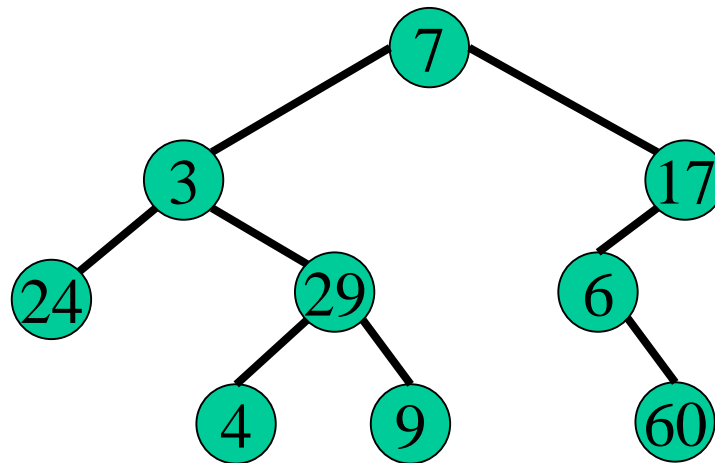


ייצוג עץ בינרי בעזרת מערך

שורש העץ נשמר בתא הראשון במערך.

- הבן השמאלי של הצומת בתא ה- i נמצא בתא ה- $2 \cdot i + 1$
- הבן הימני של הצומת בתא ה- i נמצא בתא ה- $2 \cdot i + 2$



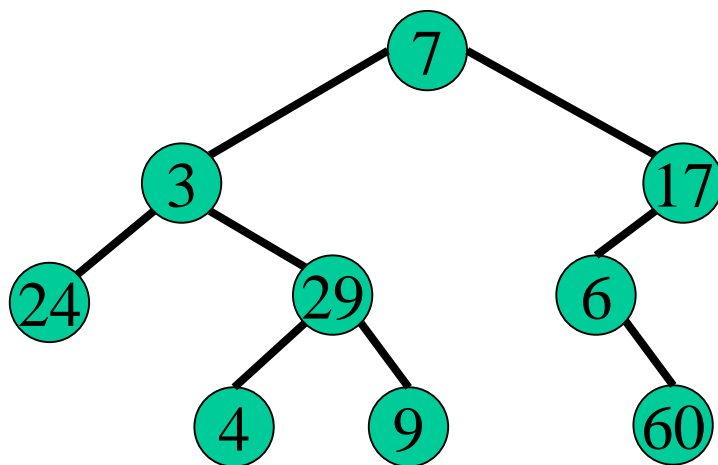
דוגמא:

7	3	17	24	29	6				4	9		60		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

מה היחס בין כמות המידע לשמירת המקום הדרוש?

שורש העץ נשמר בתא הראשון במערך.

- הבן השמאלי של הצומת בתא ה- i נמצא בתא ה- $2 \cdot i + 1$
- הבן הימני של הצומת בתא ה- i נמצא בתא ה- $2 \cdot i + 2$



דוגמא:

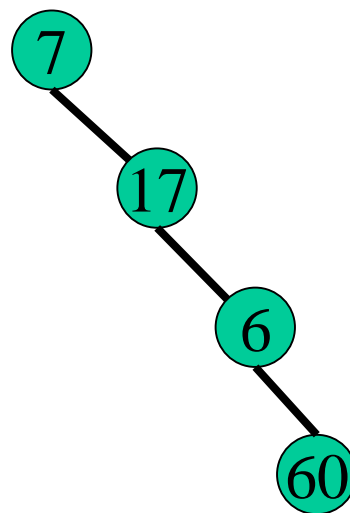
7	3	17	24	29	6				4	9		60		
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

מה היחס בין כמות המידע לשמירת המקום הדרוש?

שורש העץ נשמר בתא הראשון במערך.

- הבן השמאלי של הצומת בתא ה- i נמצא בתא ה- $2 \cdot i + 1$
- הבן הימני של הצומת בתא ה- i נמצא בתא ה- $2 \cdot i + 2$

60

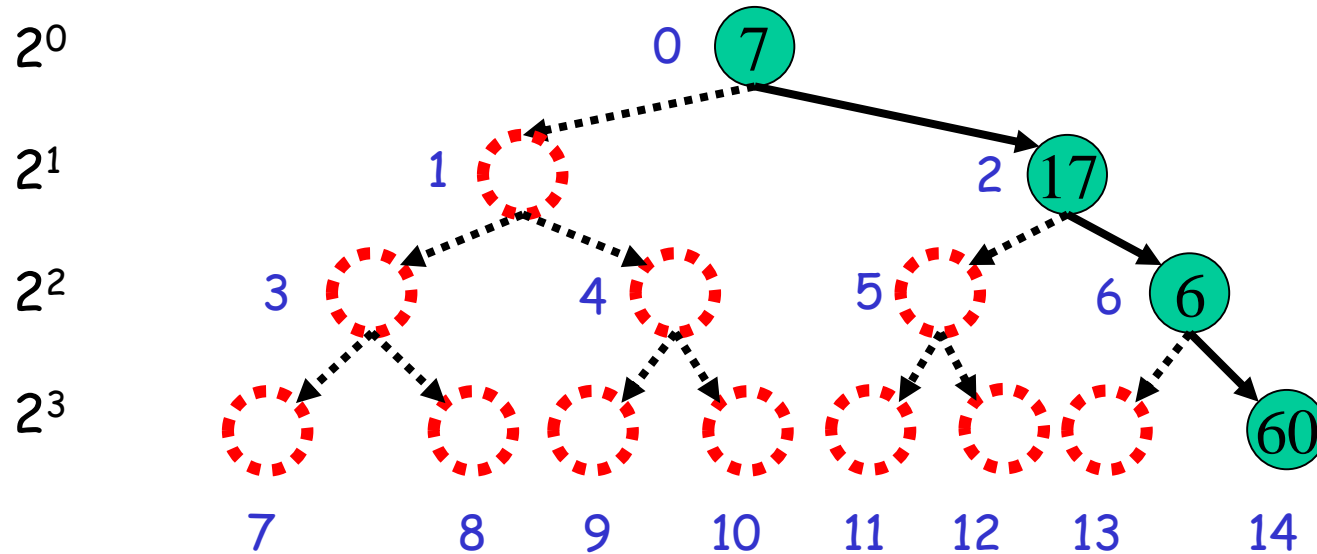


דוגמא:

7		17				6								60
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14

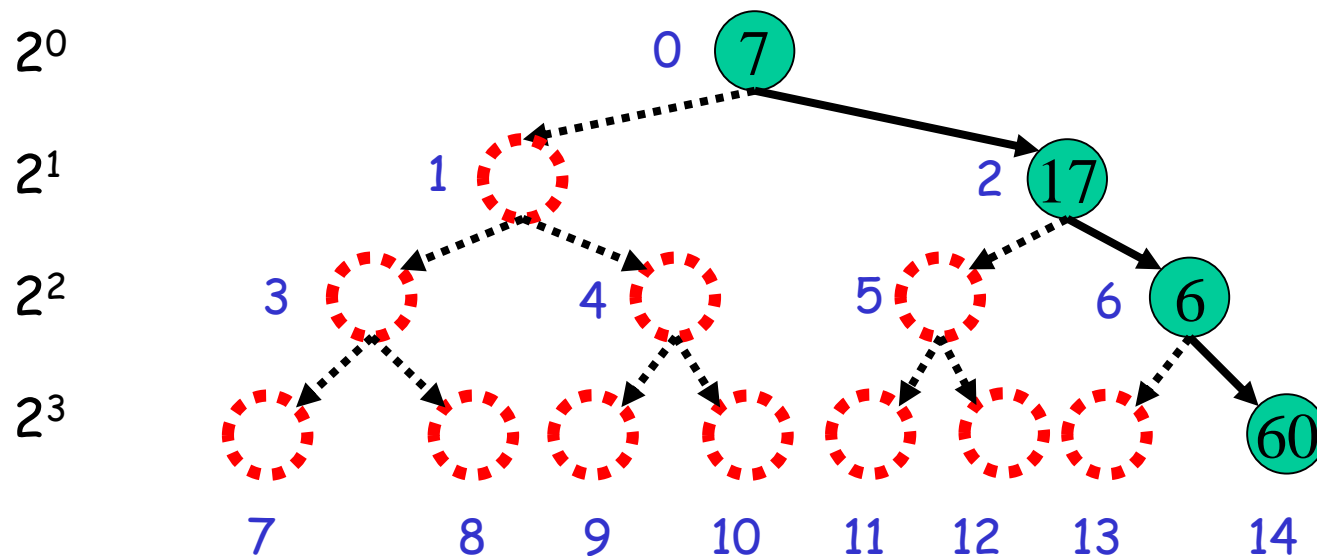
מה היחס בין כמות המידע לשמירת המקום הדרוש?

דוגמא:



מה היחס בין כמות המידע לשמירת המקום הדרוש?

דוגמא:

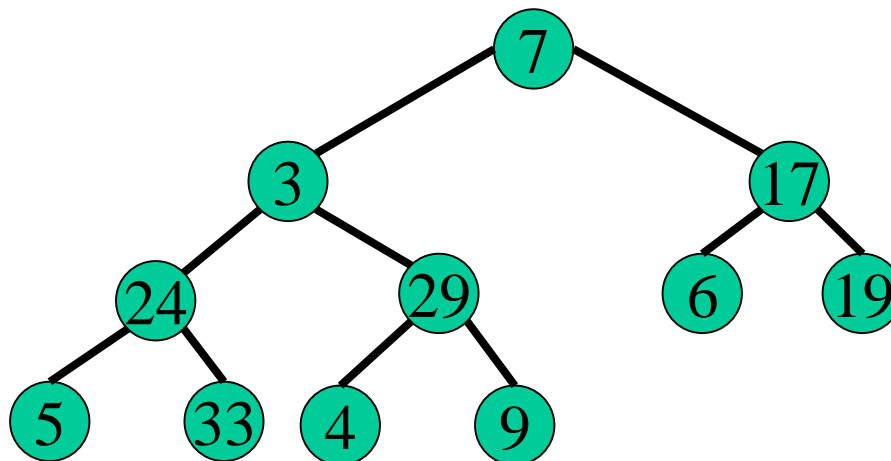


כמות המידע: n
המקום הדרוש: $2^n - 1$

עץ בינרי כמעט שלם

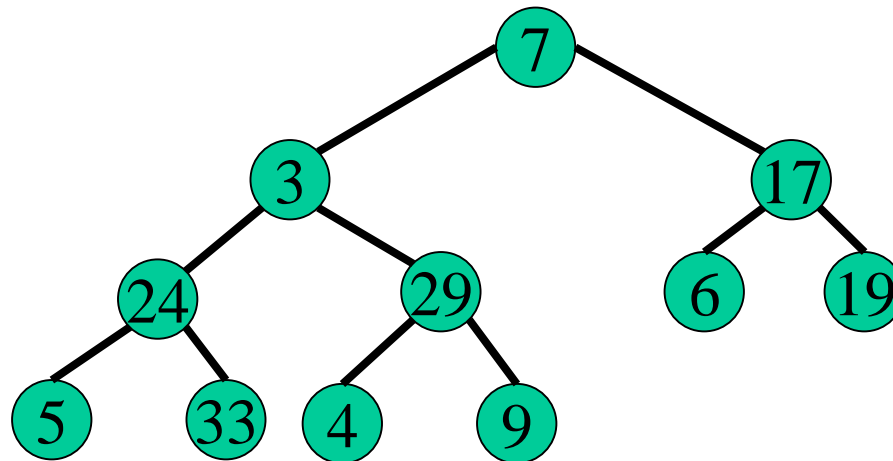
עץ שבו כל הרמות מלאות, פרט אולי לרמה התחתונה
בה קיים רצף ברמה התחתונה משמאל לימין.

דוגמא:



עץ בינרי כמעט שלם

עץ שבו כל הרמות מלאות, פרט אולי לרמה התחתונה
בה קיים רצף ברמה התחתונה משמאל לימין.



דוגמא:

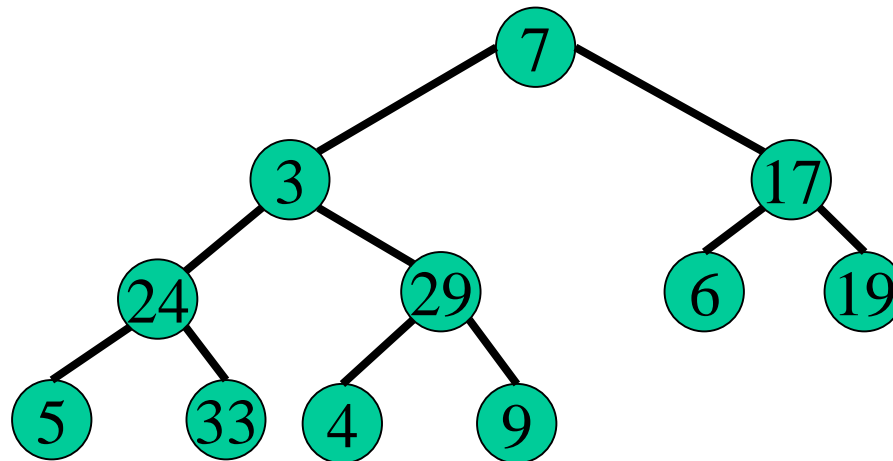
ייצוג בעזרת מערך:

Q	7	3	17	24	29	6	19	5	33	4	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

האיברים מאוחסנים ברצף מלמעלה למטה משמאל לימין

מה ניתן לומר על גובה העץ?

עץ שבו כל הרמות מלאות, פרט אולי לרמה התחתונה
בה קיים רצף ברמה התחתונה משמאל לימין.



דוגמא:

ייצוג בעזרת מערך:

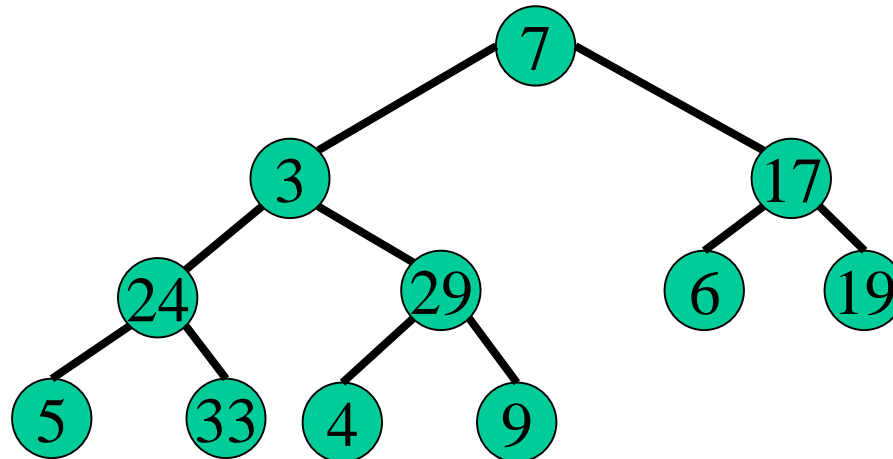
Q	7	3	17	24	29	6	19	5	33	4	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

האיברים מאוחסנים ברצף מלמעלה למטה משמאל לימין

הגובה של עץ בינרי כמעט שלם

עם h צמתים: $h = \lfloor \log(n) \rfloor$

עץ שבו כל הרמות מלאות, פרט אולי לרמה התחתונה
בה קיים רצף ברמה התחתונה משמאל לימין.



דוגמא:

ייצוג בעזרת מערך:

Q	7	3	17	24	29	6	19	5	33	4	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

האיברים מאוחסנים ברצף מלמעלה למטה משמאל לימין

מימוש עץ בינרי כמעט שלם בעזרת מערך

סיכום

$Left(i): 2i+1$ • בן שמאלי של צומת i

$Right(i): 2i+2$ • בן ימני של צומת i

$Parent(i): \lfloor (i-1)/2 \rfloor$ • הורה של צומת i

ייצוג בעזרת מערך:

Q	7	3	17	24	29	6	19	5	33	4	9
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

מבנה נתונים ערימה

ערימת מינימום

מבנה נתונים מופשט המוגדר על-ידי הפעולות:

- `create-heap()` אתחול יוצר ערימה ריקה
- `insert(x,Q)` הכנסת איבר x לערימה
- `min(Q)` מציאת האיבר עם המפתח הקטן ביותר
- `delete-min(Q)` הוצאת האיבר עם המפתח הקטן ביותר

ערימת מינימום

מבנה נתונים מופשט המוגדר ע"י הפעולות:

- אתחול יוצר ערימה ריקה `create-heap()`
- הכנסת איבר x לערימה `insert(x,Q)`
- מציאת האיבר עם המפתח הקטן ביותר `min(Q)`
- הוצאת האיבר עם המפתח הקטן ביותר `delete-min(Q)`

הצע רעיון למימוש ?

ערימת מינימום

מבנה נתונים מופשט המוגדר ע"י הפעולות:

- אתחול יוצר ערימה ריקה `create-heap()`
- הכנסת איבר x לערימה `insert(x,Q)`
- מציאת האיבר עם המפתח הקטן ביותר `min(Q)`
- הוצאת האיבר עם המפתח הקטן ביותר `delete-min(Q)`

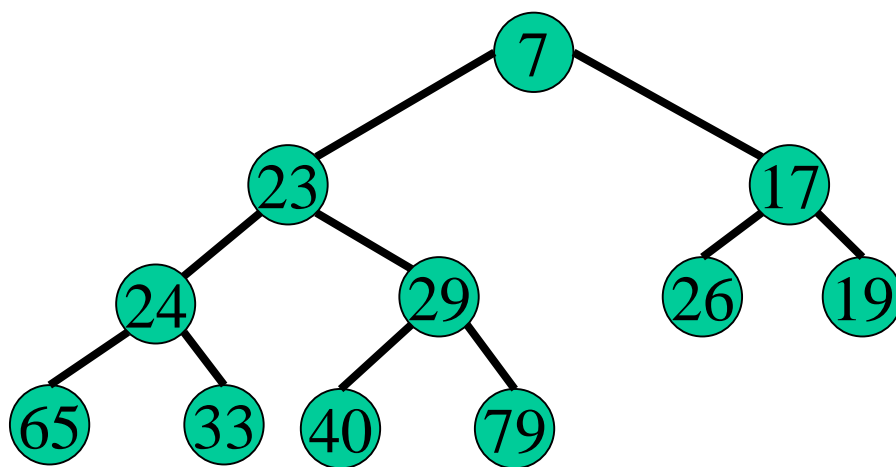
מימוש ערימה בעזרת עץ חיפוש מאוזן:

כל אחת מהפעולות בזמן $O(\log n)$

ערימת מינימום - מימוש

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .



דוגמא:

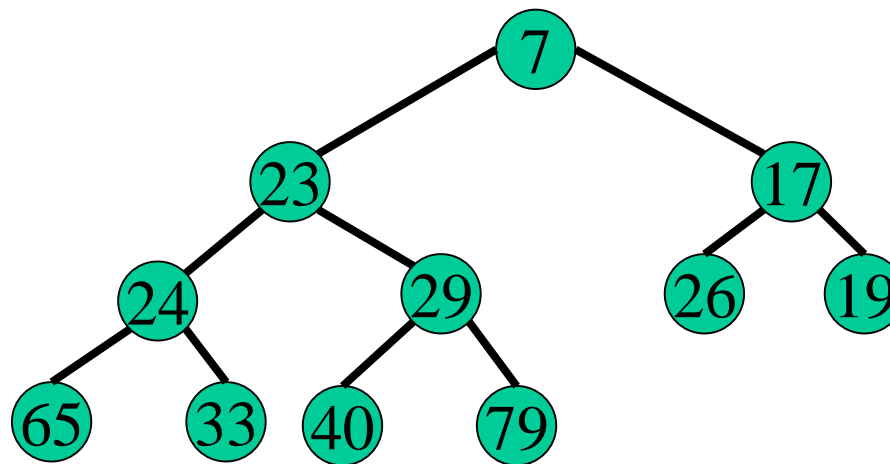
ייצוג בעזרת מערך:

Q	7	23	17	24	29	26	19	65	33	40	79
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

האיברים מאוחסנים ברצף מלמעלה למטה משמאל לימין

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .



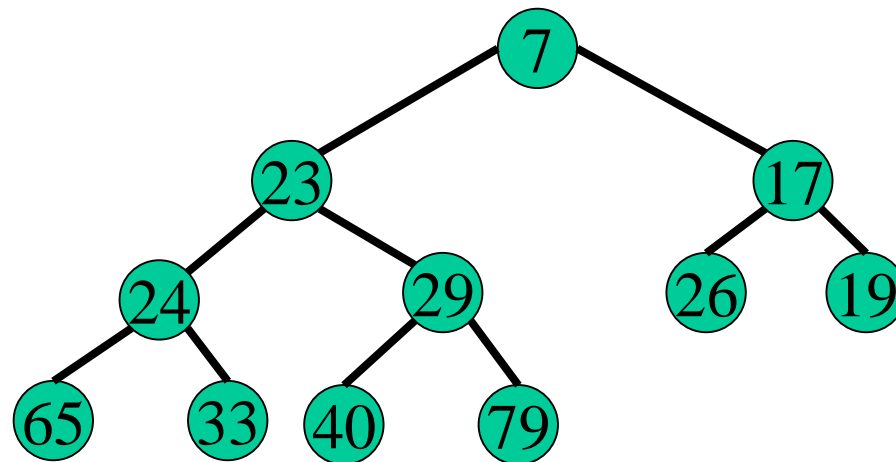
דוגמא:

ייצוג בעזרת מערך:

Q	7	23	17	24	29	26	19	65	33	40	79
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

מימוש הפעולות בערימה

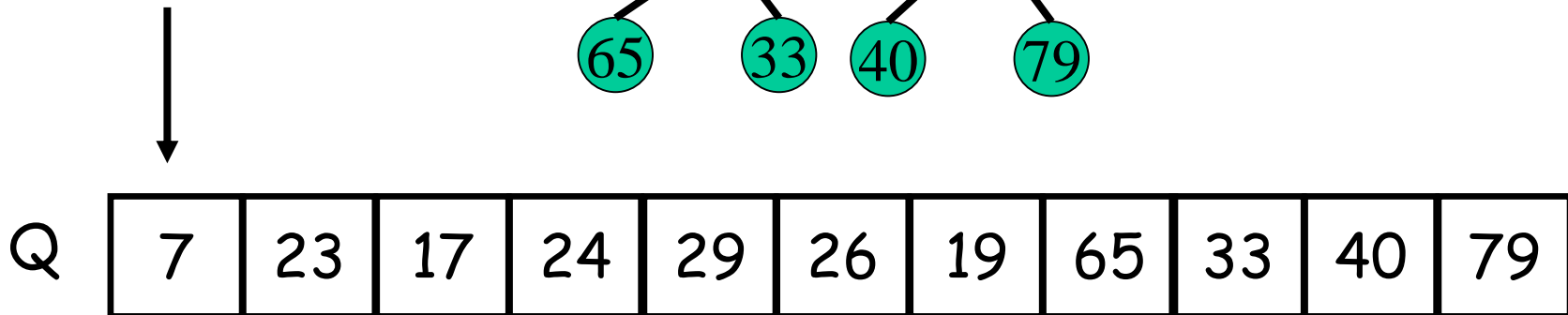
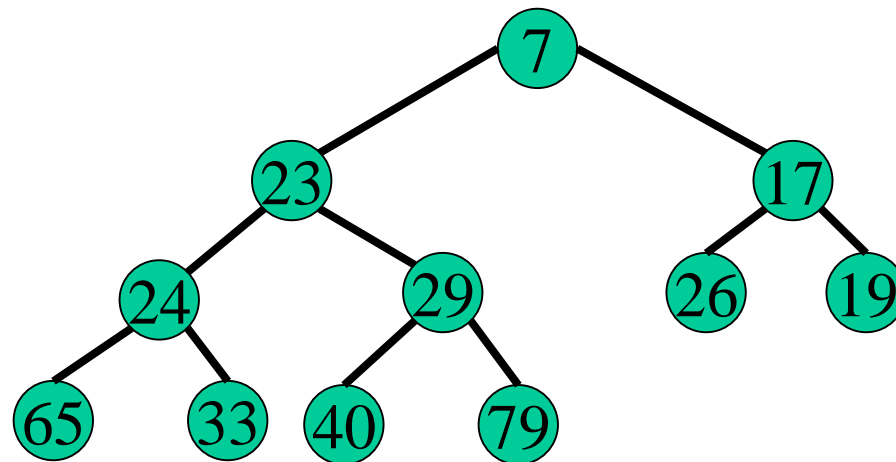
מציאת מינימום



Q

7	23	17	24	29	26	19	65	33	40	79
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

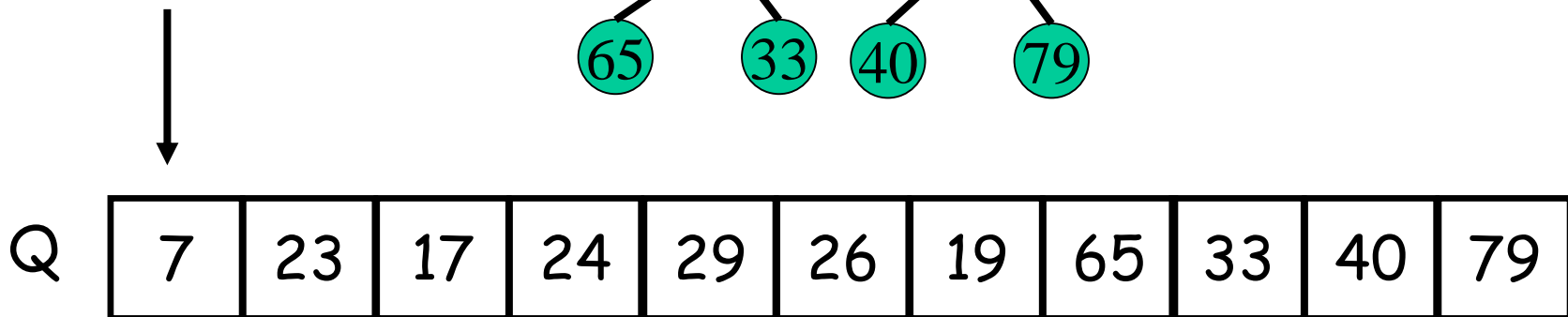
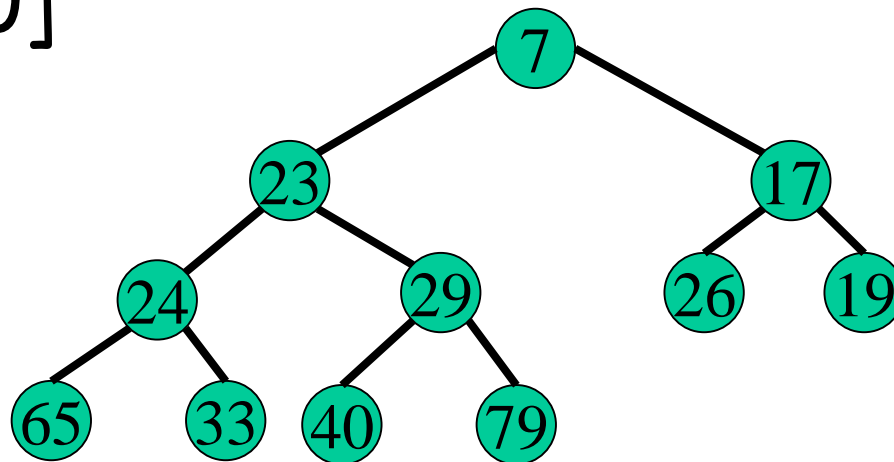
מציאת מינימום



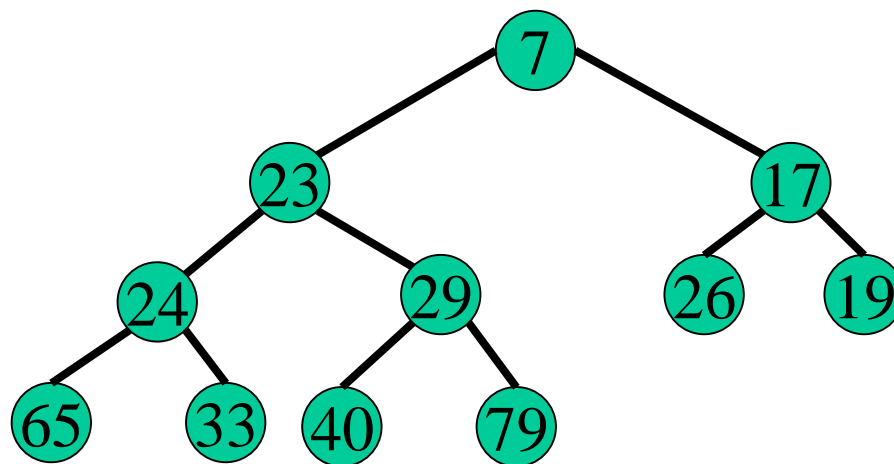
מציאת מינימום

$\text{min}(Q)$

return $Q[0]$



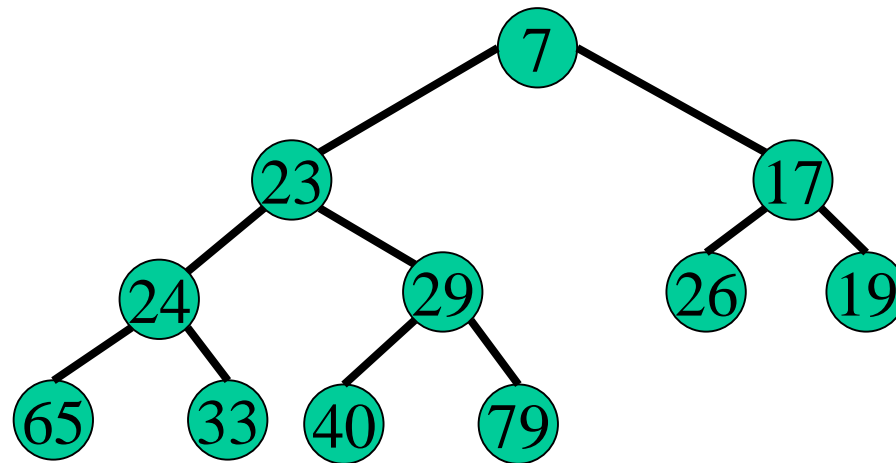
הוצאת המינימום



Q

7	23	17	24	29	26	19	65	33	40	79
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

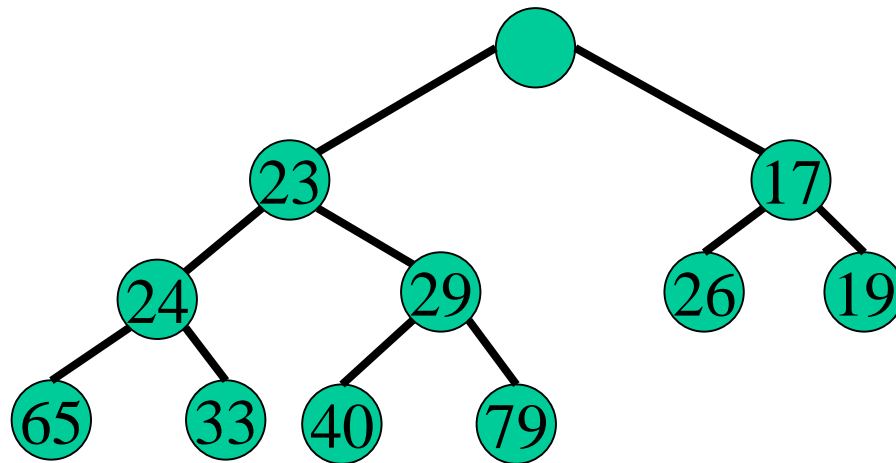
הוצאת המינימום



Q

7	23	17	24	29	26	19	65	33	40	79
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

הוצאת המינימום



Q

	23	17	24	29	26	19	65	33	40	79
--	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

23

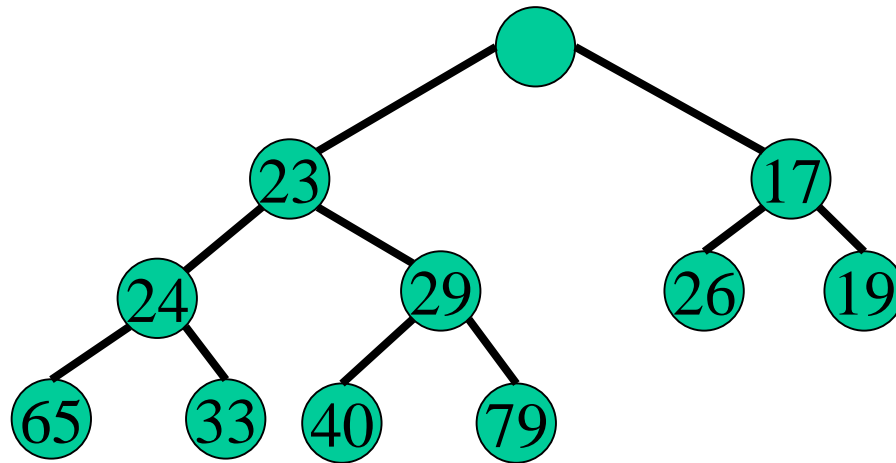
ד"ר נעה לוינשטיין ©

עריכה: ד"ר איילת בוטמן, פרופ' אביבית לוי

"יש להתגבר על שתי בעיות":

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .



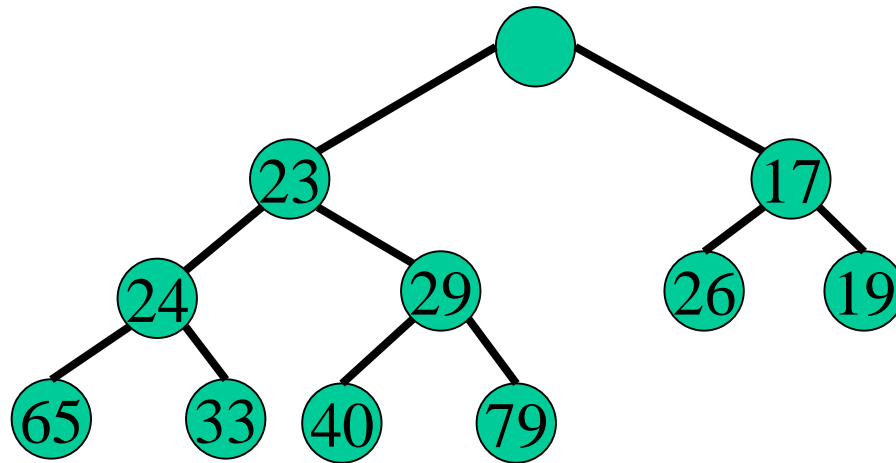
Q

	23	17	24	29	26	19	65	33	40	79
--	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

על איזה בעיה קל להתגבר

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .



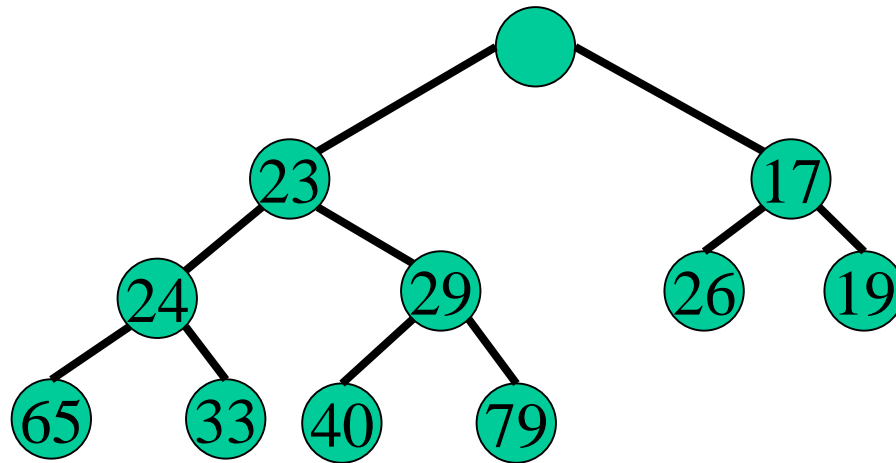
Q

	23	17	24	29	26	19	65	33	40	79
--	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

על איזה בעיה קל להתגבר

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .



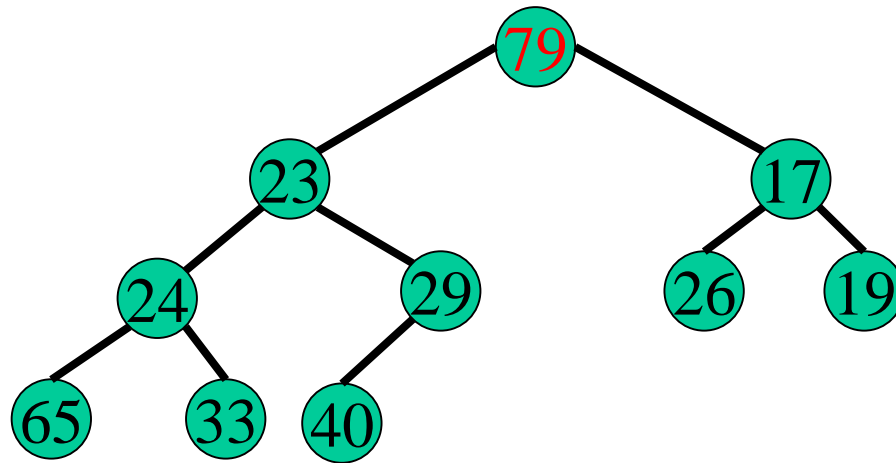
Q

	23	17	24	29	26	19	65	33	40	79
--	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

על איזה בעיה קל להתגבר

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .



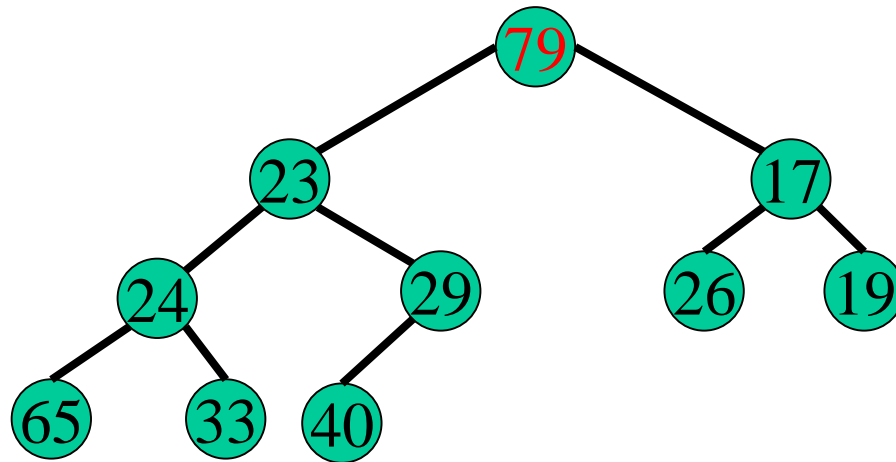
Q

79	23	17	24	29	26	19	65	33	40	
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	--

"החלקת" האיבר במורד הערימה

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .



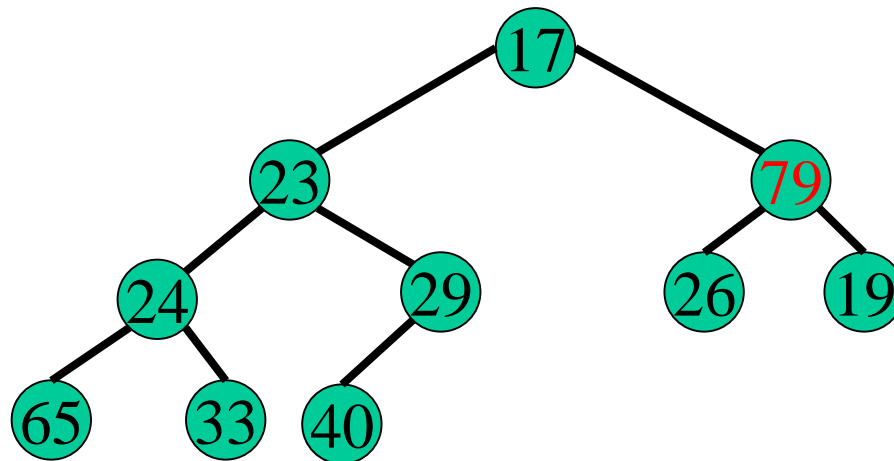
Q

79	23	17	24	29	26	19	65	33	40	
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	--

"החלקת" האיבר במורד הערימה

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .



Q

17	23	79	24	29	26	19	65	33	40	
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	--

29

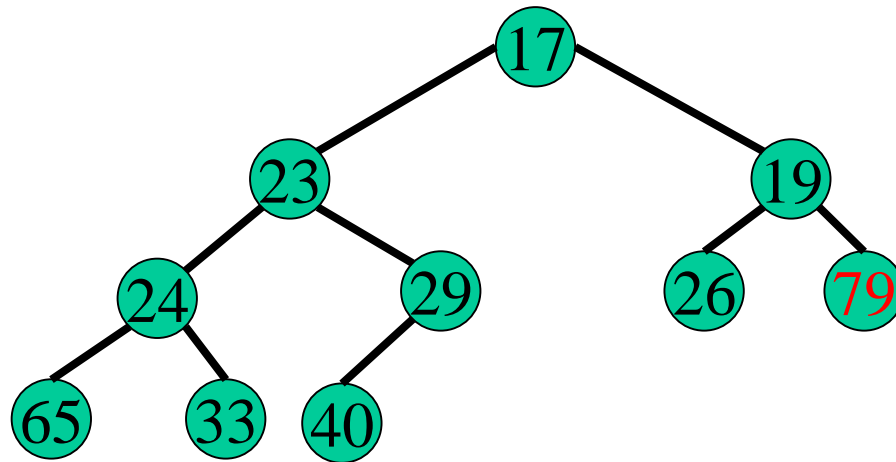
ד"ר נעה לוינשטיין ©

עריכה: ד"ר איילת בוטמן, פרופ' אביבית לוי

"החלקת" האיבר במורד הערימה

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .



Q

17	23	19	24	29	26	79	65	33	40	
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	--

הוצאת המינימום

`delete-min(Q)`

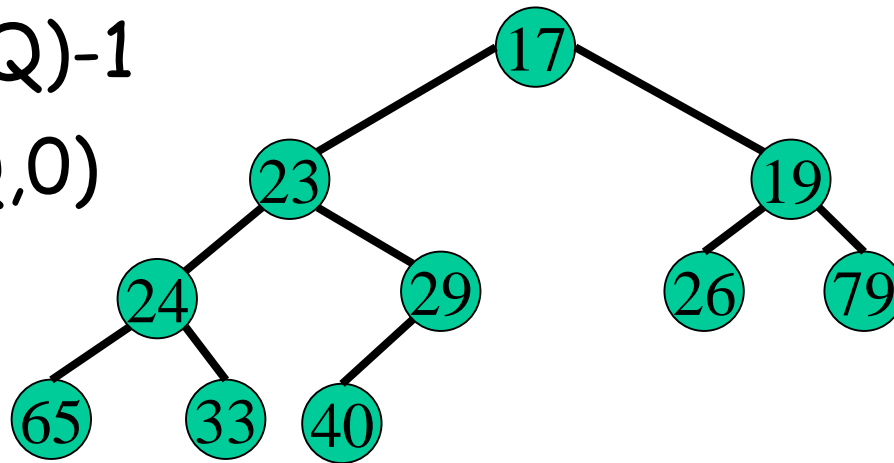
`temp ← Q[0]`

`Q[0] ← Q[size(Q)-1]`

`size(Q) ← size(Q)-1`

`Heapify-down(Q,0)`

`Return temp`



Q	17	23	19	24	29	26	79	65	33	40	
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	--

Heapify-down(Q,i)

Heapify-down(Q, i)

$l \leftarrow \text{left}(i)$

$r \leftarrow \text{right}(i)$

$\text{smallest} \leftarrow i$

if $l < \text{size}(Q)$ and $Q[l] < Q[\text{smallest}]$ **then** $\text{smallest} \leftarrow l$

if $r < \text{size}(Q)$ and $Q[r] < Q[\text{smallest}]$ **then** $\text{smallest} \leftarrow r$

if $\text{smallest} > i$ **then**

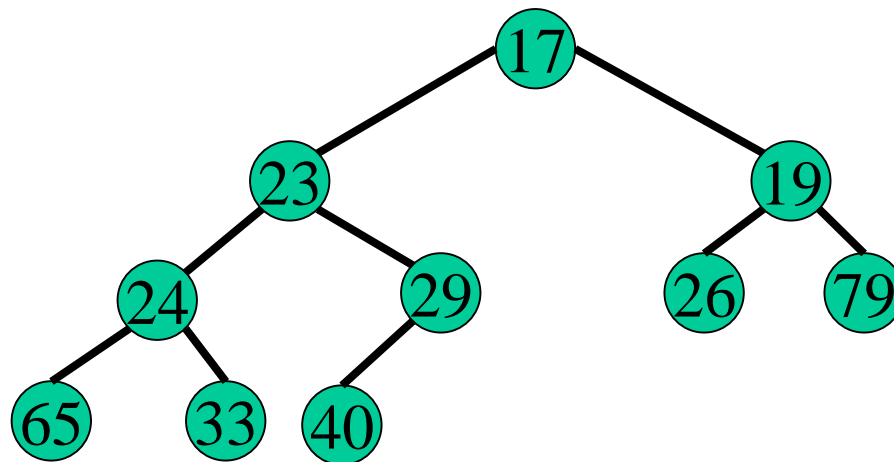
$Q[i] \leftrightarrow Q[\text{smallest}]$

Heapify-down(Q, smallest)

הכנסת איבר

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .



Q

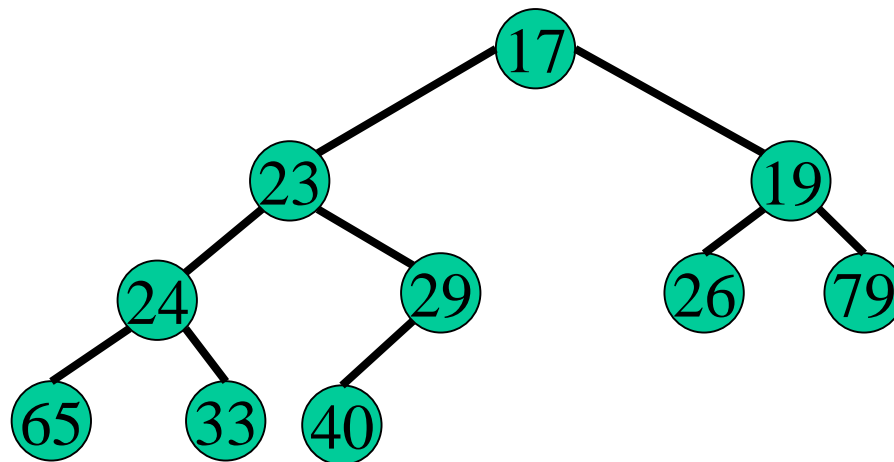
17	23	19	24	29	26	79	65	33	40	
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	--

הכנסת איבר

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .

$\text{insert}(15, Q)$



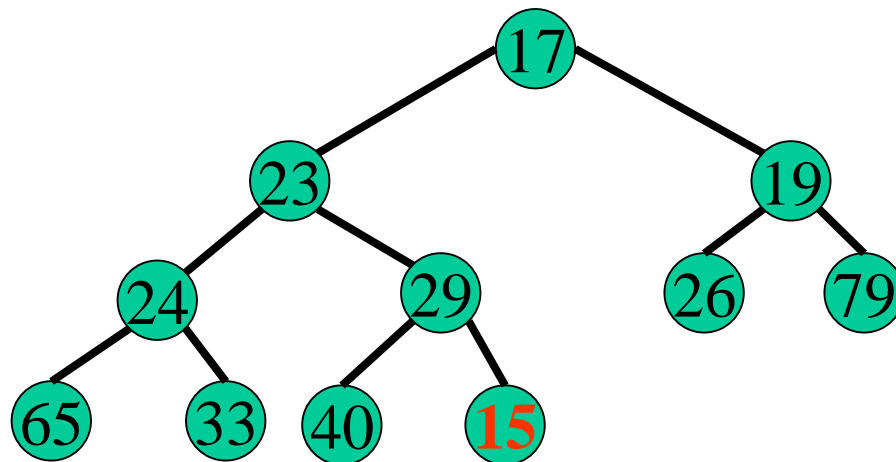
Q	17	23	19	24	29	26	79	65	33	40	
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	--

הכנסת איבר

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .

$\text{insert}(15, Q)$



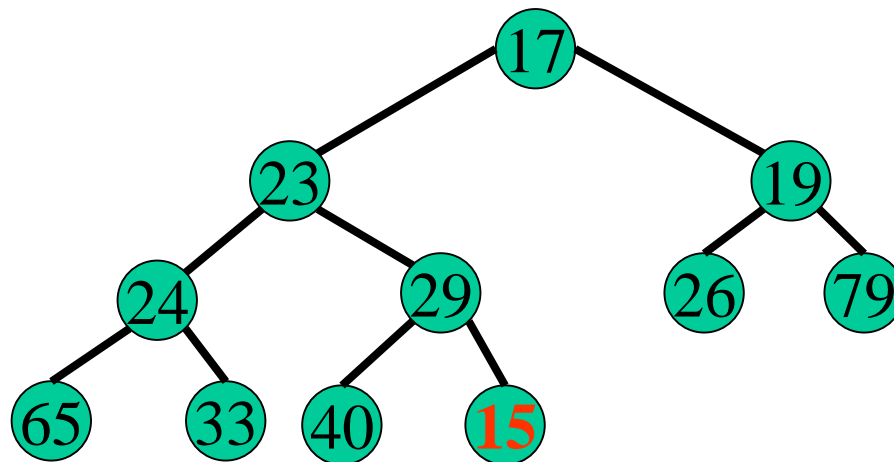
Q	17	23	19	24	29	26	79	65	33	40	15
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

הכנסת איבר

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .

$\text{insert}(15, Q)$



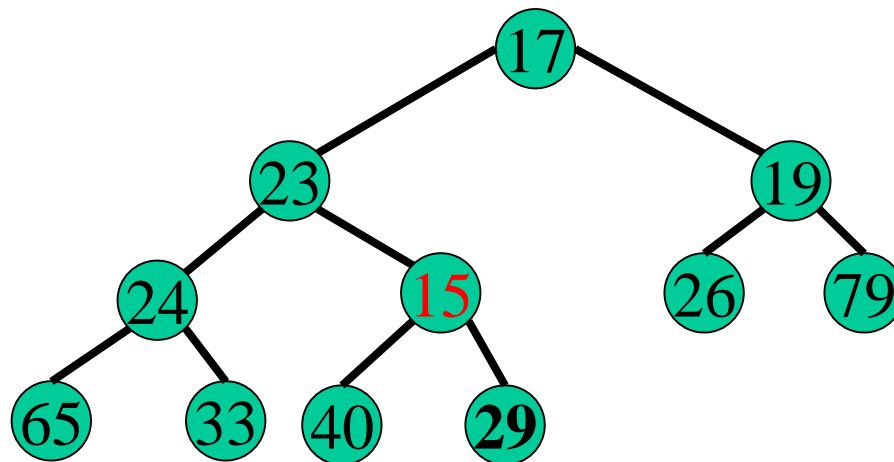
Q	17	23	19	24	29	26	79	65	33	40	15
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

הכנסת איבר

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .

$\text{insert}(15, Q)$



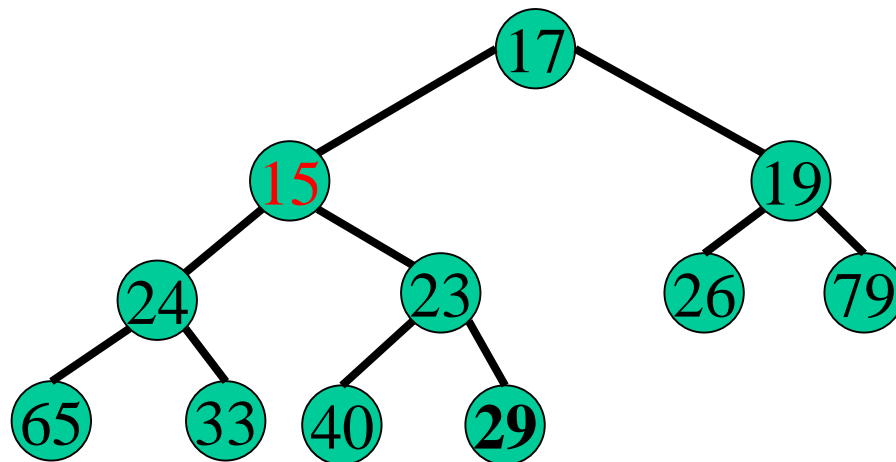
Q	17	23	19	24	15	26	79	65	33	40	29
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

הכנסת איבר

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .

$\text{insert}(15, Q)$



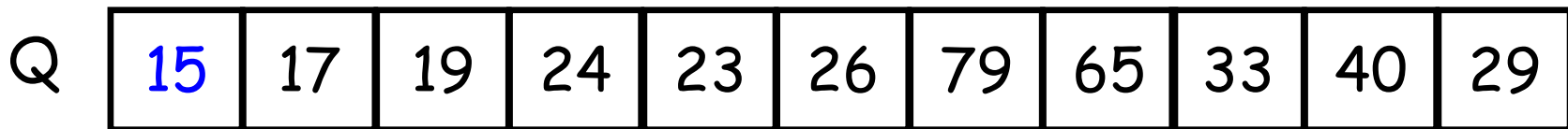
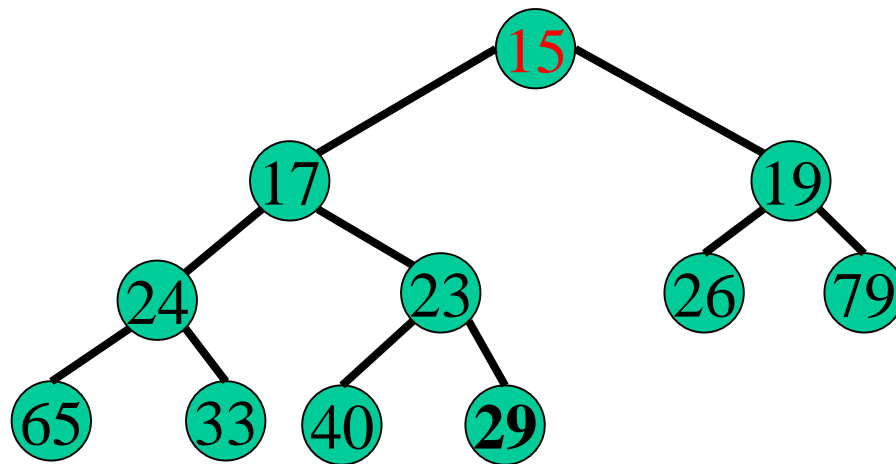
Q	17	15	19	24	23	26	79	65	33	40	29
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

הכנסת איבר

א. עץ בינרי כמעט שלם

ב. לכל צומת v המפתחות של שני הבנים גדולים מהמפתח של v .

$\text{insert}(15, Q)$



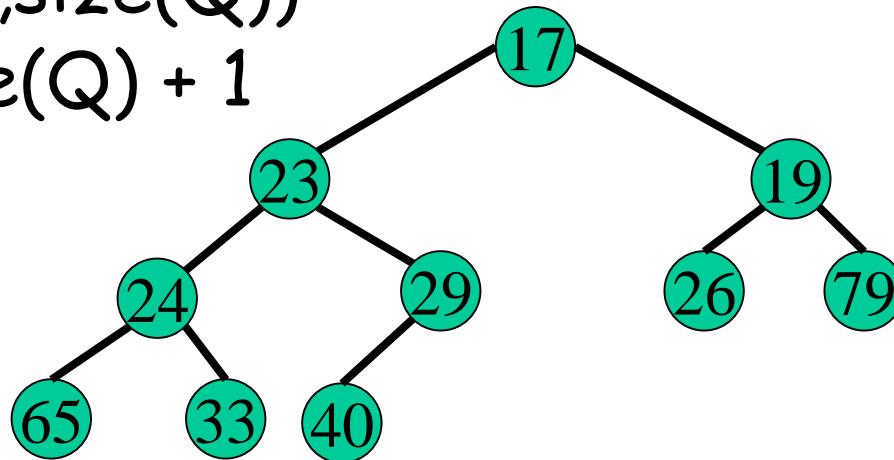
הכנסת איבר

$\text{insert}(k, Q)$

$Q[\text{size}(Q)] \leftarrow k$

$\text{Heapify-up}(Q, \text{size}(Q))$

$\text{size}(Q) \leftarrow \text{size}(Q) + 1$



Q	17	23	19	24	29	26	79	65	33	40	
---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	--

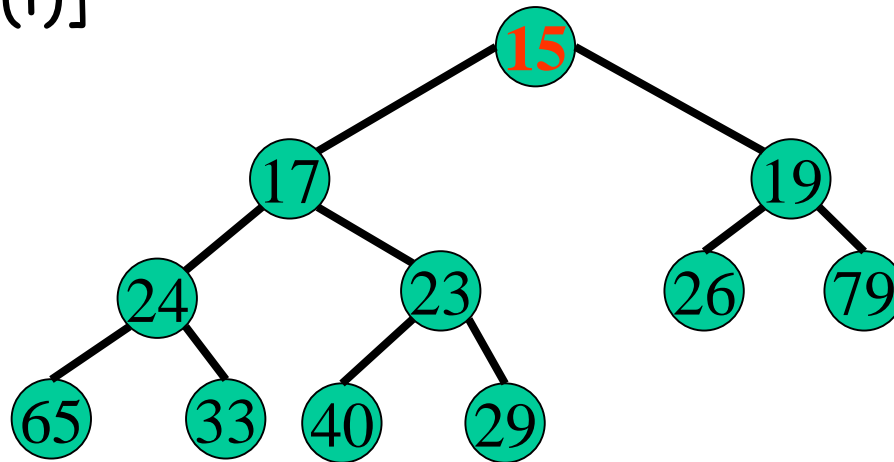
Heapify-up

Heapify-up(A, i)

while $i > 0$ and $A[i] < A[\text{parent}(i)]$ **do**

$A[i] \leftrightarrow A[\text{parent}(i)]$

$i \leftarrow \text{parent}(i)$



Q

15	17	19	24	23	26	79	65	33	40	29
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

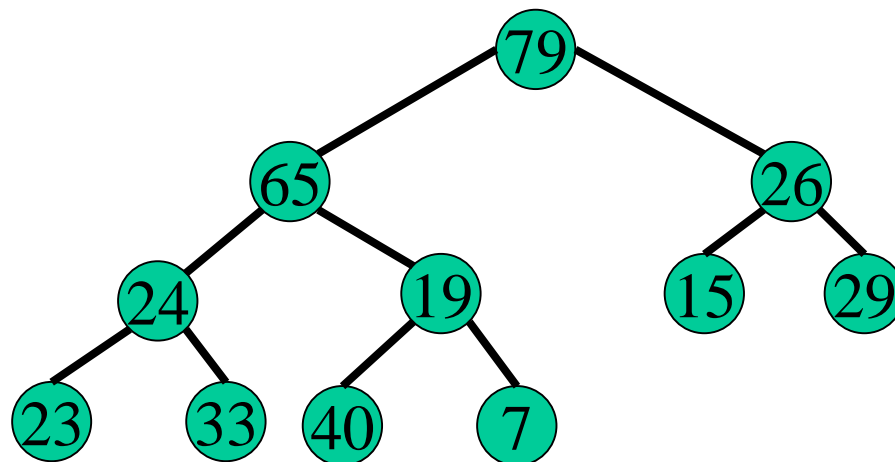
Heapsort

(Williams, Floyd, 1964)

מיון ערימה

- הכנס את האיברים למערך
- צור ערימת **מקסימום** במערך
- כל עוד הערימה לא ריקה
בצע הוצאת **מקסימום**
והכנס אותו למקום האחרון במערך.

