1. (a) $\frac{1}{4} = 2^{-2} = (1.0 \times 2^{-2})_2$

   exponent part: $2^{10} - 1 - 2 = 2^{10} - 3 = (11\,1111\,1110)_2$

0011	1111	1101

   mantissa part:

0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

   3FD0 0000 0000 0000

   (b) $\frac{1}{3} = 0.\overline{3333} = (0.\overline{01})_2 = (1.\overline{01} \times 2^{-2})_2$

   exponent part: $2^{10} - 1 - 2 = 2^{10} - 3 = (11\,1111\,1110)_2$

0011	1111	1101

   mantissa part:

0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101

   3FD5 5555 5555 5555

   (c) $\frac{2}{3} = (0.\overline{10})_2 = (1.\overline{01} \times 2^{-1})_2$

   $\frac{2}{3} \times 2 = \frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3}$

   $\frac{1}{3} \times 2 = \frac{2}{3}$

   $\frac{2}{3} \times 2 = 1 + \frac{1}{3}$

   exponent part: $2^{10} - 1 - 1 = (1111111110)_2$

0011	1111	1110

   mantissa part:

0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101	0101

   3FE5 5555 5555 5555

   (d) $0.9 = (0.1\overline{1100})_2 = (1.\overline{1100} \times 2^{-1})_2$

   $0.9 \times 2 = 1.8 = 1 + 0.8$

   $0.8 \times 2 = 1.6 = 1 + 0.6$

   $0.6 \times 2 = 1.2 = 1 + 0.2$

   $0.2 \times 2 = 0.4$

   $0.4 \times 2 = 0.8$

   $0.8 \times 2 = 1.6 = 1 + 0.6$

   exponent part: $2^{10} - 1 - 1 = (1111111110)_2$

0011	1111	1110

   mantissa part:

1100	1100	1100	1100	1100	1100	1100	1100	1100	1100	1100	1100	1101

   3FEC CCCC CCCC CCCD

2. (a) $9.5 = 1001.1_2 = (1.0011 \times 2^3)_2$

exponent part: $2^{10} - 1 + 3 = 2^{10} + 2 = (10000000010)_2$

0100	0000	0010

mantissa part:

0011	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000	0000

4023 0000 0000 0000

(b) $9.6 = (1001.\overline{1001})_2 = (1.001\overline{1001} \times 2^3)_2$

$0.6 \times 2 = 1.2 = 1 + 0.2$

$0.2 \times 2 = 0.4$

$0.4 \times 2 = 0.8$

$0.8 \times 2 = 1.6 = 1 + 0.6$

$0.6 \times 2 = 1.2 = 1 + 0.2$

exponent part: $2^{10} - 1 + 3 = 2^{10} + 2 = (10000000010)_2$

0100	0000	0010

mantissa part:

0011	0011	0011	0011	0011	0011	0011	0011	0011	0011	0011	0011	0011

4023 3333 3333

(c) $100.2 = (1100100.\overline{0011})_2 = (1.100100\overline{0011} \times 2^6)_2$

$0.2 \times 2 = 0.4$

$0.4 \times 2 = 0.8$

$0.8 \times 2 = 1.6 = 1 + 0.6$

$0.6 \times 2 = 1.2 = 1 + 0.2$

exponent part: $2^{10} - 1 + 6 = 2^{10} + 5 = (10000000101)_2$

0100	0000	0101

mantissa part:

1001	0000	1100	1100	1100	1100	1100	1100	1100	1100	1100	1100	1101

4059 0CCC CCCC CCCD

(d) $\frac{44}{7} = 6 + \frac{2}{7} = (110.0\overline{100})_2 = (1.100\overline{100} \times 2^2)_2$

$\frac{2}{7} \times 2 = \frac{4}{7}$

$\frac{4}{7} \times 2 = 1 + \frac{1}{7}$

$\frac{1}{7} \times 2 = \frac{2}{7}$

$\frac{2}{7} \times 2 = \frac{4}{7}$

$\frac{4}{7} \times 2 = 1 + \frac{1}{7}$

exponent part: $2^{10} - 1 + 2 = 2^{10} + 5 = (10000000001)_2$

0100	0000	0001

mantissa part:

1001	0010	0100	1001	0010	0100	1001	0010	0100	1001	0010	0100	1001

4019 2492 4924 9249

3. $5 + 2^{-k} = (101.0\dots1\dots0)_2 = (1.010\dots1\dots0 \times 2^2)_2$
   $2 + k \leq 52$
   $k \leq 50$

4. $19 + 2^{-k} = (10011.0\dots1\dots)_2 = (1.00110\dots1\cdots \times 2^4)_2$
   $4 + k \leq 52,\ k = 48$

5. (a) $(1 + (2^{-51} + 2^{-53})) - 1 = 2^{-51}$
   $2^{-51} = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010)_2$
   $2^{-53} = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1)_2$

$$\begin{array}{l} 0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010 \\ +0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1 \\ \hline =0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010\ 1 \end{array}$$

   using the Rounding to Nearest Rule:

$$\begin{aligned} 2^{-51} + 2^{-53} &= (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010\ 1)_2 \\ &= (1.01 \times 2^{-51})_2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} 1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 \\ +0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010\ 1 \\ \hline =1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010\ 1 \\ =1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010 \end{array}$$

   (b) $(1 + (2^{-51} + 2^{-52} + 2^{-53})) - 1 = 2^{-50}$
   $2^{-51} = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010)_2$
   $2^{-52} = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001)_2$

$2^{-53} = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1)_2$

$$\begin{array}{l}
\ \ 0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010 \\
+0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001 \\
\hline
=0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\ \ 0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011 \\
+0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1 \\
\hline
=0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011\ 1
\end{array}$$

$$\begin{array}{l}
\ \ 0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011\ 1 \\
+1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 \\
\hline
=1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011\ 1 \\
=1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0100
\end{array}$$

6. (a) $(1 + (2^{-51} + 2^{-52} + 2^{-54})) - 1 = (1.1 \times 2^{-51})_2$
   $2^{-51} = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010)_2$
   $2^{-52} = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001)_2$
   $2^{-54} = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 01)_2$
   $2^{-51}+2^{-52}+2^{-54} = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011\ 01)_2$

$$\begin{array}{l}
\ \ 0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011\ 01 \\
+1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 \\
\hline
=1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011\ 01 \\
=1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011
\end{array}$$

   (b) $(1 + (2^{-51} + 2^{-52} + 2^{-60})) - 1 = (1.1 \times 2^{-51})_2$
   $2^{-51} = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010)_2$
   $2^{-52} = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001)_2$

$2^{-60} = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001)_2$

$2^{-51} + 2^{-52} + 2^{-60} = (0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011$
$0000\ 0001)_2$

$1 + 2^{-51} + 2^{-52} + 2^{-60}$
$= (1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011\ 0000\ 0001)_2$
$= (1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0011)_2$

7. (a) $8 = (1000.0)_2 = (1.0000 \times 2^3)_2 = 4020\ 0000\ 0000\ 0000$
   (b) $21 = 16{+}5 = (1\ 0101.000)_2 = (1.0101000{\times}2^4) = 4035\ 0000\ 0000\ 0000$
   (c) $1/8 = 2^{-3} = 3FC0\ 0000\ 0000\ 0000$
   (d) $1/3 = (0.\overline{01})_2 = (1.\overline{01} \times 2^{-2})_2 = 3FD5\ 5555\ 5555\ 5555$
   $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
   $2 \times \frac{2}{3} = 1 + \frac{1}{3}$
   $2 \times \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$
   (e) $2/3 = 3FE5\ 5555\ 5555\ 5555$
   (f) $0.1 = (0.0\overline{0011})_2 = (1.1\overline{0011} \times 2^{-4})_2 = 3FB9\ 9999\ 9999\ 999A$
   $2 \times 0.1 = 0.2$
   $2 \times 0.2 = 0.4$
   $2 \times 0.4 = 0.8$
   $2 \times 0.8 = 1 + 0.6$
   $2 \times 0.6 = 1 + 0.2$
   $2 \times 0.2 = 0.4$
   (g) $-0.1 = BFB9\ 9999\ 9999\ 999A$
   (h) $-0.2 = -(0.\overline{0011})_2 = -(1.1\overline{0011}{\times}2^{-3})_2 = BFC9\ 9999\ 9999\ 999A$
   $2 \times 0.2 = 0.4$
   $2 \times 0.4 = 0.8$
   $2 \times 0.8 = 1 + 0.6$
   $2 \times 0.6 = 1 + 0.2$
   $2 \times 0.2 = 0.4$

