

DFS

1.数字全排列

题面

给定一个整数 n ，将数字 $1\sim n$ 排成一排，将会有很多种排列方法。

现在，请你按照字典序将所有的排列方法输出。

输入格式

共一行，包含一个整数 n 。

输出格式

按字典序输出所有排列方案，每个方案占一行。

数据范围

$1\leq n\leq 7$

输入样例

```
1 | 3
```

输出样例

```
1 | 1 2 3
2 | 1 3 2
3 | 2 1 3
4 | 2 3 1
5 | 3 1 2
6 | 3 2 1
```

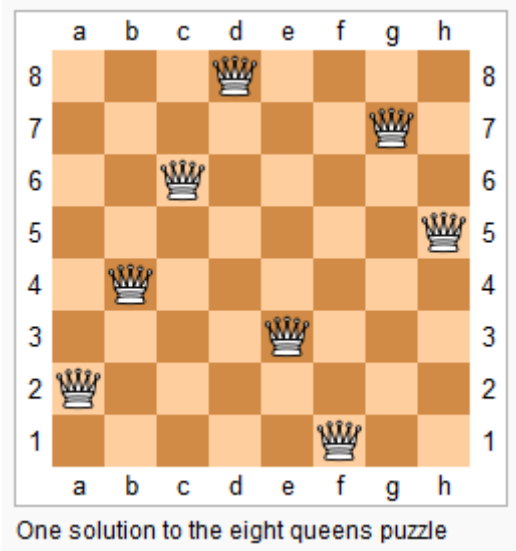
代码实现

```
1 | def perm(li):
2 |     from itertools import permutations
3 |     for i in permutations(li):
4 |         print(*i)
5 | perm([i for i in range(1,int(input())+1)])
```

2.n皇后问题

题面

n -皇后问题是指将 n 个皇后放在 $n \times n$ 的国际象棋棋盘上，使得皇后不能相互攻击到，即任意两个皇后都不能处于同一行、同一列或同一斜线上。



现在给定整数 n ，请你输出所有的满足条件的棋子摆法。

输入格式

共一行，包含整数 n 。

输出格式

每个解决方案占 n 行，每行输出一个长度为 n 的字符串，用来表示完整的棋盘状态。

其中 `.` 表示某一个位置的方格状态为空，`Q` 表示某一个位置的方格上摆着皇后。

每个方案输出完成后，输出一个空行。

注意：行末不能有多余空格。

输出方案的顺序任意，只要不重复且没有遗漏即可。

数据范围

$$1 \leq n \leq 9$$

输入样例

```
1 | 4
```

输出样例

```
1 | .Q..
2 | ...Q
3 | Q...
4 | ..Q.
5 |
6 | ..Q.
7 | Q...
8 | ...Q
9 | .Q..
```

代码实现

```
1 | def nqueue(n):
2 |     li = [i for i in range(1, n + 1)]
3 |
4 |     def check(i):
5 |         for j in range(len(i) - 1):
6 |             for k in range(1, len(i) - j):
7 |                 if abs(i[j + k] - i[j]) == k:
8 |                     return False
9 |         return True
10 |
11 |     def fprint(i):
12 |         for j in i:
13 |             temp = ['. ' for k in range(len(li))]
14 |             temp[j - 1] = 'Q'
15 |             print(''.join(temp))
16 |
17 |
18 |     from itertools import permutations
19 |     for i in permutations(li):
20 |         if check(i):
21 |             print(i)
22 |             fprint(i)
23 |             print()
24 | nqueue(int(input()))
```

