שיטות הפרד ומשול: מיון-מהיר

הקלט: סדרה S של n איברים.
הפלט: סדרה S ממוינת.

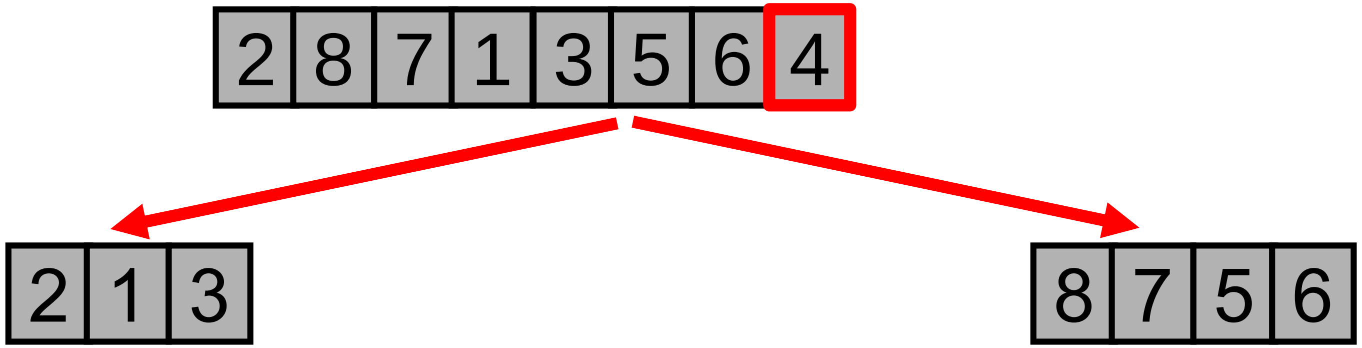
<u>האלגוריתם</u>:
- הפרד: בחר איבר y ב S כציר ופצל את S לשתי סדרות S_1, S_2 כך ש:

$$S_1 = \{x \in S \mid x < y\}$$
$$S_2 = \{x \in S \mid x > y\}$$

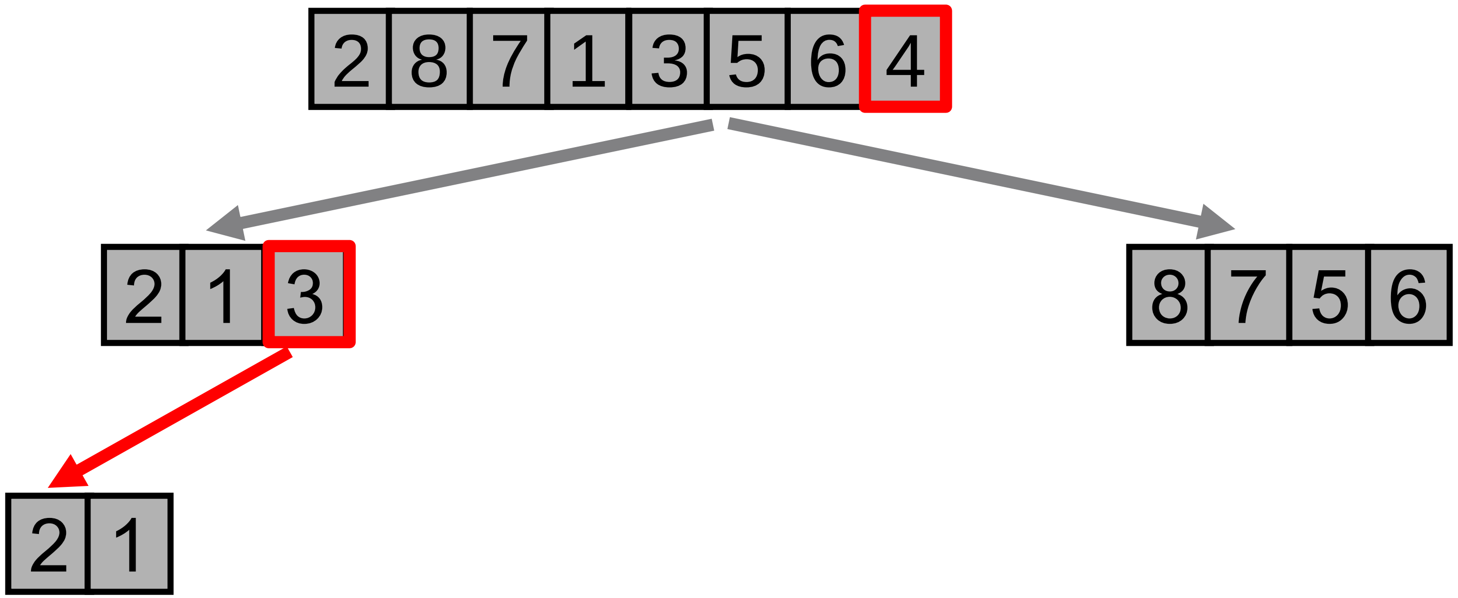
- משול: מיין את S_1 ו- S_2 באופן רקורסיבי.

- צרף: החזר את S_1 הממוינת, לאחריה הציר y, ולאחריו S_2 הממוינת כסדרה אחת ממוינת.