הכנס את האיברים למערך



Q

79	65	26	24	19	15	29	23	33	40	7
----	----	----	----	----	----	----	----	----	----	---

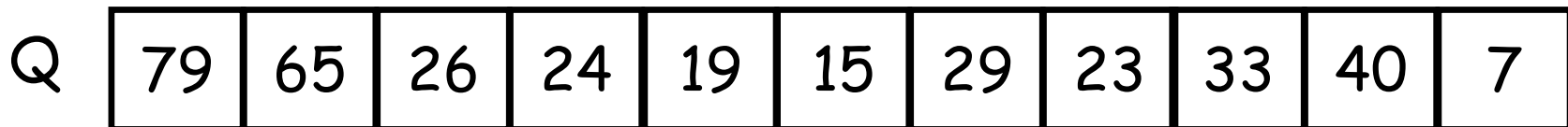
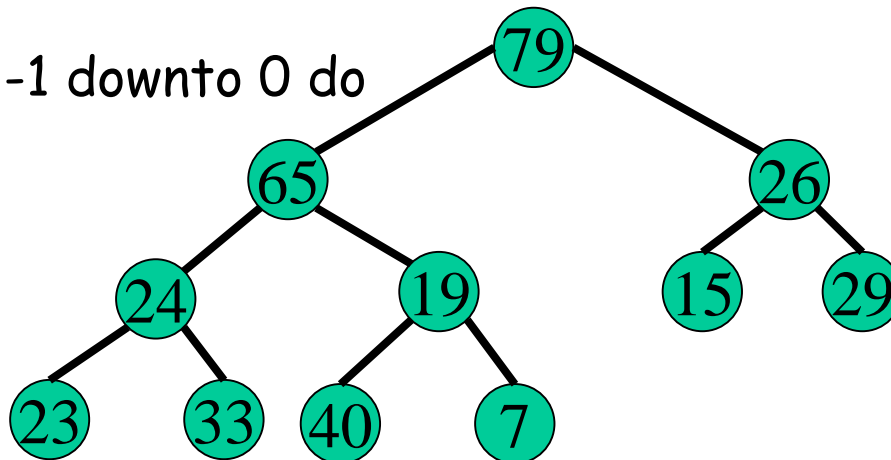
צור ערימה במערך

build-heap(Q)

size(Q) \leftarrow length(Q)

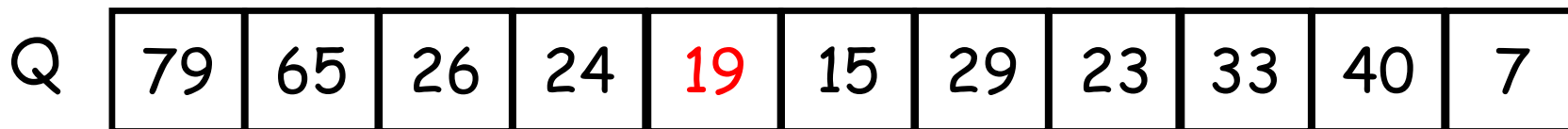
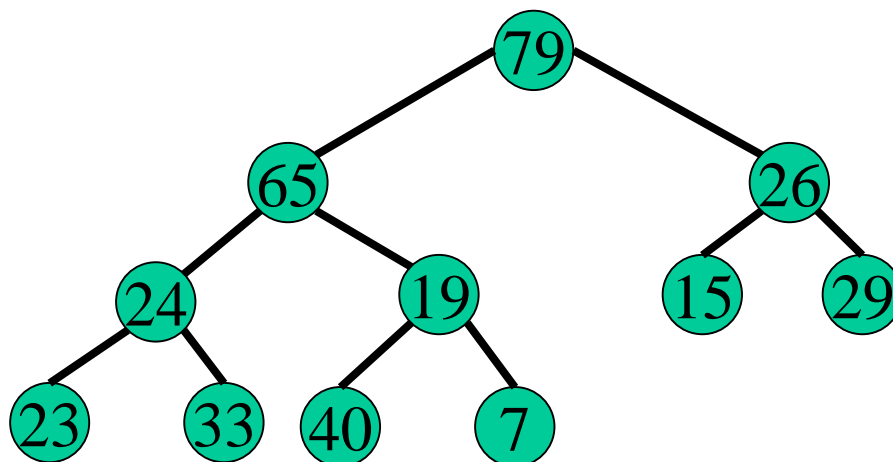
for $i \leftarrow \lfloor \text{length}(Q) / 2 \rfloor - 1$ downto 0 do

Heapify-down(Q,i)



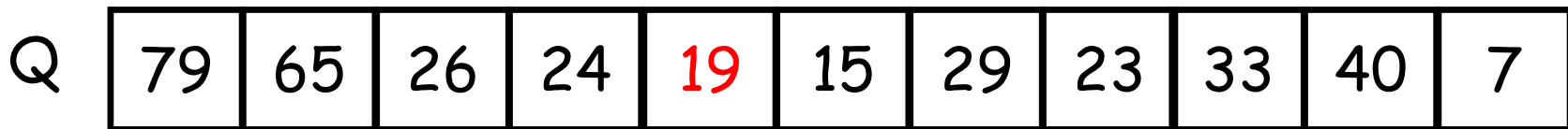
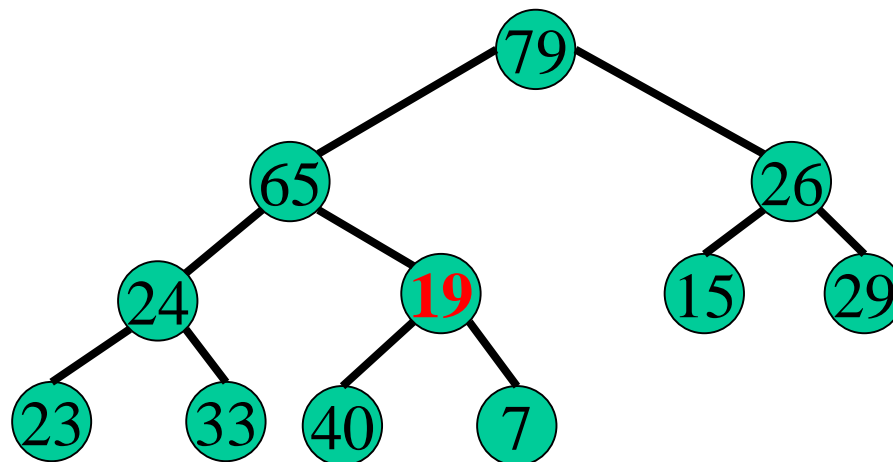
צור ערימה במערך

Heapify-down(Q,4)

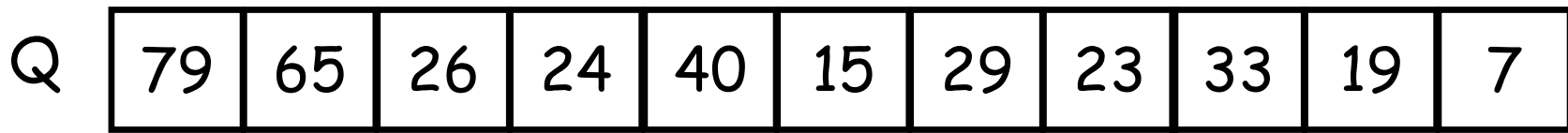
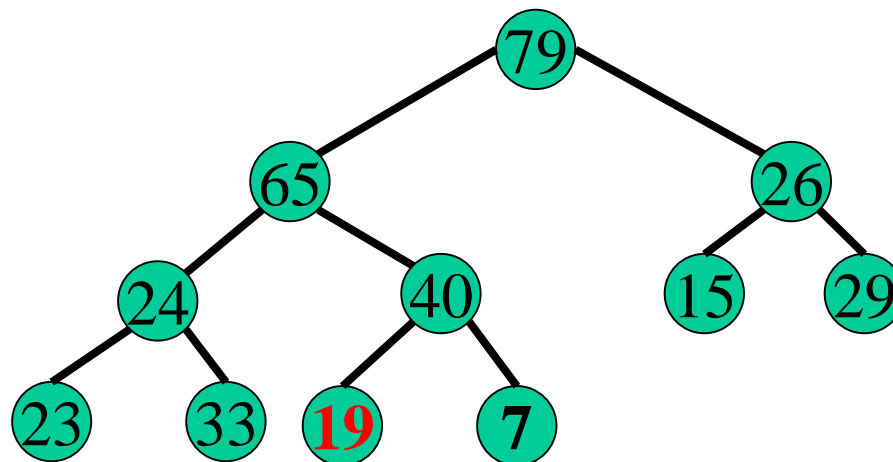


צור ערימה במערך

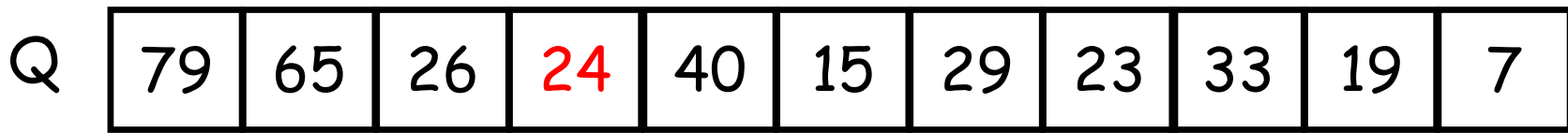
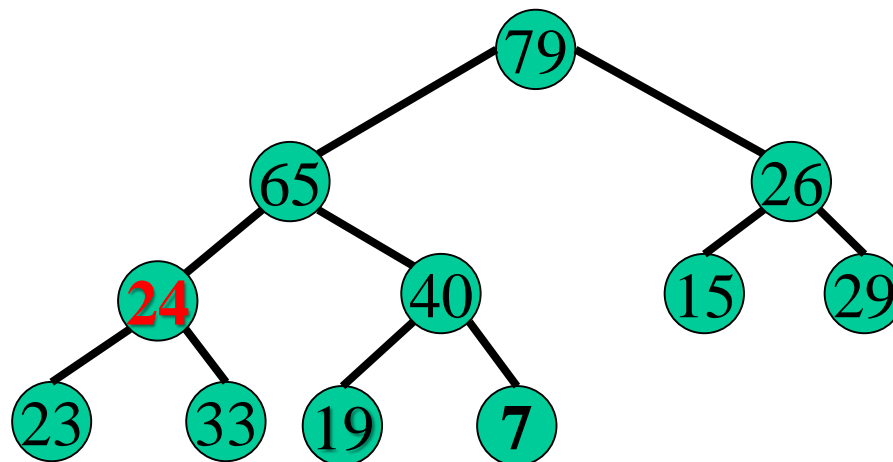
Heapify-down(Q,4)



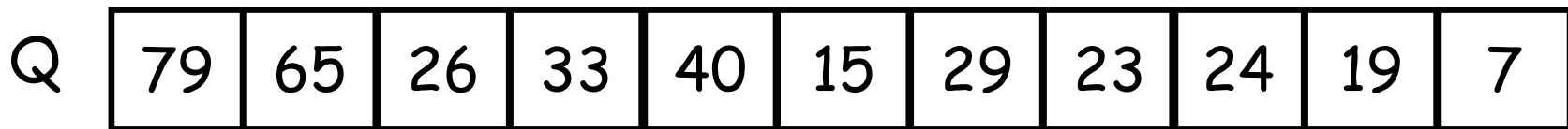
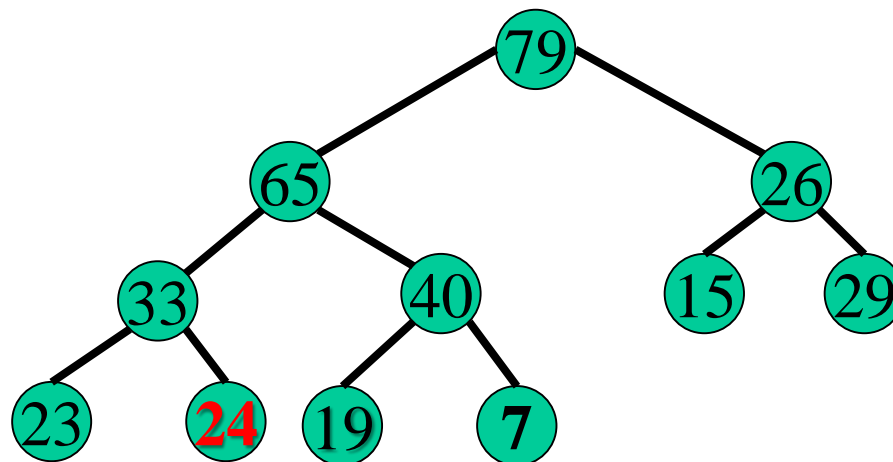
Heapify-down(Q,4)



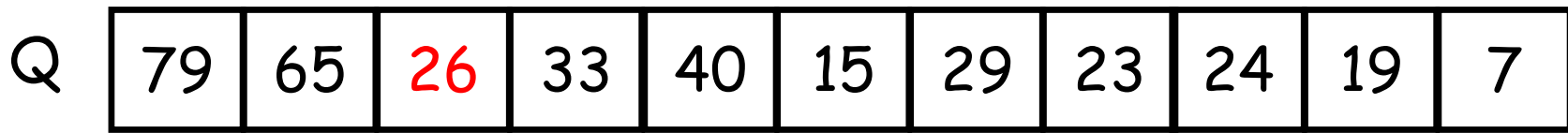
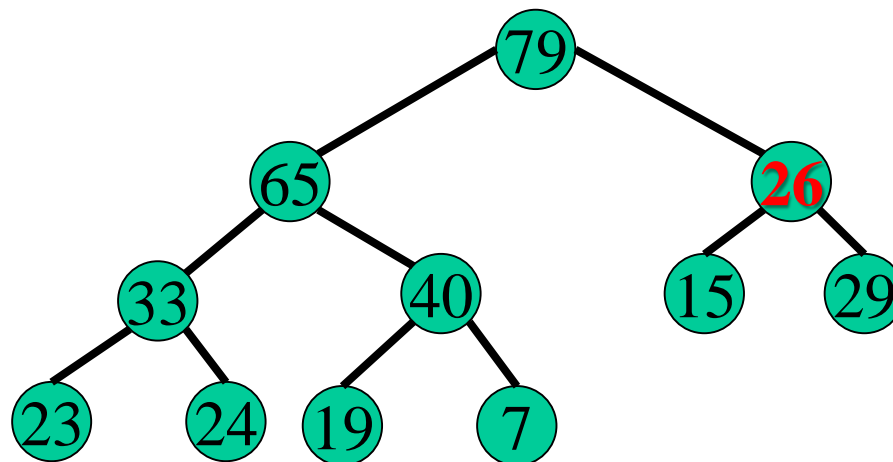
Heapify-down(Q,3)



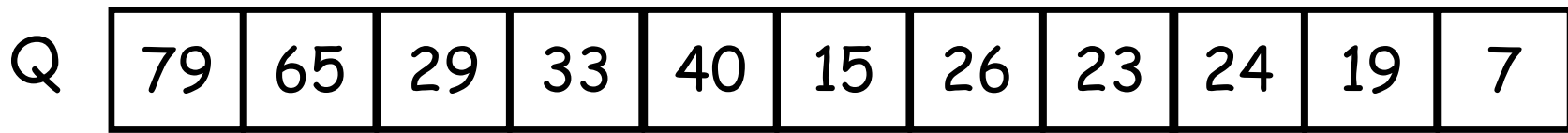
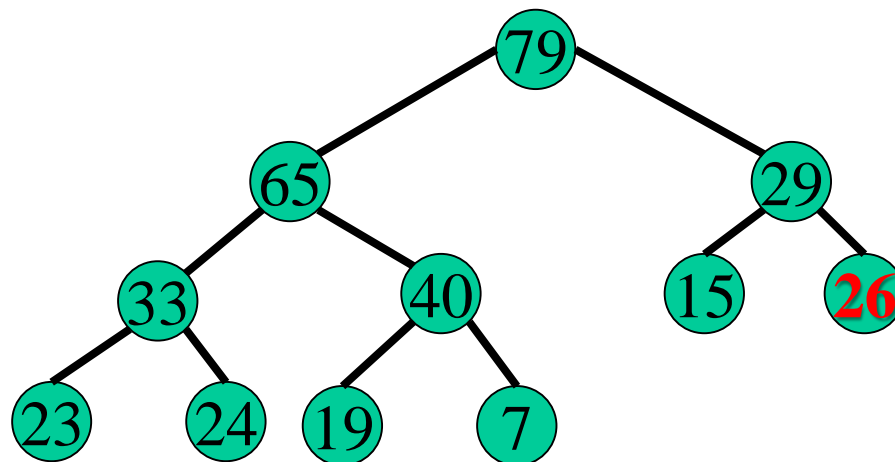
Heapify-down(Q,3)



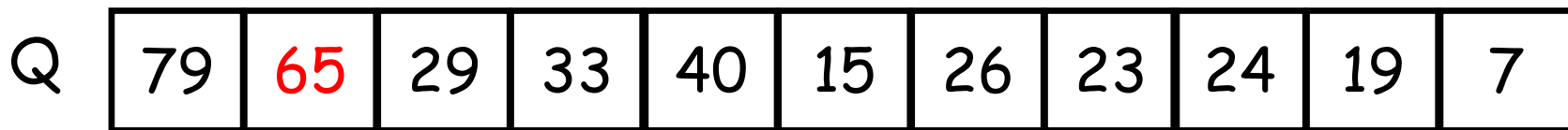
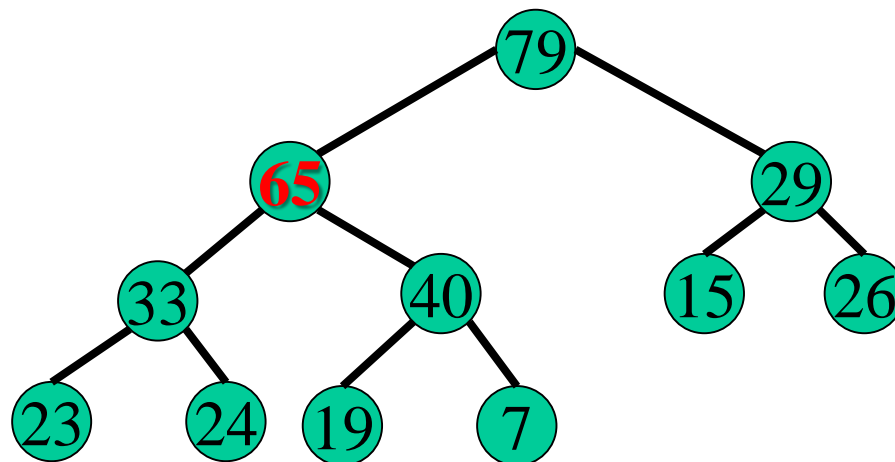
Heapify-down(Q,2)



