习题参考答案

第一章

习题 1.1

1. （1）-2，1；（2）7，-7；（3）-12.

2. （1）6； （2）ab^2-a^2b； （3）$3abc-\left(a^2+b^2+c^2\right)$；

   （4）16； （5）-7； （6）0.

3. （1）$x_1=\dfrac{7}{5}$，$x_2=\dfrac{1}{5}$； （2）$x_1=\dfrac{7}{2}$，$x_2=\dfrac{5}{4}$.

4. （1）-6； （2）$(-1)^{\frac{(n+1)(n+2)}{2}}n!$； （3）-12.

5. $x=\pm 2$.

习题 1.2

1. （1）6； （2）4； （3）2； （4）-12； （5）0； （6）0.

2. （1）-65； （2）-8； （3）0； （4）160； （5）$b^2\left(b^2-4a^2\right)$；

   （6）$-2\left(x^3+y^3\right)$； （7）$x^n+(-1)^{n+1}y^n$； （8）$[x+(n-1)a](x-a)^{n-1}$；

   （9）12； （10）$\left[1-\sum_{i=1}^{n}\dfrac{1}{a_i}\right]\prod_{i=1}^{n}a_i$

3. （1）略； （2）略.

4. （1）6； （2）912000； （3）$\left[1+\sum_{i=1}^{n}\dfrac{a}{x_1-a}\right]\prod_{i=1}^{n}(x_i-a)$； （4）1+$\sum_{i=1}^{n}a_i$.

5. $x_{1,2}=\pm 1, x_{3,4}=\pm 2$.

习题 1.3

1. （1）$x=\dfrac{1}{3}, y=\dfrac{-5}{6}$； （2）$c\neq b, c\neq a, b\neq a$.

2. （1）$x_1=3$，$x_2=1$，$x_3=2$； （2）$x_1=1$，$x_2=2$，$x_3=3$，$x_4=-1$；

   （3）$x_1=3$，$x_2=4$，$x_3=5$； （4）$x_1=3$，$x_2=-4$，$x_3=-1$，$x_4=1$.

3. $\lambda=1,2,-3$.

总习题一

1. （1）C； （2）D； （3）C； （4）D.

2. （1）-6； （2）-120； （3）18； （4）$\left(1+\dfrac{100}{11}+\dfrac{100}{12}+\dfrac{100}{13}+\dfrac{100}{14}\right)24024$；

（5）$abcd+ab+ad+cd+1$；　（6）$(a-b)(a-c)(a-d)(b-c)(b-d)(c-d)(a+b+c+d)$；

（7）$[x+(n-2)a](x-2a)^{n-1}$；（8）$3^{n+1}-2^{n+1}$；　（9）$1-a+a^2-a^3+a^4-a^5$.

3.（1）略；　（2）略；（3）略.

4.（1）$x_1=-1，x_2=-1，x_3=0，x_4=1$；

（2）$x_1=\dfrac{1507}{665}，x_2=\dfrac{-1145}{665}，x_3=\dfrac{703}{665}，x_4=\dfrac{-395}{665},x_5=\dfrac{212}{665}$；

（3）$x_1=-2，x_2=0，x_3=1，x_4=-1$；　（4）$x_1=1，x_2=-1，x_3=-1，x_4=1$；

（5）$x_1=-9，x_2=1，x_3=-1，x_4=19$.

5. $\mu=-\dfrac{4}{5}$或$\mu=1$.

6. $\lambda=1$或$\mu=0$.

7. $\mu=0,2$或3.

8. 仅有零解.

9. $\mu\neq-2$或$\mu\neq1$.

第二章

习题 2.1

1. $\begin{pmatrix}0&1&1&1\\0&0&1&0\\1&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$

习题 2.2

1. $x=1,y=-1$

2.(1) $\begin{pmatrix}-3&8\\4&7\end{pmatrix}$;(2)$\begin{pmatrix}1&0\\-3&3\end{pmatrix}$;(3)$\begin{pmatrix}2&-3\\-2&-2\end{pmatrix}$.