BFS

1.走迷宫

题面

给定一个 $n \times m$ 的二维整数数组，用来表示一个迷宫，数组中只包含 0 或 1，其中 0 表示可以走的路，1 表示不可通过的墙壁。

最初，有一个人位于左上角 (1,1) 处，已知该人每次可以向上、下、左、右任意一个方向移动一个位置。

请问，该人从左上角移动至右下角 (n,m) 处，至少需要移动多少次。

数据保证 (1,1) 处和 (n,m) 处的数字为 0，且一定至少存在一条通路。

输入格式

第一行包含两个整数 n 和 m 。

接下来 n 行，每行包含 m 个整数（0 或 1），表示完整的二维数组迷宫。

输出格式

输出一个整数，表示从左上角移动至右下角的最少移动次数。

数据范围

$1 \leq n, m \leq 100$

输入样例

```
1 5 5
2 0 1 0 0 0
3 0 1 0 1 0
4 0 0 0 0 0
5 0 1 1 1 0
6 0 0 0 1 0
```

输出样例

```
1 8
```

代码实现

```
1 def maze_solve(n, m, maze):
2     q = [[0, 0, 0]]
3     v = [[1 for i in range(m)] for j in range(n)]
4     v[0][0] = 0
5     while True:
6         cur = q.pop(0)
7         curx, cury, curd = cur[0], cur[1], cur[2]
8         if [curx, cury] == [n - 1, m - 1]:
9             print(curd)
10            return
11
12        for i, j in [[1, 0], [0, 1], [-1, 0], [0, -1]]:
13            x, y, d = curx + i, cury + j, curd + 1
14            if 0 <= x < n and 0 <= y < m and v[x][y] and maze[x][y] == 0:
15                v[x][y] = 0
16                q.append([x, y, d])
17
18
19 n, m = map(int, input().split())
20 maze = []
21 for i in range(n):
22     maze.append(list(map(int, input().split())))
23 maze_solve(n, m, maze)
```

2.八数码

题面

在一个 3×3 的网格中，1~8 这 8 个数字和一个 `x` 恰好不重不漏地分布在这 3×3 的网格中。

例如：

1	1	2	3
2	x	4	6
3	7	5	8

在游戏过程中，可以把 `x` 与其上、下、左、右四个方向之一的数字交换（如果存在）。

我们的目的是通过交换，使得网格变为如下排列（称为正确排列）：

1	1	2	3
2	4	5	6
3	7	8	x

例如，示例中图形就可以通过让 `x` 先后与右、下、右三个方向的数字交换成功得到正确排列。

交换过程如下：

1	1	2	3	1	2	3	1	2	3	1	2	3
2	x	4	6	4	x	6	4	5	6	4	5	6
3	7	5	8	7	5	8	7	x	8	7	8	x

现在，给你一个初始网格，请你求出得到正确排列至少需要进行多少次交换。

输入格式

输入占一行，将 3×3 的初始网格描绘出来。

例如，如果初始网格如下所示：

1	1	2	3
2	x	4	6
3	7	5	8

则输入为：1 2 3 x 4 6 7 5 8

输出格式

输出占一行，包含一个整数，表示最少交换次数。

如果不存在解决方案，则输出 -1。

输入样例

1	2	3	4	1	5	x	7	6	8
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

代码实现

```
1 def eig_segments(li):
2     from collections import deque
3     d = set()
4     q = deque([[li, 0]])
5     d.add(''.join(li))
6     while q:
7         cur, step = q.popleft()
8         if cur == ['1', '2', '3', '4', '5', '6', '7', '8', 'x']:
9             print(step)
10            return
11        id = cur.index('x')
12        x, y = id // 3, id % 3
13        for i, j in [[-1, 0], [0, -1], [1, 0], [0, 1]]:
14            nx, ny = x + i, y + j
15            nid = nx * 3 + ny
16            nstep = step + 1
17            temp = cur[:]
18            if 0 <= nx < 3 and 0 <= ny < 3:
19                temp[id], temp[nid] = temp[nid], temp[id]
20                string = ''.join(temp)
21                if string not in d:
22                    q.append([temp, nstep])
23                    d.add(string)
24
25    print(-1)
26    return
```

树与图的深度优先遍历

1. 树的重心

题面

给定一颗树，树中包含 n 个结点（编号 $1 \sim n$ ）和 $n-1$ 条无向边。

请你找到树的重心，并输出将重心删除后，剩余各个连通块中点数的最大值。

重心定义：重心是指树中的一个结点，如果将这个点删除后，剩余各个连通块中点数的最大值最小，那么这个节点被称为树的重心。

输入格式

第一行包含整数 n ，表示树的结点数。

接下来 $n-1$ 行，每行包含两个整数 a 和 b ，表示点 a 和点 b 之间存在一条边。

输出格式

输出一个整数 m ，表示将重心删除后，剩余各个连通块中点数的最大值。

数据范围

$$1 \leq n \leq 10^5$$

输入样例

```
1 | 9
2 | 1 2
3 | 1 7
4 | 1 4
5 | 2 8
6 | 2 5
7 | 4 3
8 | 3 9
9 | 4 6
```

