FACULTY OF BIOSCIENCE ENGINEERING
Dynamic systems: Cascade Control

PORTFOLIO

Dynamic systems: Cascade Control

Lienert de Maeyer

Academiejaar 2022 - 2023

Inhoudsopgave

1 Toepassing van een dynamisch systeem: cascaderegeling van de vloeistofhoogte in een watertank

1.1 Afleiding van de transferfunctie van de solenoïdklep

1.1.1 Transferfunctie evaluatiemodel

Het instroomdebiet in een vloeistoftank kan gestuurd worden met behulp van een proportionele solenoïdklep. Een dergelijke klep bestaat uit een klephuis waarin een mechanische spoel kan bewegen tegen een veer in. Het vloeistofdebiet doorheen de klep hangt af van de relatieve positie $x(t)$ van de mechanische spoel ten opzichte van de klephuis. Deze mechanische spoel kan worden beschouwd als een éénvoudig massa-veer-dempersysteem met m de massa van de mechanische spoel, c de viskeuze wrijvingscoëfficiënt en k de veerconstante van de veer. Op de mechanische spoel is een permanente magneet bevestigd waarbij tussen de veldlijnen van de elektromagneet een eleketrische spoel wordt geplaatst. Wanneer er stroom doorheen de elektrische geleider van de elektrische spoel stroomt en wanneer deze loodrecht op de veldlijnen van de elektromagneet staat, wordt er een kracht F op de magneet geïnduceerd die gelijk is aan:

$$F(t) = B_c l_c i = K_c i(t) \tag{1}$$

met B_c de magnetische veldsterkte, l_c de lengte van de elektrische geleider en $i(t)$ de elektrische stroom.
De bewegingsvergelijking van de mechanische spoel kan dan als volgt geschreven worden:

$$m\frac{d^2x}{dt^2} + c\frac{dx}{dt} + kx = F = K_c i(t) \tag{2}$$

of

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{c}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = \frac{K_c}{m}i(t) \tag{3}$$

We zetten (3) om naar het Laplacedomein en zo krijgen we de transferfunctie van de mechanische spoel:

$$\frac{x}{i} = \frac{\frac{K_c}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}} \tag{4}$$

Door het aanleggen van een spanning $v(t)$ over de elektrische spoel wordt de elektrische stroom $i(t)$ gerealiseerd. Verder heeft de elektrische spoel een weerstand R en een inductantie L waarbij de bewegingsvergelijking van deze elektrische spoel als volgt wordt geschreven:

$$v - v_b = L\frac{di}{dt} + Ri \tag{5}$$

waarbij $v_b = K_e\frac{dx}{dt}$ de tegen-elektromotorische kracht is zodat (5) wordt:

$$\frac{L}{R}\frac{di}{dt} + i = \frac{v}{R} - \frac{K_e}{R}\frac{dx}{dt} \tag{6}$$

Vergelijking (6) wordt omgezet naar het Laplacedomein zodat de transferfunctie van de elektrische spoel wordt verkregen:

$$i = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{L}{R}s + 1}v - \frac{\frac{K_e}{R}s}{\frac{L}{R}s + 1}x \tag{7}$$

(7) wordt ingevuld in (4) om de relatie tussen de aangelegde spanning v over de elektrische spoel en de stand van de mechanische spoel x te bekomen in het Laplacedomein:

$$x = \frac{\frac{K_c}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}}\left(\frac{\frac{1}{R}}{\frac{L}{R}s + 1}v - \frac{\frac{K_e}{R}s}{\frac{L}{R}s + 1}x\right)$$

$$x\left(1 + \frac{\frac{K_cK_e}{mR}s}{(s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m})(\frac{L}{R}s + 1)}\right) = \frac{\frac{K_c}{mR}}{(s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m})(\frac{L}{R}s + 1)}v$$

$$\frac{x}{v} = \frac{\frac{\frac{K_c}{mR}}{(s^2+\frac{c}{m}s+\frac{k}{m})(\frac{L}{R}s+1)}}{\left(1 + \frac{\frac{K_cK_e}{mR}s}{(s^2+\frac{c}{m}s+\frac{k}{m})(\frac{L}{R}s+1)}\right)}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{\frac{K_c}{mR}}{(s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m})(\frac{L}{R}s + 1) + \frac{K_cK_e}{mR}s}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{\frac{K_c}{mR}}{\frac{L}{R}s^3 + (1 + \frac{cL}{mR})s^2 + (\frac{c}{m} + \frac{kL}{mR} + \frac{K_cK_e}{mR})s + \frac{k}{m}}$$

De teller en noemer worden vermenigvuldigd met m/k.

$$\frac{x}{v} = \frac{\frac{K_c}{kR}}{\frac{Lm}{Rk}s^3 + (\frac{m}{k} + \frac{cL}{kR})s^2 + (\frac{c}{k} + \frac{L}{R} + \frac{K_cK_e}{kR})s + 1} \tag{8}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{\frac{K_c}{kR}}{a_0s^3 + a_1s^2 + a_2s + 1} \tag{9}$$

met

$$a_0 = \frac{Lm}{Rk}; \qquad a_1 = \frac{m}{k} + \frac{cL}{kR}; \qquad a_2 = \frac{c}{k} + \frac{L}{R} + \frac{K_cK_e}{kR}$$

(8) stelt de transferfunctie voor van de solenoïdklep voor het evaluatiemodel.

1.1.2 Transferfunctie ontwerpmodel

Voor het ontwerpmodel geldt:

$$\dot{i} = 0 \tag{10}$$

We kunnen (6) dan herschrijven als

$$i = \frac{v}{R} - \frac{K_e}{R}\frac{dx}{dt} \tag{11}$$

In laplacedomein geeft dit:

$$i = \frac{v}{R} - \frac{K_es}{R}x \tag{12}$$

Invullen in (4) geeft bijgevolg:

$$\frac{x}{\frac{v}{R} - \frac{K_es}{R}x} = \frac{\frac{K_c}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}} \tag{13}$$

$$x = \frac{\frac{K_c}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}}(\frac{v}{R} - \frac{K_es}{R}x) \tag{14}$$

$$x + (\frac{K_es}{R}x)(\frac{\frac{K_c}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}}) = \frac{\frac{K_c}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}}(\frac{v}{R}) \tag{15}$$

$$x(\frac{(s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m})R + \frac{K_cK_e}{m}s}{(s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m})R}) = \frac{\frac{K_c}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}}(\frac{v}{R}) \tag{16}$$

$$x(\frac{Rs^2 + R\frac{c}{m}s + R\frac{k}{m} + \frac{K_cK_e}{m}s}{(s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m})R}) = \frac{\frac{K_c}{m}}{s^2 + \frac{c}{m}s + \frac{k}{m}}(\frac{v}{R}) \tag{17}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{\frac{K_c}{m}}{Rs^2 + R\frac{c}{m}s + R\frac{k}{m} + \frac{K_cK_e}{m}s} \tag{18}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{\frac{K_c}{m}}{Rs^2 + (\frac{Rc}{m} + \frac{K_cK_e}{m})s + \frac{Rk}{m}} \tag{19}$$

$$\frac{x}{v} = \frac{\frac{K_c}{Rk}}{\frac{m}{k}s^2 + (\frac{c}{k} + \frac{K_cK_e}{Rk})s + 1} \tag{20}$$

Dit kan herschreven worden als:

$$\frac{x}{v} = \frac{\frac{K_c}{Rk}}{b_0s^2 + b_1s + 1} \tag{21}$$

met

$$b_0 = \frac{m}{k} \qquad b_1 = \frac{c}{k} + \frac{K_cK_e}{Rk} \tag{22}$$

(21) stelt de transferfunctie voor van de solenoïdklep voor het ontwerpmodel.

1.2 Simulatie van het dynamisch gedrag van de solenoïdklkep

1.2.1 Toestandsvergelijking van de solenoïdklep

Als toestanden kiezen we:

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \dot{x} \\ x_3 = i \end{cases}$$

We lossen de systeemvergelijking van de mechanische spoel op naar $\dot{x_2}$ en de systeemvergelijking van de elektrsiche spoel naar $\dot{x_3}$.

mechanische spoel:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = K_c i$$

$$\ddot{x} + \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{k}{m}x = \frac{K_c}{m}i$$

$$\ddot{x} = -\frac{k}{m}x - \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{K_c}{m}i$$

Invoegen van de toestanden resulteert in:

$$\dot{x_2} = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{c}{m}x_2 + \frac{K_c}{m}x_3 \tag{23}$$

elektrische spoel:

$$v - v_b = L\frac{di}{dt} + Ri$$

$$\frac{v}{L} - \frac{v_b}{L} = \frac{di}{dt} + \frac{R}{L}i$$

$$\frac{di}{dt} = -\frac{v_b}{L} - \frac{R}{L}i + \frac{v}{L}$$

Invullen van $v_b = K_e\dot{x}$:

$$\frac{di}{dt} = -\frac{K_e}{L}\dot{x} - \frac{R}{L}i + \frac{v}{L}$$

Invoegen van de toestanden resulteert in:

$$\dot{x_3} = -\frac{K_e}{L}x_2 - \frac{R}{L}x_3 + \frac{v}{L} \tag{24}$$

Met vergelijking (23) en (24) kan de toestandsvorm worden opgesteld:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} & \frac{Kc}{m} \\ 0 & -\frac{Ke}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

met α gelijk aan:

$$\alpha = C_d \pi d_{a1} \sqrt{P_s \frac{2}{\rho}} x$$

1.3 Simuleren van debiet en klepstand zonder positieregeling

Gevraagd is om de verandering van het debiet (Qa1) en de klepstand (x) in functie van de tijd te simuleren en de polen te berekenen. Hiervoor nemen we een tijdsvenster van 10 s en een stapgrootte van 0,001 s. Een DC-spanning van 0 V en -1 V die start op t = 0 s wordt geintroduceerd en op t = 2 s wordt een stap aangelegd met een stapgrootte van 4 V. De evenwichtsklepstand is de halfopenstand.
We beschouwen de volgende drie situaties voor de parameters K_e en c:

1. $K_e = 0Vs/m$ en $c = 0.4Ns/m$
2. $K_e = 0Vs/m$ en $c = 0.15Ns/m$
3. $K_e = 500Vs/m$ en $c = 0.15Ns/m$

Elke simulatie wordt uitgevoerd in een model waarin de dynamica van de elektrische spoel niet verwaarloosd wordt, het evaluatiemodel, alsook een model waarin de dynamica van de elektrische spoel wel verwaarloosd wordt, het ontwerpmodel.