3.（1）4;（2）$\begin{pmatrix}2&0&4\\-1&0&-2\\1&0&2\end{pmatrix}$；（3）$\begin{pmatrix}7&4&1\\2&-3&3\end{pmatrix}$;（4）36.

4. $\begin{pmatrix}1&0\\n&1\end{pmatrix}$.

5.$3^5\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 3 & 3 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$.

6.（1）错；（2）对；（3）错；（4）对；（5）错.

7.$x=-3, y=2, z=-1$.

8.略.

9.16；4×10^3.

10.总重量 29 吨，总体积 395 m^3，总收入 485 万元.

习题 2.3

1.（1）$\begin{pmatrix} 2 & -\frac{1}{2} \\ -1 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$；（2）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$；（3）$\begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -1 & 4 & -1 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$；

（4）$\begin{pmatrix} -\frac{3}{25} & \frac{6}{25} & 1 \\ \frac{2}{25} & -\frac{29}{25} & \frac{34}{25} \\ \frac{3}{25} & \frac{19}{25} & -\frac{24}{25} \end{pmatrix}$

2.(1)$\begin{pmatrix} -2 & -4 & 1 \\ -2 & -5 & 1 \\ 3 & 6 & -1 \end{pmatrix}$;(2)$\begin{pmatrix} -7 & 34 & 22 \\ -8 & 39 & 25 \\ 10 & -48 & -31 \end{pmatrix}$;(3)$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{9}{2} & -1 \\ 0 & -4 & 1 \end{pmatrix}$

3.24;$\frac{5^3}{3}$.

4.$\begin{pmatrix} 3 & 4 \\ -1 & -2 \end{pmatrix}$

5.略

6.略

习题 2.4

1.（1）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 13 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -3 \end{pmatrix}$；　（2）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -\frac{7}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 1 & 3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$；　（3）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$；

（4）$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 2 & -3 \\ 0 & 0 & 1 & -2 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$；（5）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$；（6）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & 0 & -2 \\ 0 & 1 & -1 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$.

2.（1）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{3} \end{pmatrix}$；　（2）$\begin{pmatrix} \frac{1}{5} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix}$；　（3）$\begin{pmatrix} \frac{7}{2} & -1 & -\frac{3}{2} \\ -2 & 1 & 1 \\ -\frac{1}{2} & 0 & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$；

（4）$\begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$.

3.（1）$\begin{pmatrix} 10 & 2 \\ -15 & -3 \\ -12 & -4 \end{pmatrix}$；　（2）$\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -2 & -3 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$；　（3）$\begin{pmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{pmatrix}$.

习题 2.5

1. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix}=0$, $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 1 & - \end{vmatrix}=0$, $\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \end{vmatrix}=0$, $\begin{vmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 4 & 2 & -1 \end{vmatrix}=0$, $R(A)=2$.

2.（1）$R(A)=2$；　（2）$R(A)=4$；　（3）$R(A)=2$；　（4）$R(A)=3$.

3. $a=5, b=1$.

4. $a=6, b=8$.

习题 2.6

1. $\begin{pmatrix} 7 & 7 \\ 3 & 5 \\ -4 & 9 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$.

2. $\begin{pmatrix} -2 & 10 & 0 & 0 \\ -2 & 26 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -4 \end{pmatrix}$.

3. $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 5 & 6 \end{pmatrix}$.

4. $\begin{pmatrix} 5^4 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 5^4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2^4 & 0 \\ 0 & 0 & 2^6 & 2^4 \end{pmatrix}$.

总习题二

1.（1）C；（2）A；（3）D；（4）C；（5）C；（6）B；（7）A.

2.（1）$\left(A+E\right)$；（2）$\left(\dfrac{9}{64}\right)$；（3）$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$；（4）$-\dfrac{1}{2}$；

（5）$\dfrac{1}{125}$；（6）$\dfrac{1}{9}$；（7）-3 或-6；（8）$\left(A+4E\right)$.