8. • Rounding to Nearest Rule

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} &= (1.0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101 \times 2^{-2})_2 \\ &= (0.0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 01)_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{2}{3} &= (0.\overline{10})_2 = (1.\overline{01} \times 2^{-1})_2 \\ &= (0.1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1)_2\end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} 0.0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 01 \\ \underline{+0.1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1} \\ =0.1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 1111\ 11 \\ =1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 \end{array}$$

• Chopping result:
0.1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111 1111

9. (a)

$$\begin{aligned}\frac{7}{3} &= 2 + \frac{1}{3} = (10.\overline{01})_2 \\ &= (1.0010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1011 \times 2^{1})_2 \\ &= (10.0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0110)_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{4}{3} &= 1 + \frac{1}{3} = (1.\overline{01})_2 \\ &= (1.0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101)_2\end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} 10.0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0110 \\ \underline{-01.0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101} \\ =01.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001 \\ \underline{-1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000} \\ =0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001 \end{array}$$

ϵ_{mach} is introduced when converting 7/3 to floating point numbers.

(b) $\frac{4}{3} = 1 + \frac{1}{3} = (1.\overline{01})_2$

$$\frac{1}{3} = (0.\overline{01})_2$$
$$= (1.0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101 \times 2^{-2})_2$$

$$\begin{array}{l} 1.0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101 \\ -0.0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101 \\ \hline =1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 \end{array}$$

10. (a)

$$\begin{array}{l} 1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 \\ +0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1 \\ \hline =1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1 \\ =1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 \end{array}$$

$$1 + 2^{-53} = 1$$

(b)

$$\begin{array}{l} 0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1 \\ +0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ \ldots 1 \\ \hline =0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 1 \ldots 1 \\ =0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 \\ +0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001 \\ \hline =1.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0001 \end{array}$$

$$1 + (2^{-53} + 2^{-60}) > 1$$

11. associative law fails.

12. (a)

$$\begin{aligned}\frac{1}{3} &= (0.\overline{01})_2\\ &= (1.0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101 \times 2^{-2})_2\end{aligned}$$

discarding the infinit tail $0.\overline{01} \times 2^{-53} \times 2^{-2} = 0.000\overline{01} \times 2^{-52}$

$$\frac{|fl(1/3) - 1/3|}{1/3} = \frac{0.000\overline{01} \times 2^{-52}}{1/3} = \frac{3}{32} \times 2^{-52} < \epsilon_{mach}/2$$

(b)

$$\begin{aligned}2 \times 0.3 &= 0.6\\ 2 \times 0.6 &= 1.2 = 1 + 0.2\\ 2 \times 0.2 &= 0.4\\ 2 \times 0.4 &= 0.8\\ 2 \times 0.8 &= 1.6 = 1 + 0.6\\ 2 \times 0.6 &= 1.2 = 1 + 0.2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3.3 &= (11.01\overline{0011})_2\\ &= (1.101\overline{0011} \times 2^1)_2\\ &= (1.1010\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110 \times 2^1)_2\end{aligned}$$

discarding the infinit tail $0.\overline{0110} \times 2^{-53} \times 2^1$

$$\frac{|fl(3.3) - 3.3|}{3.3} = \frac{0.\overline{0110} \times 2^{-52}}{3.3} = \frac{0.4}{3.3} \times 2^{-52} < \epsilon_{mach}/2$$