K_c kan worden bekomen uit de evenwichtstoestand van de systeemvergelijking van de mechanische spoel volgens:

$$m\ddot{x} + c\dot{x} + kx = K_c i$$

Bij evenwicht geldt $\dot{x} = \ddot{x} = 0$ zodat

$$kx = K_c i$$

en dus

$$K_c = \frac{kx}{i}$$

Bij evenwicht krijgen we een klepstand van $x = 0,003$ bij een voltage van 6 V, dit geeft een stroom van $i = \frac{v}{R} = \frac{6V}{4\Omega} = 1,5A$, wat vervolgens resulteert in een K_c van:

$$K_c = \frac{kx}{i} = \frac{(0,2\frac{N}{m})(0,003m)}{1,5A} = 4.10^{-4}\frac{N}{A}$$

1.3.1 Evaluatiemodel

Het evaluatiemodel is de toestandvorm bekomen zoals in sectie 1.2.1:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} & \frac{Kc}{m} \\ 0 & -\frac{Ke}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} v$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \alpha & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

1.3.2 Ontwerpmodel

Om het ontwerpmodel te bepalen veronderstellen we dat de dynamica van de elektrische spoel verwaarloosd wordt of m.a.w. $\dot{i} = 0$. De toestanden worden dan gegeven door:

$$\begin{cases} x_1 = x \\ x_2 = \dot{x} \\ \dot{x_3} = \dot{i} = 0 \end{cases}$$

Uit het evaluatiemodel volgt met $\dot{x_3} = \dot{i} = 0$:

$$0 = -\frac{K_e}{L}x_2 - \frac{R}{L}x_3 + \frac{1}{L}v$$

Oplossen naar x_3 geeft:

$$x_3 = -\frac{K_e}{R}x_2 + \frac{1}{R}v$$

Dit invullen in $\dot{x_2}$ geeft:

$$\dot{x_2} = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{c}{m}x_2 + \frac{K_c}{m}x_3$$

$$\dot{x_2} = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{c}{m}x_2 + \frac{K_c}{m}(-\frac{K_e}{R}x_2 + \frac{1}{R}v)$$

$$\dot{x_2} = -\frac{k}{m}x_1 - (\frac{c}{m} + \frac{K_eK_c}{mR})x_2 + \frac{K_c}{mR}v$$

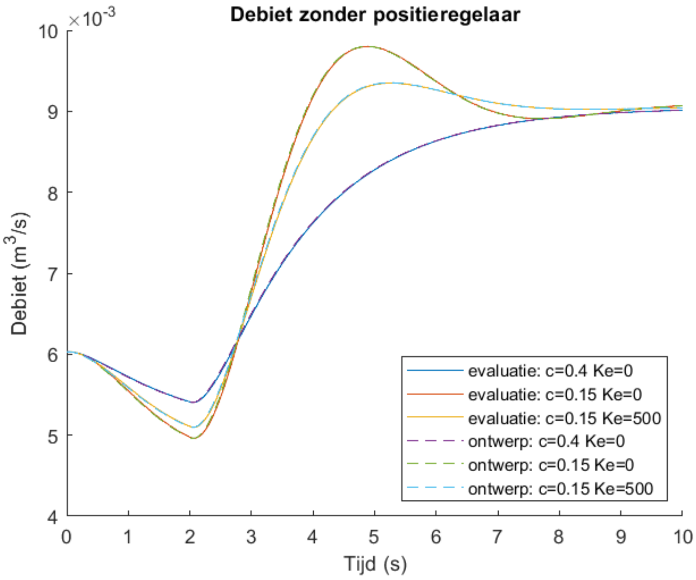
Hieruit volgt:

$$\begin{bmatrix}\dot{x_1}\\ \dot{x_2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -\frac{k}{m} & \frac{-K_cK_e}{mR} - \frac{c}{m}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0\\ \frac{K_c}{mR}\end{bmatrix}v$$

1.3.3 Matlabsimulaties

Matlab simulaties werden uitgevoerd bij volgende parameterwaardes:
$C_d = 0.64$ $d_{a1} = 0.05m$ $Ps = 200000Pa$ $\rho = 1000kg/m^3$ $m = 0.125kg$
$k = 0.20N/m$ $L = 0.06H$ $R = 4\Omega$

Na uitvoeren van de simulaties over de verschillende waarden van c en Ke werden volgende figuren verkregen:

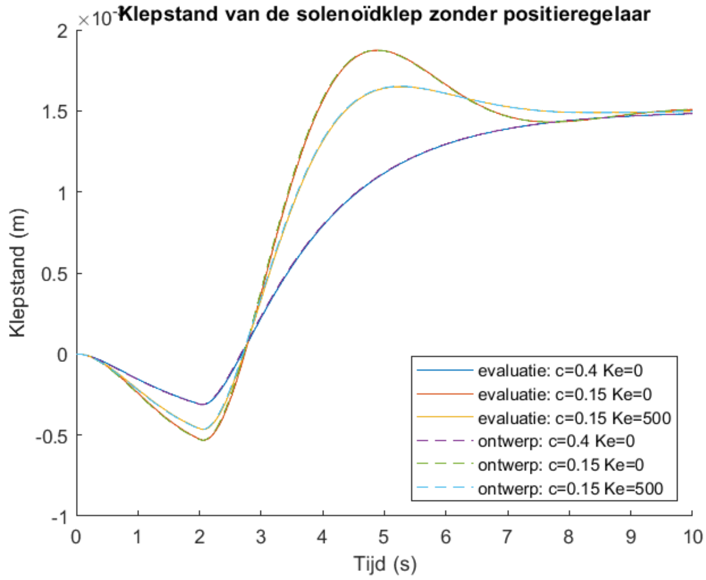


Figuur 1: Debiet $[m^3/s]$ in functie van tijd [s] zonder positieregelaar

Er kan bemerkt worden dat de blauwe grafiek voor het evaluatiemodel als de paarse gestippelde grafiek bij $c = 0.4$ en $Ke = 0$ de grootste demping vertoont.

De rode grafiek voor het evaluatiemodel en de groen gestippelde voor het ontwerpmodel bij $c = 0.15$ en $Ke = 0$ vertonen daarentegen de sterkste overshoot.

De oranje grafiek voor het evaluatiemodel en de appelblauwzeegroene grafiek voor het ontwerpmodel bij $c = 0.15$ en $Ke = 0$ vertoont echter een sterkere demping als de rode grafiek voor het evaluatiemodel en de groen gestippelde voor het ontwerpmodel. Desondanks deze dezelfde dempingscoëfficient hebben. Dit is echter te wijten aan de hogere $Ke = 500$ waarde, namelijk de terugkoppeling van de elektromotorische kracht zal nog een extra demping induceren.



Figuur 2: Klepstand [m] in functie van tijd [s] zonder positieregelaar

1.4 Simuleren van debiet en klepstand met positieregeling

1.4.1 P-regelaar

1.4.1.1 P-regelaar evaluatiemodel

Voor een P-regelaar geldt:

$$v_{in} = K_{rc}(x_r - x)$$

$x_1 = x$

$$v_{in} = K_{rc}(x_r - x_1)$$

Dit invullen in de toestandsvergelijking van de solenoïdeklep afgeleid in sectie 1.2.1 waarbij $v = v_{in} + v_{ruis}$ geeft:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} & \frac{Kc}{m} \\ 0 & -\frac{Ke}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{L} \end{bmatrix} (K_{rc}x_r - K_{rc}x_1 + v_{ruis})$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} & \frac{Kc}{m} \\ 0 & -\frac{Ke}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{rc}x_r}{L} - \frac{K_{rc}x_1}{L} + \frac{v_{ruis}}{L} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} & \frac{Kc}{m} \\ -\frac{K_{rc}}{L} & -\frac{Ke}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{K_{rc}x_r}{L} + \frac{v_{ruis}}{L} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} & \frac{Kc}{m} \\ -\frac{K_{rc}}{L} & -\frac{Ke}{L} & -\frac{R}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ \frac{K_{rc}}{L} & \frac{1}{L} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ v_{ruis} \end{bmatrix}$$

1.4.1.2 P-regelaar ontwerpmodel

Voor het ontwerpmodel is $\dot{x_3} = 0$ zodat:

$$0 = -\frac{K_{rc}}{L}x_1 - \frac{K_e}{L}x_2 - \frac{R}{L}x_3 + \frac{K_{rc}}{L}x_r + \frac{1}{L}v_{ruis}$$

Oplossen naar x_3 geeft:

$$x_3 = -\frac{K_{rc}}{R}x_1 - \frac{K_e}{R}x_2 - \frac{K_{rc}}{R}x_r + \frac{1}{R}v_{ruis}$$

Invullen in $\dot{x_2}$ geeft:

$$\dot{x_2} = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{c}{m}x_2 + \frac{K_c}{m}(-\frac{K_{rc}}{R}x_1 - \frac{K_e}{R}x_2 + \frac{K_{rc}}{R}x_r + \frac{1}{R}v_{ruis})$$

$$\dot{x_2} = -(\frac{k}{m} + \frac{K_{rc}K_c}{mR})x_1 - (\frac{c}{m} + \frac{K_cK_e}{mR})x_2 + \frac{K_cK_{rc}}{mR}x_r + \frac{K_c}{mR}v_{ruis}$$

De toestandsvergelijking van het ontwerpmodel voor de P-regelaar wordt dan:

$$\begin{bmatrix}\dot{x_1}\\ \dot{x_2}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1\\ -(\frac{k}{m} + \frac{K_{rc}K_c}{mR}) & -(\frac{c}{m} + \frac{K_cK_e}{mR})\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 0\\ \frac{K_cK_{rc}}{mR} & \frac{K_c}{mR}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_r\\ v_{ruis}\end{bmatrix}$$

1.4.2 PI-regelaar

1.4.2.1 PI-regelaar evaluatiemodel

De transferfunctie wordt gegeven door:

$$G_{rc}(s) = K_{rc}(1 + \frac{1}{\tau_{ic}s})$$

De PI-regelaar werkt als een integrator en brengt een nieuwe toestand in het systeem: vin. De fasevorm van de PI-regelaar wordt beschreven als:

$$v_{in} = K_{rc}(x_r - x) + \frac{K_{rc}}{\tau_{ic}}\int_0^x (x_r - x)\,dx$$

De integraal uitwerken geeft:

$$v_{in} = K_{rc}(1 + \frac{1}{\tau_{ic}s})(x_r - x)$$

en $\dot{v_{in}}$ met $\dot{x_r} = 0$ wordt dan

$$\dot{v_{in}} = -K_{rc}\dot{x} + \frac{K_{rc}}{\tau_{ic}}x_r - \frac{K_{rc}}{\tau_{ic}}x$$

Voor het evaluatiemodel wordt v_{in} nu ook als een toestand beschouwd:

$$\begin{cases} x_1 = x\\ x_2 = \dot{x}\\ x_3 = i\\ x_4 = v_{in}\end{cases}$$

De vergelijkingen van v_{in} hierboven afgeleid, de mechanische klep en de elektrische spoel afgeleid in sectie 1.2.1:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{k}{m}x - \frac{c}{m}\dot{x} + \frac{K_c}{m}i\\ \frac{di}{dt} = -\frac{K_e}{L}\dot{x} - \frac{R}{L}i + \frac{v}{L}\\ \dot{v_{in}} = -K_{rc}\dot{x} + \frac{K_{rc}}{\tau_{ic}}x_r - \frac{K_{rc}}{\tau_{ic}}x\end{cases}$$

Met bovenstaande toestanden en met $v = v_{in} + v_{ruis}$ ingevuld geeft dit:

$$\begin{cases} \dot{x_2} = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{c}{m}x_2 + \frac{K_c}{m}x_3\\ \dot{x_3} = -\frac{K_e}{L}x_2 - \frac{R}{L}x_3 + \frac{v_{in}+v_{ruis}}{L}\\ \dot{x_4} = -K_{rc}x_2 + \frac{K_{rc}}{\tau_{ic}}x_r - \frac{K_{rc}}{\tau_{ic}}x_1\end{cases}$$

De toestandsvergelijking in matrixvorm wordt dan uiteindelijk:

$$\begin{bmatrix}\dot{x_1}\\ \dot{x_2}\\ \dot{x_3}\\ \dot{x_4}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix}0 & 1 & 0 & 0\\ -\frac{k}{m} & -\frac{c}{m} & \frac{K_c}{m} & 0\\ 0 & -\frac{K_e}{L} & -\frac{R}{L} & \frac{1}{L}\\ -\frac{K_{rc}}{\tau_{ic}} & -K_{rc} & 0 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\\ x_3\\ x_4\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\\ 0 & \frac{1}{L}\\ \frac{K_{rc}}{\tau_{ic}} & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_r\\ v_{ruis}\end{bmatrix}$$

1.4.2.2 PI-regelaar ontwerpmodel

Voor het ontwerpmodel geldt dat $\dot{x_3} = \dot{i} = 0$ zodat:

$$\dot{x_3} = -\frac{K_e}{L}x_2 - \frac{R}{L}x_3 + \frac{v}{L} = 0$$

Oplossen naar x_3 geeft dan:

$$x_3 = -\frac{K_e}{R}x_2 + \frac{v_{in} + v_{ruis}}{R}$$

Invullen in $\dot{x_2}$ en herschrijven geeft:

$$\dot{x_2} = -\frac{k}{m}x_1 - \frac{c}{m}x_2 + \frac{K_c}{m}(-\frac{K_e}{R}x_2 + \frac{v_{in} + v_{ruis}}{R})$$

$$\Longleftrightarrow \dot{x_2} = -\frac{k}{m}x_1 - (\frac{c}{m} + \frac{K_c K_e}{mR})x_2 + \frac{K_c}{m}\frac{v_{in} + v_{ruis}}{R}$$