3.（1）$\begin{pmatrix} -1 & 6 & 5 \\ -2 & -1 & 12 \end{pmatrix}$；（2）$\begin{pmatrix} -1 & 3 \\ 10 & -6 \end{pmatrix}$；（3）$\begin{pmatrix} 10 & 4 & -1 \\ 4 & -3 & -1 \end{pmatrix}$；

（4）$\begin{pmatrix} 7 & 6 & 5 & 7 \\ 4 & 4 & 4 & 4 \\ 3 & 5 & 9 & 11 \end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix} 14 & 11 & 8 & 7 \\ -2 & 7 & -2 & 7 \\ 2 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}$；（5）$\begin{pmatrix} -8 & -12 \\ -13 & 13 \\ -1 & 11 \end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix} 15 & -14 \\ -15 & 14 \end{pmatrix}$，$\begin{pmatrix} 6 & -12 \\ 5 & 7 \end{pmatrix}$；

（6）$\dfrac{1}{10}\begin{pmatrix} 10 & -10 & 2 \\ 0 & 5 & -4 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$；（7）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 2^{100} & 0 \\ 0 & 0 & 3^{100} \end{pmatrix}$；（8）$\begin{pmatrix} -3 & -1 & 4 \\ 4 & 0 & 2 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix}$.

4.（1）$-\dfrac{1}{6}\left(A+2E\right)$；（2）$\dfrac{1}{2}\left(A-3E\right)$.

5.（1）$\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ \frac{3}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$；（2）$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{pmatrix}$；　（3）$\begin{pmatrix} \frac{3}{4} & \frac{1}{2} & 0 \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & 0 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$；

（4）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & \frac{3}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ 0 & -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ 0 & -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$；（5）$\begin{pmatrix} 3 & -5 & -8 & 13 \\ -1 & 2 & 3 & -5 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$；（6）$\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & 0 & -1 \\ 0 & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} & -\frac{3}{2} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

6.（1）$X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & -4 \\ 1 & 0 & -2 \end{pmatrix}$；（2）$X = \begin{pmatrix} 10 & 2 \\ -15 & -3 \\ 12 & 4 \end{pmatrix}$；　（3）$X = \begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 \\ -4 & 7 & 4 \end{pmatrix}$.

7.（1）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & \frac{7}{2} & \frac{5}{2} \\ 0 & 1 & -\frac{1}{4} & \frac{3}{4} \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$；（2）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 & 2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$；　（3）$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

8.（1）$R(A) = 2$；（2）$R(A) = 4$.

第三章

习题 3.1

1.（1）$\begin{cases} \boldsymbol{x}_1 = 0 \\ \boldsymbol{x}_2 = 0 \\ \boldsymbol{x}_3 = 0 \end{cases}$；　（2）$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{c}_1\begin{pmatrix} -0.5 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \boldsymbol{c}_2\begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0.5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$（$\boldsymbol{c}_1, \boldsymbol{c}_2$ 为常数）;

（3）$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \boldsymbol{k}\begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$（$\boldsymbol{k}$ 为常数）

2.（1）$\begin{cases} \boldsymbol{x}_1 = 0 \\ \boldsymbol{x}_2 = 0 \\ \boldsymbol{x}_3 = 0 \end{cases}$；（2）$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{k}\begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$（$\boldsymbol{k}$ 为常数）；（3）无解；

（4）$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix}$

习题 3.2

1.（1）唯一解零解；（2）无穷多解，$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{k}\begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ -\frac{3}{4} \\ \frac{3}{3} \\ 1 \end{pmatrix}$（$\boldsymbol{k}$ 为常数）；（3）无穷多解，

$\boldsymbol{X} = \begin{pmatrix} -8 \\ 3 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix} + \boldsymbol{k}\begin{pmatrix} 0 \\ -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$（$\boldsymbol{k}$ 为常数）；

