

Tarea 2: Programación Entera vs Programación Lineal

Lidia Velicia Ruiz

NP: 144781

19/09/2023

1 Introducción

La Programación Lineal (PL / LP -por sus siglas en inglés-) es una técnica matemática que se utiliza para optimizar (maximizar/minimizar) la solución a una función lineal, cuyas variables están sujetas a restricciones lineales.

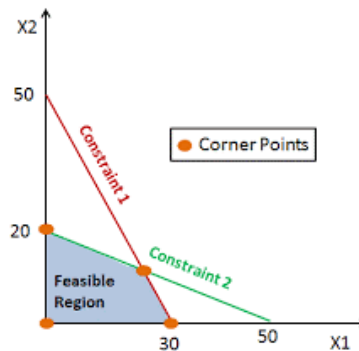


Figure 1: Resolución de un problema de PL por el método gráfico.

La Programación Lineal Entera (PLE / ILP -en inglés-) es una particularidad de los problemas de PL donde las variables (todas o alguna) son enteras.

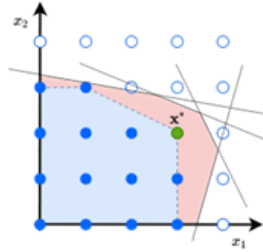


Figure 2: Resolución de un problema de PLE por el método gráfico.

En este artículo veremos las diferencias entre ambas técnicas, así como ejemplos de cada una de ellas.

2 Programación Lineal (PL)

Se caracteriza por:

- *Variables Continuas*: las variables de decisión pueden tomar cualquier valor real.
- *Función Objetivo Lineal*: la función objetivo es una combinación lineal de las variables de decisión.
- *Restricciones Lineales*: las restricciones que limitan las variables de decisión son ecuaciones o desigualdades lineales.

2.1 Ejemplo: Planificación de Producción

En un taller de artesanía se fabrican collares y pulseras. En hacer un collar el artesano tarda 2 horas y en hacer una pulsera, 1 hora. Como mucho, el artesano puede trabajar 54 horas a la semana. Por cada collar gana 5 euros y por cada pulsera 4. El artesano quiere saber cuántas pulseras y collares debe hacer para maximizar sus beneficios.

Sean x : "nº collares", y : "nº pulseras"

Restricciones:

$$\begin{cases} x + y \leq 50 \\ 2x + y \leq 54 \\ x \geq 0, y \geq 0 \end{cases}$$

La función objetivo a maximizar es las ganancias: $z = 5x + 4y$

Usando el solucionador GLOP obtenemos:

Beneficio óptimo = 204.00000000000003 euros

Fabricación:

- Collares = 3.999999999999987
- Pulseras = 46.000000000000002

Para obtener un beneficio máximo de 204 euros, el artesano debe fabricar semanalmente 4 collares y 46 pulseras.

(Se puede ver el código completo en el archivo *ejercicio-1-PL.py*)

En la planificación de producción es posible encontrarse con productos "a medio hacer", especialmente en este caso, que se trata de una producción artesana. Plantearlo como un problema de PL permite que las variables de decisión tomen valores continuos, lo que refleja esta flexibilidad en la producción.

3 Programación Lineal Entera (PLE)

Se caracteriza por:

- *Variables Enteras*: las variables de decisión únicamente toman valores enteros.
- *Función Objetivo Lineal*: al igual que en PL.
- *Restricciones Lineales*: también como en PL, las ecuaciones o desigualdades siguen siendo lineales.

3.1 Ejemplo: Problema de Inversión de Capital

Se están considerando cuatro posibles inversiones. La primera de ellas proporciona actualmente unos beneficios netos de 16000 euros, la segunda, 22000 euros, la tercera 12000 euros, y la cuarta 8000 euros. Cada una de las inversiones requiere cierta cantidad de dinero en efectivo: 5000, 7000, 4000 y 3000 euros, respectivamente. Si solamente se dispone de 14000 euros

para invertir. ¿Qué combinación de inversiones proporcionará los máximos beneficios?

Sean a : "inversión 1", b : "inversión 2", c : "inversión 3", d : "inversión 4"

Restricciones:

$$\begin{cases} 5.000a + 7.000b + 4.000c + 3.000d \leq 14.000 \\ a, b, c, d \in \{0, 1\} \end{cases}$$

si realizamos la inversión (1), si no (0).

La función objetivo a maximizar es el beneficio:

$$z = 16.000a + 22.000b + 12.000c + 8.000d$$

Usando el solucionador CBC obtenemos:

Beneficio óptimo = 42000.0 euros

Mejores inversiones:

- Invertir en el producto 2
- Invertir en el producto 3
- Invertir en el producto 4

(Se puede ver el código completo en el archivo *ejercicio-2-PL.py*)

En este caso, al encontrarnos ante una toma de decisión, las variables sólo pueden tomar los valores discretos 0 (no) o 1 (sí). No tendría sentido resolver este problema usando métodos de PL estricto que nos diese un valor decimal como respuesta.

4 Importancia de la selección del solucionador

La elección del solucionador adecuado es crucial para resolver problemas de PL y PE de manera eficiente. La elección del solucionador depende de las características del problema:

- **Solucionadores PL:** son apropiados cuando las variables pueden tomar valores continuos. Suelen ser computacionalmente menos exigentes. Por ejemplo, GLOP es un solucionador de programación lineal

puro, Gurobi y CPLEX también son altamente eficientes para resolver problemas con variables continuas y restricciones lineales.

- **Solucionadores PLE:** son necesarios cuando las variables toman valores enteros. El uso de un solucionador de LP para tales problemas podría conducir a soluciones poco prácticas o inviables. Sin embargo, los problemas de PLE suelen requerir algoritmos específicos, de mayor complejidad. SCIP y CBC son los más comunmente usados, se trata de solucionadores “mixtos”, para problemas en los que hay tanto variables enteras como continuas.

5 Referencias

- *EJERCICIOS RESUELTOS DE PROGRAMACIÓN LINEAL* - Portal Estadística Aplicada
- *Tema 8: El Problema de Programacion Lineal Entera. Modelización y Resolución* - Universidad de Valencia