

Tarea 3:

Introducción a la Programación de Restricciones y su Aplicación en Problemas de Datos

Lidia Velicia Ruiz
Jorge Diamantopoulos

21/09/2023

1 Introducción

La Programación de Restricciones (CP, por sus siglas en inglés, Constraint Programming) es una técnica de resolución de problemas que se utiliza para encontrar soluciones que cumplan con un conjunto de restricciones predefinidas. Las restricciones pueden ser lógicas o numéricas y establecen condiciones para las variables que deben ser satisfechas.

El objetivo principal de la CP es encontrar valores para estas variables que satisfagan todas las restricciones simultáneamente.

La CP es fundamental en ciencia de datos ya que permite abordar una amplia gama de problemas complejos de optimización, como la programación horaria, el diseño de redes, problemas de optimización de rutas de transporte...

2 Satisfactibilidad vs Optimización

La CP se usa para resolver dos tipos distintos de problemas, según su objetivo:

- **Satisfactibilidad:** consiste en buscar cualquier solución al problema que cumpla con todas las restricciones, sin que esta sea necesariamente la mejor. El objetivo es determinar la existencia de solución al problema dado.

Un ejemplo muy conocido es Problema de las N-Reinas, en el que el objetivo es encontrar disposiciones de reinas en las que se cumpla que ninguna se amenace.

- **Optimización:** consiste en encontrar la mejor solución posible dentro de las restricciones dadas. En lugar de buscar cualquier solución válida, se busca la solución que optimice una función objetivo específica.

Cuando los problemas son más complejos y las restricciones ya no se ciñen sólo a la linealidad, se recurre a la CP para resolver los problemas de optimización.

3 Ejemplo: Problema Asignación de Tareas

(Archivo con el código para resolver el problema: `ejemplo.py`)

En una empresa se cuenta con 4 trabajadores y en el proceso productivo han de realizarse 4 tareas. Dada la siguiente tabla que indica el tiempo en horas que cada trabajador tarda en completar cada tarea. El objetivo es asignar cada tarea a un trabajador de manera que se minimice el tiempo total de trabajo.

	Tarea 1	Tarea 2	Tarea 3	Tarea 4
Trabajador 1	3	5	2	7
Trabajador 2	4	6	3	8
Trabajador 3	2	4	1	6
Trabajador 4	5	7	2	9

Table 1: Tiempo que tarda cada trabajador en realizar cada tarea.

En este caso las restricciones son:

- Cada trabajador realiza una única tarea.
- Cada tarea es realizada por un único trabajador.

La función objetivo que hay que minimizar es el tiempo total de trabajo, que se calcula sumando los tiempos de cada tarea asignada a cada trabajador:

$$\text{Tiempo Trabajo} = \sum_{\text{worker}=1}^4 \sum_{\text{task}=1}^4 \text{task_times}[\text{worker}][\text{task}] \times \text{assignment}[\text{worker}][\text{task}]$$

Aplicando el solucionador CP-SAT de OR-Tools, obtenemos:

```
Asignación óptima encontrada:
- Trabajador 1 realiza Tarea 2
- Trabajador 2 realiza Tarea 1
- Trabajador 3 realiza Tarea 3
- Trabajador 4 realiza Tarea 4
TIEMPO TOTAL DE TRABAJO: 19 horas
```

4 Comparación con la Programación Lineal

Ambas buscan encontrar solución a un problema sujeto a unas restricciones predefinidas. En el caso de la PL, siempre se busca optimizar una función objetivo (lineal); mientras que, en la CP, como ya hemos visto, no tiene por qué, también puede buscarse simplemente la satisfactibilidad de las condiciones.

La principal diferencia es que la PL, tanto la función objetivo como las restricciones deben ser lineales. La CP se ocupa de problemas más complejos.

Ambas herramientas son muy útiles, pero se aplican en problemas de distinto tipo, dependiendo de las características y objetivos.

5 Referencias

- *Constrained Optimization* - Wikipedia
- *El problema de Satisfactibilidad y su aplicación a problemas de planificación y scheduling* - Héctor Sanvicente Sánchez y Marco Antonio Cruz Chávez
- *Ejercicios Resuletos de Investigación Operativa* - Universidad del País Vasco (UPV/EHU)