（4）无穷多解，$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{c}_1\begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \boldsymbol{c}_2\begin{pmatrix} \frac{7}{5} \\ 0 \\ \frac{1}{5} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \boldsymbol{c}_3\begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ 0 \\ -\frac{2}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ 0 \\ \frac{4}{5} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$（$\boldsymbol{c}_1, \boldsymbol{c}_2, \boldsymbol{c}_3$ 为常数）；

2.当 $\lambda \neq 1$ 时，有唯一解，当 $\lambda = 1$ 时，无穷多解；

3.当 $\lambda = -1$ 或 $\lambda = 5$ 时，有非零解；

4. 当 $\lambda \neq -1$ 且 $\lambda \neq 4$ 时，只有零解；

5.当 $\lambda \neq -\frac{4}{5}$ 时，无解；当 $\lambda \neq -\frac{4}{5}$ 且 $\lambda \neq 1$ 时，有唯一解；当 $\lambda = 1$ 时，有无穷多解，且解为：$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{k}\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

习题 3.3

1.$(3, \ 8, \ 7)$；　2.$(-4, -3, -10, -5)$；

3.（1）$\beta=\frac{3}{2}\alpha_1-\frac{1}{2}\alpha_3$；　　（2）$\beta=2\alpha_1+\alpha_2+\alpha_3$；

4. 线性相关；5.略；6.略；7 当 $t=2$ 时，线性相关，当 $t\neq 2$ 时，线性无关.；8.（1）极大无关组为：$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3$，且 $\alpha_4=-3\alpha_1+5\alpha_2-\alpha_3$；（2）极大无关组为：$\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$。

习题 3.4

1.（1）基础解析为：$\eta_1=\begin{pmatrix}-4\\ \frac{3}{4}\\ 1\\ 0\end{pmatrix}$，$\eta_2=\begin{pmatrix}0\\ \frac{1}{4}\\ 0\\ 1\end{pmatrix}$，通解为：$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{k}_1\eta_1+\boldsymbol{k}_2\eta_2$（$\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2$ 为常数）；

（2）基础解析为：$\eta_1=\begin{pmatrix}0\\ 1\\ 2\\ 1\\ 0\end{pmatrix}$，$\eta_2=\begin{pmatrix}-2\\ 0\\ 0\\ 0\\ 1\end{pmatrix}$，通解为：$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{k}_1\eta_1+\boldsymbol{k}_2\eta_2$（$\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2$ 为常数）；

（3）基础解析为：$\eta_1=\begin{pmatrix}2\\ 1\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$，$\eta_2=\begin{pmatrix}\frac{2}{7}\\ 0\\ -\frac{5}{7}\\ 1\end{pmatrix}$，通解为：$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{k}_1\eta_1+\boldsymbol{k}_2\eta_2$（$\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2$ 为常数）。

2.（1）特解为：$\eta_0=\begin{pmatrix}\frac{5}{4}\\ -\frac{1}{4}\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$，对应齐次方程组基础解析为：$\eta_1=\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\ \frac{3}{2}\\ 1\\ 0\end{pmatrix}$，$\eta_2=\begin{pmatrix}-\frac{3}{4}\\ \frac{7}{4}\\ 0\\ 1\end{pmatrix}$

通解为：$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{k}_1\eta_1+\boldsymbol{k}_2\eta_2+\eta_0$（$\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2$ 为常数）；

（2）特解为：$\eta_0=\begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\\ 0\\ \frac{13}{6}\\ 0\end{pmatrix}$，对应齐次方程组基础解析为：$\eta_1=\begin{pmatrix}-2\\ 1\\ 0\\ 0\end{pmatrix}$，$\eta_2=\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\ 0\\ -\frac{1}{2}\\ 1\end{pmatrix}$

通解为：$\boldsymbol{X}=\boldsymbol{k}_1\eta_1+\boldsymbol{k}_2\eta_2+\eta_0$（$\boldsymbol{k}_1,\boldsymbol{k}_2$ 为常数）；