De toestandsvergelijking wordt dan:

$$\begin{bmatrix} \dot{x_1} \\ \dot{x_2} \\ \dot{x_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -\frac{k}{m} & \frac{-KcKc}{mR} - \frac{c}{m} & \frac{K_c}{mR} \\ -\frac{K_{rc}}{\tau_{ic}} & -K_{rc} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{K_c}{mR} \\ \frac{K_{rc}}{\tau_{ic}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_r \\ v_{ruis} \end{bmatrix}$$

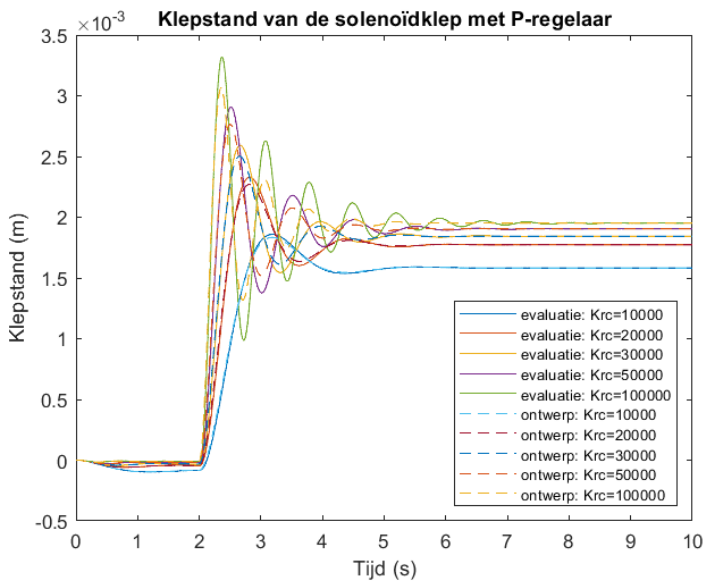
1.4.3 matlabsimulatie P-regelaar

Het verloop van de klepstand werd gesimuleerd met een P-regelaar bij volgende parameterwaarden:

$$x = 0,002\ m \qquad c = 0,4\ Ns/m \qquad K_e = 0\ Vs/m$$

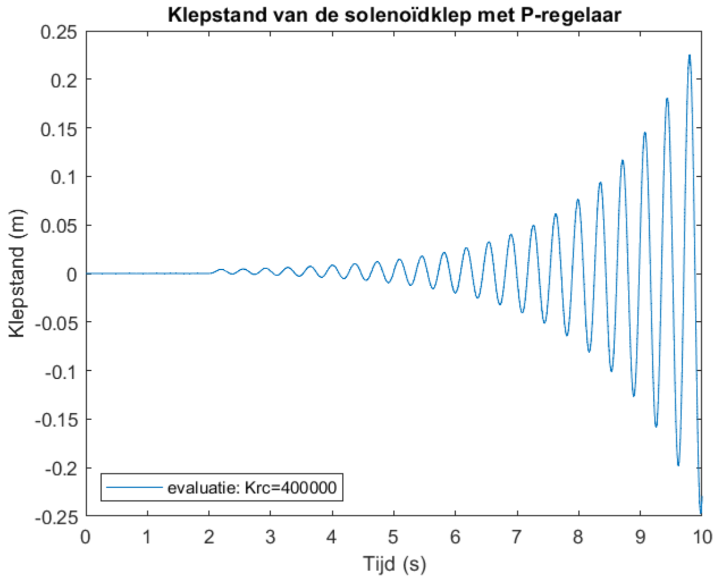
Na 2 seconden werd een stap aangelegd en de simulaties werden uigevoerd voor volgende K_{rc} waarden:

$$10\ kV/m \qquad 20\ kV/m \qquad 30\ kV/m \qquad 50\ kV/m \qquad 100\ kV/m \qquad 400\ kV/m$$

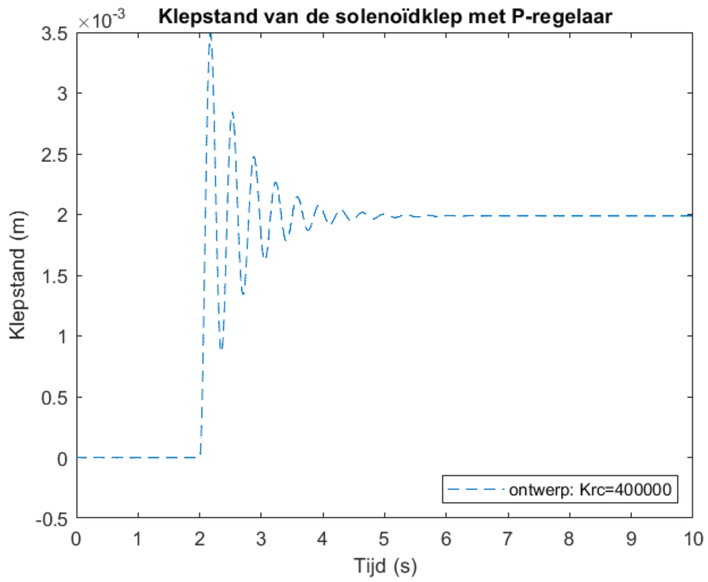


Figuur 3: Klepstand $[m]$ in functie van tijd [s] met P-regelaar voor de verschillende K_{rc} waarden

Er kan bemerkt worden dat bij een $K_{rc} = 400\ kV/m$ het evaluatie-model onstabiel wordt, terwijl het ontwerp model nog wel stabiel is en naar de gewenste klepstand van $x = 0,002$ zal evolueren. Dit komt omdat het ontwerp-model model een pool mist (2 polen ipv 3). Het ontwerp-model is dus een benadering en bij verhoging van de dynamica (toename K_{rc}) zal dit leiden tot fouten. Hoe sterker K_{rc} wordt opgedreven, hoe groter de overshoot zal worden, met meer oscillaties als gevolg. Zo zal bij een $K_{rc} = 10\ kV/m$ de outpout van het evalatiemodel (blauwe volle lijn) snel naar zijn evenwichtshoogte evolueren, terwijl bij een $K_{rc} = 100\ kV/m$ de output een uitdempend sinosoïdaal gedrag vertoont op de stapingang als input. Desondanks deze tragere respons bij hogere K_{rc} waarden, zal de output wel de gewenste klepstand van $x = 0,002$ bereiken. Dit is niet altijd het geval voor de lagere K_{rc} waarden.



Figuur 4: Klepstand $[m]$ in functie van tijd [s] met P-regelaar bij $K_{rc} = 400\ kV/m$ evaluatiemodel

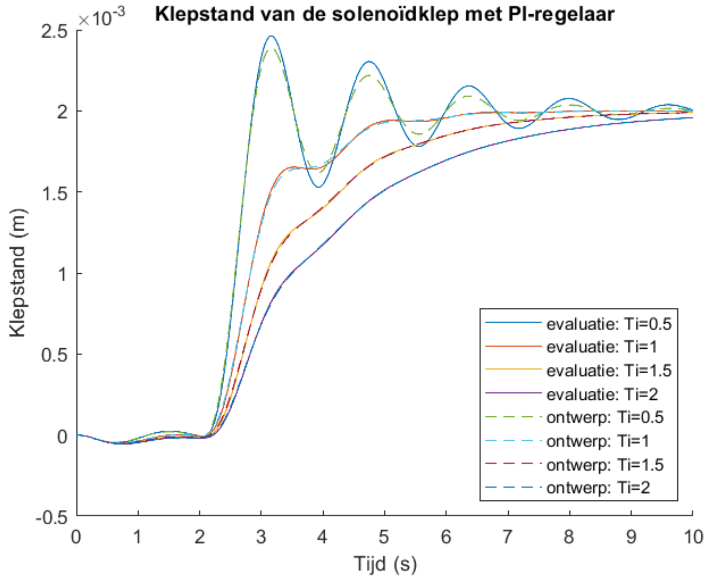


Figuur 5: Klepstand $[m]$ in functie van tijd [s] met P-regelaar bij $K_{rc} = 400\ kV/m$ ontwerpmodel

1.4.4 matlabsimulatie PI-regelaar

Het verloop van de klepstand werd gesimuleerd met een PI-regelaar bij volgende parameterwaarden:

$$K_{rc} = 20\ kV/m \qquad \tau_{ic} = 0,5\ s \qquad \tau_{ic} = 1\ s \qquad \tau_{ic} = 1,5\ s \qquad \tau_{ic} = 2\ s$$



Figuur 6: Klepstand $[m]$ in functie van tijd [s] met PI-regelaar bij verschillende τ_{ic}

1.5 Vergelijking van de polen

Tabel 1: Polen zonder regelaar voor Evaluatiemodel en het ontwerpmodel

$K_e[Vs/m]$	$c[Ns/m]$	Evaluatiemodel	Ontwerpmodel
0	0	-0,6202;-2,5798;-66,6667	-0,6202;-2,5798
0	0,15	-0,6000+1,1136i;-0,6000-1,1136i;-66,6667	-0,6000+1,1136i;-0,6000-1,1136i
500	0,15	-0,8049+0,9809i;-0,8049-0,9809i;-66,2549	-0,8000+0,9798i;-0,8000-0,9798i

Tabel 2: Polen van P-regelaar voor evaluatiemodel en het ontwerpmodel

$K_{rc}[V/m]$	Evaluatiemodel	Ontwerpmodel
10000	-66,7922;-1,5372+2,6868i;-1,5372-2,6868i	-1,6000+2,6533i;-1,6000-2,6533i
20000	-66,7922;-1,4750+3,9190i;-1,4750-3,9190i	-1,6000+3,8781i;-1,6000-3,8781i
30000	-67,0404;-1,4131+4,8436i;-1,4131-4,8436i	-1,6000+4,8000i;-1,6000-4,8000i
50000	-67,2849;-1,2909+6,2890i;-1,2909-6,2890i	-1,6000+6,2482i;-1,6000-6,2482i
100000	-67,8809;-0,9929+8;8969i;-0,9929-8;8989i	-1,6000+8,8904i;-1.6000-8,8904i
400000	-71,0859;0,6096+17,3561i;0,6096-17,3561i	-1,6000+17,8616i;-1,6000-17,861i

Tabel 3: Polen van PI-regelaar voor evaluatiemodel en het ontwerpmodel

$K_{rc}[V/m]$	$\tau[s]$	Evaluatiemodel	Ontwerpmodel
20000	0,5	-66,9093;-0,4332+3,8808i;-0,4332-3,8808i;-2,0910	-2,0937;-0,5531+3,8701i;-0;5531-3,8701i
20000	1	-66,9130;-0,9561+3,7936i;-0,9561-3,7936i;-1,0415	-1,0423;-1,0789+3,7666i;-1,0789-3,7666i
20000	1,5	-66,9143;-1,1409+3,8137i;-1,1409-3,8137i;-0,6707	-0,6707;-1,2646+3,7821i;-1,2646-3,7821i
20000	2	-66,9149;-1,2300+3,8331i;-1,2300-3,8331i;-0,4918	-0,4918;-1,3541+3,7993i;-1,3541-3,7993i

1.6 Voordelen van terugkoppeling

1.6.1 Eerste voordeel van terugkoppeling

Systeemfouten (statistche fouten) door stationaire (constante) verstoringen kunnen worden gereduceerd (=stooronderdrukkking) door terugkoppeling t.o.v. een openkring systeem met een factor $1 + AKrc$, waarbij $AKrc$ de kringversterking voorstelt voor s=0.