输出样例

```
1 | 4
```

代码实现

```
1  def tree_dfs(n, li):
2      tree = [[] for i in range(n + 1)]
3      for i, j in li:
4          tree[i].append(j)
5          tree[j].append(i)
6      weight = [0 for i in range(n + 1)] # 存储所有节点的权重
7      v = [1 for i in range(n + 1)]
8      child = [[] for i in range(n + 1)] # 存储子节点
9
10     def _dfs(root): # root子树总共多少节点
11         v[root] = 0
12         if tree[root] == []:
13             weight[root] = 1
14             return 1
15         ans = 1 # 本身
16         for i in tree[root]:
17             if v[i]:
18                 child[root].append(i)
19                 ans += _dfs(i)
20         weight[root] = ans
21         return ans
22
23     _dfs(1)
24     # print(weight, child)
25     ans = 0xffffffff
26     for i in range(1, n + 1):
27         ans = min(ans, max(n - weight[i], max([weight[j] for j in
            child[i]] + [0])))
```

```
28     print(ans)
29     return
30
31
32     n = int(input())
33     li = []
34     for i in range(n - 1):
35         a, b = map(int, input().split())
36         li.append([a, b])
37     tree_dfs(n, li)
```

树与图的的广度优先遍历

1.图中点的层次

题面

给定一个 n 个点 m 条边的有向图，图中可能存在重边和自环。

所有边的长度都是 1，点的编号为 $1 \sim n$ 。

请你求出 1 号点到 n 号点的最短距离，如果从 1 号点无法走到 n 号点，输出 -1 。

输入格式

第一行包含两个整数 n 和 m 。

接下来 m 行，每行包含两个整数 a 和 b ，表示存在一条从 a 走到 b 的长度为 1 的边。

输出格式

输出一个整数，表示 1 号点到 n 号点的最短距离。

数据范围

$$1 \leq n, m \leq 10^5$$

输入样例

```
1 | 4 5
2 | 1 2
3 | 2 3
4 | 3 4
5 | 1 3
6 | 1 4
```

输出样例

```
1 | 1
```


代码实现

```
1  """
2  dijkstra 的实现
3  """
4  def graph(n, m, g):
5      d = [0xffffffff for i in range(n + 1)]
6      s = set([1])
7      d[1] = 0
8      from queue import PriorityQueue as pq
9      q = pq()
10     q.put([0, 1])
11     while not q.empty():
12         dis, point = q.get()
13         for to, weight in g[point]:
14             if d[to] > d[point] + weight and to not in s:
15                 q.put([d[point], to])
16                 d[to] = d[point] + weight
17         s.add(to)
18     print(d[n] if d[n] != 0xffffffff else -1)
19
20
21 n, m = map(int, input().split())
22 g = [[] for i in range(n + 1)]
23 for i in range(m):
24     a, b = map(int, input().split())
25     g[a].append([b, 1])
26
27 graph(n, m, g)
```

```
1  """
2  BFS 的实现
3  """
4  from collections import deque
5
6
7  def main():
8      n, m = map(int, input().split())
9      p = [set() for i in range(n + 1)]
10     for i in range(m):
11         a, b = map(int, input().split())
12         p[a].add(b)
13
14
15     q = deque([[1, 0]])
16     vis = [True for i in range(n + 1)]
17     while q:
18         cur, step = q.popleft()
19         if cur == n:
20             print(step)
21             return
22         vis[cur] = False
23         for i in p[cur]:
24             if vis[i]:
```

```
25         q.append([i, step + 1])
26
27     print(-1)
28     return
29
30
31 if __name__ == '__main__':
32     main()
33
```

