoría de los casos llegan a las respuesta por ensayo error o en forma intuitiva, sin la más mínima utilización de procedimientos estructurados, organizados y certeros.

Frente a las variables planteadas por George Polya (1989) en las cuatro etapas

Dentro del pre-test (A), se caracterizaron 16 variables susceptibles de ser evaluadas en el desarrollo y solución de los problemas, sin embargo los resultados evidencian que dentro de las 576 variables ($16 \times 36 = 576$) que los 36 estudiantes evaluados podían tener presente para el análisis y solución de los problemas, solo hicieron uso de 31 ítems, es decir, el 5,4%.

Segunda sesión: (Anexos B y C): Fecha: julio 18 del 2016: lunes: Hora: 08:45 a 10:25. Ésta sesión consta de dos (2) horas clase; de 50 minutos cada una y se aplicaron dos componentes de intervención.

Actividad aplicada: El primer componente (Anexo B): Encuesta de opinión, consta de cinco (5) opciones o categorías de respuesta, cuyo propósito es conocer la opinión de cada uno de los estudiantes, en lo referente a los dieciséis (16) aspectos que plantea George Polya (1989) en las cuatro (4) etapas del método heurístico, relacionados con el planteamiento y resolución de problemas matemáticos, y que para el presente caso, se refiere a problemas sobre la ecuación lineal con una incógnita en el conjunto de los números racionales. La encuesta se contestó en forma responsable en la hoja de respuestas que se le entregó a cada estudiante teniendo en cuenta las cinco categorías u opciones de respuesta que cada pregunta tenía.

Actividad aplicada: Segundo componente (Anexo C): Compromisos y responsabilidades, cuyo objetivo fundamental es sensibilizar al estudiante sobre el proyecto de intervención que se está implementando, enterarlo de cada una de las actividades que se van a llevar a cabo y el compromiso que asume en cuanto a la predisposición que debe tener hacia el aprendizaje, el cumplimiento de las actividades dentro de los tiempos estipulados, desarrollar con esmero y dedicación cada una de las tareas, participar activamente teniendo presente que el trabajo grupal que se ejecute debe ser cooperativo y solidario, las ideas que surjan en el grupo se deben confrontar de manera respetuosa y el trabajo que se realice debe hacerse con disciplina y perseverancia.

Una vez terminada la lectura del documento, las instrucciones allí consignadas fueron totalmente acogidas por los estudiantes, quienes se comprometieron a ejecutar las actividades, colocando el máximo de empeño y entereza.

Tercera sesión (Anexo D): Fecha: julio 19 del 2016: martes: Hora: 10:40 a 12:20. Ésta sesión consta de dos (2) horas clase; de 50 minutos cada una y se distribuyó de la siguiente forma: Lectura en grupos durante un tiempo de 30 minutos, debate

al interior de cada grupo y elaboración del documento explicativo 30 minutos y exposición sucinta por parte del representante de cada grupo, 36 minutos.

Actividad aplicada: Lectura Capítulo XXII del texto “El hombre que calculaba” de Malba Tahan, cuyo propósito es iniciar el ejercicio de motivación a la lectura e identificar las competencias y habilidades que posee el estudiante en lo referente a la comprensión lectora, análisis y razonamiento.

La actividad se desarrolló de manera colaborativa en grupos de tres (3) estudiantes y se orientó buscando que una vez concluida la lectura del texto, se elabore un detallado análisis de su contenido, se genere un debate al interior del grupo y se adopte un postura de consenso o unanimidad, para ser sustentada en la plenaria con argumentos sólidos, sobre cómo Beremis resolvió el problema de la mitad de la “x” de la vida, el instante del tiempo y los fundamentos matemáticos de la sentencia donde finalmente la Corte de Bagdad le otorga libertad condicional al reo Sanadique.

Actitud de los estudiantes

Frente a la lectura del documento. Se observó gran predisposición y compromiso para el trabajo, avanzaban en la lectura, comentaban y debatían sobre el contenido del texto, preguntaban constantemente para tener mayor claridad sobre lo que se debía hacer, aunque no faltaron los estudiantes quienes manifestaban que el texto era muy confuso y poco entendible.

Frente al trabajo colaborativo. El debate se centró en discutir la estrategia implementada por Beremis para que la Corte de Bagdad dejar al reo Sanadique en libertad condicional, sin embargo, le solicitaron al docente explicar mejor la actividad haciendo la lectura grupalmente, estrategia que fue efectiva para tener claridad al respecto.

Frente a la conclusión de cada grupo. A través de los expositores de cada grupo, se escucharon los argumentos expuestos donde daban respuestas variadas a la pregunta. Resultó un trabajo muy productivo, donde cada grupo intentó sacar la

mejor conclusión posible y tratar de encontrar la verdad frente a la sentencia que finalmente promulgó la Corte de Bagdad.

Cuarta sesión (Anexo E): Fecha: julio 25 y 26 del 2016: lunes: Hora: 08:45 a 10:25 y martes: hora: 10:40 a 12:20. Ésta sesión consta de dos (2) bloques de dos clases; es decir cuatro (4) clases de 50 minutos cada una y se distribuyó de la siguiente forma:

Actividad aplicada: Guía taller sobre números racionales, éste recurso se desarrolló el día lunes, el propósito de la implementación de ésta guía es que el alumno recuerde y organice los conocimientos previos que posee sobre números racionales y poder identificar los requerimientos sobre la temática, lo cual se constituye en un puente entre lo que el estudiante ya conoce y el tema que nos ocupa, se explicó la conceptualización sobre números racionales, propiedades y el mecanismo que se ejecuta para sumar, restar, multiplicar y dividir números racionales. El trabajo se desarrolló en forma dinámica, porque eran conceptos que el estudiante ya conocía. Igualmente, se explicaron dos (2) ejercicios sobre problemas con números racionales donde el estudiante debe aplicar las cuatro etapas del método heurístico de George Polya (1989).

Actitud de los estudiantes.

Frente a la temática. Es un tema del cual los alumnos tenían conocimientos previos, se observó gran entusiasmo y una completa predisposición para el aprendizaje, la participación de los alumnos fue nutrida en lo que respecta a la reafirmación de conceptos, procedimientos algorítmicos y la aplicación a problemas matemáticos contextualizados.

Frente a los problemas de aplicación. Teniendo en cuenta el conocimiento que tiene los alumnos de las etapas del método heurístico que se aplican a la solución de este tipo de problemas, expresan un marcado interés por obtener la solución a los problemas planteados.

Como actividad complementaria para desarrollar en casa, el estudiante debe estudiar en forma detallada el primer componente de la guía, con el propósito de obtener mayor claridad y entendimiento sobre la temática.

El día martes se elaboró en forma colaborativa en grupo de tres (3) estudiantes el taller, el cual contenía: tres (3) preguntas sobre conceptualización teórica, dos (2) ejercicios algorítmicos de suma y resta de fracciones y cinco (5) problemas de aplicación utilizando las cuatro etapas del método heurístico de George Polya (1989).

Actitud del estudiante

Frente al trabajo grupal. Se observa un marcado interés colaborativo y solidario frente al trabajo, se evidencia el entusiasmo por adelantar los procedimientos en forma correcta y las preguntas que le formulan al docente orientador están encaminadas a la correcta resolución de los problemas de aplicación planteados.

Quinta sesión (Anexo F): Fecha: Agosto 1 y 2 del 2016: lunes: Hora: 08:45 a 10:25 y martes: hora: 10:40 a 12:20. Ésta sesión consta de dos (2) bloques de dos clases; es decir cuatro (4) clases de 50 minutos cada una y se distribuyó de la siguiente forma:

Actividad aplicada: Guía taller sobre ecuaciones, éste recurso se desarrolló el día lunes, el propósito de la implementación de ésta guía es que el alumno recuerde y organice los conocimientos previos que posee sobre ecuaciones y poder identificar los requerimientos sobre la temática, lo cual se constituye en un puente entre lo que el estudiante ya conoce y el tema que nos ocupa. Se procedió a explicar la conceptualización sobre ecuaciones, propiedades de las igualdades, tipos de ecuaciones, pasos para resolver una ecuación, ecuaciones lineales o de primer grado, ecuaciones equivalentes, ecuaciones con paréntesis, ecuaciones con coeficientes fraccionarios y problemas de aplicación.