1.7 Tweede voordeel van terugkoppeling

In een gesloten- kringsysteem is de statische versterking (s=0) veel minder gevoelig voor variaties ind e versterking A an het fysisch systeem dan in een open-kring systeem. Deze gevoeligheid neemt af met een factor $1 + AKrc$, wat betekent dat bij een zeer grote statische versterkng Krc van de regelaar de geoeligheid van de variaties in de parameter A nadert tot 0.

1.7.1 Opmerking

Bij toename van Krc neemt τ_c af. of m.a.w. het gesloten-kring systeem krijgt dor de regelaar (in terukgkoppeling) een snellere dynamica. Wanneer $Krc \to \infty$ wordt $\tau_c = 0$. Dit betekent dat het gesloten kringsysteem ∞ wordt. Dit kan echter niet omdat het technisch niet haalbaar is en omdat tweede en hogere orde systemen instabiel worden bij zeer hoge Krc waarden.

2 Analyse van regelsystemen in het complexe s-vlak

2.1 Het Routh-Hurwitz cirterium

Het Routh-Hurwitz stabiliteitscriterium is een mathematische test die zorgt voor een nodige en voldoende voorwaarde om de stabiliteit van een lineair tijdsonafhankelijk systeem te bepalen.

Bij een stabiel systeem liggen alle polen van de transferfunctie van het systeem in het linker s-vlak. Indien minstens één pool zich niet in het linker s-vlak bevindt, is het systeem onstabiel. Door de karakteristieke vergelijking van een systeem op te lossen, kunnen de polen van dit systeem gevonden worden. Voor een eerste of tweedegraadsvergelijking valt dit met de hand te berekenen, maar vanaf vergelijking van de derde graad wordt de karakteristieke vergelijking complexer. Het Routh-Hurwitz criterium is een manier om de stabiliteit van een systeem te bepalen zonder de polen met behulp van de karakteristieke vergelijking uit te rekenen. Maar ook de relative stabiliteit van het systeem, de range K voor stabiliteit, alsook de snijpunten van de poolbaan met de imaginaire as kunnen bepaald worden.

1. Nodige maar niet voldoede voorwaarde voor stabiliteit: Indien we een systeem beschouwen met als karakteristieke vergelijking:

$$a_0 s^m + a_1 s^{m-1} + a_2 s^{m-2} + ... + a_{m-1} s + a_m = 0$$

Dan moeten alle coëfficiënten van dit systeem $(a_0, a_1, ..., a_m)$ hetzelfde teken en mag er geen enkele ontbrekende term zijn. Indien mintstens één van deze twee voorwaarden niet voldaan is, is het systeem onstabiel.

2. Voldoende voorwaarde: Zelfs als er geen ontbrekende termen zijn en alle coëfficiënten hetzelfde teken hebben, is dit niet voldoende om aan de voorwaarden van 1 te voldoen. Daarom wordt gebruikt gemaakt van het Routh-Hurwitz stabiliteitscriterium. Hierbij is de eerste stap het opstellen van een Routh-Hurwitz tabel. Voor een m-de orde systeem heeft de tabel m+1 rijen en de volgende structuur:

Tabel 4: Routh-Hurwitz tabel

	k_1	k_2	k_3	...
s^m	a_0	a_2	a_4	...
s^{m-1}	a_1	a_3	a_5	...
s^{m-2}	b_1	b_3	b_5	...
s^{m-3}	c_1	c_3	c_5	...
$\vdots$				
s	y_1			
s^0	z_0			

Met:

$$b_1 = -\frac{1}{a_1}\begin{vmatrix} a_0 & a_2 \\ a_1 & a_3 \end{vmatrix} = -\frac{a_0 a_3 - a_1 a_2}{a_1}$$

$$b_3 = -\frac{1}{a_1}\begin{vmatrix} a_0 & a_4 \\ a_1 & a_5 \end{vmatrix} = -\frac{a_0 a_5 - a_1 a_4}{a_1}$$

$$b_5 = -\frac{1}{a_1}\begin{vmatrix} a_0 & a_6 \\ a_1 & a_7 \end{vmatrix} = -\frac{a_0 a_7 - a_1 a_6}{a_1}$$

en met:

$$c_1 = -\frac{1}{b_1}\begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ b_1 & b_3 \end{vmatrix} = -\frac{a_1 b_3 - b_1 a_3}{b_1}$$

$$c_3 = -\frac{1}{b_1}\begin{vmatrix} a_1 & a_5 \\ b_1 & b_5 \end{vmatrix} = -\frac{a_1 b_5 - b_1 a_5}{b_1}$$

$$c_5 = -\frac{1}{b_1}\begin{vmatrix} a_1 & a_7 \\ b_1 & b_7 \end{vmatrix} = -\frac{a_1 b_7 - b_1 a_7}{b_1}$$

Vervolgens wordt er gekeken naar de verandering van het teken in de eerste kolom van de Routh-Hurwitz tabel. Een verandering van teken komt overeen met één wortel van de karakteristieke vergelijking (pool van de TF) in het rechter half s-vlak. Stabiliteit wordt bijgevolg gegarandeerd wanneer alle elementen van de eerste kolom van de Routh-Hurwitz tabel positief of negatief zijn (geen verandering van teken).

2.2 Poolbaananalyse

2.2.1 De poolbaanprocedure toepassen

De wortels van de karakteristieke vergelijking van een transferfunctie verschaffen belangrijk inzicht in de stabiliteit en de responsie en daarmee dus ook de performantie van een systeem. Het grafisch uitzetten van de wortels van de karakteristieke vergelijking als functie van een parameter K in het s-vlak kan systematisch worden uitgevoerd in 12 stappen. De G(s) stelt daarbij de open-kring transferfunctie voor met m open-kring nulpunten en n open kring polen, terwijl $G_t(s)$ de corresponderende gesloten-kring transferfunctie is met zijn gesloten-kring nulpunten en gesloten-kring polen.

De 12 opeenvolgende stappen met bijhorende regels worden hieronder beschreven:

Stap 1: Schrijf de karakteristieke vergelijking onder de vorm:

$$1 + KG(s) = 0$$

Stap 2: Ontbind G(s) in factoren en schrijf de veelterm G(s) als volgt:

$$1 + K\frac{\prod_{i=1}^{m}(s - z_i)}{\prod_{j=1}^{n}(s - p_j)} = 0$$

Stap 3: Zet de polen en nulpunten van G(s) uit in het s-vlak, gebruik een cirkeltje o voor de nulpunten en een kruisje x voor de polen.

Stap 4: Bepaal het aantal afzonderlijke takken van de poolbaan. Regel 1 zegt dat de poolbaan evenveel takken als polen n heeft. Het zijn continue krommen die ieder starten op één van de n polen van $G(s)$ voor $K = 0$. Deze worden de beginpunten genoemd. Voor K nadert tot ∞, naderen m van n takken ieder één nulpunt van de m nulpunten van $G(s)$. De overige $n-m$ takken lopen asymptotisch naar ∞, ver van de oorsprong , indien de K nadert tot ∞. We spreken hier van m eindige eindpunten en $n - m$ eindpunten op oneindig.

Stap 5: Bepaal de segmenten van de poolbaan op de reële as. Een (complex) getal s behoort tot de poolbaan indien $\arg(G(s)) = \pm(2k + 1)180°$. Dit geldt ook voor punten op de reële as. Regel 2 zegt dat een punt s op de reële as enkel tot een segment van de poolbaan op de reële as kan behoren indien het totaal aantal reële polen en nulpunten vanG_s, rechts gelegen van s oneven is. Enkel bij een oneven aantal reële polen en nulpunten, rechts van s is er namelijk voldaan aan het hoekcriterium.

Stap 6: Zorg ervoor dat de poolbaan symmetrisch is t.o.v. de horizontale of reële as.

Stap 7: Bepaal de vertrekhoek of starthoek en de aankomsthoek van iedere tak van de poolbaan. Volgens regel 3 geldt dat:

Voor $K \to 0^+$, kan de vertrekhoek voor iedere pool van $G(s)$ op $s = p_k$ berekend worden als:

$$\vartheta_{p_k}^{p_k} = \sum_{i=1}^{m} \vartheta_{z_i}^{p_k} - \sum_{j=1\neq k}^{n} \vartheta_{p_j}^{p_k} \mp (2k + 1)180°$$

Voor $K \to +\infty$ kan de aankomsthoek voor ieder nulpunt van $G(s)$ op $s = z_k$ berekend worden als:

$$\vartheta_{z_k}^{z_k} = -\sum_{i=1\neq k}^{m} \vartheta_{z_i}^{z_k} + \sum_{j=1}^{n} \vartheta_{p_j}^{z_k} \pm (2k + 1)180°$$

Stap 8: Bepaal het snijpunt van de asymptoten van de poolbaan met de reële as, i.e. de intercept σ_c en de hoek die zij maken met de reële as, i.e. de asymptoothoeken θ_a. Regel 4 zegt dat voor $K \to \infty$, eindigen m wortels van de karakteristieke vergelijking $\Delta(s)$ op de m open-kring systeemnulpunten terwijl ieder van de overige $(n - m)$ wortels van $\Delta(s)$ ligt op ∞ telkens op één van de $(n - m)$ asymptoten die allen starten in de intersect σ_c op de reële as en ieder een

asymptoothoek ϑ_a vormen met de reële as.
Intersect σ_c wordt gegeven door:

$$\sigma_c = -\frac{\sum_{i=1}^{m} z_i - \sum_{j=1}^{n} p_j}{n-m}$$

En de n-m asymptoothoeken worden gegeven door:

$$\vartheta_a = \frac{2k+1}{n-m} 180° \qquad met \quad k = 0, 1, 2, ..., n-m-1$$

Stap 9: Bepaal de meervoudige wortels $\hat{s}$ op de poolbaan. Regel 5 zegt dat indien $\hat{s}$ een meervoudige wortel (of pool) is van het gesloten-kring systeem dan geldt:

$$N(\hat{s})T'(\hat{s}) - N'(\hat{s})T(\hat{s}) = 0$$

Stap 10: Indien de poolbaan de imaginaire as snijdt, bepaal deze snijpunten. De punten waar de poolbaan de imaginaire as snijdt kunnen éénvoudig worden berekend m.b.v. het Routh-Hurwitz criterium dat we kunnen terugvinden in alle elementaire handboeken over regeltechniek.

Stap 11: Bepaal de locatie van de wortels $s_\alpha (\alpha = 1, 2, ..., \alpha_p)$ op de poolbaan horend bij een versterking K_α door gebruik te maken van het fasecriterium:

$$\underline{/K_\alpha G(s_\alpha)} = \pm(2k+1)180°$$

Stap 12: Bepaal de parameterwaarde K_β horend bij de wortel s_β door gebruik te maken van de magnitudevereiste:

$$K_\beta = \left| \frac{\prod_{j=1}^{n}(s_\beta - p_j)}{\prod_{i=1}^{m}(s_\beta - z_i)} \right|$$

2.2.1.1 Transferfunctie 1

$$KG(s) = \frac{K(s+1)}{s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s}$$

1. Karakteristieke vergelijking herschrijven als:

$$1 + KG(s) = 1 + \frac{K(s+1)}{s^4 + 4s^3 + 6s^2 + 4s} = 0$$

2. De teller en noemer ontbinden in factoren geeft:

$$1 + KG(s) = 1 + \frac{K(s+1)}{s(s+2)(s+1 \pm j)}$$

3. In dit geval is er één nulpunt, namelijk z_1 = -1 en zijn er vier polen: p_1 = 0; p_2 = -2; p_3 = -1 - j; p_4 = -1 + j.

4. In dit geval zijn er dus vier takken, waarvan één tak als eindpunt het nulpunt -1 zal hebben. De andere drie lopen asymptotisch naar ∞. Er is dus één eindig eindpunt en er zijn 3 eindpunten op oneindig.