$dijkstra = bfs + greedy(+dp)$

拓扑排序

1.有向图的拓扑序列

题面

给定一个 n 个点 m 条边的有向图，点的编号是 1 到 n ，图中可能存在重边和自环。

请输出任意一个该有向图的拓扑序列，如果拓扑序列不存在，则输出 -1。

若一个由图中所有点构成的序列 A 满足：对于图中的每条边 (x,y) ， x 在 A 中都出现在 y 之前，则称 A 是该图的一个拓扑序列。

输入格式

第一行包含两个整数 n 和 m 。

接下来 m 行，每行包含两个整数 x 和 y ，表示存在一条从点 x 到点 y 的有向边 (x,y) 。

输出格式

共一行，如果存在拓扑序列，则输出任意一个合法的拓扑序列即可。

否则输出 -1。

数据范围

$1 \leq n, m \leq 10^5$

输入样例

```
1 | 3 3
2 | 1 2
3 | 2 3
4 | 1 3
```

输出样例

```
1 | 1 2 3
```

代码实现

```
1 def topology(n, m, g):
2     rudu = [0 for i in range(n + 1)]
3     for i in range(1, n + 1):
4         for j in g[i]:
5             rudu[j] += 1
6     q, topo_sequence = [], []
7     for i in range(1, n + 1):
8         if rudu[i] == 0:
9             q.append(i)
10    while q:
11        cur = q.pop(0)
12        topo_sequence.append(cur)
13        for i in g[cur]:
14            rudu[i] -= 1
15            if rudu[i] == 0:
16                q.append(i)
17    if len(topo_sequence) < n:
18        print(-1)
19        return
20    print(*topo_sequence)
21    return
22
23
24 n, m = map(int, input().split())
25 g = [[] for i in range(n + 1)]
26 for i in range(m):
27     a, b = map(int, input().split())
28     g[a].append(b)
29 topology(n, m, g)
```

Dijkstra

1.Dijkstra求最短路 I

题面

给定一个 n 个点 m 条边的有向图，图中可能存在重边和自环，所有边权均为正值。

请你求出 1 号点到 n 号点的最短距离，如果无法从 1 号点走到 n 号点，则输出 -1 。

输入格式

第一行包含整数 n 和 m 。

接下来 m 行每行包含三个整数 x, y, z 表示存在一条从点 x 到点 y 的有向边，边长为 z 。

输出格式

输出一个整数，表示 1 号点到 n 号点的最短距离。

如果路径不存在，则输出 -1 。

数据范围

$$1 \leq n \leq 500$$

$$1 \leq m \leq 10^5$$

图中涉及边长均不超过10000。

输入样例

```
1 3 3
2 1 2 2
3 2 3 1
4 1 3 4
```

输出样例

```
1 3
```

代码实现

```
1 def dijkstra(n, m, g):
2     inf = 0xffffffff
3     d = [inf for i in range(n + 1)]
4     start, end = 1, n
5     s = set([start])
6     d[start] = 0
7     from queue import PriorityQueue
8     q = PriorityQueue()
9     q.put([0, start])
10
11     while not q.empty():
12         dis, cur = q.get()
13         if cur in s: continue
14         for to, weig in g[cur]:
15             if d[to] > d[cur] + weig:
16                 d[to] = d[cur] + weig
17                 q.put([d[to], to])
18         # 届时, cur的状态已经确定, 将其标记在set里面
19         s.add(cur)
20
21     if d[end] != inf:
22         print(d[end])
23     else:
24         print(-1)
25     return
26
27
28 n, m = map(int, input().split())
29 g = [[] for i in range(n + 1)]
30 for i in range(m):
31     a, b, c = map(int, input().split())
32     g[a].append([b, c])
33 dijkstra(n, m, g)
```