Actitud del estudiante

Frente a la temática. La participación de los estudiantes fue muy activa, se evidencia una gran motivación y deseos por entender los conceptos fundamentales como requisito para una excelente aplicación. Con respecto a los procesos algorítmicos que se realizan para resolver correctamente una ecuación, quedó lo suficientemente claro, situación que pudo ser corroborada cuando voluntariamente salieron al tablero cuatro (4) estudiantes a resolver igual cantidad de ecuaciones.

Frente al trabajo grupal. La característica peculiar de los grupos que los identifica, es el sentido de la solidaridad y el trabajo colaborativo, pues los más avanzados en el conocimiento le explicaban a los otros que tenían menos claridad sobre el tema.

Frente a los problemas de aplicación. Se observó que la mayoría de los estudiantes se les dificulta la conversión del lenguaje coloquial en lenguaje matemático, es decir, la modelación matemática, sobre todo, en equivalencias tales como: el doble, el triple, la tercera parte, la mitad, etc.

Como actividad complementaria para desarrollar en casa, el estudiante debe estudiar en forma detallada el primer componente de la guía, con el propósito de obtener mayor claridad y entendimiento sobre la temática.

El día martes se elaboró en forma colaborativa el taller en grupo de tres (3) estudiantes el cual contenía: cuatro (4) preguntas sobre conceptualización teórica, dos (2) ejercicios algorítmicos donde deben resolver igual cantidad de ecuaciones y cuatro (4) problemas de aplicación utilizando las cuatro etapas del método heurístico de George Polya (1989).

Actitud del estudiante

Frente a la temática. Las preguntas que normalmente hacen los estudiantes sobre el tema disminuyeron sustancialmente, situación que evidencia claridad y entendimiento del tema sobre ecuaciones y su aplicación a problemas contextualizados. Se observa en el estudiante un marcado interés por desarrollar correctamente cada una de las etapas del método heurístico de George Polya (1989) en cada uno de los problemas, se percibe que efectivamente el alumno se empoderó del proceso de aplicación y se apropió con suficiencia sobre la temática

Sexta sesión (Anexo G): Fecha: Agosto 8 y 9 del 2016: lunes: Hora: 08:45 a 10:25 y martes: hora: 10:40 a 12:20. Ésta sesión consta de dos (2) bloques de dos clases; es decir cuatro (4) clases de 50 minutos cada una y se distribuyó de la siguiente forma

Actividad aplicada: Guía taller sobre conversión de lenguaje coloquial a lenguaje matemático (modelación matemática), éste recurso se desarrolló el día lunes, el propósito de la implementación de ésta guía es que el alumno recuerde y organice los conocimientos previos que posee sobre conversión del lenguaje coloquial o natural a lenguaje matemático y poder identificar los requerimientos sobre la temática, lo cual se constituye en un puente entre lo que el estudiante ya conoce y el tema que nos ocupa.

El día lunes se explicó la conceptualización sobre modelación matemática y una tabla amplia donde partiendo del lenguaje coloquial como: Dado un número, el duplo de un número, la mitad de un número, un número disminuido en, el anterior, el antecesor, etc., se llega hasta la equivalencia en lenguaje matemático. Partiendo de ésta explicación durante la clase se escogieron al azar doce (12) estudiantes quienes salieron al tablero a convertir una equivalencia suministrada por el docente, en el lenguaje matemático indicado.

Actitud del estudiante

Frente a la temática. Es indudable que dentro de las ecuaciones el tema que mayor dificultad presenta para el estudiante; es la modelación matemática, debido a la escasa comprensión de lo que el estudiante lee y en segunda instancia, el desconocimiento total de la existencia de algunas equivalencias, que si el estudiante se familiariza y las incorpora a sus prácticas cotidianas va a tener una completa comprensión.

Como actividad complementaria para desarrollar en casa, el estudiante debe estudiar en forma detallada el primer componente de la guía, con el propósito de obtener mayor claridad y entendimiento sobre la temática.

El día martes se elaboró el taller en forma colaborativa en grupos de tres (3) estudiantes, el cual contenía: doce (12) expresiones coloquiales para que el estudiante las convierta en lenguaje matemático, utilizando los fundamentos de la modelación ya explicados. Igualmente, contiene nueve (9) problemas de aplicación que el estudiante debe resolver aplicando el método heurístico de George Polya (1989).

Actitud del estudiante.

Frente a la temática. Los estudiantes fueron muy receptivos durante las explicaciones que el docente impartió, mostrando interés y empeño por comprender los temas explicados, por lo tanto, su actitud en cuanto a la predisposición hacia el trabajo fue total, dedicándose a desarrollar la labor encomendada.

Frente al trabajo en grupo. Se observa el sentido de la solidaridad y colaboración recíproca entre los miembros de los grupos, lo que redundó en eficiencia del trabajo que se ejecuta, por lo tanto, se genera una alta motivación y aceptan elaborar con agrado los diferentes procedimientos que se llevan a cabo.

Séptima sesión (Anexo H): Fecha: Agosto 16 del 2016: martes: hora: 10:40 a 12:20.

Actividad: Aplicación del pos-test (D), ésta sesión consta de dos (2) clases de 50 minutos cada una. El propósito de ésta actividad es conocer las habilidades y conocimientos que poseen los estudiantes del grado 7ºB en la resolución de problemas matemáticos con ecuaciones de primer grado en el conjunto de los números racionales en lo relacionado con las dieciséis (16) variables recomendadas por George Polya (1989), que en la definición de variables fueron debidamente descritas (identificación, relación, diagrama, replantear, similitud, dificultad, estructurar, vínculo, explicación, modelación, estructuración, obstáculo, comprobación, razonamiento, reutilización y justificación).

El pos-test (D) consta de dos (2) partes: La primera parte está enfocada a identificar los niveles de comprensión lectora que tiene el estudiante a través del texto “El

papiro de Rhind 1650 a.d.C. que trata sobre la trigonometría de Egipto y Babilonia, sobre todo, los hallazgos encontrados en éste documento de la antigüedad. Se evalúa mediante cinco (5) preguntas de selección múltiple con única respuesta”.

La segunda parte, contiene cinco (5) problemas de aplicación a ecuaciones en el conjunto de los números racionales, los cuales deben ser resueltos en forma individual aplicando las cuatro etapas del método heurístico de George Polya (1989).

Actitud del estudiante

Frente a la prueba final pos-test (D). Fue asumida por los estudiantes con tranquilidad, responsabilidad, motivación, optimismo y confiados que el proceso de capacitación que a lo largo de siete encuentros se desarrolló conjuntamente con el docente orientador (explicaciones, actividades evaluativas, exposiciones, estudio autónomo en casa y consultas individuales sobre la temática) fue el adecuado y necesario. Durante el desarrollo de la prueba hubo altos niveles de concentración, dedicación y entereza, con la firme convicción de responder correctamente el instrumento evaluativo.

Síntesis de la Intervención.

Se llevó a cabo durante siete sesiones de clases distribuidas de la siguiente forma:

Primera sesión: Julio 12 (Anexo N°A.1) dos (2) horas de 50 minutos cada una

Segunda sesión: Julio 18 (Anexos N° A.2 y A.3) dos (2) horas de 50 minutos cada una.

Tercera sesión: Julio 19 (Anexo N°A.4) dos (2) horas de 50 minutos cada una

Cuarta sesión: Julio 25 y 26 (Anexo N° A. 5) dos (2) bloques de dos (2) horas cada uno

Quinta sesión: Agosto 1º y 2 (Anexo N° A. 6) dos (2) bloques de dos (2) horas cada uno

Sexta sesión: Agosto 8 y 9 (Anexo N° A. 7) dos (2) bloques de dos (2) horas cada uno

Séptima sesión: Agosto 16 (Anexo N° A.8) dos (2) horas de 50 minutos cada una.