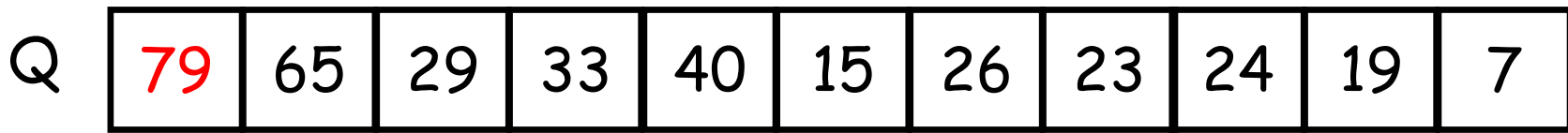
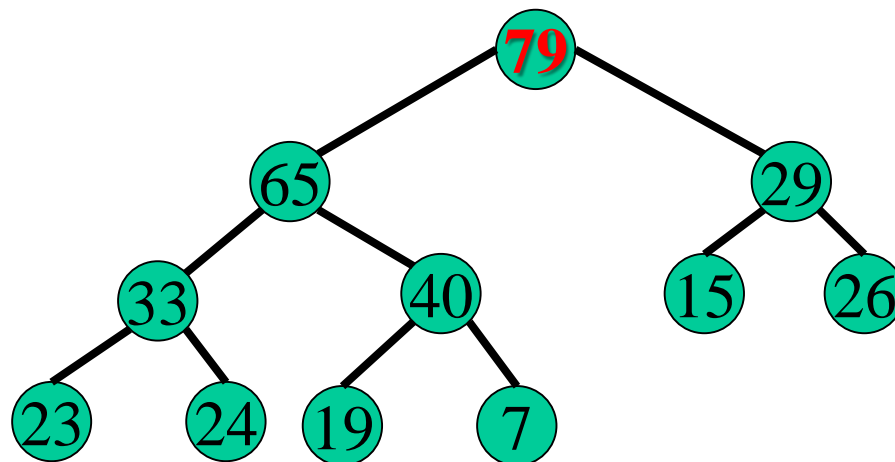
Heapify-down(Q,2)



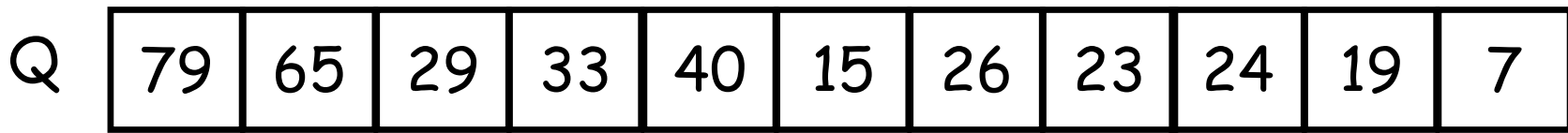
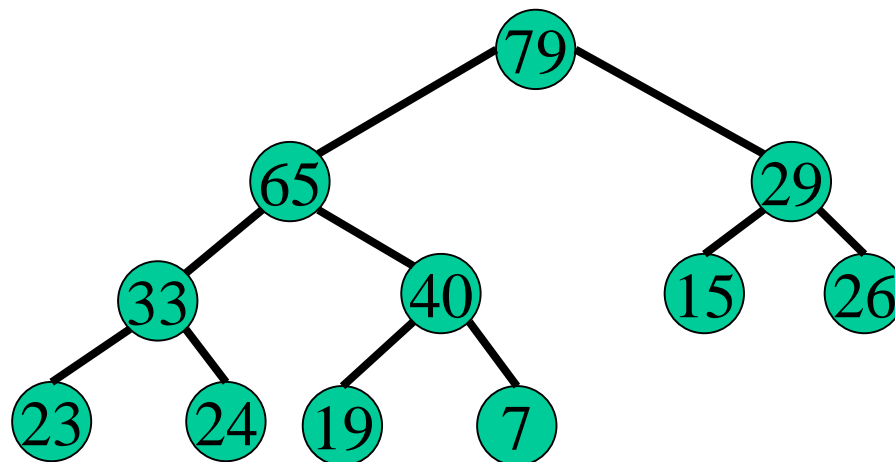
Heapify-down(Q,1)



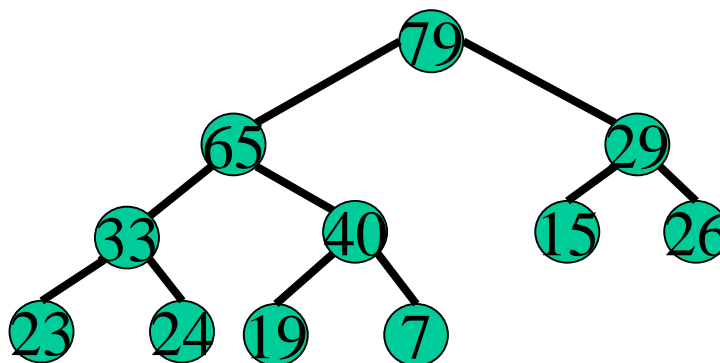
Heapify-down(Q,0)



Heapify-down(Q,0)



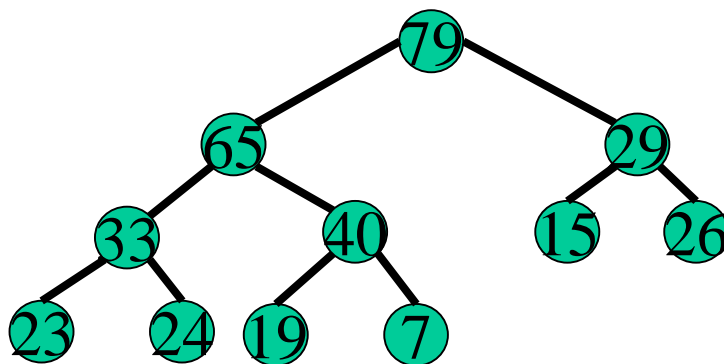
כמה זמן לוקח לבנות ערימה בדרך זו



יש לכל היותר $n/2$ איברים שעליהם מבצעים `heapify` בגובה 1

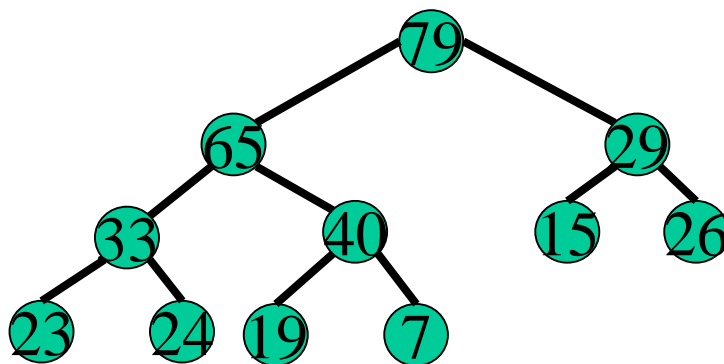
$$O\left(\frac{n}{2} \times 1 + \frac{n}{4} \times 2 + \frac{n}{8} \times 3 + \dots\right) = O\left(n \sum_{h=1}^{\infty} \frac{h}{2^h}\right) = O(n)$$

כמה זמן לוקח לבנות ערימה בדרך זו



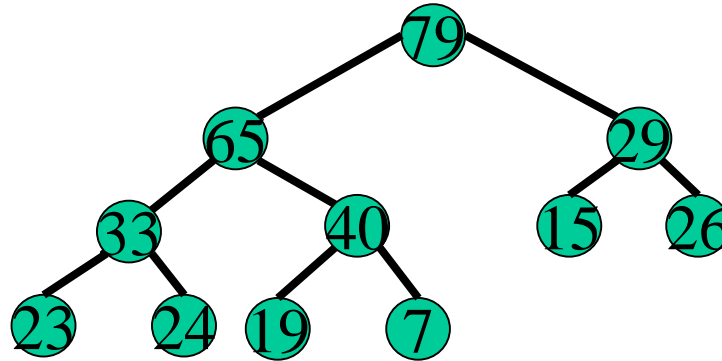
יש לכלל היותר $n/2$ איברים שעליהם מבצעים `heapify` בגובה 1
יש לכלל היותר $n/4$ איברים שעליהם מבצעים `heapify` בגובה 2

כמה זמן לוקח לבנות ערימה בדרך זו



- יש לכלל היותר $n/2$ איברים שעליהם מבצעים `heapify` בגובה 1
- יש לכלל היותר $n/4$ איברים שעליהם מבצעים `heapify` בגובה 2
- יש לכלל היותר $n/8$ איברים שעליהם מבצעים `heapify` בגובה 3

כמה זמן לוקח לבנות ערימה בדרך זו



יש לכל היותר $n/2$ איברים שעליהם מבצעים heapify בגובה 1

יש לכל היותר $n/4$ איברים שעליהם מבצעים heapify בגובה 2

יש לכל היותר $n/8$ איברים שעליהם מבצעים heapify בגובה 3

$$O\left(\frac{n}{2} \times 1 + \frac{n}{4} \times 2 + \frac{n}{8} \times 3 + \dots\right) = O\left(n \sum_{h=1}^{\infty} \frac{h}{2^h}\right) = O(n)$$

כמה זמן לוקח לבנות ערימה בדרך זו

נבדוק למה שווה הסכום: $\sum_{h=0}^{\infty} \frac{h}{2^h}$

כמה זמן לוקח לבנות ערימה בדרך זו

נבדוק למה שווה הסכום: $\sum_{h=0}^{\infty} \frac{h}{2^h}$

נוסחת טור אינסופי: $\sum_{h=0}^{\infty} x^h = \frac{1}{1-x} \quad -1 < x < 1$

כמה זמן לוקח לבנות ערימה בדרך זו

נבדוק למה שווה הסכום: $\sum_{h=0}^{\infty} \frac{h}{2^h}$

נוסחת טור אינסופי: $\sum_{h=0}^{\infty} x^h = \frac{1}{1-x} \quad -1 < x < 1$

נגזור את שני האגפים: $\sum_{h=0}^{\infty} hx^{h-1} = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$

כמה זמן לוקח לבנות ערימה בדרך זו

נבדוק למה שווה הסכום: $\sum_{h=0}^{\infty} \frac{h}{2^h}$

נוסחת טור אינסופי: $\sum_{h=0}^{\infty} x^h = \frac{1}{1-x} \quad -1 < x < 1$

נגזור את שני האגפים: $\sum_{h=0}^{\infty} hx^{h-1} = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$

נכפיל את שני האגפים פי x : $\sum_{h=0}^{\infty} hx^h = \frac{x}{(1-x)^2}$

כמה זמן לוקח לבנות ערימה בדרך זו

נבדוק למה שווה הסכום: $\sum_{h=0}^{\infty} \frac{h}{2^h}$

נוסחת טור אינסופי: $\sum_{h=0}^{\infty} x^h = \frac{1}{1-x} \quad -1 < x < 1$

נגזור את שני האגפים: $\sum_{h=0}^{\infty} h x^{h-1} = -(1-x)^{-2}(-1) = \frac{1}{(1-x)^2}$

נכפיל את שני האגפים פי x : $\sum_{h=0}^{\infty} h x^h = \frac{x}{(1-x)^2}$

נציב $x = \frac{1}{2}$: $\sum_{h=0}^{\infty} \frac{h}{2^h} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{4}} = 2$

Heapsort

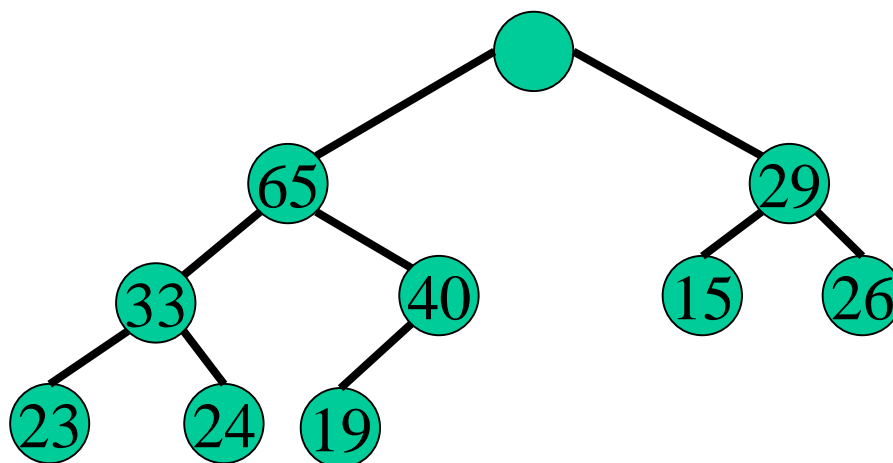
(Williams, Floyd, 1964)

מיון ערימה

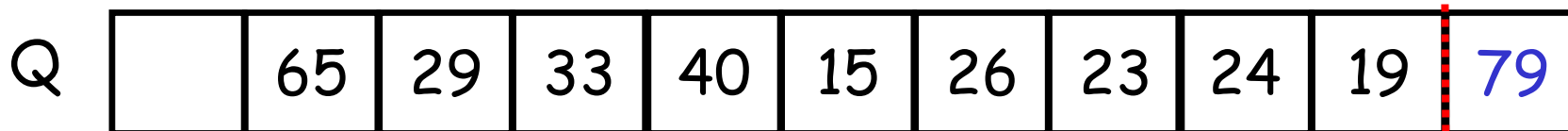
- הכנס את האיברים למערך
- צור ערימת **מקסימום** במערך
- כל עוד גודל הערימה > 1

בצע הוצאת **מקסימום**
והכנס אותו למקום האחרון במערך.

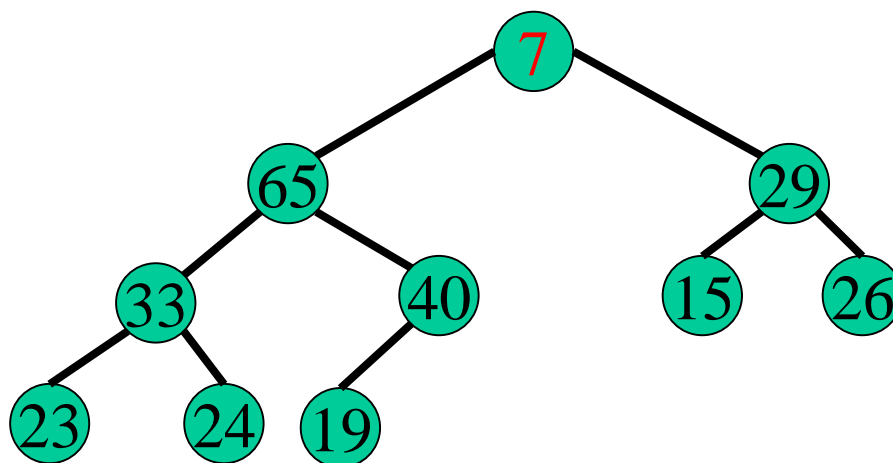
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



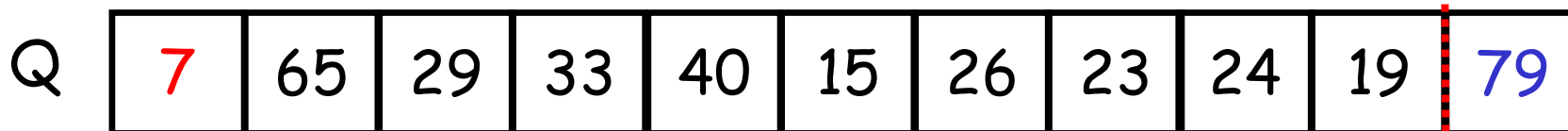
item 7



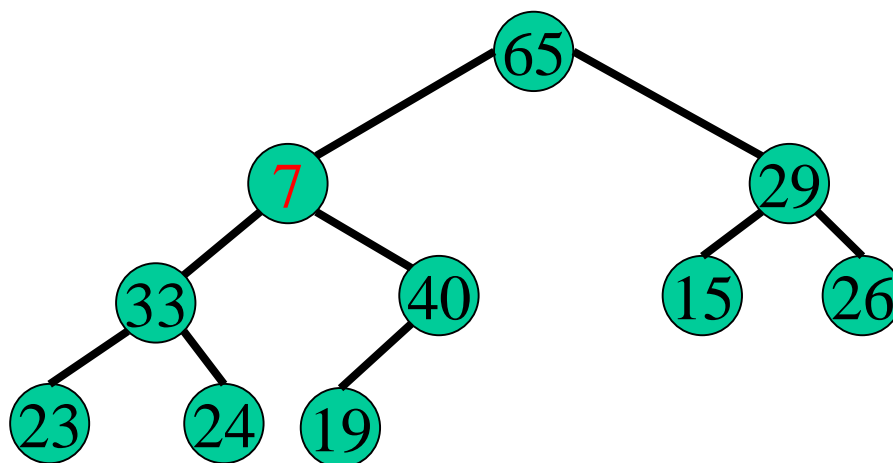
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



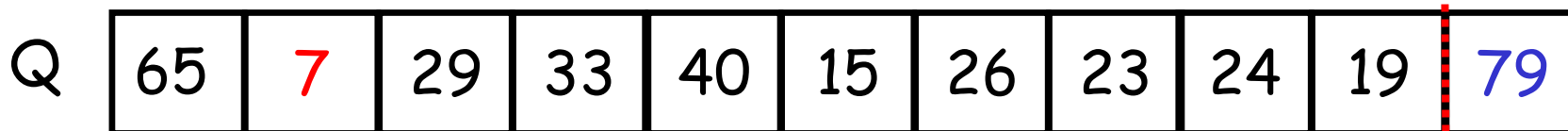
item 7



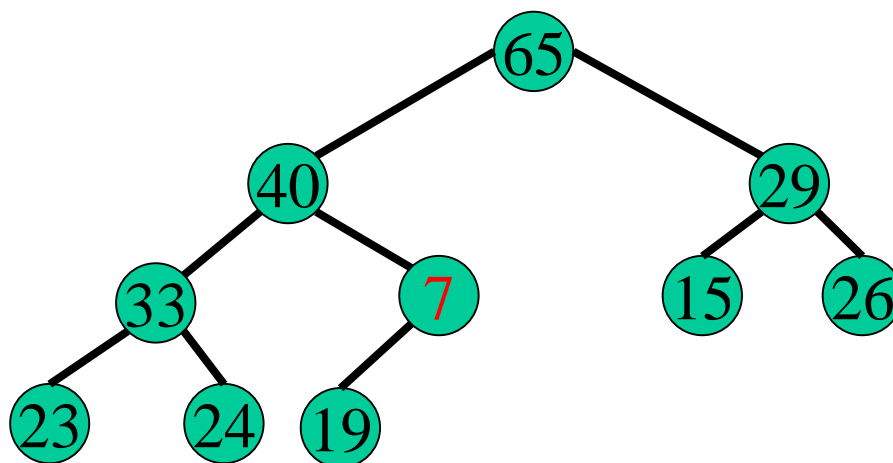
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