（3）特解为：$\eta_0 = \begin{pmatrix} \frac{3}{5} \\ 0 \\ \frac{4}{5} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$，对应齐次方程组基础解析为：$\eta_1 = \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$，$\eta_2 = \begin{pmatrix} \frac{7}{5} \\ 0 \\ \frac{1}{5} \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$，$\eta_3 = \begin{pmatrix} \frac{1}{5} \\ 0 \\ -\frac{2}{5} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

通解为：$\boldsymbol{X} = \boldsymbol{k}_1\eta_1 + \boldsymbol{k}_2\eta_2 + \boldsymbol{k}_3\eta_3 + \eta_0$（$\boldsymbol{k}_1, \boldsymbol{k}_2, \boldsymbol{k}_3$为常数）。

总习题三

1.（1）.$\boldsymbol{a} = 2\boldsymbol{b}$；（2）1,1，-1;(3) 3; (4)2; (5) $\boldsymbol{r} = \boldsymbol{n}$，$\boldsymbol{R}(\boldsymbol{A}) = \boldsymbol{R}(\boldsymbol{A}, \boldsymbol{b}) = \boldsymbol{r} < \boldsymbol{n}$；

(6) $\lambda = 1$；(7) $\boldsymbol{k}[\alpha_1 - \frac{1}{2}(\alpha_2 + \alpha_3)] + \alpha_1$。

2. $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} -\frac{3}{2} & -3 & -\frac{9}{2} & -6 \end{pmatrix}$;

3. $\beta = -\frac{1}{3}\alpha_1 + \frac{2}{3}\alpha_2 + \alpha_4$

4.极大无关组为：α_1, α_2；$\alpha_3 = 2\alpha_1 - \alpha_2$，$\alpha_4 = \alpha_1 + 3\alpha_2$，$\alpha_5 = 2\alpha_1 + \alpha_2$

5. （1）$\boldsymbol{t} \neq 5$；（2）$\boldsymbol{t} = 5$；$\alpha_3 = -\alpha_1 + 2\alpha_2$

6.当$\lambda = -\frac{4}{5}$时，方程组无解；当$\lambda \neq 1$且$\lambda \neq -\frac{4}{5}$时，方程组有唯一解；$\lambda = 1$时，无穷多解，其解为：$\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + \boldsymbol{k}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$；

7.略；

8. $\boldsymbol{x} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} + \boldsymbol{k}\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ -1 \\ -1 \end{pmatrix}$

第四章

习题 4.1

1. (1) $\lambda_1 = -2,\ \lambda_2 = 7$，属于特征值$-2$的全部特征向量$k_1\begin{pmatrix} -\frac{4}{5} \\ 1 \end{pmatrix}$，属于特征值$7$的全部特征

向量$k_2\begin{pmatrix}1\\1\end{pmatrix}$,其中$k_1$和$k_2$为任意非零常数.

(2) $\lambda_1=2,\ \ \lambda_2=4$(二重根), 属于特征值2的全部特征向量$k_1\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$,属于特征值4的全部特征向量$k_2\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}$,其中$k_1$和$k_2$为任意非零常数.

(3) $\lambda_1=8,\ \ \lambda_2=-1$(二重根), 属于特征值8的全部特征向量$k_1\begin{pmatrix}7\\2\\1\end{pmatrix}$,属于特征值$-1$的全部特征向量$k_2\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\1\\0\end{pmatrix}+k_3\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$,其中$k_1,k_2,k_3$ 为任意.非零常数.

2. $a=1$; $\lambda_1=1,\ \ \lambda_2=2$.

3. $20,36,40$.

4. (1) $\lambda_1=1$(二重根), $\lambda_2=2$;(2) $2,\frac{3}{2}$.

5. $k=-2,\lambda=1$或$k=1,\lambda=4$.

习题 4.2

1. (1)不能; (2) 能, $\Lambda=\begin{pmatrix}0&0&0\\0&3&0\\0&0&4\end{pmatrix}$.(3) 能, $\Lambda=\begin{pmatrix}-2&0&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

2. 1.

3. $x=-1,y=-2$.