En trabajo presencial dentro del aula de clases se utilizaron veinte sesiones de clases de 50 minutos cada una, más el trabajo autónomo que el estudiante debía desarrollar en casa.

Anexo J: Resultado del pre-test (A) y pos-test (D).por estudiante.

Tabla 4-2: Resultado del pre-test (A) y pos-test (D).por estudiante

	1		2		3		4		5		6	
	Identificación		Relación		Diagrama		Replantear		Similitud		Dificultad	
	A	D	A	D	A	D	A	D	A	D	A	D
1	No	Si	Si	No	No	No	No	Si	No	No	No	No
2	No	Si	No	Si	No	No	No	Si	No	No	No	No
3	Si	Si	No	Si	No	No	No	Si	No	No	No	No
4	No	Si	Si	Si	No	Si	No	Si	No	No	No	No
5	Si	So	No	No	No	No	No	Si	No	No	No	No
6	Si	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	Si	No
7	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	No	No	Si
8	Si	Si	No	Si	No	No	No	Si	No	No	No	No
9	Si	Si	No	Si	No	No	No	Si	No	No	No	No
10	No	Si	No	Si	No	Si	No	No	No	No	No	No
11	No	Si	No	Si	No	No	No	No	No	No	No	No
12	Si	Si	No	Si	No	No	No	Si	No	No	No	No
13	Si	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si
14	Si	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si
15	No	Si	No	Si	no	No	No	No	No	No	No	No
16	Si	Si	No	Si	No	No	No	Si	No	No	No	Si
17	No	Si	No	Si	No	Si	No	Si	No	No	No	No
18	Si	Si	No	Si	No	No	No	No	No	No	No	Si
19	No	Si	No	Si	No	No	No	No	No	No	No	Si
20	Si	Si	No	Si	No	No	No	No	No	No	No	No
21	Si	Si	No	Si	No	No	No	No	No	No	No	Si
22	No	Si	No	Si	No	Si	No	No	No	Si	No	Si
23	Si	Si	No	Si	No	Si	No	No	No	Si	No	No
24	Si	Si	No	Si	No	No	No	No	No	Si	No	No
25	Si	Si	No	Si	No	No	No	No	No	Si	No	No
26	Si	No	No	No	No	Si	No	No	No	No	No	No
27	Si	Si	No	Si	No	No	No	Si	No	No	No	No
28	No	Si	No	No	No	No	No	Si	No	Si	No	No
29	No	Si	No	No	No	No	No	No	No	No	No	No
30	Si	Si	No	No	No	No	No	No	No	No	No	No
31	Si	Si	No	No	No	No	No	Si	No	No	No	No
32	Si	Si	No	No	No	No	No	Si	No	Si	No	No
33	Si	Si	No	No	No	Si	No	No	No	No	No	Si
34	Si	Si	No	No	No	No	No	No	No	No	No	No
35	No	Si	Si	Si	No	No	No	No	No	No	No	No
36	Si	Si	Si	Si	No	No	No	No	No	No	No	No
SI	23	35	3	31	0	12	0	21	0	9	1	10
SI	23	35	3	31	36	12	36	21	36	9	1	10
NO	13	1	33	5	36	24	36	15	36		35	26

[illegible]

No	No	No	No	No	No	No	Si	1	6
No	No	No	No	No	No	No	Si	0	5
No	No	No	No	No	No	No	Si	0	5
No	No	No	No	No	No	No	Si	1	6
No	No	No	No	No	Si	No	Si	1	11
No	Si	No	No	No	Si	No	Si	1	12
No	No	No	No	No	No	No	Si	0	3
No	No	No	No	No	No	No	Si	1	9
No	No	No	No	No	No	No	Si	0	7
No	No	No	No	No	No	No	Si	1	5
No	No	No	Si	No	No	No	Si	0	8
No	No	No	No	No	No	No	Si	1	2
No	No	No	No	No	No	No	Si	1	6
No	No	No	No	No	Si	No	Si	0	10
No	Si	No	Si	No	No	No	Si	1	10
No	No	No	No	No	No	No	Si	1	7
No	No	No	No	No	No	No	Si	1	7
No	No	No	No	No	No	No	No	1	0
No	No	No	No	No	No	No	Si	2	5
No	No	No	Si	No	No	No	Si	0	8

No	No	No	Si	No	No	No	Si	0	5
No	No	No	No	No	No	Si	No	2	1
No	No	No	No	No	No	No	Si	1	6
No	Si	No	No	No	No	Si	Si	2	7
No	No	No	No	No	No	No	Si	1	9
No	No	No	No	No	No	Si	Si	2	2
No	No	No	No	No	No	No	Si	0	3
No	No	No	No	No	No	No	Si	1	4
0	5	0	6	0	4	3	34		
36	31	36	30	36	32	33	2		

Análisis tabla 4-2.

Evidencia el número de estudiantes de la población objetivo que en el pre-test (A) y en el pos-test (D), durante la resolución de los problemas matemáticos con ecuaciones en el conjunto de los números racionales, utilizaron positivamente alguno(s) de los dieciséis (16) ítems que George Polya (1989) considera de fundamental importancia en la aplicación de las cuatro etapas del método heurístico. La utilización positiva de los estudiantes en el pre-test (A) fue muy limitada, se destaca las variables: Identificación con veintitrés intervenciones (23), relación con tres (3) intervenciones y justificación con tres (3) intervenciones. Por su parte, en el pos-test (D) se resalta la activación de los dieciséis ítems, hecho que para el proceso es de vital importancia, porque implica la apropiación del método.

Anexo K: Desarrollo de la guía de la UEPS.



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

MAESTRÍA EN LA ENSEÑANZA DE LAS CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES PROYECTO PLANTEAMIENTO Y RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS EN LA ECUACIÓN LINEAL CON UNA INCÓGNITA EN EL CONJUNTO DE LOS NÚMEROS RACIONALES

OBJETIVO: Instruir a los estudiantes de la población objetivo en los temas centrales de la intervención, como los siguientes: Historia de las ecuaciones, concepto de ecuación, clases de ecuaciones, pasos para resolver una ecuación, ecuaciones lineales de primer grado, ecuaciones equivalentes, ecuaciones con paréntesis, ecuaciones con coeficientes fraccionarios, método para resolver ecuaciones con coeficiente fraccionario sacando el mínimo común múltiplo, método para resolver ecuaciones fraccionarias multiplicación cruzada, modelación matemática, aplicación del método de George Polya (1989)

Desarrollo de la UEPS

Introducción

¿Qué aprender? Ecuaciones de primer grado con una incógnita. **¿Por qué aprender a resolver ecuaciones?** Las ecuaciones matemáticas, ayudan a desarrollar la capacidad creativa del intelecto y contribuyen a resolver los problemas de la vida cotidiana con una mayor celeridad y objetividad. **¿Cómo**

aprender a resolver ecuaciones? Inicialmente se parte del análisis histórico sobre el origen y evolución de las ecuaciones, seguidamente se procede a explicar la conceptualización de los fundamentos sobre ecuaciones lineales y racionales, enfatizando en los procedimientos algorítmicos y finalmente se plantea la aplicación a problemas contextualizados sobre situaciones cotidianas, aplicando las cuatro etapas del método heurístico de George Polya (1989). **¿Para qué aprender a resolver ecuaciones?** Permite desarrollar en el estudiante la capacidad y autonomía para resolver su propios problemas, despierta la creatividad en el estudiante y los incentiva a implementar estrategias tanto informales como de sentido común en su vida cotidiana, desarrolla la capacidad de análisis para poder estructurar y organizar la información que tiene disponible, adquiere la capacidad para convertir lenguaje natural en lenguaje matemático.