2.Dijkstra求最短路II

题面

给定一个 n 个点 m 条边的有向图，图中可能存在重边和自环，所有边权均为非负值。

请你求出 1 号点到 n 号点的最短距离，如果无法从 1 号点走到 n 号点，则输出 -1 。

输入格式

第一行包含整数 n 和 m 。

接下来 m 行每行包含三个整数 x,y,z ，表示存在一条从点 x 到点 y 的有向边，边长为 z 。

输出格式

输出一个整数，表示 1 号点到 n 号点的最短距离。

如果路径不存在，则输出 -1 。

数据范围

$$1 \leq n, m \leq 1.5 \times 10^5$$

图中涉及边长均不小于 0，且不超过 10000。

数据保证：如果最短路存在，则最短路的长度不超过 10^9 。

输入样例

```
1 | 3 3
2 | 1 2 2
3 | 2 3 1
4 | 1 3 4
```

输出样例

```
1 | 3
```

代码实现

```
1 def dijkstraII(g, start, end, inf=0xffffffff):
2     from queue import PriorityQueue
3     d = [inf for i in range(n + 1)]
4     d[start] = 0
5     pq = PriorityQueue()
6     s = set() # point whose statues have been known
7     pq.put([0, start])
8     while not pq.empty():
9         distance, point = pq.get()
10        if point in s:
11            continue
12        for to, weight in g[point]:
13            if d[to] > d[point] + weight:
```

```

14         d[to] = d[point] + weight
15         pq.put([d[to], to])
16
17         s.add(point)
18         print(d[end] if d[end] != inf else -1)
19         return
20
21
22 n, m = map(int, input().split())
23 g = [[] for i in range(n + 1)]
24 for i in range(m):
25     a, b, c = map(int, input().split())
26     g[a].append([b, c])
27 dijkstraII(g, 1, n)

```

注意: 不要用 `pq = PriorityQueue([0, start])`, 另外, 尽可能使用 `empty()` 方法对 `PriorityQueue` 判空。

Bellman-Ford算法

1.有边数限制的最短路

题面

给定一个 n 个点 m 条边的有向图, 图中可能存在重边和自环, **边权可能为负数**。

请你求出从 1 号点到 n 号点的最多经过 k 条边的最短距离, 如果无法从 1 号点走到 n 号点, 输出 `impossible`。

注意: 图中可能 **存在负权回路**。

输入格式

第一行包含三个整数 n, m, k 。

接下来 m 行, 每行包含三个整数 x, y, z , 表示存在一条从点 x 到点 y 的有向边, 边长为 z 。

点的编号为 $1 \sim n$ 。

输出格式

输出一个整数, 表示从 1 号点到 n 号点的最多经过 k 条边的最短距离。

如果不存在满足条件的路径, 则输出 `impossible`。

数据范围

$1 \leq n, k \leq 500$

$1 \leq m \leq 10000$

$1 \leq x, y \leq n$

任意边长的绝对值不超过 10000。

输入样例

```
1 3 3 1
2 1 2 1
3 2 3 1
4 1 3 3
```

输出样例

```
1 3
```

代码实现

```
1 def Bellman_Ford(n, m, k, edges):
2     inf = 0x7fffffff
3     d = [inf for i in range(n + 1)]
4     d[1] = 0
5     for i in range(k):
6         temp = d[:]
7         for FROM, TO, COST in edges:
8             d[TO] = min(d[TO], temp[FROM] + COST)
9     print(d[n] if d[n] < inf / 2 else 'impossible')
10    return
11
12
13 n, m, k = map(int, input().split())
14 edges = []
15 for i in range(m):
16     a, b, c = map(int, input().split())
17     edges.append([a, b, c])
18 Bellman_Ford(n, m, k, edges)
```