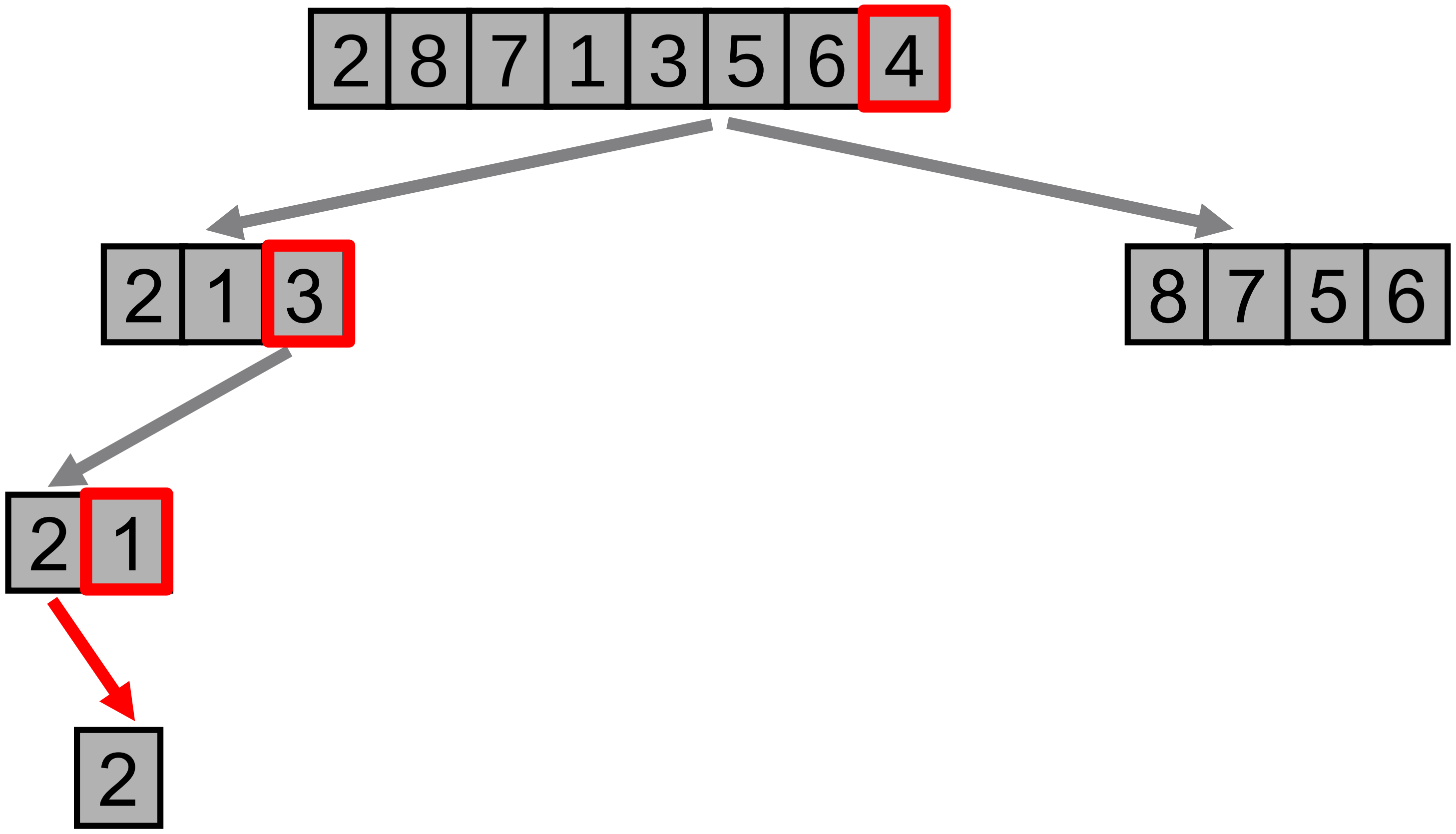
מיון מהיר - דוגמא:



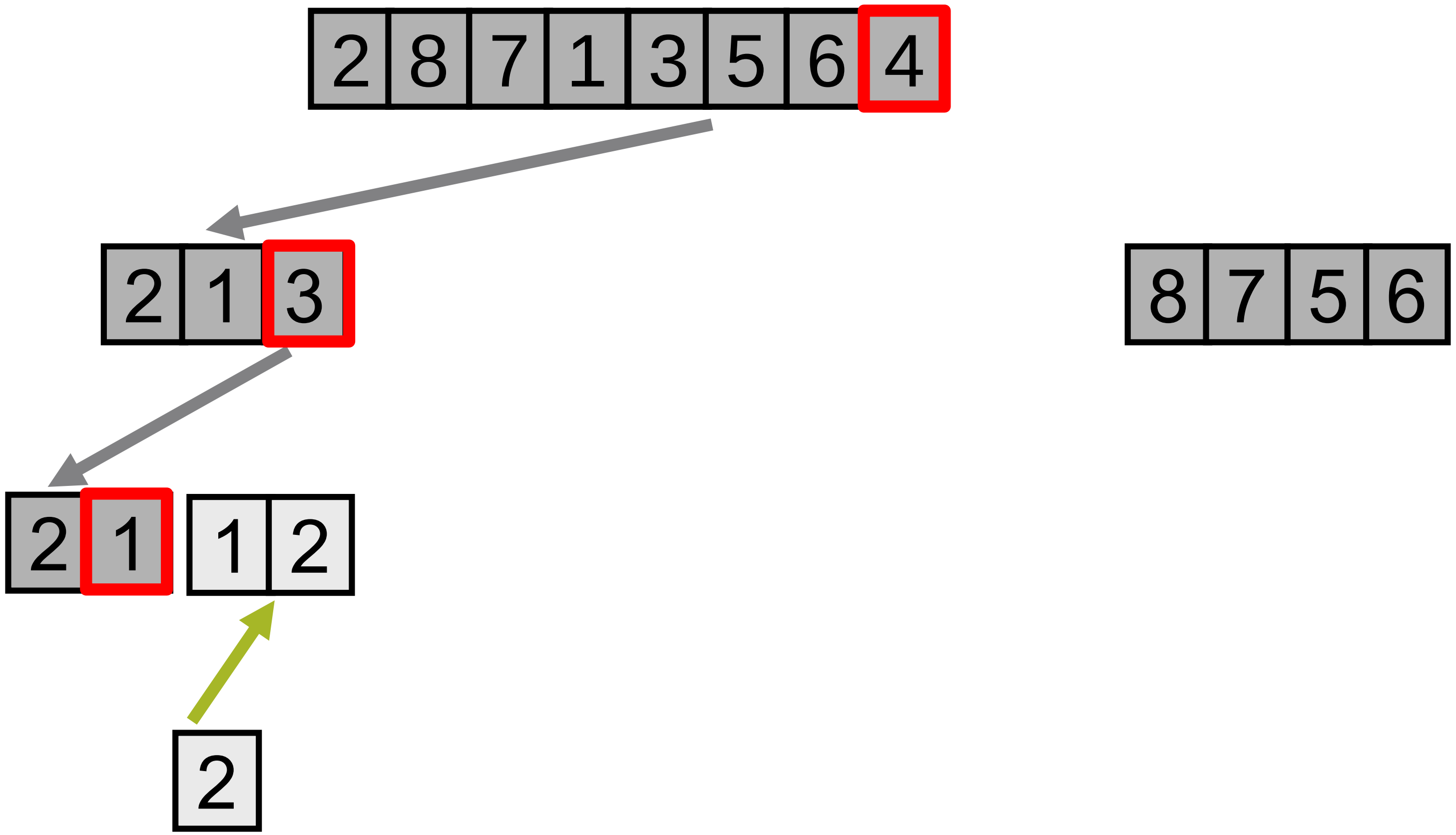
מיון מהיר - דוגמא:



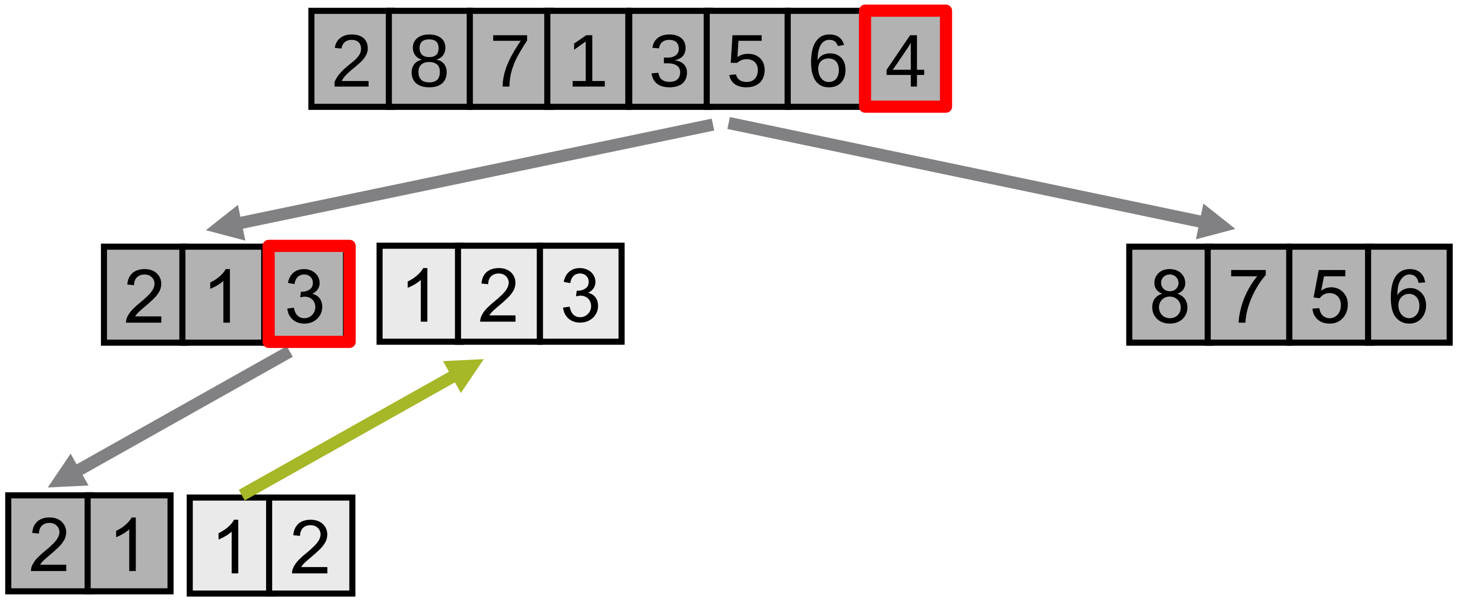
מיון מהיר - דוגמא:



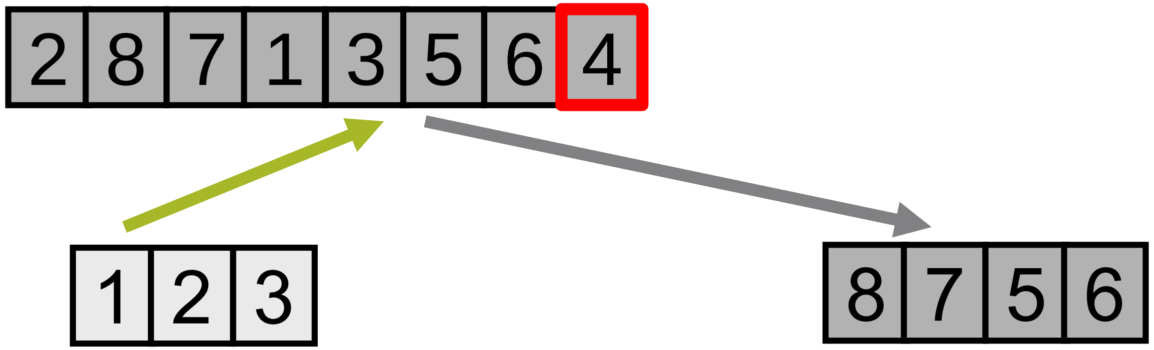
מיון מהיר - דוגמא:



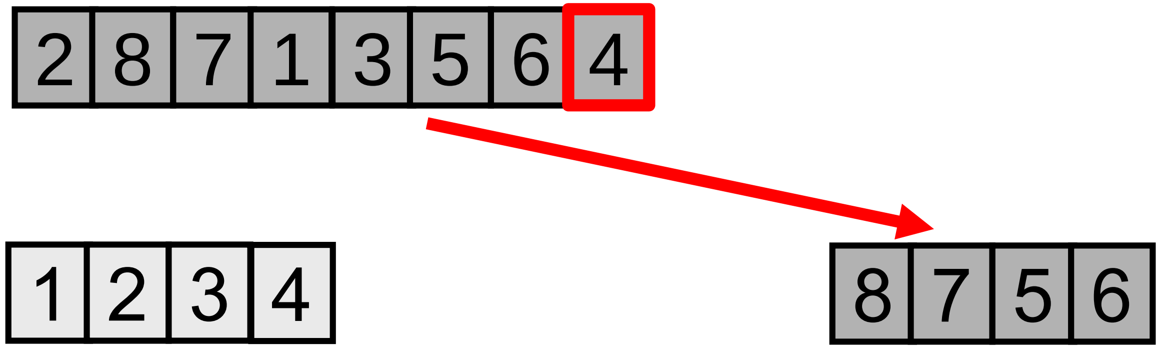
מיון מהיר - דוגמא:



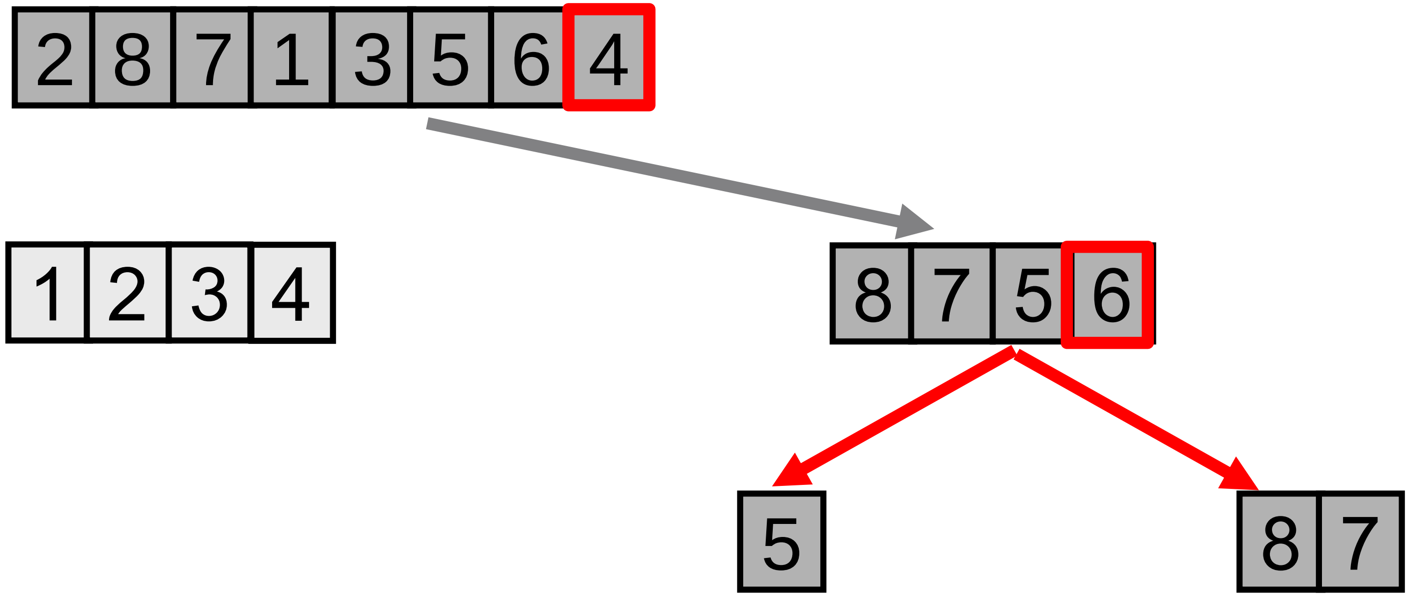
מיון מהיר - דוגמא:



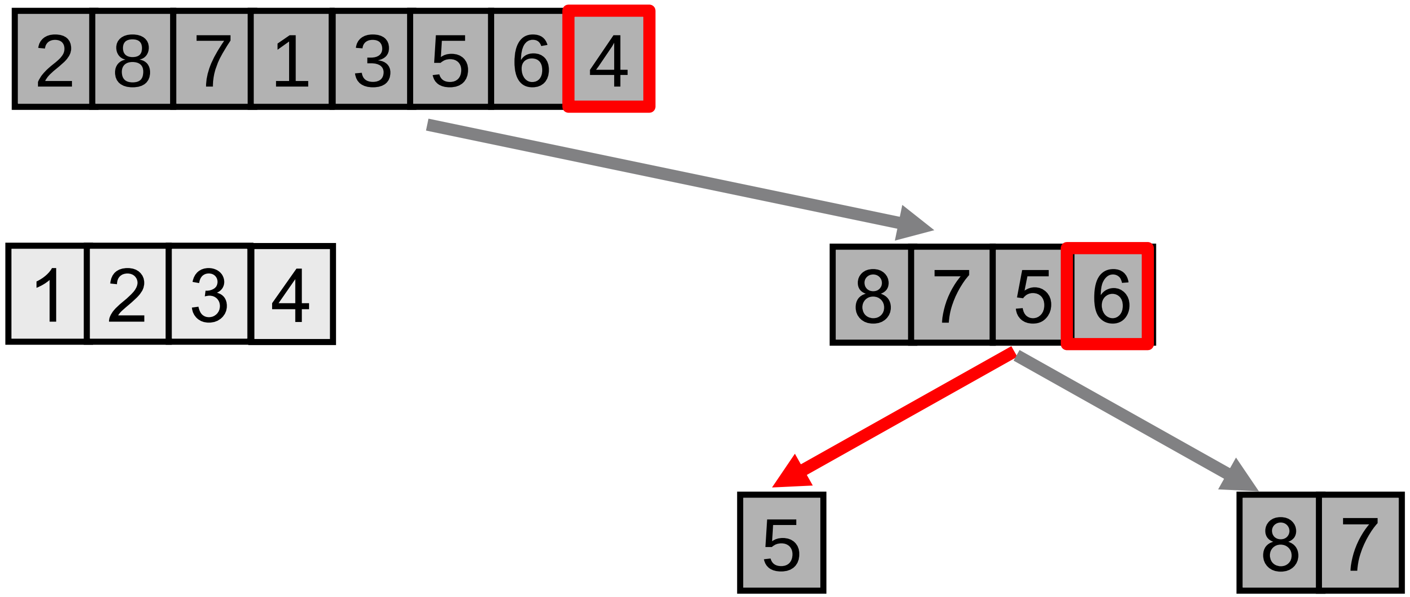
מיון מהיר - דוגמא:



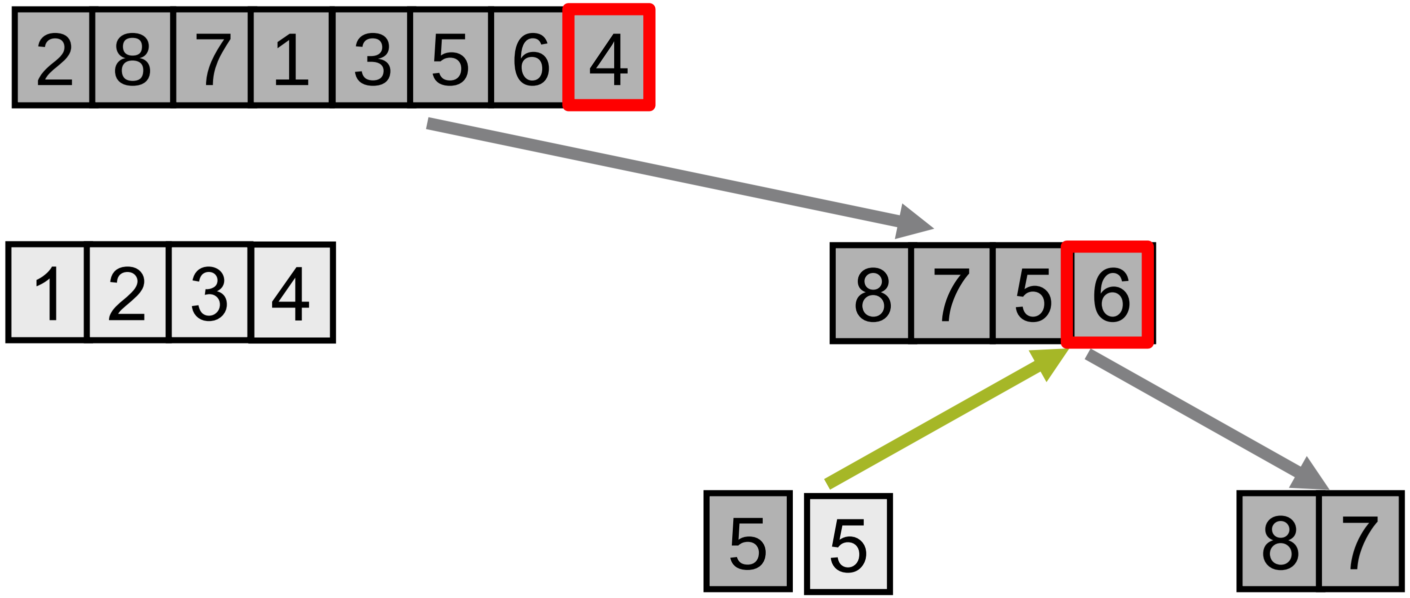
מיון מהיר - דוגמא:



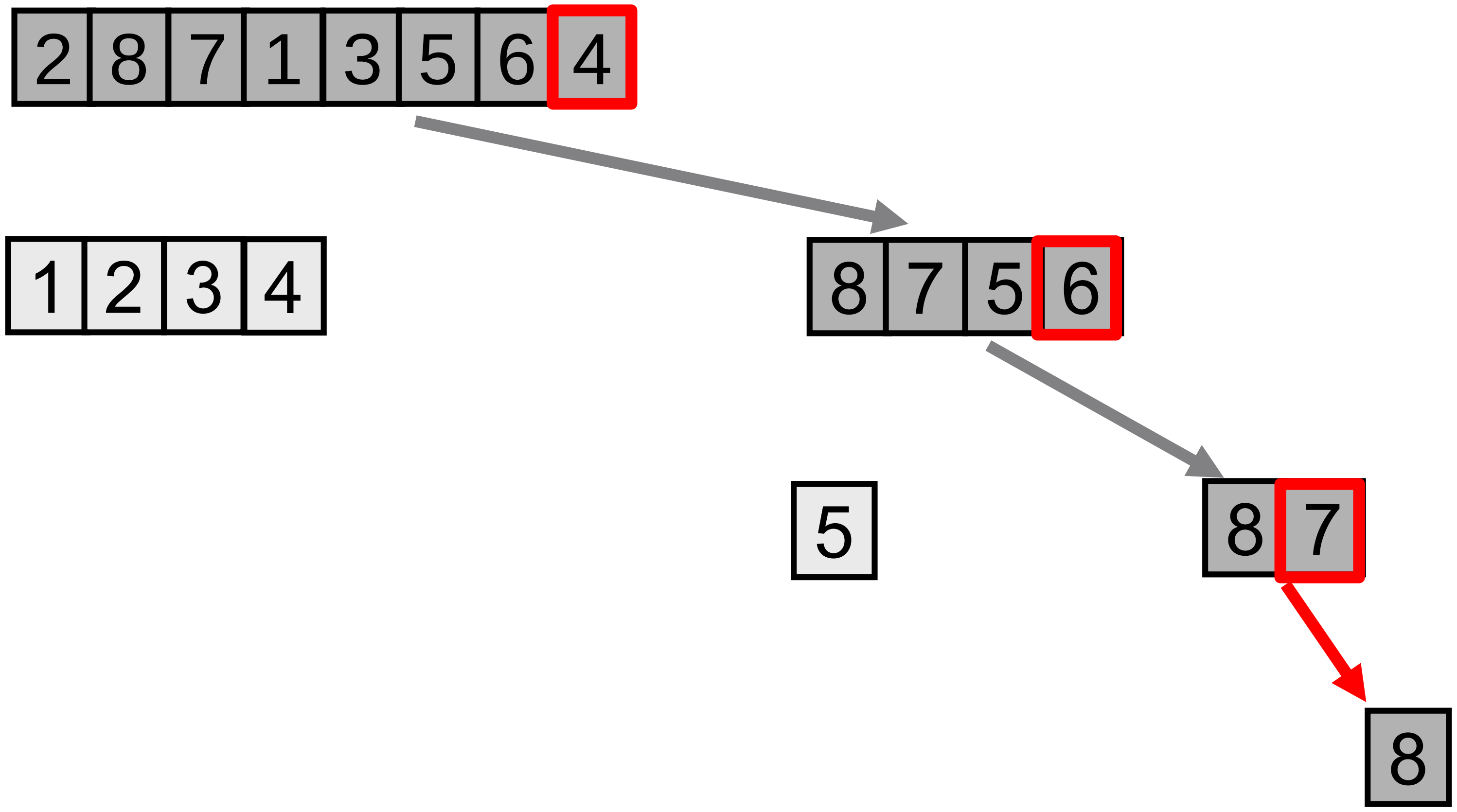
מיון מהיר - דוגמא:



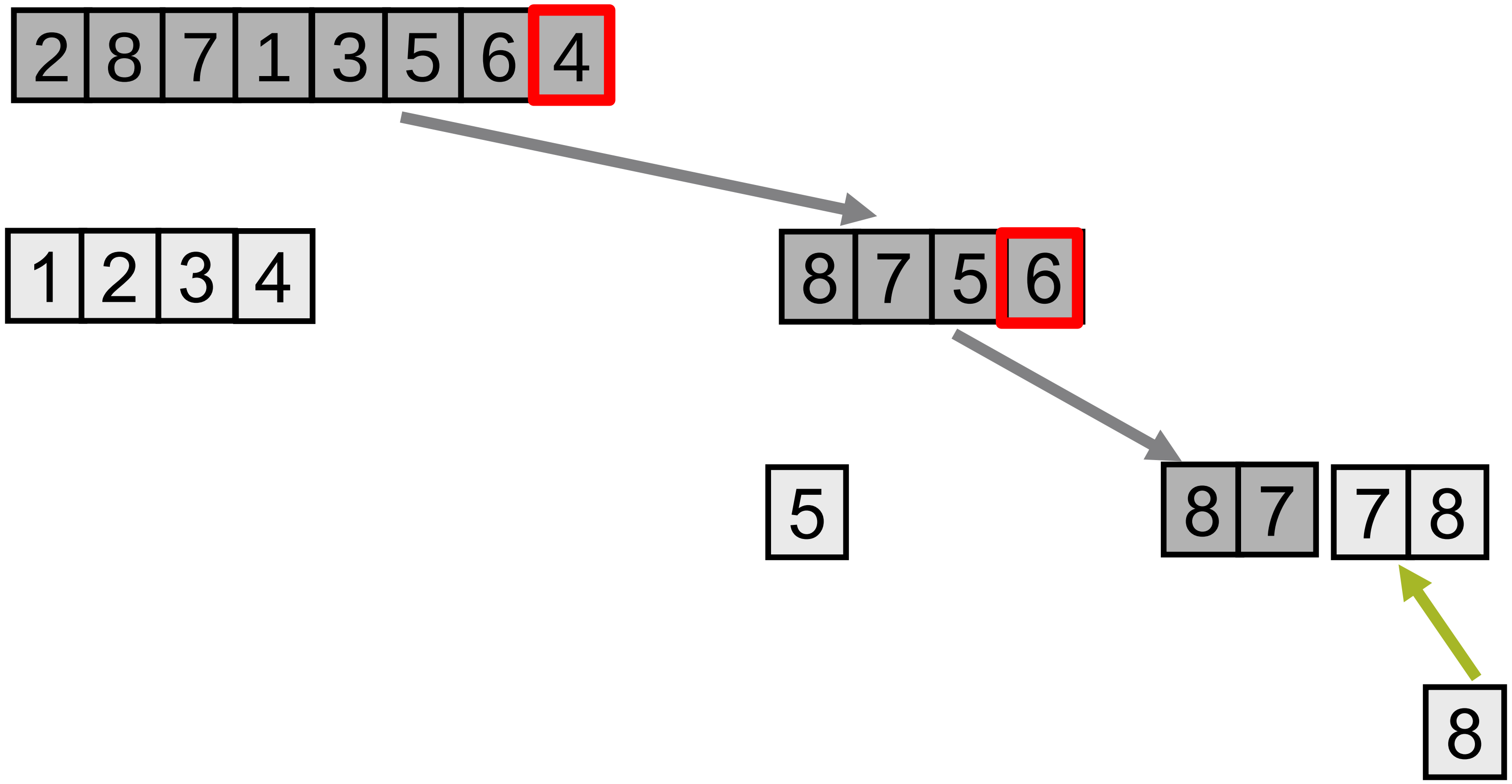
מיון מהיר - דוגמא:



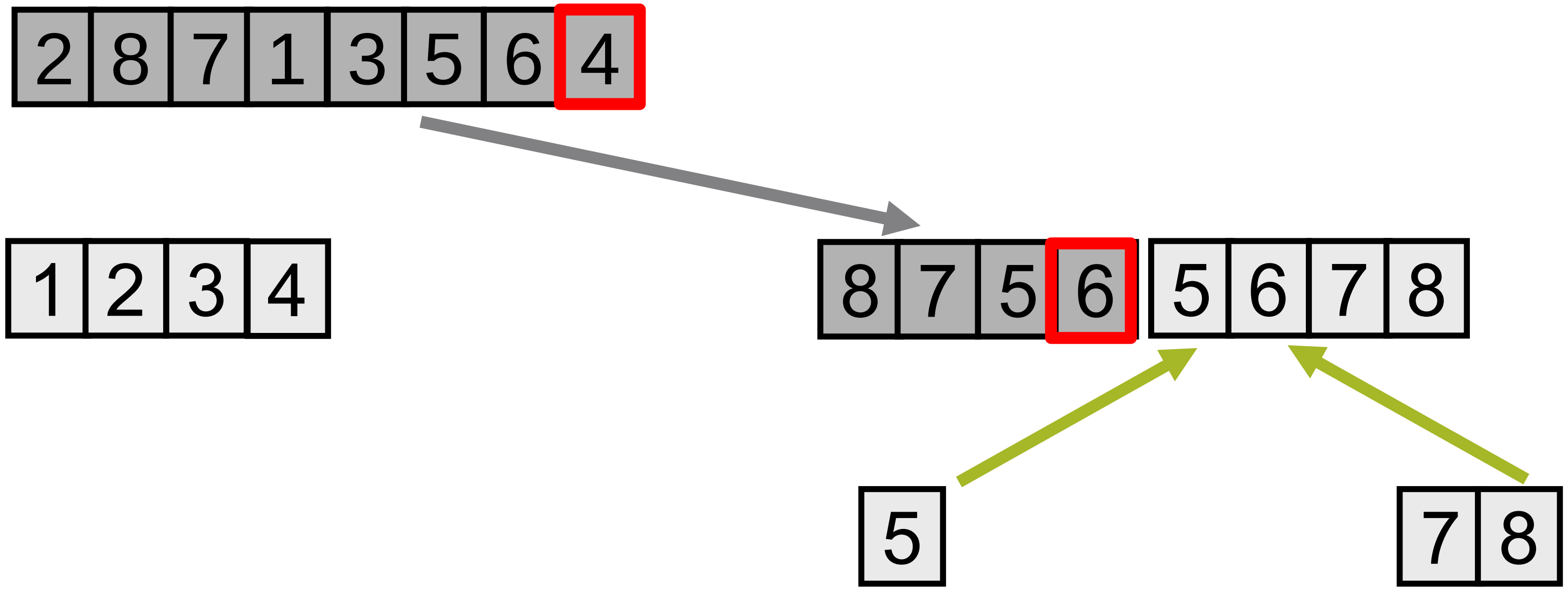
מיון מהיר - דוגמא:



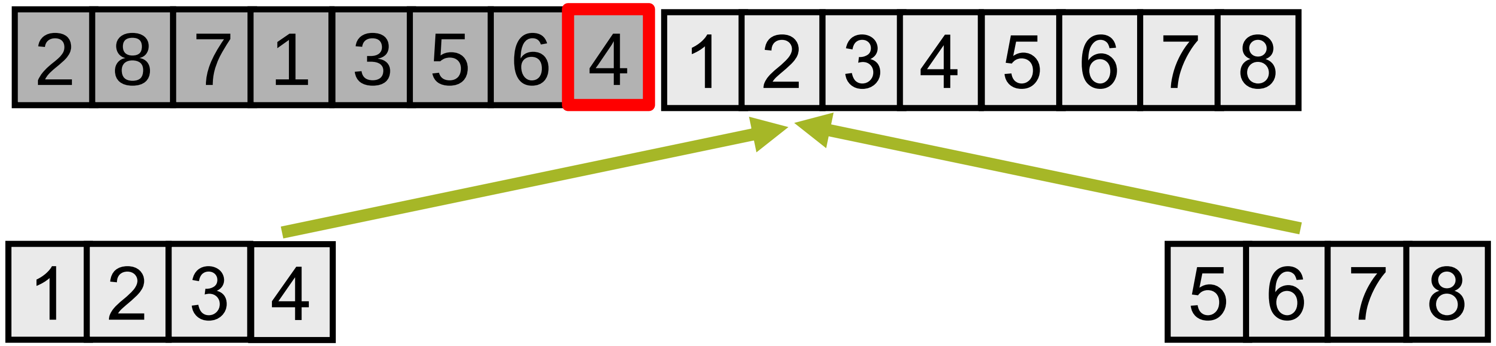
מיון מהיר - דוגמא:



מיון מהיר - דוגמא:



מיון מהיר - דוגמא:



שיטות הפרד ומשול: מיון-מהיר

הקלט: סדרה S של n איברים.
הפלט: סדרה S ממוינת.

<u>האלגוריתם (פסאודו-קוד):</u>

```
QuickSort(S)

if size(S) > 1
    S ← (S1,pivot,S2) ← partition(S,pivot)
    QuickSort(S1)
    QuickSort(S2)
```

כיצד מבצעים חלוקה (partition)?

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 1):

13	47	35	21	56	78

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 1):

i					j
13	47	35	21	56	$\boxed{78}$

:(פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 1

i					j
13	47	35	21	56	78

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 1):

	i				j
13	47	35	21	56	$\boxed{78}$

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 1):

		i			j
13	47	35	21	56	$\boxed{78}$

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 1):

			i		j
13	47	35	21	56	78

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 1):

				i	j
13	47	35	21	56	$\boxed{78}$

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 1):

13	47	35	21	56	78

i j

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 1):

				j	i
13	47	35	21	56	78

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 2):

i					j
13	47	85	21	56	$\boxed{35}$

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 2):

i					j
13	47	85	21	56	$\boxed{35}$

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 2):

	i				j
13	47	85	21	56	35

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 2):

	i			j	
13	47	85	21	56	$\boxed{35}$

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 2):

	i		j		
13	47	85	21	56	35

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 2):

	i		j		
13	21	85	47	56	$\boxed{35}$

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 2):

		i	j		
13	21	85	47	56	$\boxed{35}$

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 2):

i j

13	21	85	47	56	$\boxed{35}$

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 2):

	j	i			
13	21	85	47	56	35

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 2):

	j	i			
13	21	35	47	56	85

פרוצדורת חלוקת המערך לפי ציר (דוגמא 2):

	j	i			
13	21	35	47	56	85

סיבוכיות זמן מיון מהיר

נסמן ב- T(n) את זמן הריצה של מיון-מהיר על סדרה באורך n

- בסיס הרקורסיה- למיין איבר אחד: קבוע c.
- הזמן שלוקח לבצע חלוקה לינארי בגודל המערך
- לכן נרשום נוסחה רקורסיבית עבור T(n) :

$$T(n) = \begin{cases} c & n = 1 \\ T(i-1) + T(n-i) + n & n \geq 2 \end{cases}$$

סיבוכיות זמן מיון מהיר

נסמן ב- T(n) את זמן הריצה של מיון-מהיר על סדרה באורך n

- בסיס הרקורסיה- למיין איבר אחד: קבוע c.
- הזמן שלוקח לבצע חלוקה ליניארי בגודל המערך
- לכן נרשום נוסחה רקורסיבית עבור T(n) :

$$T(n) = \begin{cases} c & n = 1 \\ T(i-1) + T(n-i) + n + 1 & n \geq 2 \end{cases}$$

מה עושים עם i?