Historia de las ecuaciones

Desde el siglo XVII antes de Cristo los matemáticos de Mesopotamia y de Babilonia ya sabían resolver ecuaciones. En el siglo XVI antes de Cristo los egipcios desarrollaron un álgebra muy elemental que usaron para resolver problemas cotidianos que tenían que ver con la repartición de víveres, de cosechas y de materiales. Ya para entonces tenían un método para resolver ecuaciones de primer grado que se llamaba el "método de la falsa posición". No tenían notación simbólica pero utilizaron el jeroglífico hau (que quiere decir montón o pila) para designar la incógnita. Alrededor del siglo I después Cristo los matemáticos chinos escribieron el libro Jiu zhang suan shu (que significa El Arte del cálculo), en el que plantearon diversos métodos para resolver ecuaciones.

En el siglo III el matemático griego Diofanto de Alejandría publicó su aritmética en la cual, por primera vez en la historia de las matemáticas griegas, se trataron de una forma rigurosa las ecuaciones de primer grado. Introdujo un simbolismo algebraico muy elemental al designar la incógnita con un signo que es la primera sílaba de la palabra griega arithmos, que significa número. Los problemas de álgebra que propuso prepararon el terreno de lo que siglos más tarde sería "la teoría de ecuaciones".

El planteamiento de ecuaciones en matemáticas responde a la necesidad de expresar simbólicamente los problemas y los pensamientos. Sobre la vida de Diophante aparece en los siglos V o VI un epigrama algebraico que constituye una ecuación lineal, propuesto por un discípulo de Diofanto para explicar datos de la vida de este sabio griego.

En 1557 el matemático inglés Robert Recorde inventó el símbolo de la igualdad, =. En 1591 el matemático francés François Viète desarrolló una notación algebraica muy cómoda, representaba las incógnitas con vocales y las constantes con consonantes. La forma de escribir y resolver las ecuaciones es bastante moderna, pero el origen de los problemas matemáticos y de las ecuaciones es antiquísimo.

Arqueólogos, historiadores y matemáticos, formando equipos de trabajo, estudiaron a las civilizaciones más antiguas y descubrieron como era el pensamiento matemático de cada una de ellas.

La primera fase, que comprende el periodo de 1700 a. de C. a 1700 d. de C., se caracterizó por la invención gradual de símbolos y la resolución de ecuaciones. La introducción de la notación simbólica asociada a Viète (1540-1603), marca el inicio de una nueva etapa en la cual Descartes (1596-1650) contribuye de forma importante al desarrollo de dicha notación. En este momento, el álgebra se convierte en la ciencia de los cálculos simbólicos y de las ecuaciones.

Posteriormente, Euler (1707-1783) la define como la teoría de los "cálculos con cantidades de distintas clases" (cálculos con números racionales enteros, fracciones ordinarias, raíces cuadradas y cúbicas, progresiones y todo tipo de ecuaciones). Para llegar al actual proceso de resolución de la ecuación $ax + b = c$ han pasado más de 3.000 años. Las ecuaciones más utilizadas por los egipcios eran de la forma: $x + ax = b$ $x + ax + bx = 0$ Donde a, b y c eran números conocidos y x la incógnita que ellos denominaban aha o montón. Una ecuación lineal que aparece en el papiro de Rhind responde al problema siguiente: "Un montón y un séptimo del mismo es igual a 24". En notación moderna, la ecuación será: $x + \frac{1}{7}x = 24$

La solución la obtenía por un método que hoy conocemos con el nombre de "método de la falsa posición" o "regula falsi". Consiste en tomar un valor concreto para la incógnita, probamos y si se verifica la igualdad ya tenemos la solución, si no, mediante cálculos obtendremos la solución exacta.

Generalmente, el cálculo de la solución correcta no era tan fácil como en este caso e implicaba numerosas operaciones con fracciones unitarias (fracciones con numerador la unidad), cuyo uso dominaban los egipcios. Los babilonios (el mayor número de documentos corresponde al periodo 600 a. de C. a 300 d. de C.) casi no le prestaron atención a las ecuaciones lineales, quizás por considerarlas demasiado elementales, y trabajaron más los sistemas de ecuaciones lineales y las ecuaciones de segundo grado. Entre las pocas que aparecen, tenemos la ecuación $5x = 8$. En las tablas en base sexagesimal hallaban el reciproco de cinco que era $12/60$ y en la tabla de multiplicar por 8, encontramos $8 \times 12/60 = 1 \frac{36}{60}$

Posteriormente, Brahmagupta (siglo VII) expresa, ya de forma sincopada, como resolver ecuaciones lineales. La incógnita la representaba por la abreviatura ya, y las operaciones con la primera silaba de las palabras.

Video historia de las ecuaciones

<https://www.youtube.com/watch?v=6AOaT2DOoHg>

Concepto de ecuación

Una ecuación es una igualdad entre dos expresiones algebraicas que contiene letras que se llaman variables y números que se llaman términos independientes y sólo se cumple para el valor de la incógnita. Si el exponente de la variable es 1 se llama de primer grado o lineal con una incógnita.

Variable  $X + 8 = 12$

En una ecuación, la expresión algebraica del lado izquierdo del signo igual se llama primer miembro la del lado derecho se llama segundo miembro

$$\frac{3X}{2} + 4 = 6X - 3$$

La resolución de una ecuación lineal con una incógnita es un procedimiento que se basa, fundamentalmente, en la propiedad de la igualdad que establece que: Si a los miembros de una igualdad se realizan las mismas operaciones, se obtiene una nueva igualdad. Esta propiedad permite dar un enunciado que simplifica su aplicación. Cualquier término o factor de un miembro en una igualdad puede pasar al otro miembro si se cambia en la operación contraria a la que realizaba.

Clases de ecuaciones

Las ecuaciones pueden ser clasificadas desde diferentes puntos de vista, como a continuación se expresa:

Desde el punto de vista de la parte literal se clasifican en:

- a) **Numérica:** Se presenta cuando en la ecuación sólo aparecen las letras de las incógnitas. Ejemplo: $2m + 5 = 9m - 6$, es una ecuación numérica, dado que la única letra que aparece es la m que representa la variable.
- b) **Literal:** Se presenta, cuando en la ecuación además de las variables, aparecen otras letras las cuales representan cantidades conocidas. Ejemplo: $9x - 2c = 2a + 5x$, es una ecuación literal, porque además de la variable x , aparecen otras letras las cuales representan cantidades conocidas.

Desde el punto de vista de la presentación de la variable se clasifican en:

- a) **Enteras:** Son ecuaciones en las cuales ninguno de sus términos tiene denominador. Ejemplo: $2y - 3 = 20$, es una ecuación entera.
- b) **Fraccionarias:** Son ecuaciones en donde algunos o todos sus términos tienen denominador. Ejemplo: $\frac{3x}{4} + 5x + \frac{2x}{5} = 8$, es una ecuación fraccionaria.

- c) **Racional:** Son ecuaciones en las cuales las incógnitas no tienen raíces cuadradas o cúbicas. Ejemplo: $\frac{3}{x+1} - \frac{2}{4} = \frac{4}{2x+2}$, es una ecuación racional.
- d) **Irracional:** Son ecuaciones en las cuales las incógnitas aparecen dentro de un radical. Ejemplo: $\sqrt{x+20} - \sqrt{x} = 2$, es una ecuación irracional.

Desde el punto de vista del exponente, se clasifican en:

- a) **Lineales:** Son ecuaciones donde el exponente de la variable o incógnita se encuentra elevada a la 1. Se les denomina lineales porque al graficar la ecuación se obtiene una línea recta. Ejemplo: $8x - 4 = 4x + 6$, es una ecuación lineal con una sola variables. $12x - 8y = 4$, una ecuación lineal con dos variables x, y .
- b) **Cuadráticas:** Son ecuaciones en las cuales la variable o incógnita se encuentra elevada al exponente 2. Cuando se grafica se obtiene una parábola. Ejemplo: $x^2 - 5x - 3 = 0$, es una ecuación cuadrática porque la variable x se encuentra elevada al exponente 2.
- c) **Cúbicas:** Son ecuaciones en las cuales la variable o incógnita se encuentra elevada a la 3. Ejemplo: $5x^3 - 4x + 8 = 5$, es una ecuación cubica o de tercer grado.

Para las ecuaciones de grado 4, 5, 6, se denominan de grado superior o se nombran mencionando el grado que posean.