SPFA算法

1.spfa求最短路

题面

给定一个 n 个点 m 条边的有向图，图中可能存在重边和自环，**边权可能为负数**。

请你求出 1 号点到 n 号点的最短距离，如果无法从 1 号点走到 n 号点，则输出 `impossible`。

数据保证不存在负权回路。

输入格式

第一行包含整数 n 和 m 。

接下来 m 行每行包含三个整数 x,y,z ，表示存在一条从点 x 到点 y 的有向边，边长为 z 。

输出格式

输出一个整数，表示 1 号点到 n 号点的最短距离。

如果路径不存在，则输出 `impossible`。

数据范围

$1 \leq n, m \leq 10^5$,

图中涉及边长绝对值均不超过 10000。

输入样例

```
1 | 3 3
2 | 1 2 5
3 | 2 3 -3
4 | 1 3 4
```

输出样例

```
1 | 2
```

代码实现

```
1  def SPFA_shortest(n, m, g):
2      inf = 0x7fffffff
3      d = [inf for i in range(n + 1)]
4      from collections import deque
5      start, end = 1, n
6      q = deque([start])
7      s = set([start])
8      d[start] = 0
9      while q:
10         cur = q.popleft()
11         s.remove(cur)
12         for to, weight in g[cur]:
13             if d[to] > d[cur] + weight:
14                 d[to] = d[cur] + weight
15                 if to not in s:
16                     q.append(to)
17                     s.add(to)
18         print(d[end] if d[end] != inf else 'impossible')
19     return
20
21
22 n, m = map(int, input().split())
23 g = [[] for i in range(n + 1)]
24 for i in range(m):
25     a, b, c = map(int, input().split())
26     g[a].append([b, c])
27
28 SPFA_shortest(n, m, g)
```

2.spfa判断负环

题面

给定一个 n 个点 m 条边的有向图，图中可能存在重边和自环，边权可能为负数。

请你判断图中是否存在负权回路。

输入格式

第一行包含整数 n 和 m 。

接下来 m 行每行包含三个整数 x,y,z ，表示存在一条从点 x 到点 y 的有向边，边长为 z 。

输出格式

如果图中存在负权回路，则输出 `Yes`，否则输出 `No`。

数据范围

$1 \leq n \leq 2000$

$1 \leq m \leq 10000$

图中涉及边长绝对值均不超过 10000。

输入样例

```
1 3 3
2 1 2 -1
3 2 3 4
4 3 1 -4
```

输出样例

```
1 Yes
```

代码实现

```
1 from collections import deque
2
3 n, m = map(int, input().split())
4 p = [[] for i in range(n + 1)]
5
6 for i in range(m):
7     a, b, c = map(int, input().split())
8     p[a].append([b, c])
9
10
11 def spfa_negative_circle(p, start, en, inf=0x7fffffff):
12     dis = [inf for i in range(len(p))]
13     counter = [0 for i in range(len(p))]
14     dis[start] = 0
15     q = deque([i for i in range(1, n + 1)])
16     s = set(q)
17     while q:
18         cur = q.popleft()
19         s.remove(cur)
20         for to, wei in p[cur]:
```

```

21         if dis[to] > dis[cur] + wei:
22             dis[to] = dis[cur] + wei
23             counter[to] = counter[cur] + 1
24             if counter[to] > n:
25                 return 'Yes'
26             if to not in s:
27                 q.append(to)
28                 s.add(to)
29     return "No"
30
31
32 print(spfa_negative_circle(p, 1, n))

```

注意: python里的float('inf')不可用于做具体数值的加减法, 因为 $\text{inf}+2=\text{inf}-2$, 代数上是错误的。

Floyd算法

1.Floyd求最短路

题面

给定一个 n 个点 m 条边的有向图, 图中可能存在重边和自环, 边权可能为负数。

再给定 k 个询问, 每个询问包含两个整数 x 和 y , 表示查询从点 x 到点 y 的最短距离, 如果路径不存在, 则输出 `impossible`。

数据保证图中不存在负权回路。

输入格式

第一行包含三个整数 n,m,k 。

接下来 m 行, 每行包含三个整数 x,y,z , 表示存在一条从点 x 到点 y 的有向边, 边长为 z 。

接下来 k 行, 每行包含两个整数 x,y , 表示询问点 x 到点 y 的最短距离。

输出格式

共 k 行, 每行输出一个整数, 表示询问的结果, 若询问两点间不存在路径, 则输出 `impossible`。

数据范围

$1 \leq n \leq 200$

$1 \leq k \leq n^2$

$1 \leq m \leq 20000$

图中涉及边长绝对值均不超过 10000。

输入样例

```
1 3 3 2
2 1 2 1
3 2 3 2
4 1 3 1
5 2 1
6 1 3
```

输出样例

```
1 impossible
2 1
```

代码实现

```
1 def Floyd(m, n, g):
2     inf = 0x7fffffff
3     d = [[inf for i in range(n + 1)] for i in range(n + 1)]
4     for i in range(1, n + 1):
5         d[i][i] = 0
6         for j, v in g[i]:
7             d[i][j] = min(d[i][j], v)
8
9     for k in range(1, n + 1):
10        for i in range(1, n + 1):
11            for j in range(1, n + 1):
12                d[i][j] = min(d[i][j], d[i][k] + d[k][j])
13    return d
14
15
16 n, m, k = map(int, input().split())
17 g = [[] for i in range(n + 1)]
18 for i in range(m):
19     a, b, c = map(int, input().split())
20     g[a].append([b, c])
21 dis = Floyd(n, m, g)
22 for i in range(k):
23     a, b = map(int, input().split())
24     print(dis[a][b] if dis[a][b] != 0x7fffffff else 'impossible')
```