(c) $x = \frac{9}{7} = 1 + \frac{2}{7}$

$$\begin{aligned}2 \times \frac{2}{7} &= \frac{4}{7}\\ 2 \times \frac{4}{7} &= \frac{8}{7} = 1 + \frac{1}{7}\\ 2 \times \frac{1}{7} &= \frac{2}{7}\\ 2 \times \frac{2}{7} &= \frac{4}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{9}{7} &= (1.\overline{010})_2 \\ &= (1.0100\ 1001\ 0010\ 0100\ 1001\ 0010\ 0100\ 1001\ 0010\ 0100\ 1001\ 0010\ 0100)_2\end{aligned}$$

discarding the infinit tail $0.\overline{010} \times 2^{-53}$

$$\frac{|fl(9/7) - 9/7|}{9/7} = \frac{0.0\overline{010} \times 2^{-52}}{9/7} = \frac{7}{72} \times 2^{-52} < \epsilon_{mach}/2$$

13. (a) $(0100\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000)_2$
$2^{10} - (2^{10} - 1) = 1$
the largest number is 2.

(b) $(0000\ 0000\ 0000\ 1000\ 0000\ \ldots\ 0000)_2 = (1.1)_2 \times 2^{0-(2^{10}-1)} = (1.1)_2 \times 2^{-1023}$

$$(0010\ 0000\ 0000\ 0000\ \ldots\ 0000)_2 = 2^{2^9-(2^{10}-1)} = 2^{-511}$$

(c) $(1000\ 1000\ \ldots\ 0000)_2 = 0$

14. (a) $(4.3 - 3.3) - 1$

$$\begin{aligned}4.3 &= (100.01\overline{0011})_2 \\ &= (1.0001\overline{0011} \times 2^2)_2 \\ &= (1.0001\ 0011\ \ldots\ 0011 \times 2^2)_2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}3.3 &= (11.01\overline{0011})_2 \\ &= (1.101\overline{0011} \times 2^1)_2 \\ &= (1.1010\ 0110\ 0110\ 0110\ \ldots\ 0110\ 0110 \times 2^1)_2\end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} \ \ 100.0100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 00 \\ -011.0100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 0 \\ \hline =001.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 \end{array}$$

(b) $(4.4 - 3.4) - 1$

$$
\begin{aligned}
4.4 &= (100.\overline{0110})_2 \\
&= (1.00\overline{0110} \times 2^2)_2 \\
&= (1.0001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001 \times 2^2)_2 \\
&= (1.0001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1010 \times 2^2)_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
3.4 &= (11.\overline{0110})_2 \\
&= (1.1\overline{0110} \times 2^1)_2 \\
&= (1.1011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011 \times 2^1)_2 \\
&= (1.1011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011 \times 2^1)_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{array}{r}
100.0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 1000 \\
-011.0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110 \\
\hline
=001.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010
\end{array}
$$

the result is $(0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010)_2 = 2^{-51} = 3CC0\ 0000\ 0000\ 0000$

(c) $(4.9 - 3.9) - 1$

$$
\begin{aligned}
4.9 &= (100.1\overline{1100})_2 \\
&= (1.001\overline{1100} \times 2^2)_2 \\
&= (1.0011\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001 \times 2^2)_2 \\
&= (1.0011\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1010 \times 2^2)_2
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
3.9 &= (11.1\overline{1100})_2 \\
&= (1.11\overline{1100} \times 2^1)_2 \\
&= (1.1111\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011 \times 2^1)_2 \\
&= (1.1111\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011 \times 2^1)_2
\end{aligned}
$$

$$\begin{array}{r} 100.1110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 1000 \\ -011.1110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110 \\ \hline =001.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010 \end{array}$$

the result is $(0.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0010)_2 = 2^{-51} = 3CC0\ 0000\ 0000\ 0000$