Desde el punto de vista del número de variables o incógnitas, se clasifican en:

- a) **De una sola variable:** Como su nombre lo indica, son aquellas ecuaciones que tienen una sola cantidad desconocida. Ejemplo: $4x^2 + 2 = 0$, es de una sola variable.
- b) **De dos o más variables:** Son ecuaciones que cuentan con dos o más términos desconocidos, incógnitas o variables. Ejemplo: $5x + 4y + 2 = 0$, es una ecuación de dos variables.

Propiedades de las ecuaciones

Las tres propiedades más importantes de la igualdad se resumen en una estructura matemática que se conoce como relación de equivalencia.

Propiedad reflexiva: $a = a$. Ejemplo: $5 = 5$

Propiedad simétrica: Si $a=b$, entonces $b=a$ Ejemplo: Si $x=2$, entonces $2=X$

Propiedad transitiva: Si $a=b$, $b=c$, entonces $a=c$ Ejemplo: Si $x=2$ y $2=w$, entonces $x=w$

Pasos para resolver una ecuación

Resolver una ecuación consiste en hallar el valor de la variable o incógnita que satisface la ecuación.

1. Se reducen términos semejantes cuando es posible
2. Se hace transposición de términos. Si está sumando de un miembro a otro se le cambia de signo, es decir, pasa a restar y si está restando pasa a sumar. Cuando está multiplicando pasa a dividir, pero con el mismo signo y si está dividiendo, pasa a multiplicar pero con el mismo signo.
3. Se reducen términos semejantes hasta donde sea posible
4. Se despeja la incógnita dividiendo ambos miembros de la ecuación y se simplifica
5. Se comprueba que la solución obtenida satisface la ecuación o la situación problemática.

Ejemplo: Resolver

$$\begin{array}{ll} \frac{4x+8}{2} = x - 3 & \text{Lo que divide pasa a multiplicar} \\ 4x + 8 = 2(x - 3) & \text{Lo que suma pasa a restar} \\ 4x = 2(x - 3) - 8 & \text{Se multiplica lo que está en paréntesis} \\ 4x = 2x - 14 & \text{Se pasa al otro miembro } 2x \text{ a restar} \\ 4x = 2x - 6 - 8 & \text{Se suman los números negativos} \\ 4x - 2x = -14 & \\ 2x = -14 & \text{El 2 que está multiplicando pasa a dividir} \end{array}$$

$$x = -\frac{14}{2} \text{ entonces } x = -7$$

Ecuaciones lineales o de primer grado

DEFINICIÓN: Una ecuación de primer grado es una expresión que se puede reducir a la forma $ax + b = 0$, siendo $a \neq 0$, donde la incógnita aparece elevada al exponente

1. Tiene una única solución: $x = -\frac{b}{a}$. Existen expresiones que parecen ecuaciones de primer grado y que, sin embargo, no tienen solución o tienen infinitas soluciones:

- $3x - 5 = 3(x + 1) \Rightarrow 0x = 8 \Rightarrow$ No tiene solución.
- $3x - 5 = 3(x - 2) + 1 \Rightarrow 0x = 0 \Rightarrow$ Tiene infinitas soluciones realmente, estas igualdades no son ecuaciones, pues carecen del término en x . Sin embargo, puesto que antes de simplificar no sabemos en qué van a quedar, las trataremos como ecuaciones.

Ejemplo: Resolver la siguiente ecuación lineal: $4 + 5(x + 2) = -26 + 2(x + 1)$:

$$4 + 5(x + 2) = -26 + 2(x + 1)$$

$$4 + 10x + 10 = -26 + 2x + 2$$

$$10x - 2x = -26 - 14$$

$$8x = -40$$

$$x = \frac{-40}{8}$$

$$x = -5$$

Resolver cada una de las siguientes ecuaciones.

1	$3x + 7 = 21$	2	$5 - (2x - 3) = 4(x - 1)$	3	$28 = x - 12$
4	$4 - 2(x - 1) = 3(2 - x) - 10$	5	$-42x + 5 = 16$	6	$x + 2(3x + 1) = (x - 2)$
7	$2 + x + 85 = 175$	8	$-12 + 7x = 3x$	9	$2(x + 1) - 3(x + 3) = -12$
10	$2x + 85 = 175$	11	$2y + 19 = 25$	12	$4x - 5 - 5x = 8 - 6x - 13$
13	$8m + 7 = 33$	14	$6n - 2 - 4n + 8 - n = 0$	15	$3(x - 9) - 4 = 2x - 7$
16	$2y - 7 = 3y - 8$	17	$3x = 4 + 2x$	18	$19x - 15 = 33x + 13$
19	$12x = x - 8$	20	$6 + 3x - 6 = x + 4 - 6$	21	$11x = 10x - 6$
22	$3x = 4x - 5$	23	$-5x = 7 + 6x$	24	$10x - 40 - 8x = -4x + 320$
25	$9x = 8x - 13$	26	$25y - 120 + 15y = 480 - 10y$	27	$15 - (2x - 3) = 4(x - 11)$

Videos Ecuaciones lineales

<https://www.youtube.com/watch?v=Zg83jW493kc>

<https://www.youtube.com/watch?v=jS3ljeR1b0Q>

<https://www.youtube.com/watch?v=6T8JCfFAHU4>

<https://www.youtube.com/watch?v=rsBTqzqxjw>

<https://www.youtube.com/watch?v=rsBTqzqxjw>

<https://www.youtube.com/watch?v=MkVzAHEHbbA>

Ecuaciones equivalentes

Dos ecuaciones son equivalentes si tienen la misma solución o ambas carecen de solución.

Para resolver una ecuación, se debe despejar la x mediante una serie de pasos. Cada paso consiste en transformar la ecuación en otra equivalente en la que la x esté más próxima a ser despejada:

Transformación Sumar o restar la misma expresión en los dos miembros de la igualdad. Multiplicar o dividir los dos miembros por el mismo número distinto de cero.

Ejemplo: Las ecuaciones $3y - 3 = 2y + 2$ y $y - 3 = 2$ son equivalentes:

$$3y - 3 = 2y + 2$$

$$3y - 2y = 2 + 3$$

$$y = 5$$

$$y - 3 = 2$$

$$y = 2 + 3$$

$$y = 5$$

Son ecuaciones equivalentes, porque tienen la misma solución.

Ejemplo: Partiendo de las dos ecuaciones siguientes que son equivalentes, diseñar cinco ecuaciones que sean equivalentes: $x + 2 = 8$ y $2x + 4 = 16$.

Video Ecuaciones equivalentes

https://www.youtube.com/watch?v=0WsKFK_6ybA

Ecuaciones con paréntesis

Regla práctica

Lo que está sumando en un miembro pasa restando al otro miembro. Y viceversa. Lo que está multiplicando a todo lo demás de un miembro pasa dividiendo a todo lo demás del otro. Y viceversa.

- Quitar paréntesis, si los hay.
- Quitar denominadores, si los hay. (Hallar m.c.m)

- Pasar los términos en x a un miembro y los números al otro miembro.
- Simplificar cada miembro.
- Despejar la x . Se obtiene, así, la solución.
- Comprobación: Sustituir la solución en cada miembro de la ecuación inicial para comprobar que coinciden los resultados.

Las ecuaciones con paréntesis, las resolvemos aplicando la propiedad distributiva.