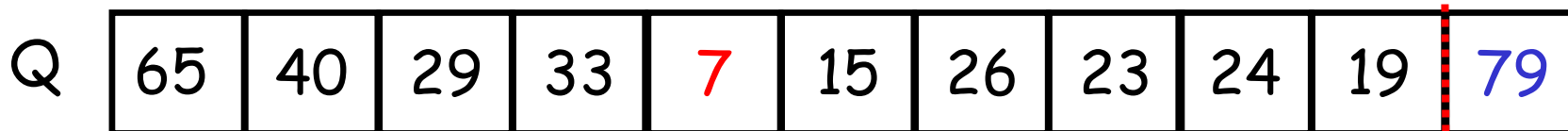
item 7



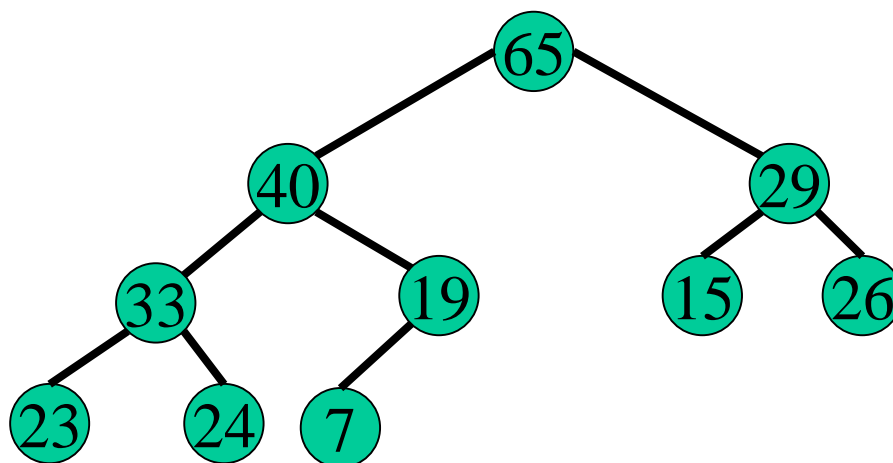
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



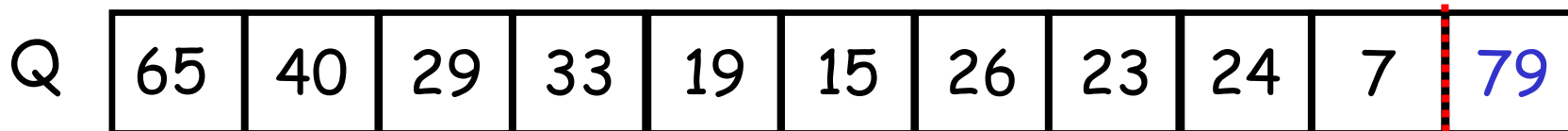
item 7



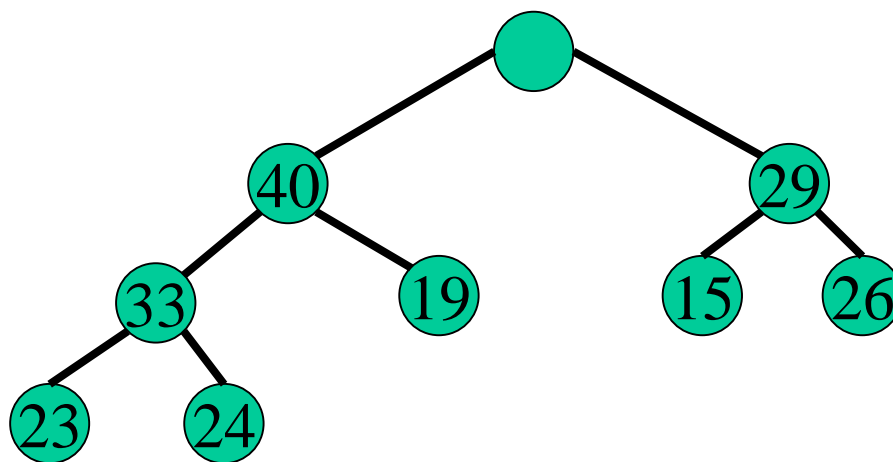
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



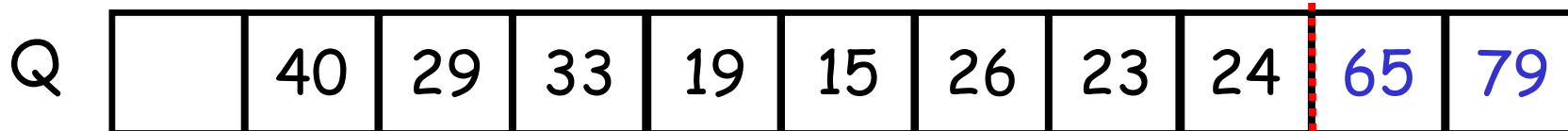
item 7



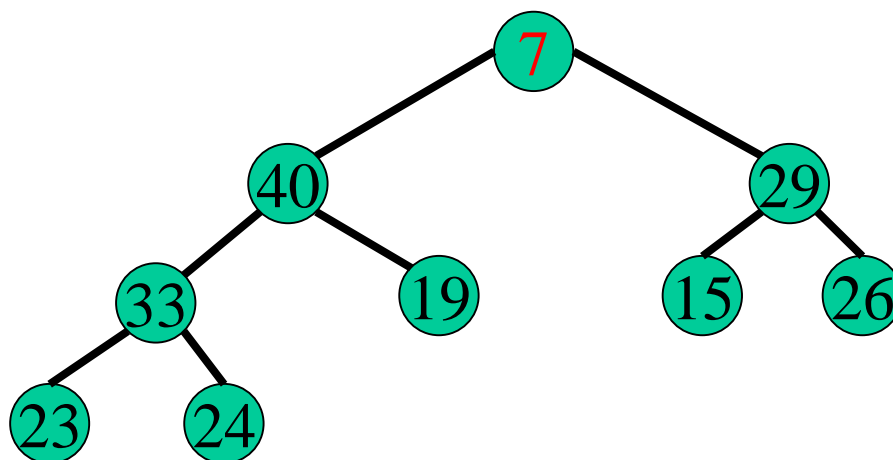
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



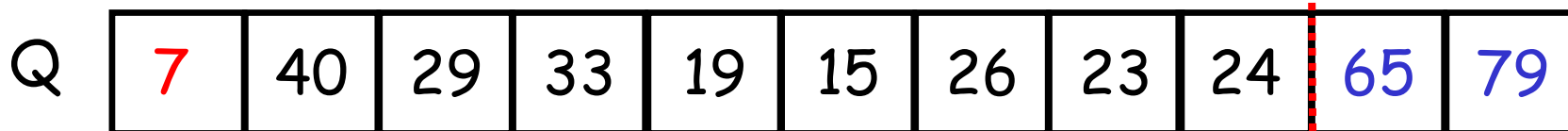
item 7



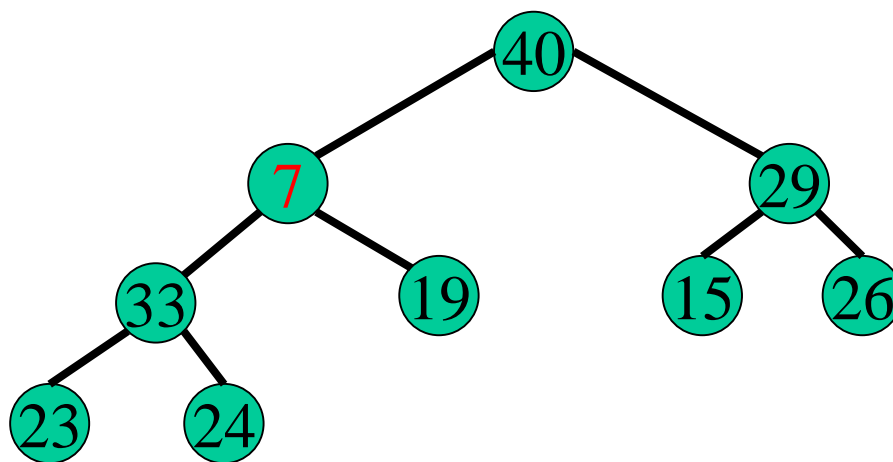
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



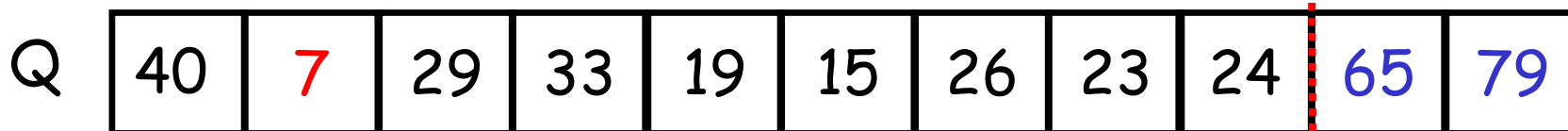
item 7



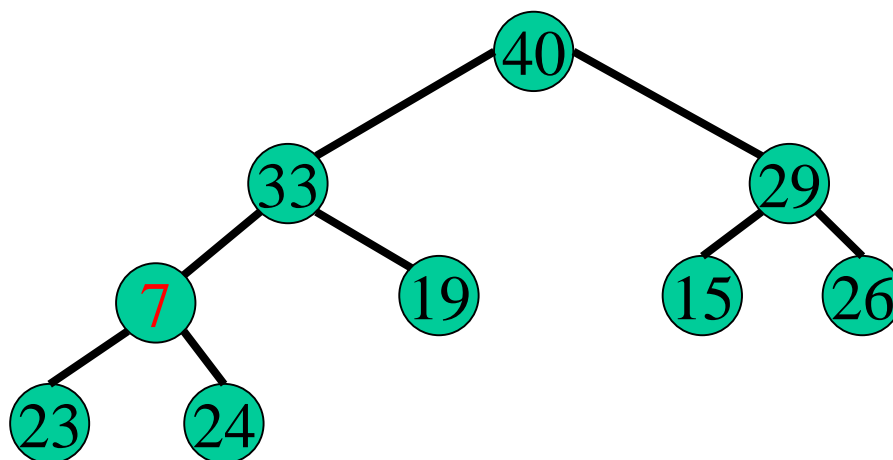
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



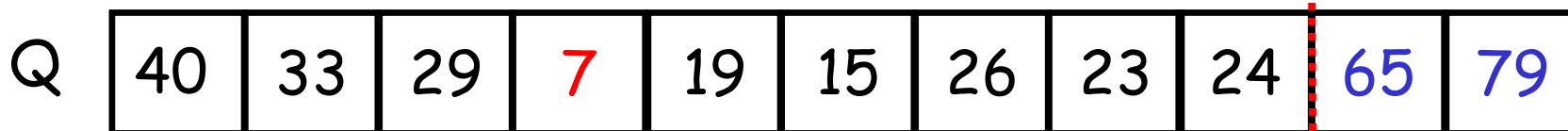
item 7



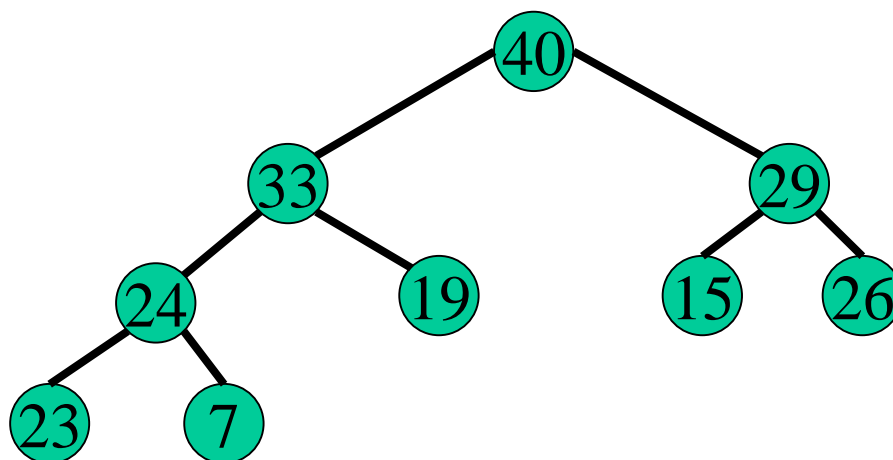
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



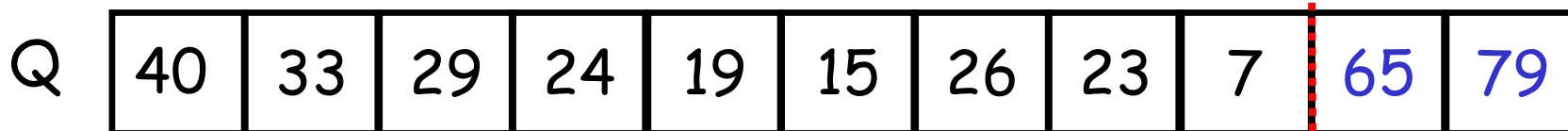
item 7



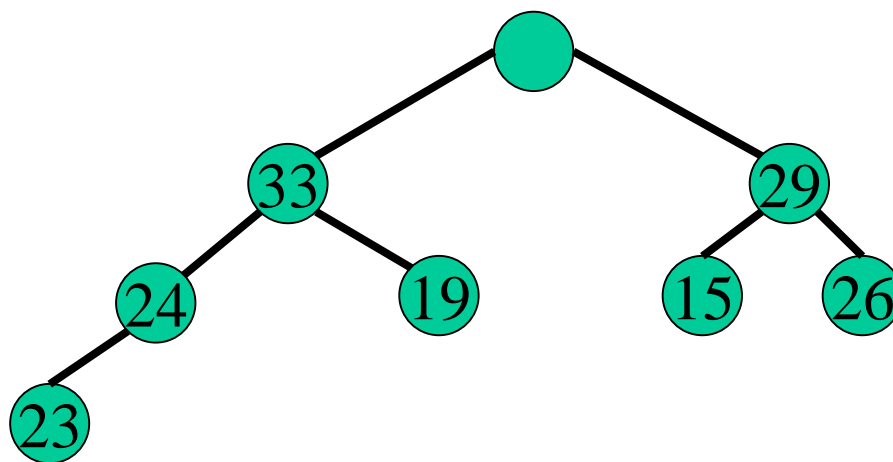
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



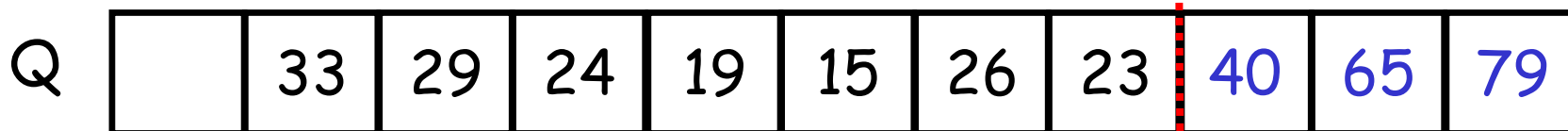
item 7



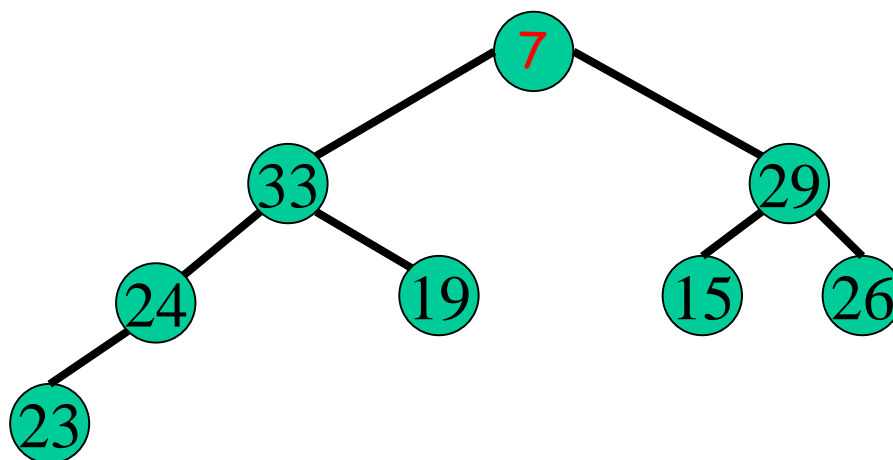
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



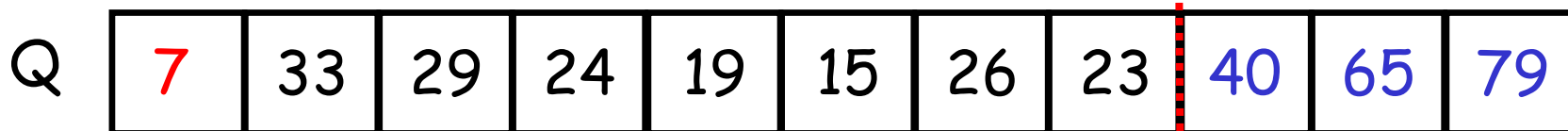
item 7



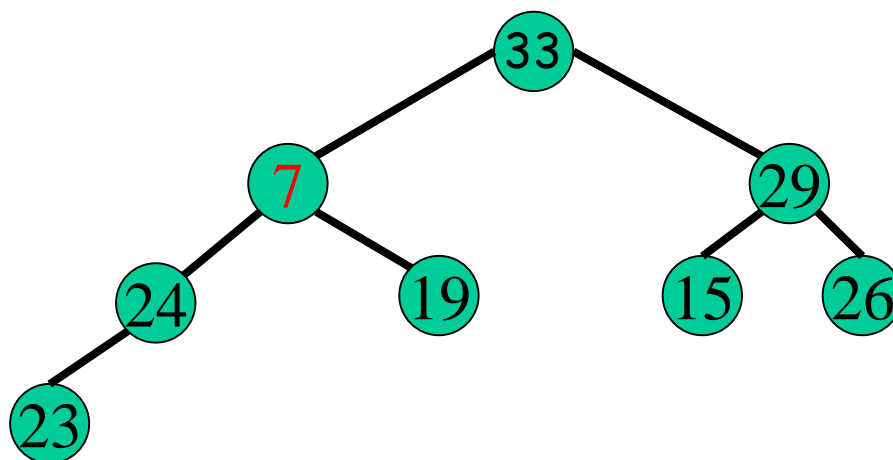
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



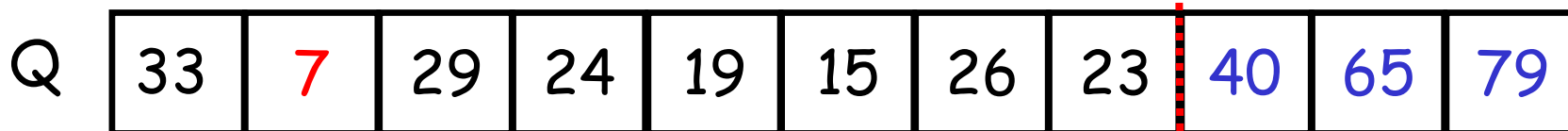
item 7



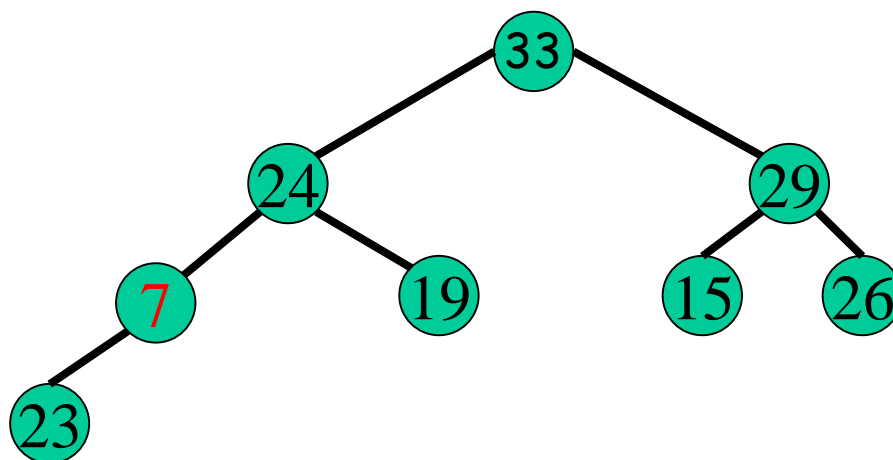
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



