lidia.velicia_Tarea5

December 11, 2022

0.0.1 Calcula

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{x^3+2x-1}{5x^3+x^2-2x+1}$$

[1]:
```
limit( (x**3+2*x-1)/(5*x**3+x**2-2*x+1) , x=oo)
```

[1]: 1/5

0.0.2 Calcula

$$\lim_{x\to+\infty} \sqrt{x^2-x} - \sqrt{x^2+4x}$$

[2]:
```
limit( sqrt(x**2-x)-sqrt(x**2+4*x), x=oo)
```

[2]: -5/2

0.0.3 Calcula

$$\lim_{x\to+\infty} \ln\left(1+x+\sqrt{x}\right) - \ln\left(x\right)$$

[3]:
```
limit( ln(1+x+sqrt(x))-ln(x), x=oo)
```

[3]: 0

0.0.4 Calcula

$$\lim_{x\to+\infty} \frac{1^3+2^3+...+x^3}{x^4}$$

Sabemos que $\sum_{n=1}^{x} n^3 = \frac{1}{4}x^2(x+1)^2$ entonces el límite queda: $lim_{x\to+\infty}\frac{x^2(x+1)^2}{4x^4}$

[4]:
```
limit( x**2*(x+1)**2/(4*x**4), x=oo )
```

[4]: 1/4

0.0.5 Calcula

$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x^3-2x}{x^3+3x^2-2x-1}\right)^x$$

[5]:
```
limit( ((x**3-2*x)/(x**3+3*x**2-2*x-1))**x , x=oo )
```

[5]: e^(-3)

0.0.6 Calcula

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{n+2}{n^3-n}$$

[6]:
```
# lo podemos resolver numéricamente
print( sum( (x+2)/(x**3-x), x, 2, 80 ).n() )
print( sum( (x+2)/(x**3-x), x, 2, 100 ).n() )
    #se va acercando cada vez más a 1.25 = 5/4
```

```
1.23742283950617
1.23995049504951
```

[9]:
```
# o simbólicamente
from sympy import *
n = Symbol('n')
s = Sum( (n+2)/(n**3-n), (n, 2, oo) )
s.doit()
```

[9]: $\frac{5}{4}$

0.0.7 Calcula

$$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n^3-n}$$

[10]:
```
from sympy import *
n = Symbol('n')
s = Sum( (1)/(n**3-n), (n, 2, oo) )
s.doit()
```

[10]: $\frac{1}{4}$

0.0.8 Calcula

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n x^n$$

[11]:
```
from sympy import *
n = Symbol('n')
x = Symbol('x')
s = Sum( (-1)**n*x**n, (n, 0, oo) )
```

```
s.doit()
```

[11]:

$$\begin{cases} \frac{1}{x+1} & \text{for } |x| < 1 \\ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^n & \text{otherwise} \end{cases}$$

Esta serie sólo es convergente cuando $-1 < x < 1$, en otro caso es divergente y la suma de la serie no existe.

0.0.9 Calcula

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n 4^n x^{2n}$$

[12]:

```python
from sympy import *
n = Symbol('n')
x = Symbol('x')
s = Sum( (-1)**n*4**n*x**(2*n), (n, 0, oo) )
s.doit()
```

[12]:

$$\begin{cases} \frac{1}{4x^2+1} & \text{for } 4\left|x^2\right| < 1 \\ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n 4^n x^{2n} & \text{otherwise} \end{cases}$$

Esta serie sólo es convergente cuando $\frac{-1}{2} < x < \frac{1}{2}$, en otro caso es divergente y la suma de la serie no existe.

0.0.10 Calcula la serie de Taylor en el origen de la función $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

El polinomio de Taylor de f(x) en 0 es:

[7]:

```python
# desarrollo del polinomio de Taylor de f(x) en 0 de grado 8
taylor(1/(1+x**2), x, 0, 8)
```

[7]: x^8 - x^6 + x^4 - x^2 + 1

generalizando, podemos decir que la serie de Taylor de f(x) en 0 va a tener la forma:

$$\sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n}$$

[14]:

```python
# en efecto, la suma de la serie nos da f(x)
from sympy import *
n = Symbol('n')
x = Symbol('x')
s = Sum( (-1)**n*x**(2*n), (n, 0, oo) )
s.doit()
```

[14]:

$$\begin{cases} \frac{1}{x^2+1} & \text{for } \left|x^2\right| < 1 \\ \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n x^{2n} & \text{otherwise} \end{cases}$$

0.0.11 Calcula la serie de Taylor en el origen de la función $g(x) = xcos(x)$

El polinomio de Taylor de g(x) en 0 es:

[8]:
```
# desarrollo del polinomio de Taylor de g(x) en 0 de grado 8
taylor(x*cos(x), x, 0, 8)
```

[8]:
```
-1/720*x^7 + 1/24*x^5 - 1/2*x^3 + x
```

generalizando, podemos decir que las serie de Taylor de g(x) en 0 va a tener la forma:

$$\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n \cdot \frac{x^{2n+1}}{(2n)!}$$

[15]:
```
# en efecto, la suma de la serie nos da g(x)
from sympy import *
n = Symbol('n')
x = Symbol('x')
s = Sum( (-1)**n*x**(2*n+1)/factorial(2*n), (n, 0, oo) )
s.doit()
```

[15]:

$x\cos(x)$