מה פתרון המשוואה?

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הטוב:

:i=$\frac{n}{2}$

$$T(n) = 2T\left(\frac{n}{2}\right) + n + 1 = \Theta(n \log n)$$

המקרה הגרוע:

:i=n

$$T(n) = T(n-1) + n + 1 = \Theta(n^2)$$

המקרה הממוצע?

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$T(n) = n + 1 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[T(i-1) + T(n-i)]$$

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$T(n) = n + 1 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}[T(i-1) + T(n-i)]$$

0	n-1
1	n-2
2	.
3	.
.	.
.	2
.	1
n-1	0

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$T(n) = n + 1 + \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} 2T(i-1)$$

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$T(n) = n + 1 + \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n} T(i-1)$$

$$\mathrm{n}T(n) = n(n+1) + 2\sum_{i=1}^{n} T(i-1)$$

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$T(n) = n + 1 + \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n} T(i-1)$$

$$\mathrm{n}T(n) = n(n+1) + 2\sum_{i=1}^{n} T(i-1)$$

$$(\mathrm{n}-1)T(n-1) = n(n-1) + 2\sum_{i=1}^{n-1} T(i-1)$$

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$T(n) = n + 1 + \frac{2}{n}\sum_{i=1}^{n} T(i-1)$$

$$(*) \qquad \mathrm{n}T(n) = n(n+1) + 2\sum_{i=1}^{n} T(i-1)$$

$$(**) \qquad (\mathrm{n}-1)T(n-1) = n(n-1) + 2\sum_{i=1}^{n-1} T(i-1)$$

$$\mathrm{nT(n)} - (\mathrm{n}-1)T(n-1) = n(n+1-n+1) + 2T(n-1)$$

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$\mathrm{nT(n)} - (\mathrm{n} - 1)T(n-1) = n(n+1-n+1) + 2T(n-1)$$

$$\mathrm{nT(n)} = (\mathrm{n} + 1)T(n-1) + 2n$$

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$\mathrm{nT(n)} - (\mathrm{n}-1)T(n-1) = n(n+1-n+1) + 2T(n-1)$$

$$\mathrm{nT(n)} = (\mathrm{n}+1)T(n-1) + 2n$$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \frac{T(n-1)}{n} + \frac{2}{n+1}$$

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$\mathrm{nT(n)} - (\mathrm{n} - 1)T(n-1) = n(n+1-n+1) + 2T(n-1)$$

$$\mathrm{nT(n)} = (\mathrm{n}+1)T(n-1) + 2n$$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \frac{T(n-1)}{n} + \frac{2}{n+1}$$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \frac{T(n-2)}{n-1} + \frac{2}{n} + \frac{2}{n+1}$$

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$\mathrm{nT(n)} - (\mathrm{n} - 1)T(n-1) = n(n+1-n+1) + 2T(n-1)$$

$$\mathrm{nT(n)} = (\mathrm{n}+1)T(n-1) + 2n$$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \frac{T(n-1)}{n} + \frac{2}{n+1}$$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \underbrace{\frac{T(n-3)}{n-2} + \frac{2}{n-1}}_{} + \frac{2}{n} + \frac{2}{n+1}$$

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$\mathrm{nT(n)} - (\mathrm{n}-1)T(n-1) = n(n+1-n+1) + 2T(n-1)$$

$$\mathrm{nT(n)} = (\mathrm{n}+1)T(n-1) + 2n$$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \frac{T(n-1)}{n} + \frac{2}{n+1}$$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \frac{T(n-3)}{n-2} + \frac{2}{n-1} + \frac{2}{n} + \frac{2}{n+1} = \cdots = \frac{T(1)}{2} + \sum_{i=3}^{n+1}\frac{2}{i} =$$

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$\mathrm{nT(n)} - (\mathrm{n}-1)T(n-1) = n(n+1-n+1) + 2T(n-1)$$

$$\mathrm{nT(n)} = (\mathrm{n}+1)T(n-1) + 2n$$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \frac{T(n-1)}{n} + \frac{2}{n+1}$$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \frac{T(n-3)}{n-2} + \frac{2}{n-1} + \frac{2}{n} + \frac{2}{n+1} = \cdots = \frac{T(1)}{2} + 2\sum_{i=3}^{n+1}\frac{1}{i} =$$

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$\mathrm{nT(n)} - (\mathrm{n} - 1)T(n-1) = n(n+1-n+1) + 2T(n-1)$$

$$\mathrm{nT(n)} = (\mathrm{n}+1)T(n-1) + 2n$$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \frac{T(n-1)}{n} + \frac{2}{n+1}$$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \frac{T(n-3)}{n-2} + \frac{2}{n-1} + \frac{2}{n} + \frac{2}{n+1} = \cdots \leq \frac{T(1)}{2} + 2\sum_{i=1}^{n+1}\frac{1}{i} =$$

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$\mathrm{nT(n)} - (\mathrm{n}-1)T(n-1) = n(n+1-n+1) + 2T(n-1)$$

$$\mathrm{nT(n)} = (\mathrm{n}+1)T(n-1) + 2n$$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \frac{T(n-1)}{n} + \frac{2}{n+1}$$

$$\frac{T(n)}{n+1} = \frac{T(n-3)}{n-2} + \frac{2}{n-1} + \frac{2}{n} + \frac{2}{n+1} = \cdots \leq \Theta(\log n)$$

מה פתרון המשוואה?

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$\frac{T(n)}{n+1} \leq \Theta(\log n)$$

$$\mathrm{T(n) = O(n \log n)}$$

מה פתרון המשוואה?

סיבוכיות זמן מיון מהיר

המקרה הממוצע:

$$\frac{T(n)}{n+1} = \Theta(\log n)$$

$$\mathrm{T(n)} = \Theta(\mathrm{n} \log \mathrm{n})$$

מה פתרון המשוואה?