Ejemplo:

$$3x - 4(x - 2) = 7 + 5(x + 5)$$

$$3x - 4x + 8 = 7 + 5x + 25$$

$$3x - 4x - 5x = 7 + 25 - 8$$

$$-6x = 24$$

$$x = \frac{24}{-6}$$

$$x = -4$$

Resolver las siguientes ecuaciones con paréntesis:

- $15x - 10 = 6x - (x + 2) + (-x + 3)$
- $(5 - 3x) - (4x + 6) = (8x + 11) - (3x - 6)$
- $3x - (2x - 1) = 7x - (3 - 5x) + (-x + 24)$
- $x - (2x + 1) = 8 - (3x + 3)$
- $3x - 5x - (x + 3) = 8x + (-5x - 9)$
- $x - 5 - 3x - (5x - 6 - x) = -3$
- $9x - 5x - 1 - (2 + 8x - 7x + 5) + 9x = 0$
- $10(x - 9) - 9(5 - 6x) = 2(4x - 1) + 5(1 + 2x)$
- $2x + 5(x + 2) = 8(x + 1) - 3$
- $2y + 3(y + 4) = 5 - 8y + (6 - 20y)$

Videos ecuaciones con paréntesis

<https://www.youtube.com/watch?v=ISXlyhzynPs>

<https://www.youtube.com/watch?v=20AK0yrlPqk>

<https://www.youtube.com/watch?v=niAVy2gG4q8>

Ecuaciones con coeficientes fraccionarios

Una ecuación con coeficiente fraccionario se resuelve multiplicando ambos miembros de ésta por el mínimo común múltiplo de los denominadores. Luego procedemos como ecuaciones enteras.

Ejemplo: La tercera parte de un ángulo sumado con 9° es igual a la quinta parte del mismo ángulo sumado en 11°. ¿Cuál es el valor del ángulo?

$$\begin{aligned}\frac{x}{3} + 9 &= \frac{x}{5} + 11 \quad \text{m. c. m. es 15} \\ 5x + 135 &= 3x + 165 \\ 5x - 3x &= 165 - 135 \\ 2x &= 30 \\ x &= \frac{30}{2}\end{aligned}$$

Método para resolver ecuaciones con coeficientes fraccionarios sacando el mínimo común múltiplo.

El procedimiento es el siguiente:

- Se saca el m.c.m a los denominadores mediante división sucesiva de todos los denominadores.
- Se divide por cada uno de los denominadores y se multiplica por el numerador
- Se reducen los términos semejantes si los hay
- Se efectúa la transposición de términos
- Se despeja la variable o incógnita
- Se comprueba el resultado.

Ejemplo: Resolver la siguiente ecuación: $\frac{6x}{3} - \frac{2x}{4} = \frac{3x}{2} + \frac{9}{36}$

$$\begin{aligned}\frac{6x}{3} - \frac{2x}{4} &= \frac{3x}{2} + \frac{9}{36} \quad \text{Saco el m. c. m.} = 12 \\ 24x - 6x &= -18x + 36 \\ 24x - 6x + 18x &= 36\end{aligned}$$

$$x = \frac{36}{36}$$

$$x = 1$$

Resolver las siguientes ecuaciones fraccionarias

- | | |
|--|---|
| a. $\frac{x}{6} + 5 = \frac{1}{3} - x$ | g. $x - \frac{5x-1}{3} = 4x - \frac{3}{5}$ |
| b. $\frac{3x}{5} - \frac{2x}{3} + \frac{1}{5} = 0$ | h. $10x - \frac{8x-3}{4} = 2(x-3)$ |
| c. $\frac{3x}{4} - \frac{1}{5} + 2x = \frac{5}{4} - \frac{3x}{20}$ | i. $\frac{x-3}{3} - \frac{x-3}{4} = \frac{x-4}{5}$ |
| d. $\frac{x}{2} + 2 - \frac{x}{12} = \frac{x}{6} - \frac{5}{4}$ | j. $x - (5x-1) - \frac{7-5x}{10} = 1$ |
| e. $\frac{x-4}{3} - 5 = 0$ | k. $3x - \frac{2x}{5} = \frac{x}{10} - \frac{7}{4}$ |
| f. $x - \frac{x+2}{12} = \frac{5x}{2}$ | l. $4 - \frac{10x+1}{6} = 4x - \frac{16x+3}{4}$ |

Videos ecuaciones con coeficientes fraccionarios (m.c.m.)

<https://www.youtube.com/watch?v=AsZAqOhFQZM>

<https://www.youtube.com/watch?v=R5gBf9GDSHA>

Método para resolver ecuaciones con coeficientes fraccionarios multiplicación cruzada.

El procedimiento es el siguiente:

La solución de este tipo de ecuaciones se presenta cuando la ecuación es el resultado de la igualdad de dos razones de la siguiente forma: $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$, donde se establece que $a \times d = b \times c$, es decir que el producto de los medios es igual al producto de los extremos. En otras palabras, el denominador del primer miembro se multiplica por el numerador del segundo miembro y el denominador del segundo miembro se multiplica por el numerador del primer miembro, de la siguiente forma:

Resolver la siguiente ecuación: $\frac{2}{4x-1} = \frac{3}{4x+1}$

$$\frac{2}{4x-1} = \frac{3}{4x+1}$$

$$2(4x+1) = 3(4x-1)$$

$$8x+2 = 12x-3$$

$$8x - 12x = -3 - 2$$

$$-4x = -5$$

$$x = \frac{-5}{-4}$$

$$x = \frac{5}{4}$$

Resolver las siguientes ecuaciones:

- a. $\frac{4x-8}{12} = \frac{3+10x}{10}$
- b. $\frac{9y+3y}{2} = \frac{2y+14}{3}$
- c. $\frac{6x-4}{5} = \frac{8x+3}{3}$
- d. $\frac{10}{2x+3} = \frac{5}{4x+2}$
- e. $\frac{5x+8}{6} = \frac{3x+4}{10}$

Videos ecuaciones con coeficientes fraccionarios multiplicación cruzada

<https://www.youtube.com/watch?v=G6zZ60vfpUQ>

<https://www.youtube.com/watch?v=JdbGJwuMK70>

<https://www.youtube.com/watch?v=dDxLkkLIW/c>

La modelación matemática

La modelación matemática es un proceso que se encarga de establecer vínculos o describir relaciones entre el mundo real y las matemáticas. Teniendo en cuenta que dentro de la resolución de problemas llega el instante donde éste debe tener una representación matemática, es allí donde se establece un estrecho vínculo entre modelación y resolución de problemas, diría que son temas incluyentes.

En la resolución de problemas matemáticos, la conversión del lenguaje común a términos matemáticos, es uno de los aspectos que ofrece mayor dificultad, sin embargo, el estudiante puede perfeccionar ésta habilidad a través de la práctica y experiencia.

En el contexto del mundo contemporáneo se requiere que el conocimiento de la actividad matemática escolar se utilice más allá del entorno escolar y se pueda

adaptar a situaciones de la cotidianidad, que puedan servir como fundamento para tomar decisiones, formular hipótesis, establecer conjeturas, etc. Es precisamente dentro del desarrollo del pensamiento matemático; donde la modelación y la resolución de problemas adquieren trascendencia, pues son actividades complementarias dentro de un proceso, y se fundamenta en los siguientes aspectos:

La dinámica del desarrollo tecnológico ha socavado todas las estructuras sociales, por lo tanto, la modelación hoy en día responde a las exigencias que hoy en día hace el individuo, con el propósito de insertarse de manera eficiente en el ámbito productivo.

Cuando dentro de su cotidianidad el individuo se enfrenta a situaciones problemáticas, surge la modelación como una forma de establecer los vínculos e interrelaciones que se puedan establecer entre el mundo real y las matemáticas.

Finalmente, la solución de problemas cotidianos que tienen inmerso un alto grado de estructuración, simplificación e idealización de hechos reales, una vez son analizados, deben ser matematizados, y como resultado debe surgir el modelo matemático que debe responder a las condiciones iniciales específicas del problema.

Videos sobre modelación matemática:

<https://www.youtube.com/watch?v=Nyr-itSbzJg>

<https://www.youtube.com/watch?v=ZvYQlc4LcDE>

Conversión de lenguaje coloquial a lenguaje matemático

Para afrontar con suficiencia la resolución de problemas matemáticos, una de las mayores dificultades que afrontan los estudiantes es convertir el lenguaje natural o cotidiano en lenguaje simbólico y viceversa. Cuando se plantean los problemas de aplicación matemática donde el estudiante debe proponer un modelo de solución, es necesario hacer uso de conocimientos básicos de otras áreas, como el relacionado con la comprensión lectora, lo cual es fundamental para el éxito en la

solución final del problema, sin embargo, la habilidad se va adquiriendo en la medida que el estudiante intensifique en la práctica.