Prime最小生成树

1.Prim算法求最小生成树

题面

给定一个 n 个点 m 条边的无向图，图中可能存在重边和自环，边权可能为负数。

求最小生成树的树边权重之和，如果最小生成树不存在则输出 `impossible`。

给定一张边带权的无向图 $G=(V,E)$ ，其中 V 表示图中点的集合， E 表示图中边的集合， $n=|V|$ ， $m=|E|$ 。

由 W 中的全部 n 个顶点和 EE 中 $n-1$ 条边构成的无向连通子图被称为 G 的一棵生成树，其中边的权值之和最小的生成树被称为无向图 G 的最小生成树。

输入格式

第一行包含两个整数 n 和 m 。

接下来 m 行，每行包含三个整数 u, v, w ，表示点 u 和点 v 之间存在一条权值为 w 的边。

输出格式

共一行，若存在最小生成树，则输出一个整数，表示最小生成树的树边权重之和，如果最小生成树不存在则输出 `impossible`。

数据范围

$1 \leq n \leq 500$,

$1 \leq m \leq 10^5$,

图中涉及边的边权的绝对值均不超过 10000。

输入样例

```
1 | 4 5
2 | 1 2 1
3 | 1 3 2
4 | 1 4 3
5 | 2 3 2
6 | 3 4 4
```

输出样例

```
1 | 6
```

代码实现

```
1  def Prime(n, m, g):
2      from queue import PriorityQueue
3      inf = 0xffffffff
4      p = [[inf for i in range(n + 1)] for i in range(n + 1)]
5      for i in range(1, n + 1):
6          p[i][i] = 0
7          for j, k in g[i]:
8              p[i][j] = min(p[i][j], k)
9              p[j][i] = min(p[j][i], k)
10
11     dis = [inf for i in range(n + 1)] # i到集合的最短距离
12     s = set([])
13     pq = PriorityQueue()
14     ans = 0
15     for i in range(1, n + 1): # 总共要加入n个点
16         # 找到马上要新加入几何的点，要求这个点不在集合中并且离集合最近
17         closet_point = min(range(1, n + 1), key=lambda x: inf * inf *
18 int(x in s) + dis[x])
19         if i != 1: # 排除第一次，第一个点离空集距离是正无穷的
```

```

19         if dis[closet_point] == inf: # 如果最近的点没有通路，说明构造不出最小
生成树
20             print("impossible")
21             return
22         ans += dis[closet_point]
23         # 用新加入的点，也就是closet_point更新其余的各个点到集合s的最小距离，此处宜思
考
24         for j in range(1, n + 1):
25             dis[j] = min(dis[j], p[closet_point][j])
26         s.add(closet_point) # 把这个点加入到集合内部
27
28     print(ans)
29     return
30
31
32 n, m = map(int, input().split())
33 g = [[] for i in range(n + 1)]
34 for i in range(m):
35     a, b, c = map(int, input().split())
36     g[a].append([b, c])
37 Prime(n, m, g)

```

Kruskal算法

1.Kruskal 算法求最小生成树

题面

给定一个 n 个点 m 条边的无向图，图中可能存在重边和自环，边权可能为负数。

求最小生成树的树边权重之和，如果最小生成树不存在则输出 `impossible`。

给定一张边带权的无向图 $G=(V,E)$ ，其中 V 表示图中点的集合， E 表示图中边的集合， $n=|V|$ ， $m=|E|$ 。

由 V 中的全部 n 个顶点和 EE 中 $n-1$ 条边构成的无向连通子图被称为 G 的一棵生成树，其中边的权值之和最小的生成树被称为无向图 G 的最小生成树。