5. Figuur 7 maakt duidelijk dat alle punten < 0 en > -1 op de reële as behoren tot de poolbaan omdat aan het hoekcriterium is voldaan aangezien ze een oneven aantal polen (1) rechts van hun hebben. Dit geldt ook voor alle punten links van p_2, op die punten liggen 3 polen rechts van hen. En dus alle s die behoren tot de onderstaande intervallen maken deel uit van een segment van de poolbaan op de reële as:

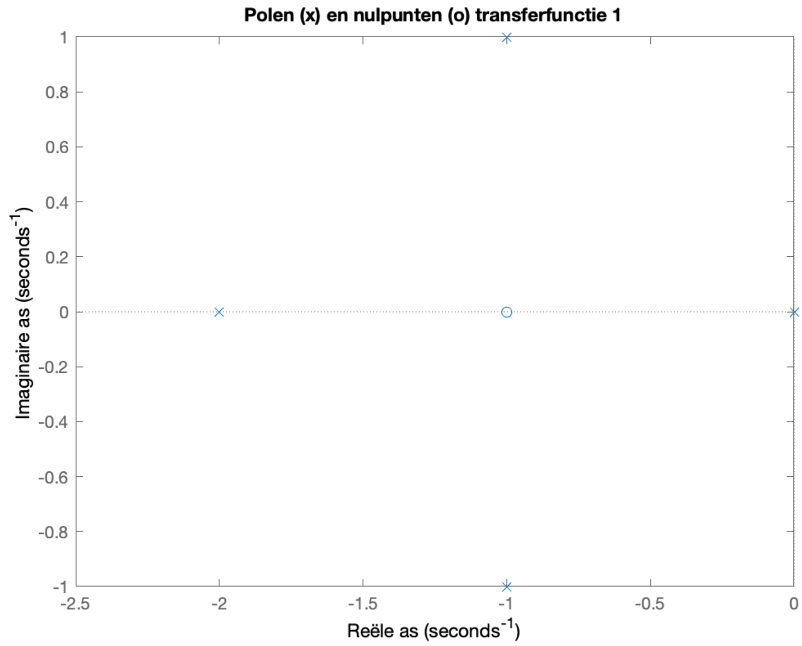
$$[-\infty, -2], [-1, 0]$$

6. De poolbaan is symmetrisch t.o.v. de horizontale of reële as.

7. Aan de hand van regel 3 bepalen we de vertrekhoek en aankomsthoek van iedere tak van de poolbaan.
De vertrekhoek van pool $p_1 = 0$:

$$\vartheta_{p_1}^{p_1} = \vartheta_{z_1}^{p_1} - \vartheta_{p_2}^{p_1} - \vartheta_{p_3}^{p_1} - \vartheta_{p_4}^{p_1} \mp (2k+1)180°$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_1}^{p_1} = arg(p_1 - z_1) - arg(p_1 - p_2) - arg(p_1 - p_3) - arg(p_1 - p_4) \mp (2k+1)180°$$



Figuur 7: Polen (x) en nulpunten (o) van transferfunctie 1

$$\iff \vartheta_{p_1}^{p_1} = arg(0-(-1)) - arg(0-(-2)) - arg(0-(-1-i) - arg(0-(-1+i)) \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_1}^{p_1} = arg(1) - arg(2) - arg(1+i) - arg(1-i) \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_1}^{p_1} = 0° - 0° - 45° - (-45°) \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_1}^{p_1} = 180°$$

De vertrekhoek van pool p_2 = -2:

$$\vartheta_{p_2}^{p_2} = \vartheta_{z_1}^{p_2} - \vartheta_{p_1}^{p_2} - \vartheta_{p_3}^{p_2} - \vartheta_{p_4}^{p_2} \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_2}^{p_2} = arg(p_2 - z_1) - arg(p_2 - p_1) - arg(p_2 - p_3) - arg(p_2 - p_4) \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_2}^{p_2} = arg(-2-(-1)) - arg(-2-0) - arg(-2-(-1-i)) - arg(-2-(-1+i)) \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_2}^{p_2} = arg(-1) - arg(-2) - arg(-1+i) - arg(-1-i) \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_2}^{p_2} = -360° \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_2}^{p_2} = 180°$$

De vertrekhoek van pool p_3 = -1 - j:

$$\vartheta_{p_3}^{p_3} = \vartheta_{z_1}^{p_3} - \vartheta_{p_1}^{p_3} - \vartheta_{p_2}^{p_3} - \vartheta_{p_4}^{p_3} \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_3}^{p_3} = arg(p_3 - z_1) - arg(p_3 - p_1) - arg(p_3 - p_2) - arg(p_3 - p_4) \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_3}^{p_3} = arg(-1-i-(-1)) - arg(-1-i-0) - arg(-1-i-(-2)) - arg(-1-i-(-1+i)) \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_3}^{p_3} = -90° - 225° - 315° - 270° \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_3}^{p_3} = -900° \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_3}^{p_3} = 0°$$

De vertrekhoek van pool p_4 = -1 + j:

$$\vartheta_{p_4}^{p_4} = \vartheta_{z_1}^{p_4} - \vartheta_{p_1}^{p_4} - \vartheta_{p_2}^{p_4} - \vartheta_{p_3}^{p_4} \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_4}^{p_4} = arg(p_4 - z_1) - arg(p_4 - p_1) - arg(p_4 - p_2) - arg(p_4 - p_3) \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_4}^{p_4} = arg(-1+i-(-1)) - arg(-1+i-0) - arg(-1+i-(-2)) - arg(-1+i-(-1-i)) \mp (2k+1)180°$$

$$\iff \vartheta_{p_4}^{p_4} = arg(i) - arg(-1+i) - arg(1+i) - arg(i+i) \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_4}^{p_4} = 90° - 135° - 45° - 90° \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_4}^{p_4} = -180° \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_4}^{p_4} = 0°$$

De aankomsthoek van nulpunt z_1 = -1:

$$\vartheta_{z_1}^{z_1} = \vartheta_{p_1}^{z_1} + \vartheta_{p_2}^{z_1} + \vartheta_{p_3}^{z_1} + \vartheta_{p_4}^{z_1} \pm (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{z_1}^{z_1} = arg(z_1 - p_1) + arg(z_1 - p_2) + arg(z_1 - p_3) + arg(z_1 - p_4) \pm (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{z_1}^{z_1} = arg(-1-0) + arg(-1-(-2)) + arg(-1-(-1-j)) + arg(-1-(-1+j)) \pm (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{z_1}^{z_1} = -180° + 0° + 90° - 90° \pm (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{z_1}^{z_1} = 0°$$

8. Het intercept σ_c wordt gegeven door:

$$\sigma_c = -\frac{\sum_{i=1}^{m} z_i - \sum_{j=1}^{n} p_j}{n-m}$$

$$\sigma_c = -\frac{-1-(0-2-1-j-1+j)}{4-1} = -1$$

De asymptoothoeken zijn de volgende:

$$k = 0: \quad \vartheta_0 = \frac{1*180}{4-1} = 60°$$
$$k = 1: \quad \vartheta_1 = \frac{2+1*180}{4-1} = 180°$$
$$k = 2: \quad \vartheta_2 = \frac{4+1*180}{4-1} = 300°$$

9. $\hat{s}$ is een meervoudige wortel (of pool) van het gesloten-kring systeem indien (nodige maar geen voldoende voorwaarde):

$$N(\hat{s})T'(\hat{s}) - N'(\hat{s})T(\hat{s}) = 0$$
$$-3\hat{s}^4 - 12\hat{s}^3 - 18\hat{s}^2 - 12\hat{s} - 4 = 0$$

Voor:

$$\hat{s} = -1 : -3 + 12 - 18 + 12 - 4 = -1$$

Hieruit kunnen we afleiden dat er geen meervoudige polen gevonden zijn.

10. Snijpunten bepalen van poolbaan imaginaire as m.b.v het Routh-Hurwitz criterium eerder besproken:

Tabel 5: Routh-Hurwitz transferfunctie 1

	k_1	k_2	k_3
s^4	1	6	K
s^3	4	4+K	0
s^2	$\frac{20-K}{4}$	K	0
s^1	$\frac{80-K^2}{2-K}$	0	0
s^0	0	0	0

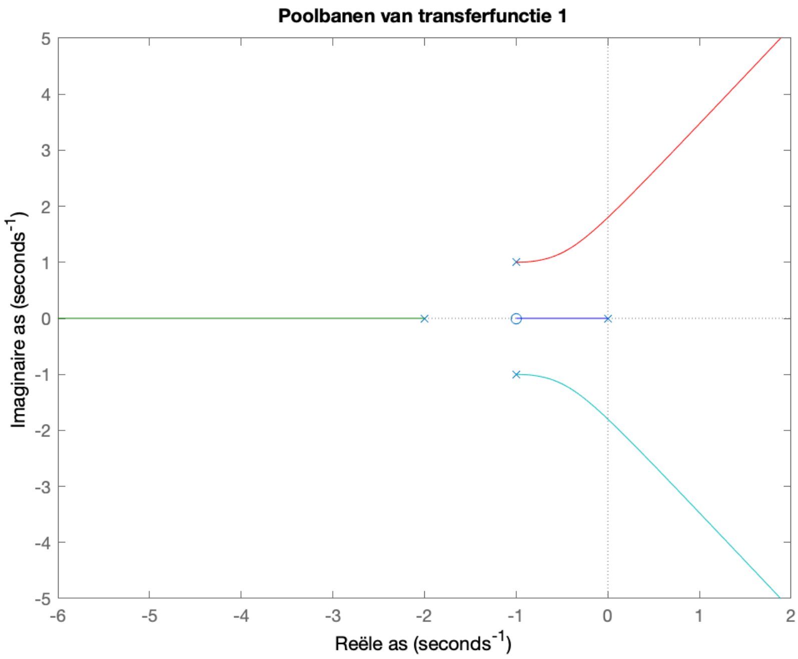
De elementen in de eerste kolom moeten hetzelfde teken hebben, in dit geval dus positief aangezien 1 en 4 al positieve getallen zijn. Als K kleiner is dan 20, dan is $b_1 > 0$. Voor $c_1 > 0$ moet K kleiner zijn dan $\sqrt{80} = 8.94$.
De snijpunten met de imaginaire as worden dan gevonden door de volgende hulppolynoom op te lossen met $K = 4\sqrt{5}$:

$$\left(5 - \frac{K}{4}\right) s^2 + K = 0$$

$$(5-\sqrt{5})s^2 + 4\sqrt{5} = 0$$

$$s = \pm 1.799j$$

De poolbaan gevonden in bovenstaande stappen in te zien in figuur 8
8



Figuur 8: Poolbaan van transferfunctie 1

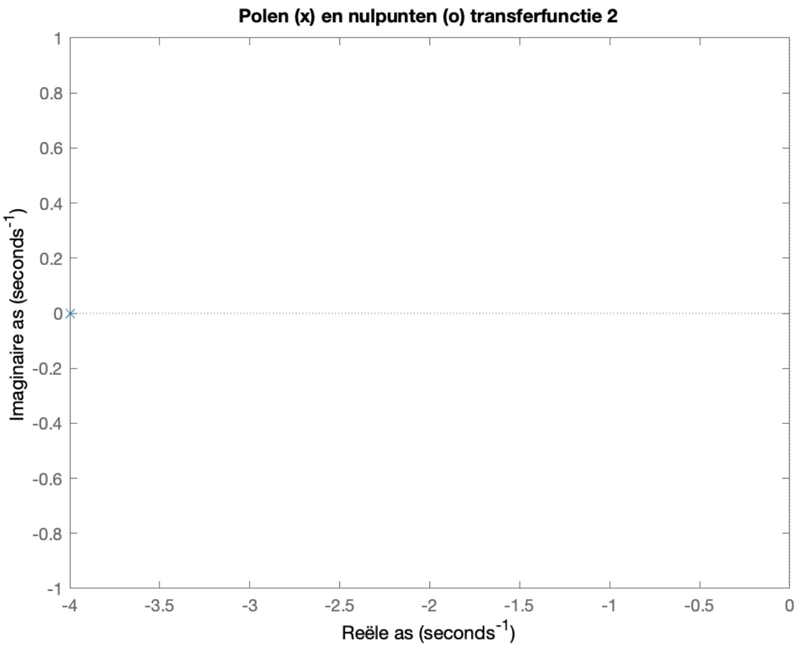
2.2.1.2 Transferfunctie 2

$$KG(s) = \frac{K}{s+4}$$

1. Karakteristieke vergelijking herschrijven als:

$$1 + KG(s) = 1 + \frac{K}{s+4} = 0$$

2. De teller T(s) en noemen N(s) van G(s) zijn al ontbonden in factoren.
3. Er is dus geen nulpunt en één pool: p_1 = -4.