A continuación se presenta una tabla, que le proporciona al estudiante los fundamentos necesarios para hacer las diversas conversiones.

Tabla 3-1: Conversión de lenguaje coloquial a lenguaje matemático

Lenguaje Coloquial	Lenguaje Matemático
Dado un número	x
El duplo de un número, el doble de un número	$2x$
La mitad d un número	$\frac{1}{2}x, \frac{x}{2} \quad x:2$
Un número disminuido en:	$x - \dots$
El anterior o el antecesor de un número	$x - 1$
El siguiente, el consecuente o el sucesor de un número	$x + 1$
El opuesto de un número	$-x$
Números consecutivos	$x; x + 1, \quad x + 2, \quad x + 3, \dots$
Un número par	$2x$
Números pares consecutivos	$2x; 2x + 2, \quad 2x + 4, 2x + 6, \dots$
Números Impares consecutivos	$2x + 1, \quad 2x + 3; 2x + 5; 2x + 7, \dots$
El triple de un número	$3x$
El cuádruplo de un número	$4x$
El tercio o tercera parte de un número	$\frac{1}{3}x; \frac{x}{3}, \quad x : 3$
La cuarta parte de un número	$\frac{1}{4}x; \frac{x}{4}; \quad x : 4$
La quinta parte de un número	$\frac{1}{5}x; \frac{x}{5} \quad x : 5$
El cuadrado de un número	x^2
El cubo de un número	x^3
El cuadrado del siguiente de un número	$(x + 1)^2$
El cubo del siguiente de un número	$(x + 1)^3$
La raíz cuadrada de un número	\sqrt{x}

La raíz cúbica de un número	$\sqrt[3]{x}$
La razón entre dos números: División	$\frac{x}{y}; x : y$
La diferencia entre dos números: Diferencia	$x - y$
El doble de un número, aumentado en la mitad del mismo número	$2x + \frac{x}{2}$
El doble de a , aumentado en b .	$2a + b$
El doble de a aumentado en b	$2(a + b)$
La mitad de a , más el triple de b	$\frac{a}{2} + 3b$
El doble del cuadrado de a	$2a^2$
El cuadrado del doble de a	$(2a)^2$
La cuarta parte del triple del cuadrado de b	$\frac{(3b^2)}{4}$
El triple de la cuarta parte del cuadrado de b	$3(\frac{b^2}{4})$
El cuadrado, la cuarta parte del triple de b	$(\frac{3b}{4})^2$
La diferencia entre el quíntuple de x y la mitad de algo.	$(5x) - (\frac{y}{2})$
La suma de tres números pares consecutivos	$(2x) + (2x + 2) + (2x + 4)$
La semisuma entre a y b	$\frac{a + b}{2}$
La semiresta entre a y b	$\frac{a - b}{2}$
El producto entre un número y su antecesor	$a.(a - 1)$
El producto de un número y su sucesor	$a.(a + 1)$
El triple de un número, equivale al doble del mismo número, aumentado en 15	$3x = 2x + 15$
La suma de los cuadrados de tres números consecutivos	$(x^2) + (x + 1)^2 + (x + 2)^2$
El volumen de un cubo de arista $2a - 1$	$V = (2a - 1)^3$
La cuarta parte del producto entre el cuadrado de a y el cuadrado de b	$\frac{(a^2xb^3)}{4}$

Convertir de lenguaje natural a lenguaje matemático las siguientes expresiones

- a. El doble de cierto número
- b. Un número aumentado en 5
- c. Un número disminuido en b
- d. a veces un número X
- e. Tres números enteros consecutivos
- f. Dos números cuya suma sea 30
- g. El mayor de dos números es siete unidades más que el menor
- h. Cuatro más que el doble de cierto número
- i. Tres veces un número excede en 15 a dos veces el mismo número
- j. Cinco veces C más tres veces X menos siete
- k. Nueve veces X disminuido en 5
- l. X multiplicado a veces
- m. El doble de X más a

Videos de conversión del lenguaje coloquial al lenguaje matemático

<https://www.youtube.com/watch?v=fGKwLzWgSg4>

<https://www.youtube.com/watch?v=zut8H1BaoFU>

<https://www.youtube.com/watch?v=zut8H1BaoFU>

<https://www.youtube.com/watch?v=f9pJonMSxq4>

<https://www.youtube.com/watch?v=EYG1XvNUZF0>

http://quiz.uprm.edu/tutorial_es/sle_verb/sle_home.html

Resolución y planteamiento de problemas que conducen a ecuaciones

La solución de problemas es precisamente la esencia de las matemáticas, que le posibilita al estudiante reflexionar sobre su proceso de pensamiento, adquirir confianza en sí mismo, prepararse para afrontar otros problemas de la vida cotidiana o de otras ciencias, despierta la creatividad en el estudiante y los impulsa a emplear estrategias informales y de sentido común.

Planteamiento y resolución de problemas que conducen a ecuaciones

La resolución y el planteamiento de problemas: La actividad de resolver problemas ha sido considerada como un elemento importante en el desarrollo de las matemáticas y en el estudio del conocimiento matemático. En diferentes propuestas curriculares recientes se afirma que la resolución de problemas debe ser eje central del currículo de matemáticas, y como tal, debe ser un objeto primario de enseñanza y parte integral de la actividad matemática.

En la medida en que los estudiantes van resolviendo problemas van ganando confianza en el uso de las matemáticas, van desarrollando una mente inquisitiva y perseverante, van aumentando su capacidad de comunicarse matemáticamente y su capacidad para utilizar procesos de pensamiento de más alto nivel. Para contribuir al cumplimiento de este fin, se debe lograr una vinculación del contenido de los programas con el contexto que rodea al alumno; con los programas educativos, con los problemas cotidianos que confrontamos y con el conocimiento del acontecer nacional e internacional; propiciando de esta forma un aprendizaje vivencial.

Método heurístico de George Polya (1989)

Para resolver éste tipo de problemas se recomienda aplicar el método heurístico de George Polya (1989), que contiene cuatro etapas:

1. Entender el problema. La comprensión del problema, pasa por una correcta interpretación del enunciado, el cual suele constar de una o varias preguntas, que suministran información, tales como:

- ¿Entiendes todo lo que dice?
- ¿Puedes replantear el problema en tus propias palabras?
- ¿Distingues cuáles son los datos?
- ¿Sabes a qué quieres llegar?
- ¿Hay suficiente información?

- ¿Hay información extraña?
- ¿Es este problema similar a algún otro que hayas resuelto antes?

El proceso de resolución del problema se inicia necesariamente con una adecuada comprensión de la situación problemática. Es preciso que el estudiante llegue a tener muy claro de qué se está hablando, qué es lo que se quiere conocer, cuál es la información o los datos con que se cuenta. Dado que la mayoría de los problemas se plantean en forma escrita, la comprensión lectora se constituye en un elemento crítico y sustancial, que le ayudarán en última instancia a encontrar la solución.

2. Configurar un plan mediante el uso de algunas de las siguientes técnicas. Esto significa comprender cómo se va a hacer, utilizando algunas de las siguientes estrategias:

- Ensayo error ☐ Usar análisis Usar una variable dimensional
- Buscar un patrón ☐ Identificar sub-metas
- Hacer una lista ☐ Usar coordenadas
- Resolver un problema ☐ Usar simetría similar más simple
- Hacer una figura
- Hacer un diagrama
- Usar razonamiento directo
- Usar razonamiento indirecto
- Usar las propiedades de los números
- Resolver un problema equivalente
- Trabajar hacia atrás
- Usar casos
- Resolver una ecuación
- Buscar una fórmula
- Usar un modelo

Comprende la búsqueda de una estrategia para la resolución del problema. En éste caso, debe relacionar los datos que posee y la información que se desea obtener

con la pregunta que desea responder. Igualmente es preciso escoger las herramientas matemáticas que puede usar para resolver el problema.