输入格式

第一行包含两个整数 n 和 m 。

接下来 m 行，每行包含三个整数 u,v,w ，表示点 u 和点 v 之间存在一条权值为 w 的边。

输出格式

共一行，若存在最小生成树，则输出一个整数，表示最小生成树的树边权重之和，如果最小生成树不存在则输出 `impossible`。

数据范围

$$1 \leq n \leq 10^5,$$

$$1 \leq m \leq 2 * 10^5$$

图中涉及边的边权的绝对值均不超过 1000。

输入样例

```
1 | 4 5
2 | 1 2 1
3 | 1 3 2
4 | 1 4 3
5 | 2 3 2
6 | 3 4 4
```

输出样例

```
1 | 6
```

代码实现

```
1  def Kruskal(n, m, edges):
2      s = [i for i in range(n + 1)]
3
4      def _fa(a):
5          if s[a] == a:
6              return a
7          s[a] = _fa(s[a])
8          return s[a]
9
10     def _h(a):
11         return 0 if s[a] == a else _h(s[a]) + 1
12
13     def _union(a, b):
14         fa = _fa(a)
15         fb = _fa(b)
16         if _h(a) < _h(b):
17             s[fa] = fb
18         else:
19             s[fb] = fa
20
21     def _common(a, b):
22         return _fa(a) == _fa(b)
23
24     def _cluster():
25         for i in range(1, n + 1):
26             s[i] = _fa(i)
27         return len(set(s)) - 1
28
29
30     edges.sort(key=lambda x: x[2])
31     a, b, ans = edges.pop(0)
32     _union(a, b)
33     for i, j, k in edges:
34         if not _common(i, j):
35             ans += k
36             _union(i, j)
37
38     if _cluster() == 1:
39         print(ans)
```

```
40     else:
41         print("impossible")
42     return
43
44
45 n, m = map(int, input().split())
46 edges = []
47 for i in range(m):
48     a, b, c = map(int, input().split())
49     edges.append([a, b, c])
50
51 Kruskal(n, m, edges)
```

匈牙利算法

1.二分图的最大匹配

题面

给定一个二分图，其中左半部包含 n_1 个点（编号 $1 \sim n_1$ ），右半部包含 n_2 个点（编号 $1 \sim n_2$ ），二分图共包含 m 条边。

数据保证任意一条边的两个端点都不可能在同一部分中。

请你求出二分图的最大匹配数。

二分图的匹配：给定一个二分图 G ，在 G 的一个子图 M 中， M 的边集 $\{E\}$ 中的任意两条边都不依附于同一个顶点，则称 M 是一个匹配。

二分图的最大匹配：所有匹配中包含边数最多的一组匹配被称为二分图的最大匹配，其边数即为最大匹配数。

输入格式

第一行包含三个整数 n_1 、 n_2 和 m 。

接下来 m 行，每行包含两个整数 u 和 v ，表示左半部点集中的点 u 和右半部点集中的点 v 之间存在一条边。

输出格式

输出一个整数，表示二分图的最大匹配数。

数据范围

$$1 \leq n_1, n_2 \leq 500$$

$$1 \leq u \leq n_1$$

$$1 \leq v \leq n_2$$

$$1 \leq m \leq 10^5$$

输入样例

```
1 2 2 4
2 1 1
3 1 2
4 2 1
5 2 2
```

输出样例：

```
1 2
```

代码实现

```
1 def Hungary(n, m, li):
2     boy = [0 for i in range(n + 1)]
3     girl = [0 for i in range(m + 1)]
4
5     def _match(n):
6         for i in li[n]:
7             if girl[i] == 0:
8                 girl[i] = n
9                 return 1
10            else:
11                j = girl[i]
12                k = 0
13                while k < len(li[j]) and girl[li[j]][k]:
14                    k += 1
15                if k < len(li[j]):
16                    girl[li[j]][k] = j
17                    girl[i] = n
18                    return 1
19            return 0
20
21     ans = 0
22     for i in range(1, n + 1):
23         ans += _match(i)
24     print(ans)
25     return ans
26
27
28 n, m, k = map(int, input().split())
29 edges = [[] for i in range(n + 1)]
30 for i in range(k):
31     a, b = map(int, input().split())
32     edges[a].append(b)
33
34 Hungary(n, m, edges)
```