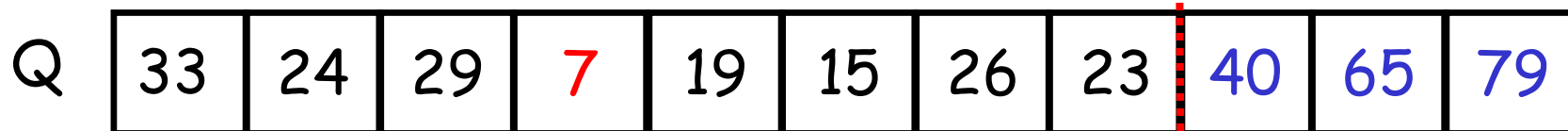
item 7



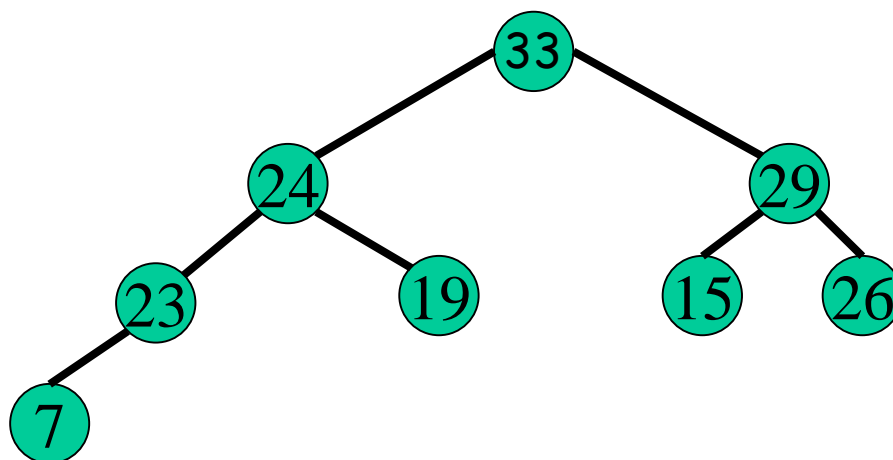
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



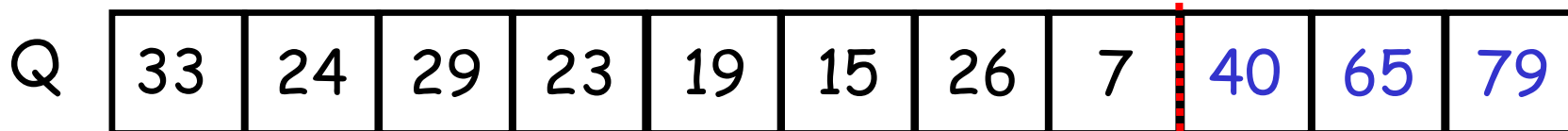
item 7



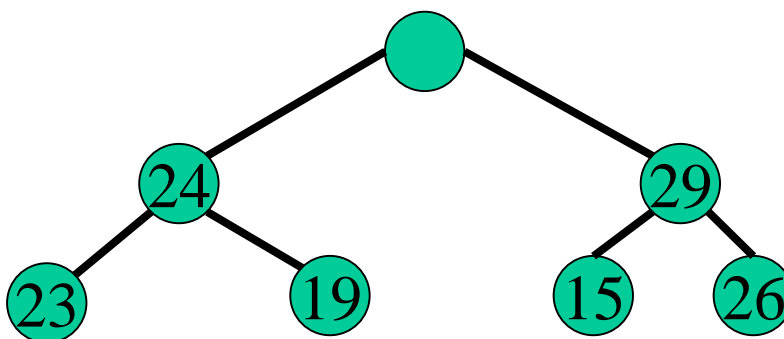
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



item 7



- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.

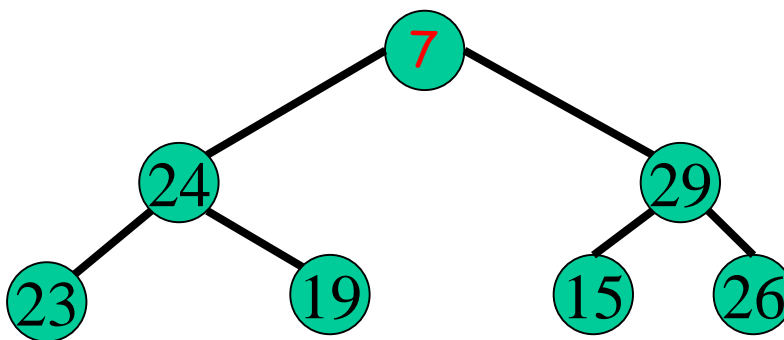


item 7

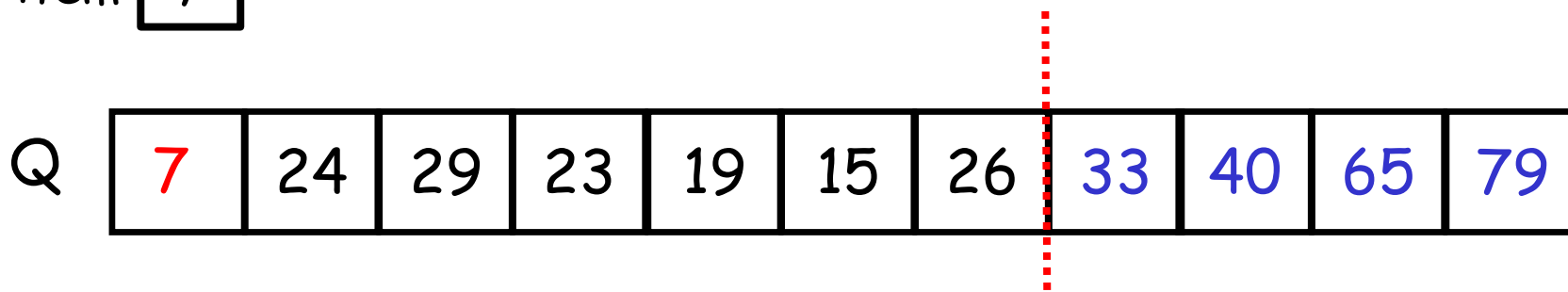
Q

	24	29	23	19	15	26	33	40	65	79
--	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

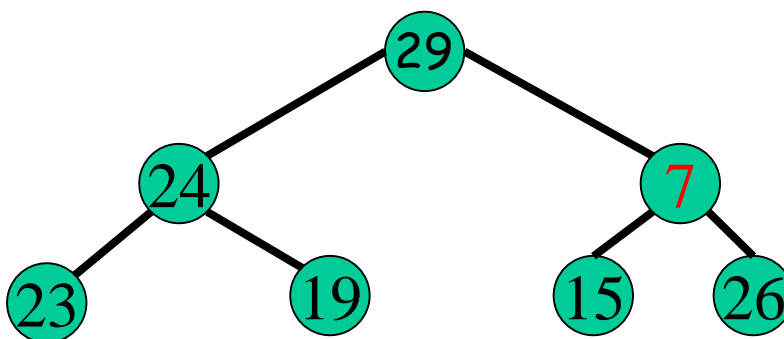
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



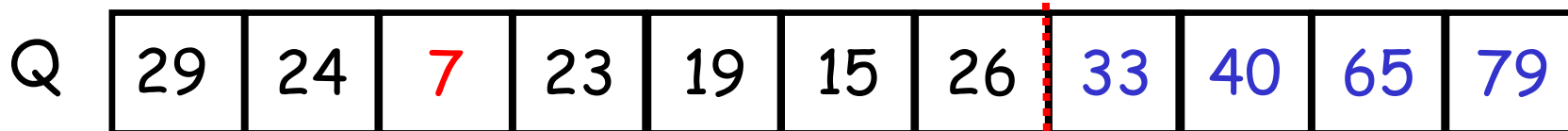
item 7



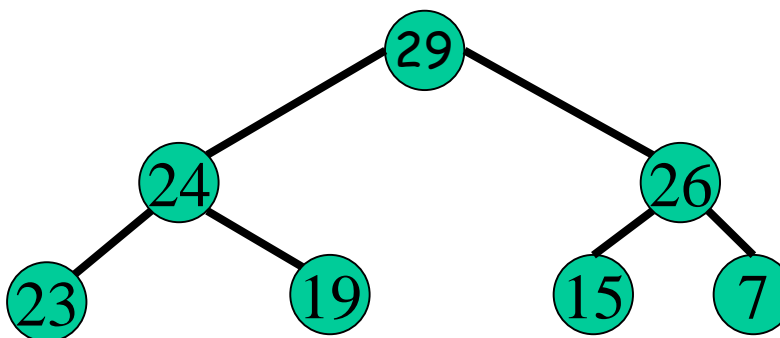
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



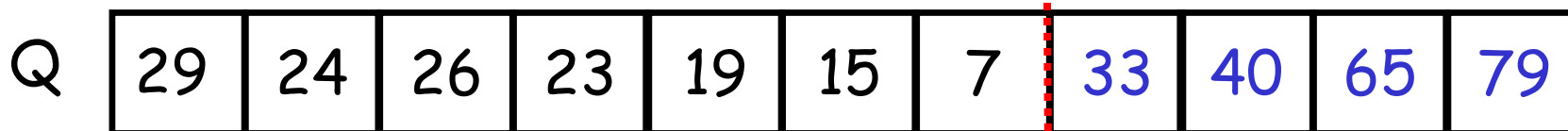
item 7



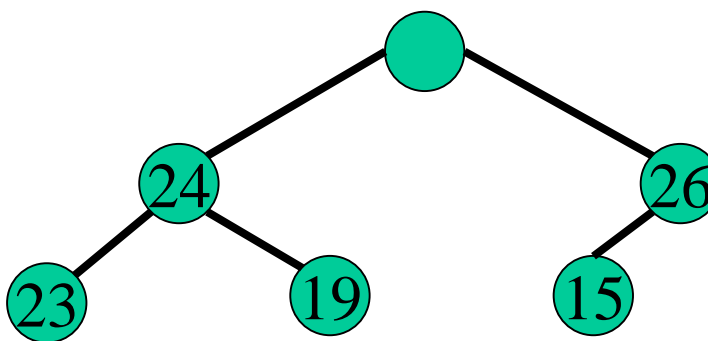
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



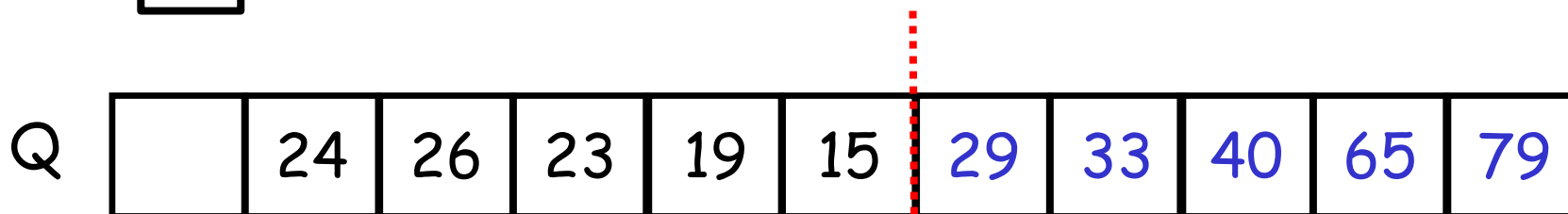
item 7



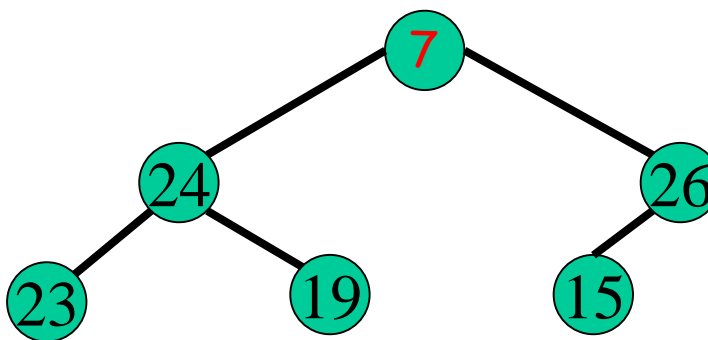
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



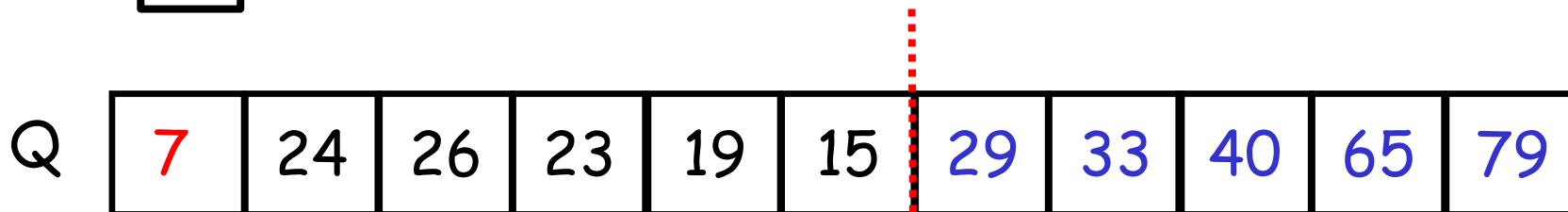
item 7



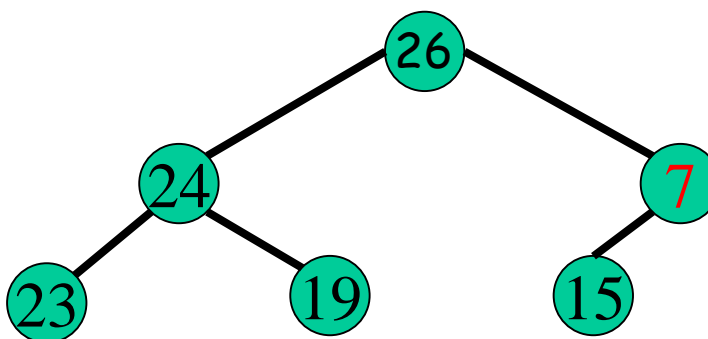
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



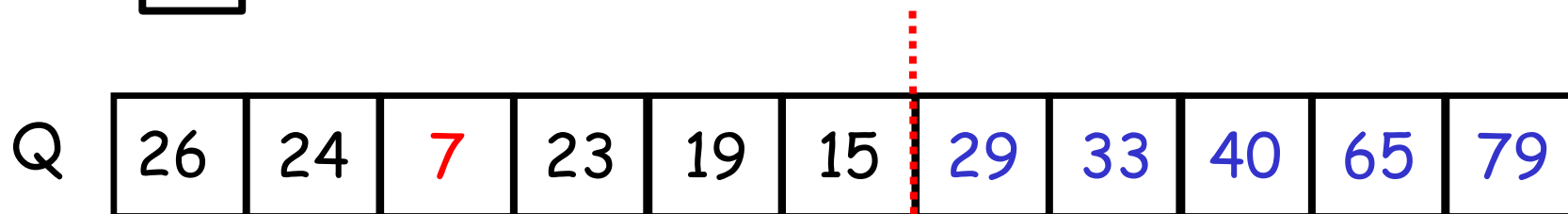
item 7



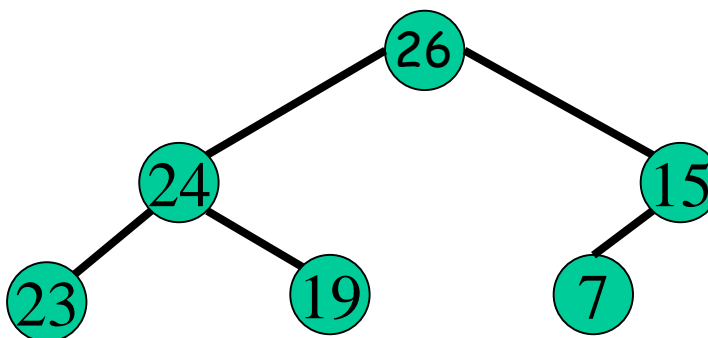
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



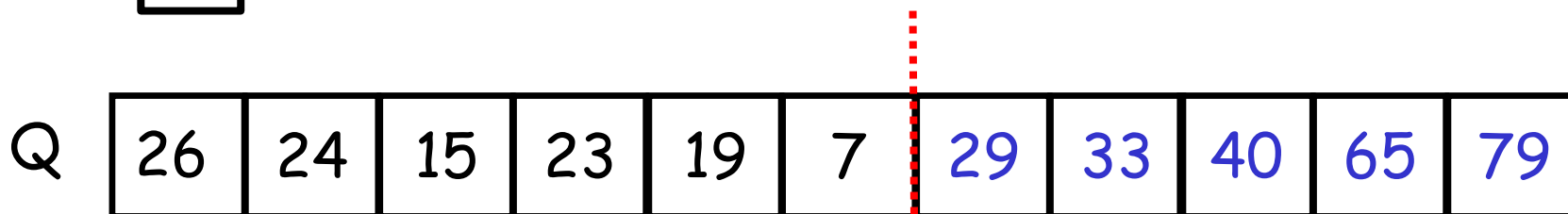
item 7



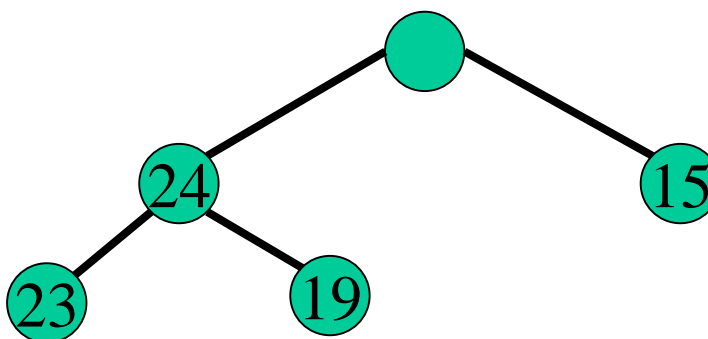
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



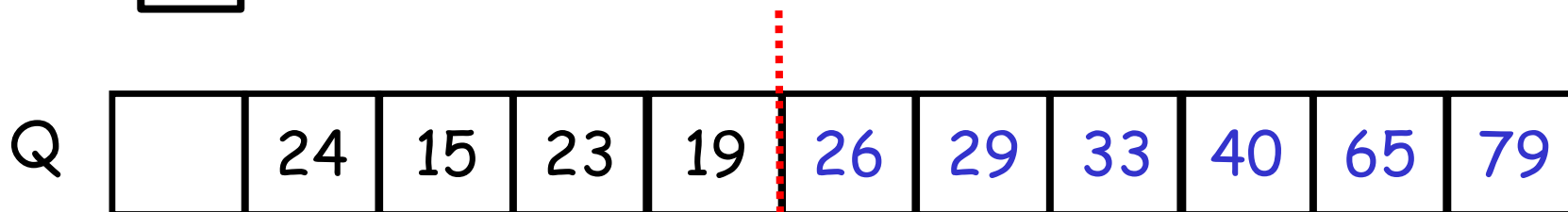
item 7



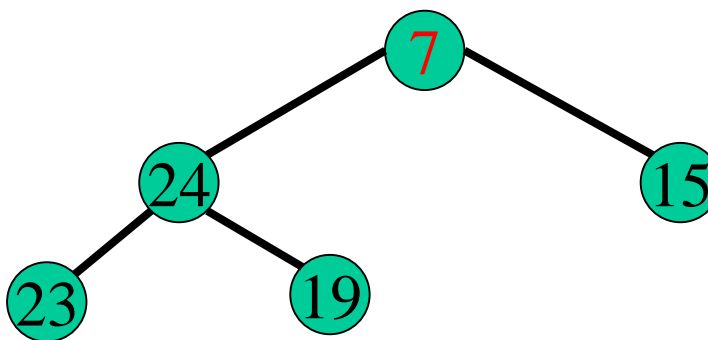
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