4. $\lambda=1,-1,2$, $P=\begin{pmatrix}0&-1&2\\0&-\frac{3}{4}&0\\1&1&1\end{pmatrix}$, $P^{-1}=\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}&2&1\\0&-\frac{4}{3}&0\\\frac{1}{2}&-\frac{2}{3}&0\end{pmatrix}$, $\Lambda=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&0\\0&0&-2\end{pmatrix}$

因 $A=P\Lambda P^{-1}$, 则 $A^n=P\Lambda^n P^{-1}$.

习题 4.3

1. (1) $\sqrt{7}$; (2) 26 .

2 . (1) $\frac{1}{\sqrt{3}}(1,-1,1)^T$; (2) $\frac{1}{\sqrt{15}}(1,2,3,-1)^T$ (3) $\frac{1}{2}(0,-1,1,2)^T$.

3 .略.

4 .(1) 是; (2) 不是; (3) 是.

5 .提示: $(A-2E)(A-2E)^T=E$.

习题 4.4

1. (1) $Q=\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\\ 0 & 1 & 0\end{pmatrix}$, $\Lambda=\begin{pmatrix}0 & & \\ & 1 & \\ & & 2\end{pmatrix}$;

(2) $Q=\begin{pmatrix}-\frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{6}}{6} & \frac{1}{\sqrt{3}}\\ \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{\sqrt{6}}{6} & \frac{1}{\sqrt{3}}\\ 0 & \frac{\sqrt{6}}{3} & \frac{1}{\sqrt{3}}\end{pmatrix}$, $\Lambda=\begin{pmatrix}1 & & \\ & 1 & \\ & & 4\end{pmatrix}$.

2. (1) $x=0, y=0$;

(2) $P=\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix}$; (3) $Q=\begin{pmatrix}\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\\ 0 & 1 & 0\\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$.

总习题四

1. (1) $\lambda_1=3,\quad \lambda_2=5$,属于特征值 3 的全部特征向量 $k_1\begin{pmatrix}-\frac{1}{2}\\ 1\end{pmatrix}$,属于特征值 5 的全部特征向量 $k_2\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\ 1\end{pmatrix}$,其中 k_1 和 k_2 为任意非零常数;

(2) $\lambda_1=-1$, $\lambda_2=2$ (二重根), 属于特征值 -1 的全部特征向量 $k_1\begin{pmatrix}7\\2\\1\end{pmatrix}$,属于特征值 2 的全部特征向量 $k_2\begin{pmatrix}1\\4\\0\end{pmatrix}+k_3\begin{pmatrix}0\\-1\\1\end{pmatrix}$,其中 k_1,k_2,k_3 为任意非零常数;

(3) $\lambda_1=-1$, $\lambda_2=0$, $\lambda_3=9$,属于特征值 -1 的全部特征向量 $k_1\begin{pmatrix}-1\\1\\0\end{pmatrix}$,属于特征值 0 的全部特征向量 $k_2\begin{pmatrix}-1\\-1\\1\end{pmatrix}$,属于特征值 9 的全部特征向量 $k_3\begin{pmatrix}\frac{1}{2}\\\frac{1}{2}\\1\end{pmatrix}$,其中 k_1,k_2,k_3 为任意非零常数.

2. 能 , $\Lambda=\begin{pmatrix}1&&\\&1&\\&&2\end{pmatrix}$, $A=P\Lambda P^{-1}$, 其中 $P=\begin{pmatrix}1&1&2\\2&1&0\\1&0&-1\end{pmatrix}$, $P^{-1}=\begin{pmatrix}1&-1&2\\-2&3&-4\\1&-1&1\end{pmatrix}$.

3. $a=1,b=-1$. A 的特征向量 $\xi=k\begin{pmatrix}0\\1\\1\end{pmatrix}$, k 为任意非零常数.

4. (1) $-6,-4,-12$; (2) $|B|=-288$, $|A-5E|=-72$.