3. Ejecutar el plan. Implementar la o las técnicas seleccionadas hasta solucionar completamente el problema o hasta que la misma acción sugiera tomar un nuevo curso, tomarse un tiempo razonable para solucionar el problema. Si no tiene éxito, solicitar una sugerencia o dejar el problema a un lado por un momento, no tengas miedo de volver a empezar. Suele suceder que un comienzo fresco o una nueva estrategia conduce al éxito.

Esta etapa consiste en llevar a cabo las operaciones matemáticas en pos del resultado o respuesta que se busca. En ésta etapa es muy importante los conocimientos previos a cerca del tema, las habilidades y conocimientos de las herramientas matemáticas que el estudiante posee. El saber hacer en matemáticas, se relaciona con la habilidad para resolver problemas, de encontrar pruebas, de criticar argumentos, de usar el lenguaje propio de esta disciplina con cierta fluidez, de reconocer conceptos matemáticos en situaciones concretas. La habilidad para resolver problemas es considerada básica, ya que con ésta los estudiantes deben aprender a lo largo de sus vidas.

Mirar hacia atrás. En ésta etapa ya se ha llegado a la solución del problema, por ello es aquí donde se inicia la revisión analítica de todas las etapas anteriores, verificando si se ha elegido el camino correcto. También comprende el análisis de la aplicación de las herramientas y si los métodos de solución han sido los apropiados, tratando de proyectarlos a otros momentos de la vida real, es decir, a situaciones no matemáticas. En ésta etapa, más que el resultado mismo, lo que importa es el camino que se ha seguido para llegar a éste. Es importante entonces, hacerse el siguiente cuestionamiento:

- ¿Es tu solución correcta?
- ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
- ¿Adviertes una solución más sencilla?
- ¿Puedes ver como extender tu solución a un caso más general?

La resolución del problema es una actividad primordial en la clase de matemáticas, no es únicamente un objetivo general a conseguir, sino que además es un instrumento pedagógico de primer orden.

Para efectos de explicar el procedimiento se plantea un problema en donde se aplican las cuatro etapas:

Ejemplo: Juan nació cuando su mamá tenía 28 años. Actualmente, la edad de la mamá de Juan es el triple que la de éste. ¿Cuántos años tiene Juan?

Primera etapa: Entender el problema

En ésta primera etapa, se lee detenidamente el problema hasta que se comprenda completamente teniendo claro los siguientes aspectos:

- Identificar la incógnita
- Identificar y extraer los datos que plantea el problema
- Identificar las condiciones del problema

Segunda Etapa: Configurar un plan

Esto significa comprender lo que se va a hacer, relacionar los datos que posee y la información que se desea obtener, escoger las herramientas matemáticas que puedes usar para resolver el problema. Para el ejercicio que nos ocupa, debemos:

- Planteo una ecuación estableciendo una relación entre las edades
- El resultado es la edad que tiene Juan actualmente
- $3x = 28 + x$

Tercera Etapa: Ejecutar el plan

Esta etapa consiste en llevar a cabo las operaciones matemáticas en pos del resultado o respuesta que se busca.

- Resuelvo la siguiente ecuación
- $3x = 28 + x$
- $3x - x = 28$
- $2x = 28$
- $x = \frac{28}{2}$
- $x = 14$

Cuarta Etapa: Mirar hacia atrás

En ésta etapa se ha llegado a la solución del problema, or ello es aquí donde se inicia la revisión analítica de todas las etapas anteriores, verificando si se ha elegido el camino correcto. En ésta etapa más que el resultado mismo, lo que importa es el camino mismo que se ha seguido para llegar a éste. Es importante hacerse el siguiente cuestionamiento:

- ¿Es la solución correcta?
- ¿Tu respuesta satisface lo establecido en el problema?
- ¿Adviertes una solución más sencilla?
- Examinamos la solución obtenida y damos respuesta al problema

Respuesta: Juan tiene actualmente 14 años de edad

Verificamos si el resultado obtenido cumple con las condiciones iniciales planteadas en el problema:

- $3x = 28 + x$
- $3(14) = 28 + 14$
- $42 = 42$

Se comprobó que cumple con las condiciones

Video método de George Polya (1989)

<https://www.youtube.com/watch?v=919CQtH2H2w>

<https://www.youtube.com/watch?v=2Y4NCmmOfIA>

Resolver los siguientes problemas

- a. La suma de las edades de A y B es de 84 años y B tiene 8 años menos que A. Hallar las edades.
- b. El doble de lo que gana Adriana más \$300.000 es igual al triple de lo que ella gana. ¿Cuánto dinero gana Adriana?
- c. La tercera parte del total de vacas de un ganadero están enfermas, si de las que están sanas, la mitad está en cuarentena y sólo 20 están productivas. ¿El total de animales son?
- d. Un melón más medio melón pesan lo mismo que un limón más medio melón. ¿El melón pesa?

- e. En un examen de admisión de 100 preguntas. Miguel obtiene 4 puntos por cada respuesta correcta, pero pierde 2 puntos por cada respuesta errada. Si después de haber resuelto el examen obtiene 88 puntos. ¿Cuántas preguntas respondió correctamente, sabiendo que desarrolló todo el examen?
- f. En un avión de una línea aérea, los pasajeros de primera clase son $\frac{3}{4}$ de los pasajeros de clase ejecutiva; representan la séptima parte del total de pasajeros y son 126 los pasajeros que viajaban en clase comercial. ¿Cuál es la capacidad del avión?
- g. Julio dice “Si al doble de mi edad se le quitan 10 años, se obtendrá lo que me falta para tener 26 años. ¿Cuántos años le faltan a Julio para cumplir el doble de la edad que tenía hace 5 años?
- h. La suma de tres números enteros consecutivos es 156. ¿Los tres números son?
- i. Antonio tiene catorce años menos que Beatriz y ambas edades suman 56 años. ¿Qué edad tiene cada uno?
- j. La suma de tres números es 200. El mayor excede al del medio en 32 y al menor en 65. ¿Los números son?
- k. Si al triple de mi edad le aumento 7 años, tendría 100 años. ¿Qué edad tengo?
- l. Si un número se multiplica por 8 el resultado es el número aumentado en 21. ¿El número es?
- m. Gloria conoce el doble de ciudades que Alfonso, y le han gustado la cuarta parte de ellas. A Alfonso le agradan la mitad de ciudades que le gustan a Gloria, esto es 2. ¿Las ciudades que conoce Alfonso son?
- n. El triple de la suma de dos números es 63, y el número mayor es 6 veces el menor. ¿El número mayor es?
- o. Un tren salió de una ciudad a una velocidad de 50 km/hora. Tres horas más tarde salió otro del mismo punto y en la misma dirección. Si el segundo tren iba a 75 km/hora. ¿Cuánto tiempo tardó el segundo tren en alcanzar al primer tren?
- p. Un granjero lleva al mercado una cesta de huevos, con tan mala suerte que tropieza y se le rompen $\frac{2}{5}$ de la mercancía. Vuelve al gallinero y recoge

21 huevos más con lo que ahora tiene $\frac{1}{8}$ más de la cantidad inicial.
¿Cuántos huevos tenía al principio?

q. Esteban hace una travesía por el campo durante tres días. El primer día camina $\frac{1}{3}$ kilómetros del total, el segundo $\frac{2}{3}$ kilómetros de lo que le queda, el tercer día camina 8 kilómetros. ¿Cuántos kilómetros recorrió durante los tres días?

l. ¿Qué hora es si ha transcurrido del día $\frac{1}{5}$ de lo que falta por transcurrir?

m. El mayor de los números es seis veces el menor y ambos números suman 147. ¿Los números son?

n. Dividir 642 en dos partes, tales que una exceda a la otra en 36.

Video sobre solución de ecuaciones

<https://www.youtube.com/watch?v=bHo5C4aD16Y>

<https://www.youtube.com/watch?v=ssujvolVVno>

<https://www.youtube.com/watch?v=ogm6VKWdeJI>

<https://www.youtube.com/watch?v=HGliYG3KPz8>

<https://www.youtube.com/watch?v=H451pmaxe-A>

<https://www.youtube.com/watch?v=H451pmaxe-A>