Figuur 9: Polen (x) en nulpunten (o) van transferfunctie 2

4. In dit geval is er één tak. Deze loopt asymptotisch naar ∞. Er is dus geen eindig eindpunt en er is één eindpunt op oneindig.
5. Op figuur 9 is te zien dat alle punten links van p_1 één pool rechts van zich hebben en dat dus voor alle punten $\subset [-\infty, 4]$ voldaan is aan het hoekcriterium.
6. De poolbaan is symmetrisch t.o.v. de horizontale of reële as.

7. Aan de hand van regel 3 bepalen we één vertrekhoek van de poolbaan (er is geen aankomsthoek).
De vertrekhoek van pool p_1 = -4:

$$\vartheta_{p_1}^{p_1} = \mp(2k+1)180°$$
$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_1}^{p_1} = 180°$$

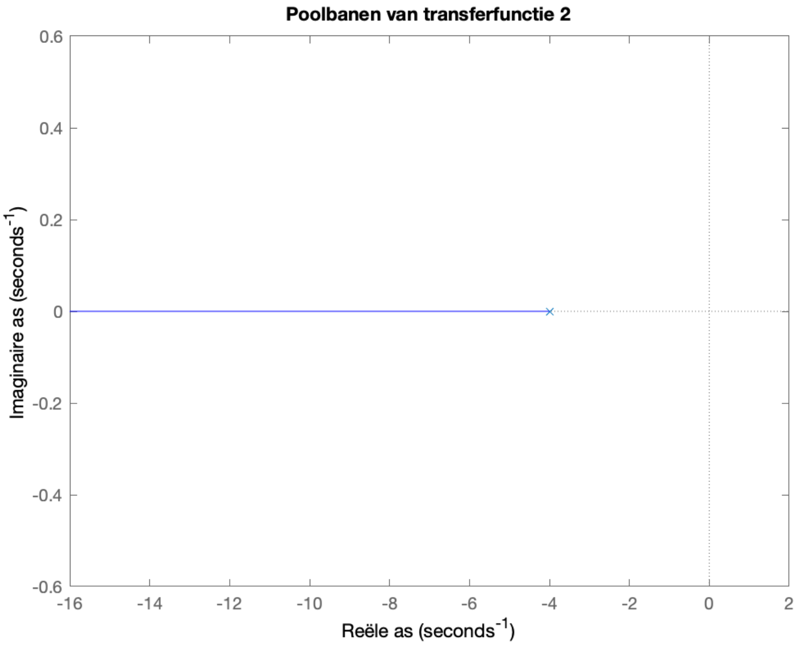
8. Het intercept σ_c wordt gegeven door:

$$\sigma_c = -\frac{\sum_{i=1}^{m} z_i - \sum_{j=1}^{n} p_j}{n-m}$$

$$\sigma_c = -\frac{-(-4)}{1-0} = -4$$

De asymptoothoek is de volgende:

$$k = 0: \quad \theta_0 = \frac{1 * 180}{1-0} = 180°$$



Figuur 10: Poolbaan van transferfunctie 2

9. $\hat{s}$ is een meervoudige wortel (of pool) van het gesloten-kring systeem indien (nodige maar geen voldoende voorwaarde):

$$N(\hat{s})T'(\hat{s}) - N'(\hat{s})T(\hat{s}) = 0$$

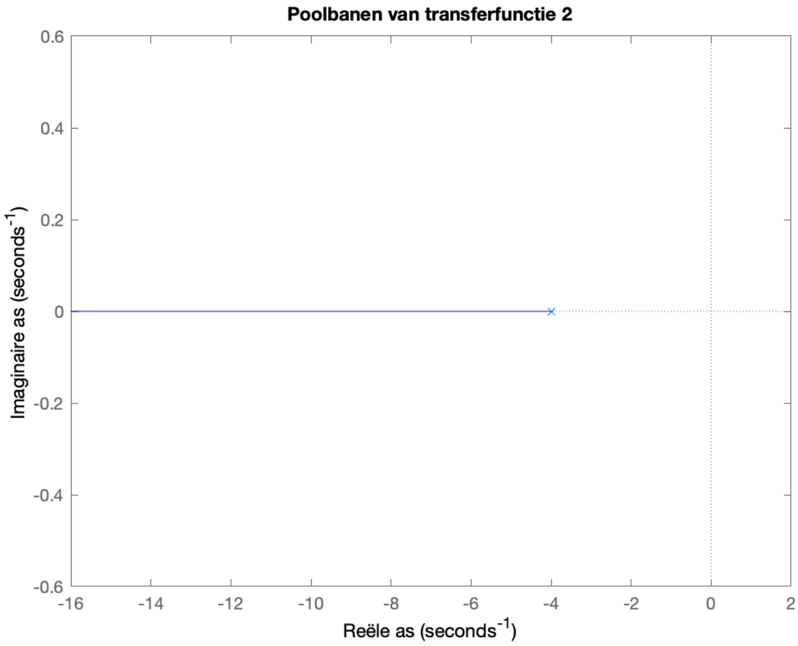
Bovenstaande voorwaarde geldt niet, er zijn dus geen meervoudige wortels.

10. Snijpunten bepalen van poolbaan imaginaire as m.b.v het Routh-Hurwitz criterium eerder besproken:

Tabel 6: Routh-Hurwitz transferfunctie 2

	k_1	k_2	k_3
s^1	1	0	0
s^0	4 + K	0	0

De elementen in de eerste kolom moeten hetzelfde teken hebben, in dit geval dus positief aangezien 1 een positief getal is. Voor K > 0 zullen er geen niet-negatieve polen zijn en dus snijdt de poolbaan de imaginaire as dus niet.
De poolbaan gevonden in bovenstaande stappen in te zien in figuur 11



Figuur 11: Poolbaan van transferfunctie 2

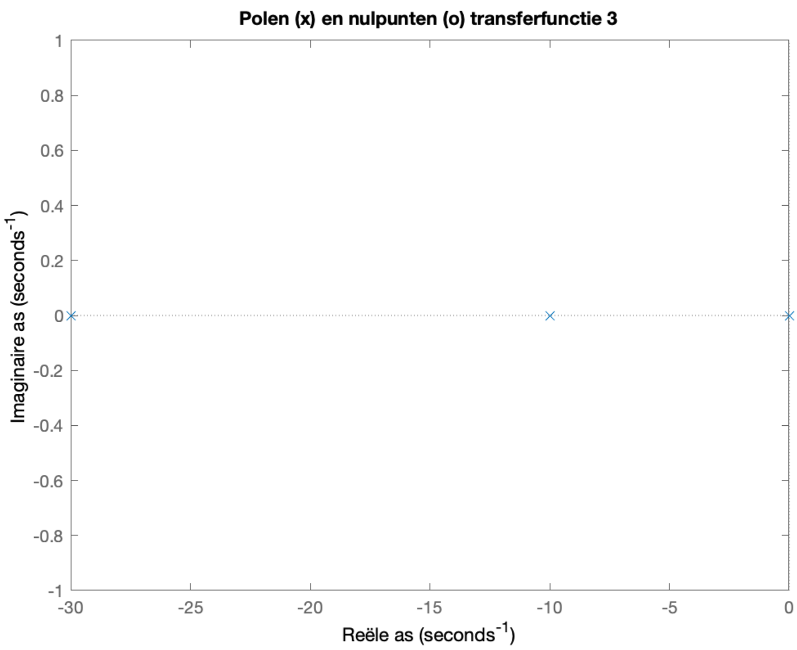
2.2.1.3 Transferfunctie 3

$$KG(s) = \frac{K}{s(s+10)(s+30)}$$

1. Karakteristieke vergelijking herschrijven als:

$$1 + KG(s) = 1 + \frac{K}{s(s+10)(s+30)} = 0$$

2. De teller T(s) en noemen N(s) van G(s) zijn al ontbonden in factoren.
3. Er zijn geen nulpunten en drie polen, namelijk p_1 = 0; p_2 = -10; p_3 = -30.



Figuur 12: Polen (x) en nulpunten (o) van transferfunctie 3

4. In dit geval zijn er drie takken. Deze lopen alle drie naar ∞. Er is dus geen eindig eindpunt en er zijn drie eindpunten op oneindig.
5. In volgende intervallen is voldaan aan het hoekcriterium: $[-\infty, -30], [-10, 0]$
6. De poolbaan is symmetrisch t.o.v. de horizontale of reële as.
7. Aan de hand van regel 3 bepalen we de drie vertrekhoeken van de poolbaan (er is geen aankomsthoek) .
De vertrekhoek van pool $p_1 = 0$:

$$\vartheta_{p_1}^{p_1} = -\vartheta_{p_2}^{p_1} - \vartheta_{p_3}^{p_1} \mp (2k+1)180^\circ$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_1}^{p_1} = -arg(p_1 - p_2) - arg(p_1 - p_3) \mp (2k+1)180^\circ$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_1}^{p_1} = -arg(0 - (-10)) - arg(0 - (-30) \mp (2k+1)180^\circ$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_1}^{p_1} = -0^\circ - 0^\circ \mp (2k+1)180^\circ$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_1}^{p_1} = 180^\circ$$

De vertrekhoek van pool $p_2 =$ -10:

$$\vartheta_{p_2}^{p_2} = -\vartheta_{p_1}^{p_2} - \vartheta_{p_3}^{p_2} \mp (2k+1)180^\circ$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_2}^{p_2} = -arg(p_2 - p_1) - arg(p_2 - p_3) \mp (2k+1)180^\circ$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_2}^{p_2} = -arg(-10 - 0) - arg(-10 - (-30)) \mp (2k+1)180^\circ$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_2}^{p_2} = 180^\circ - 0^\circ \mp (2k+1)180^\circ$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_2}^{p_2} = 0^\circ$$

De vertrekhoek van pool $p_3 =$ -30:

$$\vartheta_{p_3}^{p_3} = -\vartheta_{p_1}^{p_3} - \vartheta_{p_2}^{p_3} \mp (2k+1)180^\circ$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_3}^{p_3} = -arg(p_3 - p_1) - arg(p_3 - p_2) \mp (2k+1)180^\circ$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_3}^{p_3} = -arg(-30 - 0) - arg(-30 - 10) \mp (2k+1)180^\circ$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_3}^{p_3} = 180^\circ + 180^\circ \mp (2k+1)180^\circ$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_3}^{p_3} = 180^\circ$$

8. Het intercept σ_c wordt gegeven door:

$$\sigma_c = -\frac{\sum_{i=1}^{m} z_i - \sum_{j=1}^{n} p_j}{n - m}$$

$$\sigma_c = -\frac{-0 - (-10) - (-30)}{3 - 0} = \frac{-40}{3}$$

De asymptoothoeken zijn de volgende:

$$k = 0: \quad \vartheta_0 = \frac{1 * 180}{3 - 0} = 60^\circ$$

$$k = 1: \quad \vartheta_1 = \frac{2 + 1 * 180}{3 - 0} = 180^\circ$$

$$k = 2: \quad \vartheta_2 = \frac{4 + 1 * 180}{3 - 0} = 300^\circ$$

9. $\hat{s}$ is een meervoudige wortel (of pool) van het gesloten-kring systeem indien (nodige maar geen voldoende voorwaarde):

$$N(\hat{s})T'(\hat{s}) - N'(\hat{s})T(\hat{s}) = 0$$

$$s(s+10)(s+30) * 0 - (3s2 + 80s + 300) * 1 = 0$$

Met:

$$D = 2800$$
$$s_{12} = \frac{b \pm \sqrt{D}}{2a}$$
$$s_1 = -22.1515$$
$$s_2 = -4.5125$$

Er zijn dus 2 punten kandidaat als meervoudige wortel want punt 9 is een nodige maar geen voldoende voorwaarde voor meervoudige wortels. Aangezien enkel s2 = -4.5125 op de poolbaan ligt zal dit een meervoudige wortel zijn.