5. (1) $Q=\begin{pmatrix}0&1&0\\-\frac{1}{\sqrt{2}}&0&\frac{1}{\sqrt{2}}\\\frac{1}{\sqrt{2}}&0&\frac{1}{\sqrt{2}}\end{pmatrix}$, $\Lambda=\begin{pmatrix}1&&\\&2&\\&&5\end{pmatrix}$;

(2) $Q=\begin{pmatrix}-\frac{2}{\sqrt{5}}&\frac{2}{3\sqrt{5}}&\frac{1}{3}\\\frac{1}{\sqrt{5}}&\frac{4}{3\sqrt{5}}&\frac{2}{3}\\0&\frac{5}{3\sqrt{5}}&-\frac{2}{3}\end{pmatrix}$, $\Lambda=\begin{pmatrix}1&&\\&1&\\&&10\end{pmatrix}$.

6. (1) $\beta_1=\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix}$, $\beta_2=\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}$,

(2) $\gamma_1=\begin{pmatrix}1\\0\\-1\\1\end{pmatrix}$, $\gamma_2=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}2\\-3\\1\\-1\end{pmatrix}$, $\gamma_3=\frac{1}{5}\begin{pmatrix}1\\1\\3\\2\end{pmatrix}$.

7. (1) 是; (2) 不是.

8. 提示: 特征根为$\lambda_1=1$（二重根），$\lambda=-2$，可逆矩阵$P=\begin{pmatrix}2&0&1\\0&0&1\\1&1&1\end{pmatrix}$，

$P^{-1}=\begin{pmatrix}1&-1&0\\1&-1&1\\-1&2&0\end{pmatrix}$, $\Lambda=\begin{pmatrix}1&&\\&1&\\&&-2\end{pmatrix}$，$A=P\Lambda^{10}P^{-1}$.

第五章

习题 5.1

1. (1) $\begin{pmatrix}1&1&0\\1&3&0\\0&0&1\end{pmatrix}$, 3; (2) $4x_2^2-3x_3^2+2x_1x_2-6x_1x_3+10x_2x_3$.

2. (1) $\begin{pmatrix}1&\frac{1}{2}&0\\\frac{1}{2}&1&0\\0&0&0\end{pmatrix}$; (2) $\begin{pmatrix}2&-1&2\\-1&-2&0\\2&0&3\end{pmatrix}$; (3) $\begin{pmatrix}0&0&1&0\\0&0&0&0\\1&0&0&1\\0&0&1&0\end{pmatrix}$.

习题 5.2

1. (1) $f=y_1^2+y_2^2+y_3^2$, $P=\begin{pmatrix}1&-1&0\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$;

(2) $f=2y_1^2-2y_2^2-2y_3^2$, $P=\begin{pmatrix}1&1&1\\0&1&0\\0&0&1\end{pmatrix}$.

2. (1) $Q=\begin{pmatrix} \frac{2}{3} & \frac{2}{3} & \frac{1}{3} \\ -\frac{2}{3} & \frac{1}{3} & \frac{2}{3} \\ \frac{1}{3} & -\frac{2}{3} & \frac{2}{3} \end{pmatrix}$， $f=4y_1^2+y_2^2-2y_3^2;$

(2) 习题 $f=y_1^2+y_2^2+10y_3^2.$

习题 5.3

1. (1) 正定; (2) 不一定.

2. $-3<a<1.$

总习题五

1. (1) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \\ 1 & -2 & -1 \end{pmatrix}$, 3 ; (2) $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$; (3) $-1<t<1$; (4) $X=A^{-1}Y$.

2. $Q=\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{pmatrix}$, $f=y_1^2+2y_2^2+5y_3^2.$

3. (1) $f=y_1^2-4y_2^2+\frac{9}{16}y_3^2$, $P=\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & \frac{3}{8} \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix};$

(2) $f=z_1^2-z_2^2-3z_3^2$, $P=\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \frac{1}{2} & \frac{1}{2} & 0 \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$

4. 正定二次型.

5. (1) $t>2;$ (2) $-\frac{5}{3}<t<\frac{5}{3}.$