15. (a) $(8.3 - 7.3) - 1$

$$\begin{aligned} 8.3 &= (1000.01\overline{0011})_2 \\ &= (1.00001\overline{0011} \times 2^3)_2 \\ &= (1.0000\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001 \times 2^3)_2 \\ &= (1.0000\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1010 \times 2^3)_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7.3 &= (111.01\overline{0011})_2 \\ &= (1.1101\overline{0011} \times 2^2)_2 \\ &= (1.1101\ 0011\ \ldots\ 0011\ 0011 \times 2^2)_2 \\ &= (1.1101\ 0011\ \ldots\ 0011 \times 2^2)_2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1000.0100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1101\ 0000 \\ -0111.0100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100 \\ \hline =0001.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0100 \end{array}$$

the result is $2^{-50} = 3CD0\ 0000\ 0000\ 0000$

(b) $(8.4 - 7.4) - 1$

$$\begin{aligned} 8.4 &= (1000.\overline{0110})_2 \\ &= (1.000\overline{0110} \times 2^3)_2 \\ &= (1.0000\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100 \times 2^3)_2 \\ &= (1.0000\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1101 \times 2^3)_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7.4 &= (111.\overline{0110})_2 \\ &= (1.11\overline{0110} \times 2^2)_2 \\ &= (1.1101\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001 \times 2^2)_2 \\ &= (1.1101\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1010 \times 2^2)_2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1000.0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 1000 \\ -0111.0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 0110\ 1000 \\ \hline =0001.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000 \end{array}$$

the result is zero.

(c) $(8.8 - 7.8) - 1$

$$\begin{aligned} 8.8 &= (1000.\overline{1100})_2 \\ &= (1.000\overline{1100} \times 2^3)_2 \\ &= (1.0001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001 \times 2^3)_2 \\ &= (1.0001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1010 \times 2^3)_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 7.8 &= (111.\overline{1100})_2 \\ &= (1.11\overline{1100} \times 2^2)_2 \\ &= (1.1111\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011 \times 2^2)_2 \\ &= (1.1111\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011\ 0011 \times 2^2)_2 \end{aligned}$$

$$\begin{array}{r} 1000.1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1101\ 0000 \\ -0111.1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100\ 1100 \\ \hline =0001.0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0000\ 0100 \end{array}$$

the result is $2^{-50} = 3CD0\ 0000\ 0000\ 0000$

16. (a) $2.75 = (10.11)_2 = (1.011 \times 2)_2$
$fl(2.75) - 2.75 = 0$

$$\frac{fl(2.75) - 2.75}{|2.75|} = 0 < \epsilon_{mach}/2$$

(b)

$$\begin{aligned} 2.7 &= (10.1\overline{0110})_2 \\ &= (1.01\overline{0110} \times 2^1)_2 \\ &= (1.0101\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001 \times 2^1)_2 \\ &= (1.0101\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1001\ 1010 \times 2^1)_2 \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
fl(2.7) - 2.7 &= 2^{-52} \times 2^1 - (0.1001)_2 \times 2^{-52} \times 2^1 \\
&= (0.111)_2 \times 2^{-52}
\end{aligned}
$$

$$
\frac{fl(2.7) - 2.7}{2.7} = \frac{(0.111)_2 \times 2^{-52}}{2.7} < \epsilon_{mach}/2
$$

(c)

$$
\begin{aligned}
10/3 = 3 + 1/3 &= (11.\overline{01})_2 \\
&= (11.0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ 0101\ )_2 \\
&= (1.1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010 \times 2^1)_2 \\
&= (1.1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1010\ 1011 \times 2^1)_2
\end{aligned}
$$

$$
fl(10/3) - 10/3 = 2^{-52} \times 2^1 - (0.\overline{10})_2 \times 2^{-52} \times 2^1 = 2^{-51}
$$

$$
\frac{fl(10/3) - 10/3}{10/3} = 0.3 \times 2^{-52} < \epsilon_{mach}/2
$$