10. Snijpunten bepalen van poolbaan imaginaire as m.b.v het Routh-Hurwitz criterium eerder besproken:

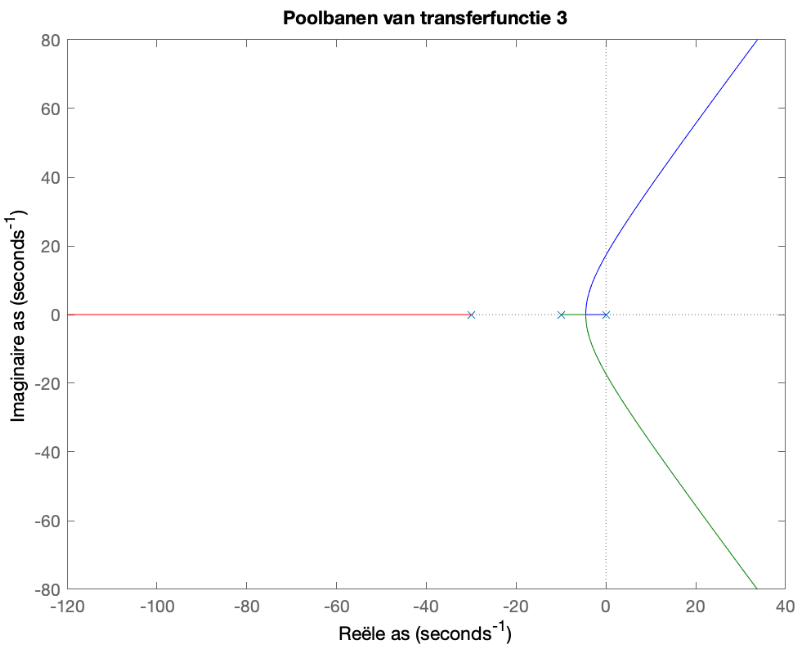
Tabel 7: Routh-Hurwitz transferfunctie 3

	k_1	k_2
s^3	1	300
s^2	40	K
s^1	$300 - \frac{K}{40}$	0
s^0	0	0

De elementen in de eerste kolom moeten hetzelfde teken hebben, in dit geval positief. Indien K $\leq$ 1200, is dit het geval. De snijpunten van de imaginaire as kunnen dan als volgt worden berekend: de tweede rij wordt gekozen als hulppolynoom met K = 1200.

$$40s^2 + K = 0$$
$$s_{12} = \sqrt{\frac{-1200}{40}}$$

De poolbaan snijdt de imaginaire as op $s = 10\sqrt{3}j$ en $s = -10\sqrt{3}j$.
De poolbaan gevonden in bovenstaande stappen in te zien in figuur 13



Figuur 13: Poolbaan van transferfunctie 3

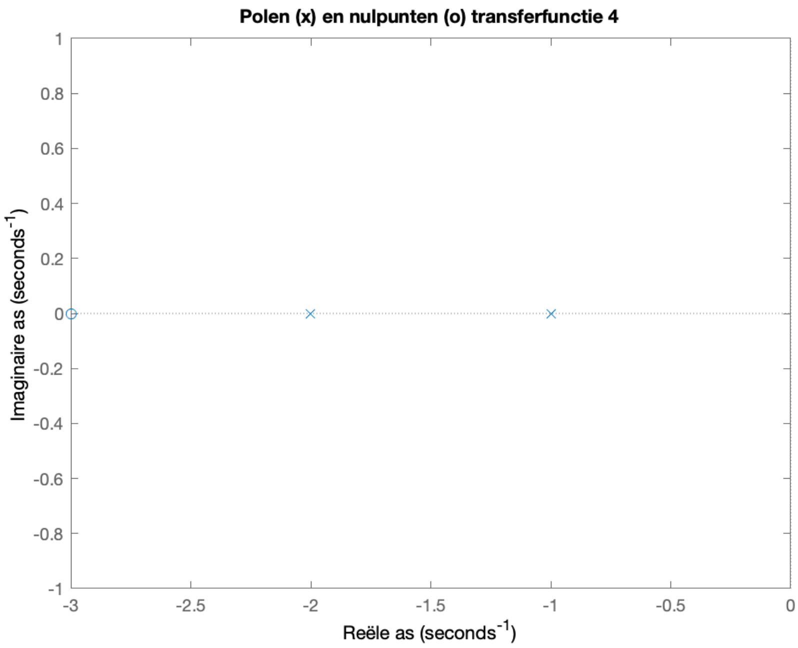
2.2.1.4 Transferfunctie 4

$$KG(s) = \frac{K(s+3)}{(s+1)(s+2)}$$

1. Karakteristieke vergelijking herschrijven als:

$$1 + KG(s) = 1 + \frac{K(s+3)}{(s+1)(s+2)} = 0$$

2. De teller T(s) en noemen N(s) van G(s) zijn al ontbonden in factoren.
3. Er is één nulpunt, z_1 = -3, en er zijn twee polen, p_1 = -1 en p_2 = -2.



Figuur 14: Polen (x) en nulpunten (o) van transferfunctie 4

4. In dit geval zijn er drie takken, waarvan één tak als eindpunt het nulpunt -3 zal hebben. De andere twee lopen asymptotisch naar ∞. Er is dus één eindig eindpunt en er zijn twee eindpunten op oneindig.
5. In volgende intervallen is voldaan aan het hoekcriterium: $[-\infty, -3], [-2, -1]$
6. De poolbaan is symmetrisch t.o.v. de horizontale of reële as.
7. Aan de hand van regel 3 bepalen we de vertrekhoek en aankomsthoek van iedere tak van de poolbaan.
De vertrekhoek van pool p_1 = -1:

$$\vartheta_{p_1}^{p_1} = \vartheta_{z_1}^{p_1} - \vartheta_{p_2}^{p_1} \mp (2k+1)180°$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_1}^{p_1} = arg(p_1 - z_1) - arg(p_1 - p_2) \mp (2k+1)180°$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_1}^{p_1} = arg(0 - (-1)) - arg(0 - (-2)) \mp (2k+1)180°$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_1}^{p_1} = arg(1) - arg(2) \mp (2k+1)180°$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_1}^{p_1} = 0° - 0° \mp (2k+1)180°$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_1}^{p_1} = 180°$$

De vertrekhoek van pool p_2 = -2:

$$\vartheta_{p_2}^{p_2} = \vartheta_{z_1}^{p_2} - \vartheta_{p_1}^{p_2} \mp (2k+1)180°$$

$$\Longleftrightarrow \vartheta_{p_2}^{p_2} = arg(p_2 - z_1) - arg(p_2 - p_1) \mp (2k+1)180°$$

$$\iff \vartheta_{p_2}^{p_2} = arg(-2-(-1)) - arg(-2-0) \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_2}^{p_2} = arg(-1) - arg(-2) \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_2}^{p_2} = -360° \mp (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{p_2}^{p_2} = 180°$$

De aankomsthoek van nulpunt z_1 = -3:

$$\vartheta_{z_1}^{z_1} = \vartheta_{p_1}^{z_1} + \vartheta_{p_2}^{z_1} \pm (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{z_1}^{z_1} = arg(z_1 - p_1) + arg(z_1 - p_2) \pm (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{z_1}^{z_1} = arg(-1-0) + arg(-1-(-2)) \pm (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{z_1}^{z_1} = -180° + 0° \pm (2k+1)180°$$
$$\iff \vartheta_{z_1}^{z_1} = 0°$$

8. Het intercept σ_c wordt gegeven door:

$$\sigma_c = -\frac{\sum_{i=1}^{m} z_i - \sum_{j=1}^{n} p_j}{n-m}$$
$$\sigma_c = -\frac{-3-(-1)-(-2)}{2-1} = 0$$

De asymptoothoeken zijn de volgende:

$$k = 0: \quad \vartheta_0 = \frac{1 * 180}{2-1} = 180°$$

9. $\hat{s}$ is een meervoudige wortel (of pool) van het gesloten-kring systeem indien (nodige maar geen voldoende voorwaarde):

$$N(\hat{s})T'(\hat{s}) - N'(\hat{s})T(\hat{s}) = 0$$
$$(s+1)(s+2) * 1 - (s+3) * (2s+3) = 0$$

Met:

$$D = 8$$
$$s_{12} = \frac{b \pm \sqrt{D}}{2a}$$
$$s_1 = -1.568$$
$$s_2 = -4.414$$

Er zijn dus 2 punten kandidaat als meervoudige wortel want punt 9 is een nodige maar geen voldoende voorwaarde voor meervoudige wortels. Aangezien beide op de poolbaan liggen zuller er 2 meervoudige wortels zijn.

10. Snijpunten bepalen van poolbaan imaginaire as m.b.v het Routh-Hurwitz criterium eerder besproken:

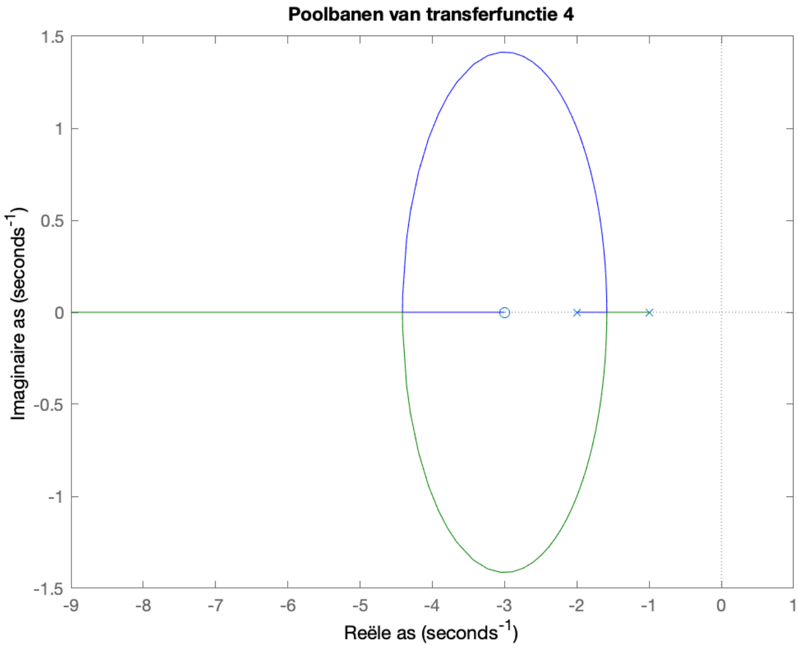
Tabel 8: Routh-Hurwitz transferfunctie 4

	k_1	k_2
s^2	1	2+3K
s^1	3+K	0
s^0	0	0

De elementen in de eerste kolom moeten hetzelfde teken hebben, in dit geval positief. Indien K $\leq$ -3, is dit het geval. De snijpunten van de imaginaire as kunnen dan als volgt worden berekend: de tweede rij wordt gekozen als hulppolynoom met K = -3.

$$s^2 + 1 + 2 + 3K = 0$$
$$s_{12} = \pm\sqrt{7}$$

Geen imaginair getal en dus geen snijpunten met de imaginaire as.
De poolbaan gevonden in bovenstaande stappen in te zien in figuur 15