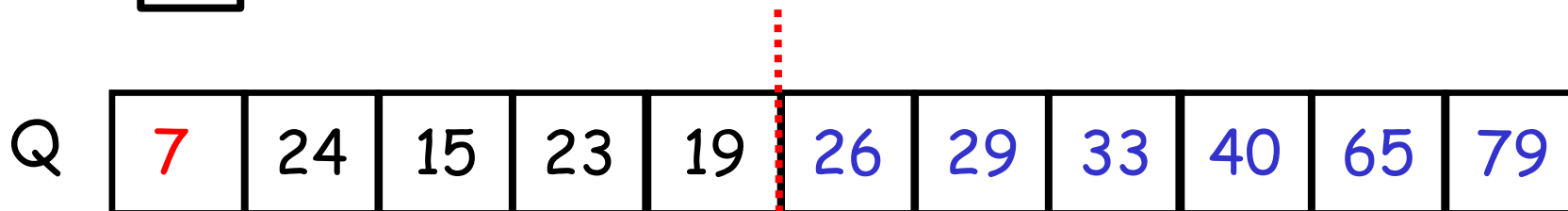
item 7



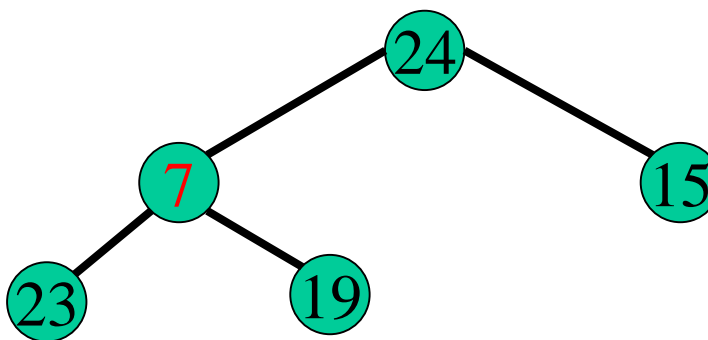
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



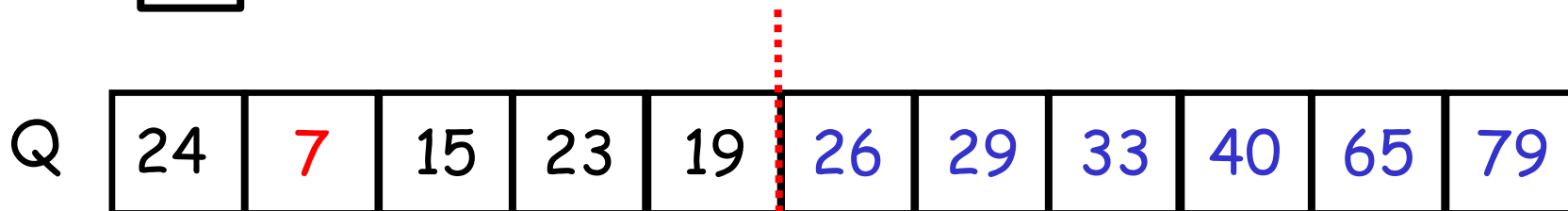
item 7



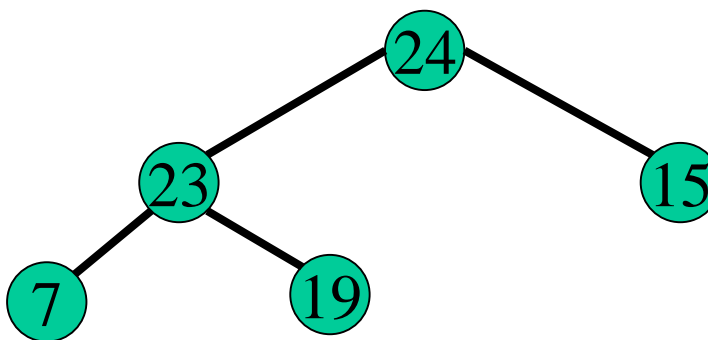
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



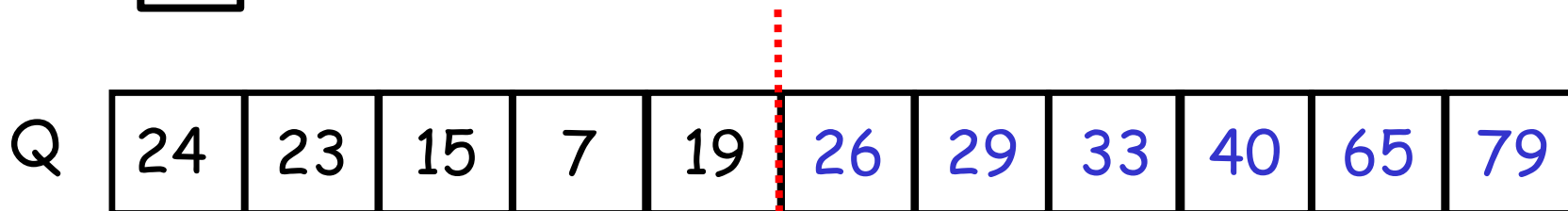
item 7



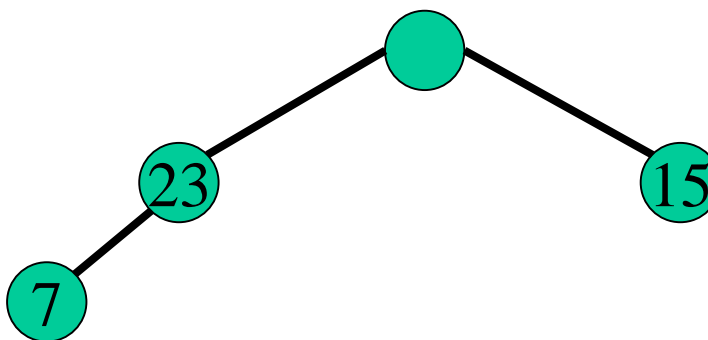
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



item 7



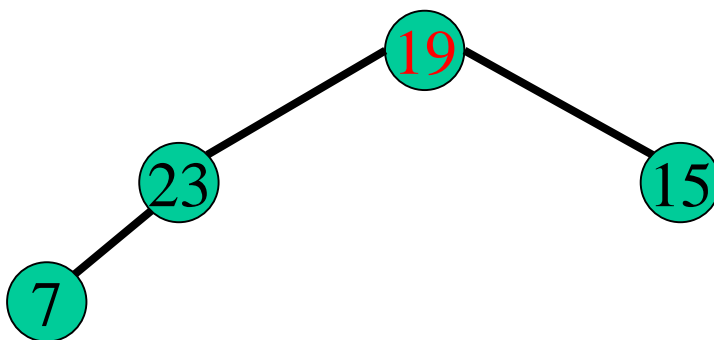
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



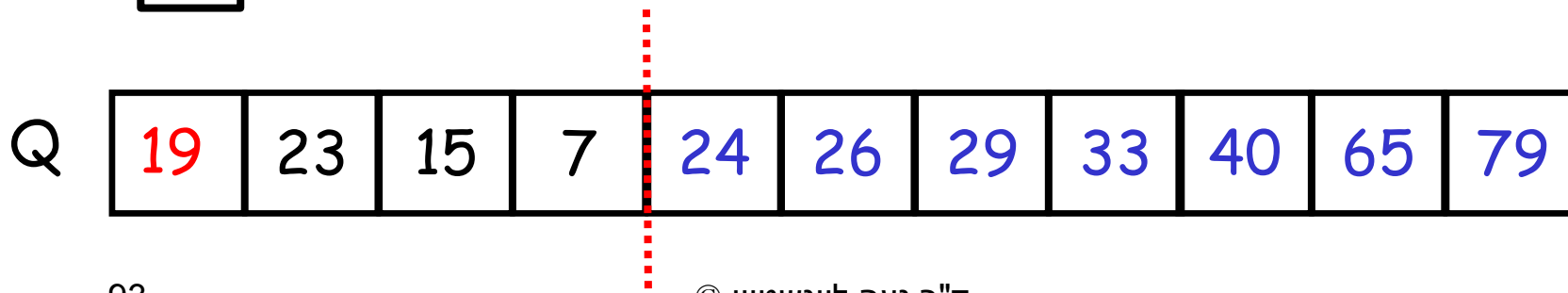
item 19



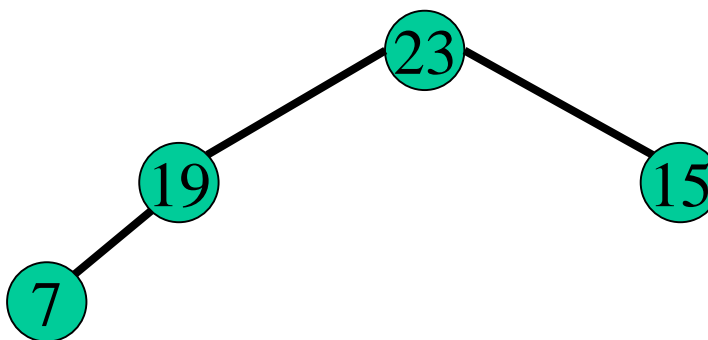
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



item 19



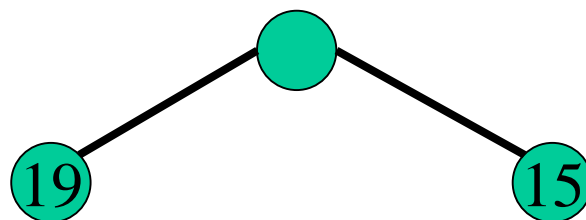
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



item 19



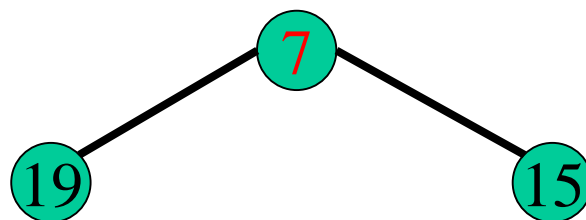
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



item 7



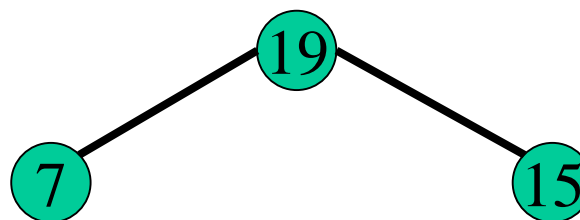
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



item 7



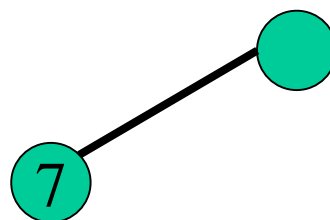
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



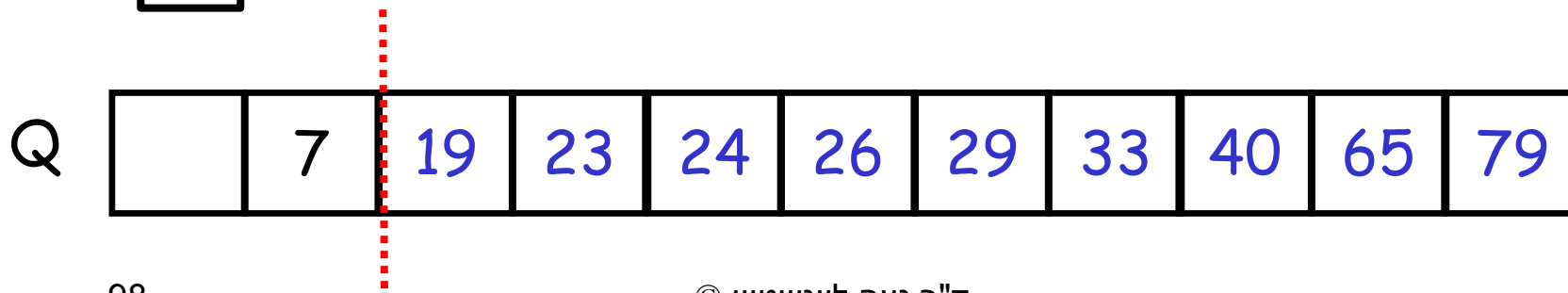
item 7



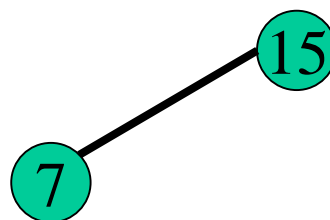
- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



item 15



- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



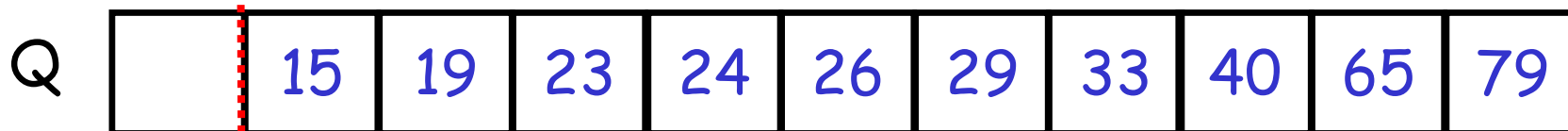
item 15



- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.



item 7



100

- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.

7

item 7

Q	7	15	19	23	24	26	29	33	40	65	79
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

- בצע הוצאת **מקסימום** והכנס אותו למקום האחרון במערך.

item

7

Q	7	15	19	23	24	26	29	33	40	65	79
---	---	----	----	----	----	----	----	----	----	----	----

סיבוכיות זמן של מיון ערימה

- בנית ערימת המקסימום $O(n)$
- הוצאת האיברים המקסימליים אחד אחרי השני $O(n \log(n))$
- סך-הכל: $O(n \log(n))$

דוגמאות לשימוש במבנה נתונים ערימה

- תור עדיפויות
- אלגוריתם של Dijkstra למציאת מסלולים קצרים ביותר בגרף

תור עדיפויות

הכנסה - כמו הכנסה לתור רגיל, לפי סדר ההגעה.

הוצאה - מוציאים את האיבר בתור בעל המפתח הקטן ביותר.

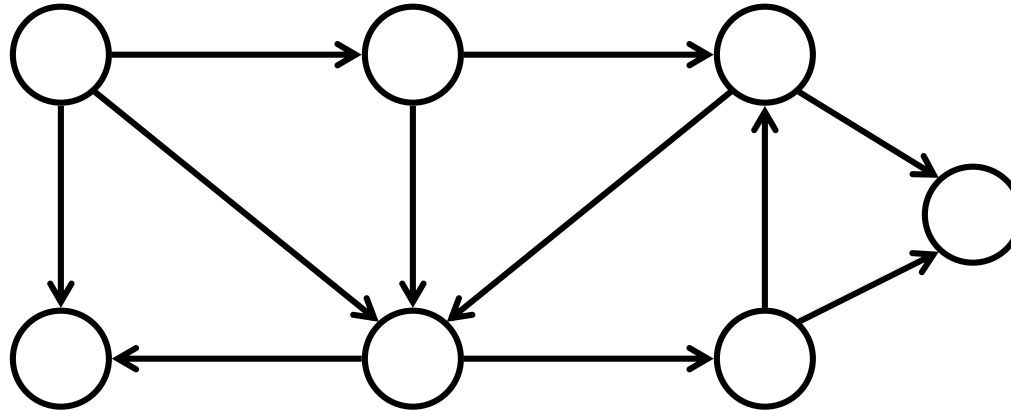
אלגוריתם של Dijkstra למציאת מסלולים קצרים ביותר בגרף

מוטיבציה:

רוצים למצוא את המסלול הקצר ביותר מחיפה לירושלים

מייצגים את מפת הכבישים על-ידי גרף

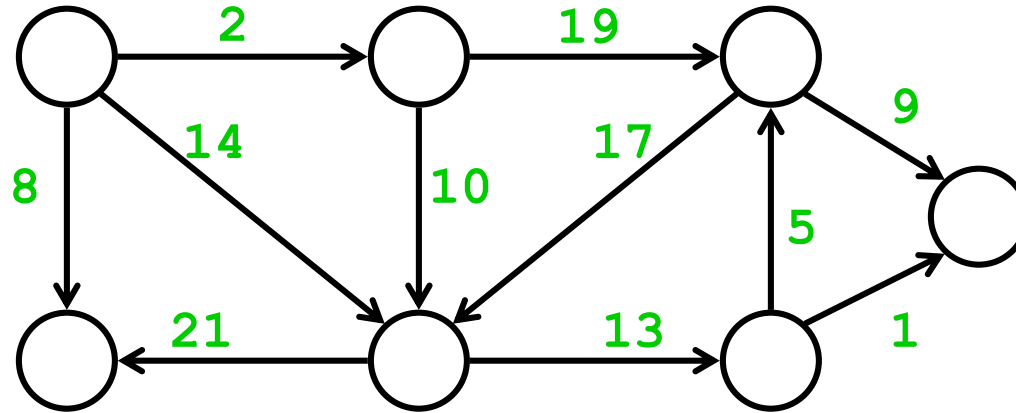
גרף $G=(V,E)$



V - קבוצת הקודקודים (צמתים)

E - קבוצת הקשתות (זוגות של קודקודים)

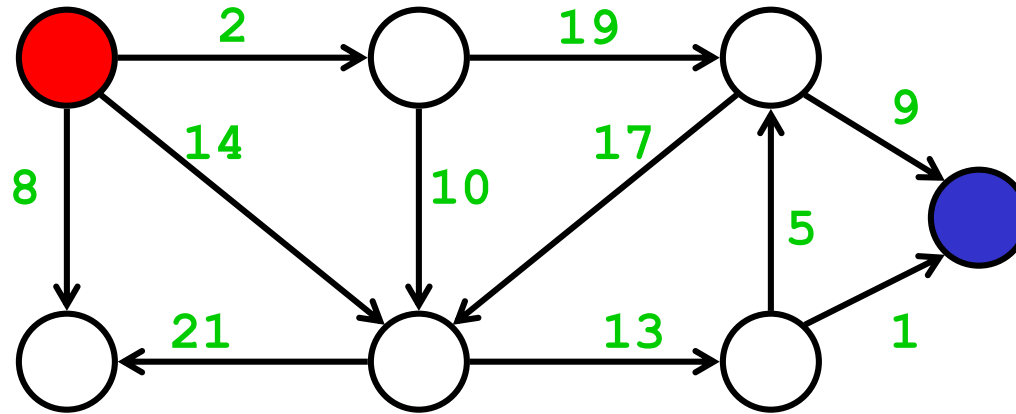
מייצגים אורך דרך על-ידי משקל על הקשתות



V - קבוצת הקודקודים (צמתים)

E - קבוצת הקשתות (זוגות של קודקודים)

מוצא - יעד



V - קבוצת הקודקודים (צמתים)

E - קבוצת הקשתות (זוגות של קודקודים)

אלגוריתם של Dijkstra

מוצא את כל המסלולים בגרף מצומת מוצא מסוים
לכל אחד מצמתי הגרף.

לצורך האלגוריתם דרוש מבנה נתונים מופשט הכולל את הפעולות:

- הכנסת איבר $\text{insert}(x, Q)$
- חיפוש איבר מינימלי $\text{min}(Q)$
- הוצאת איבר $\text{deletemin}(Q)$
- הגדל מפתח של איבר x ב- Δ $\text{decrease-key}(x, Q, \Delta)$