Figuur 15: Poolbaan van transferfunctie 4

2.3 Poolbaan solenoïdklep

In deze sectie wordt de poolbaan van de gesloten-kring transferfunctie van de solenoïdeklep met als variabele parameter de versterking $K_r c$ berekend. De simulatie wordt uitgevoerd met behulp van matlab voor het gesloten kring systeem met P-regelaar en voor het gesloten-kring systeem met PI-regelaar (met $\tau_i c = 1s$). Dit wordt telkens voor zowel het evaluatiemodel als het ontwerpmodel gedaan. De resultaten worden hieronder weergegeven. De eerder gevonden vergelijkingen voor de solenoïdeklep worden hier nog eens herhaald:
Evaluatiemodel:

$$\frac{x}{v} = \frac{\frac{K_c}{kR}}{a_0 s^3 + a_1 s^2 + a_2 s + 1}$$

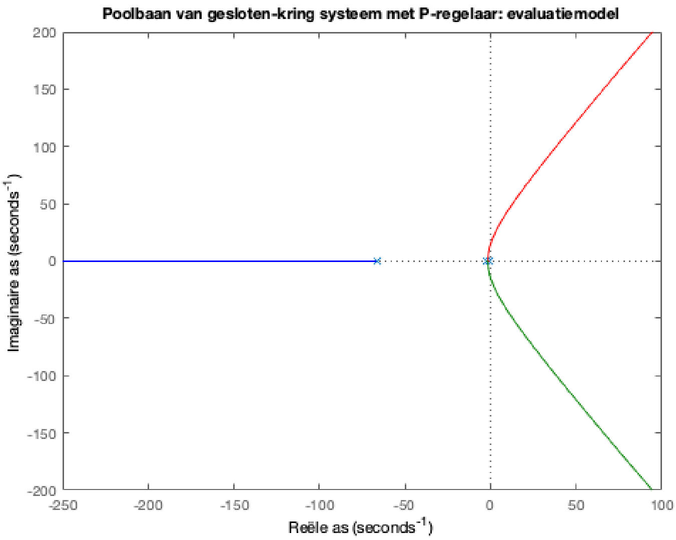
Ontwerpmodel: (dynamica van spoel wordt verwaarloosd)

$$\frac{x}{v} = \frac{\frac{K_c}{Rk}}{a_0 s^2 + a_1 s + 1}$$

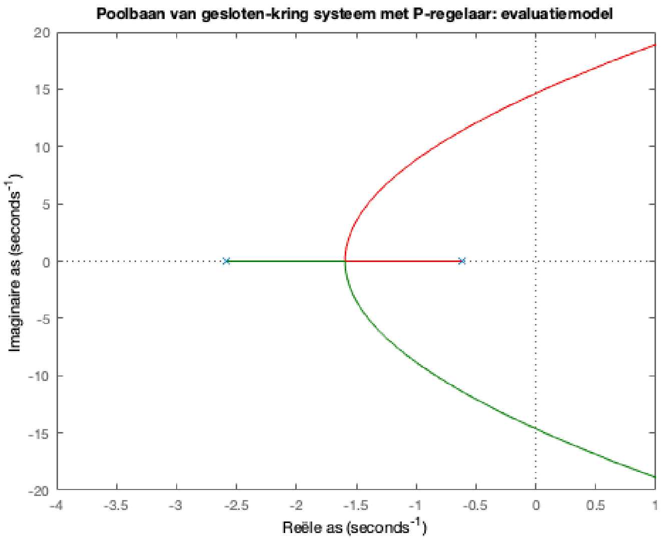
2.3.1 Gesloten-kring systeem met P-regelaar

Na het uitvoeren van de poolbaanprocedure bekomen voor het evaluatie- en ontwerpmodel met de P-regelaar respectievelijk figuur 16 en figuur 18. Ter verduidelijking is er een ingezoomde versie van het evaluatiemodel te zien in figuur 17.

2.3.1.1 Evaluatiemodel



Figuur 16: Poolbaan van gesloten-kring systeem met P-regelaar: evaluatiemodel

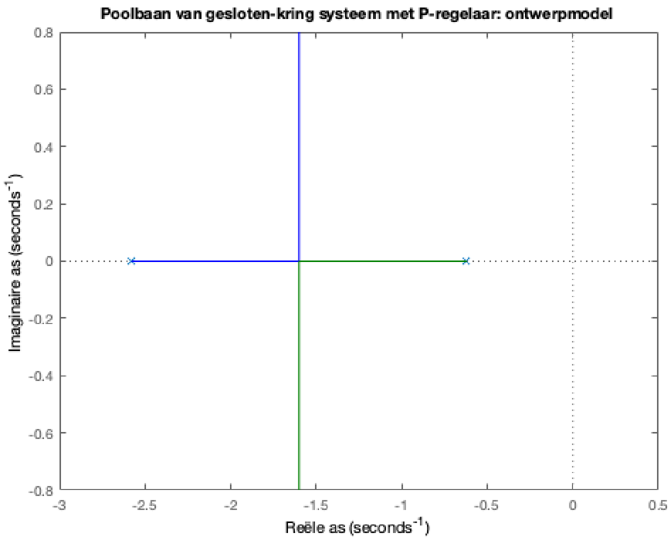


Figuur 17: Poolbaan van gesloten-kring systeem met P-regelaar: evaluatiemodel - ingezoomd

De gesloten-kring transferfunctie van het evaluatiemodel heeft drie polen: $p_1 = 0.62$; $p_2 = 2.58$ en $p_3 = 66.7$. De reële assen die behoren tot de poolbaan bevinden zich links van p_3 en tussen p_1 en p_2. Tussen de twee polen p_1 en p_2 is er een uitbreekpunt op het punt s = 1.59. Alle takken lopen naar oneindig aangezien er geen nulpunten zijn.

De poolbaan van het evalutiemodel bevindt zich dus deels in de rechterhelft van het vlak, waardoor het systeem onstabiel zal worden bij een verhoging van de versterking K_c.

2.3.1.2 Ontwerpmodel



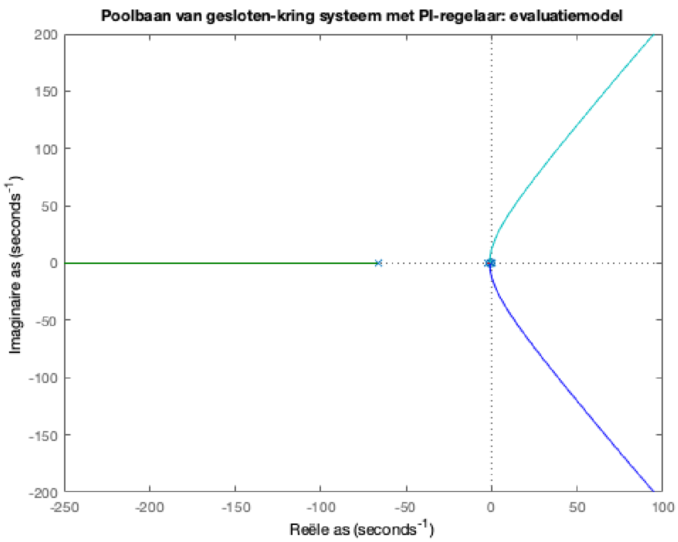
Figuur 18: Poolbaan van gesloten-kring systeem met P-regelaar: ontwerpmodel

De gesloten-kring transferfunctie van het ontwerpmodel heeft twee polen: $p_1 = 0.62$ en $p_2 = 2.58$. De reële as tussen de twee polen behoort tot de poolbaan. Er bevindt zich een uitbreekpunt tussen de twee polen op het punt s $= 1.60$. Beide takken lopen asymptotisch naar oneindig met een asymptoothoek van 90° en $-90°$, de versterking zal dus niet bepalen of het systeem onstabiel wordt.

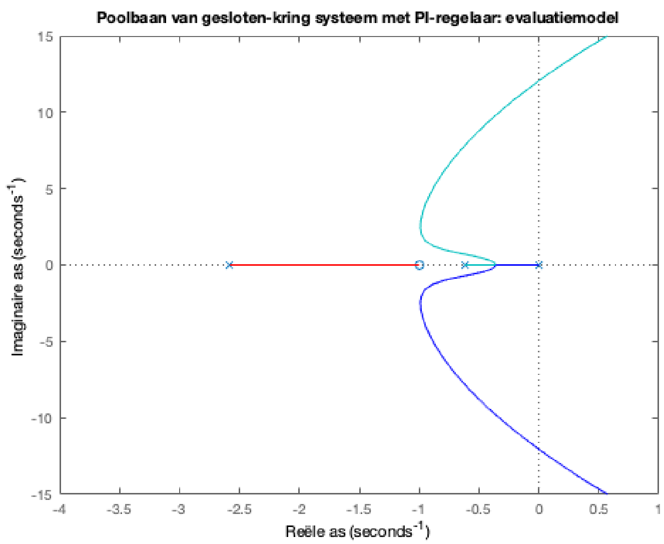
De hele poolbaan bevindt zich in de linkerhelft van het vlak en het volgens het ontwerpmodel is het systeem dus altijd stabiel. Het ontwerpmodel is dus geen goede benadering van het evaluatiemodel.

2.3.2 Gesloten-kring systeem met PI-regelaar

2.3.2.1 Evaluatiemodel



Figuur 19: Poolbaan van gesloten-kring systeem met PI-regelaar: evaluatiemodel

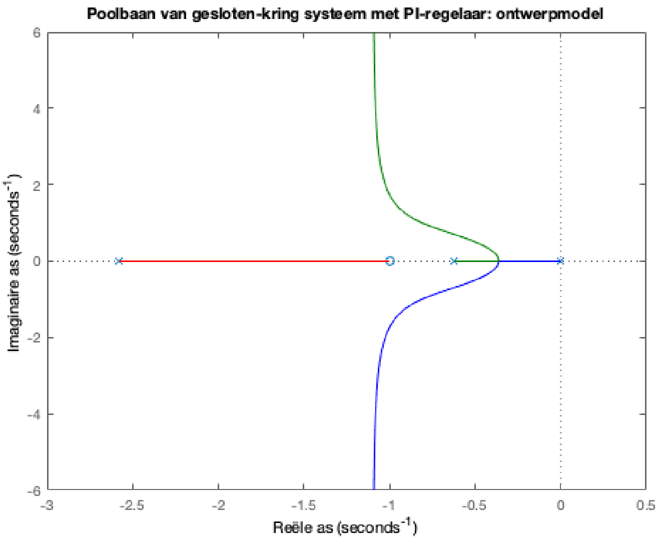


Figuur 20: Poolbaan van gesloten-kring systeem met PI-regelaar: evaluatiemodel - ingezoomd

De gesloten-kring transferfunctie van het evaluatiemodel heeft vier polen: $p_1 = 0$; $p_2 = 0{,}62$; $p_3 = 2{,}58$ en $p_4 = 66{,}7$, en één nulpunt $z_1 = 1$. De reële as links van p_4, tussen p_3 en z_1 en tussen p_1 en p_2 behoren tot de poolbaan. Het uitbreekpunt tussen p_1 en p_2 is s = -0.362.

De poolbaan van het evalutiemodel bevindt zich dus deels in de rechterhelft van het vlak, waardoor het systeem onstabiel zal worden bij een verhoging van de versterking K_c.

2.3.2.2 Ontwerpmodel



Figuur 21: Poolbaan van gesloten-kring systeem met PI-regelaar: ontwerpmodel

De gesloten-kring transferfunctie van het ontwerpmodel heeft drie polen:p_1 = 0; p_2 = -0.62; p_3 = -2.58 en één nulpunt z_1 = -1. De reële as tussen p_3 en z_1 en tussen p_1 en p_2 behoren tot de poolbaan. Het uitbreekpunt tussen p_1 en p_2 bevindt zich in het punt s = 0.362.De takken uit p_1 en p_2 lopen asymptotisch naar oneindig met een asymptoothoek van 90° en $-90°$, de versterking zal dus niet bepalen of het systeem onstabiel wordt.

De hele poolbaan bevindt zich in de linkerhelft van het vlak en het volgens het ontwerpmodel is het systeem dus altijd stabiel. Het ontwerpmodel is dus geen goede benadering van het evaluatiemodel.

3 Analyse van regelsystemen in het frequentiedomein

3.1 Bode-analyse van het dynamisch gedrag van de solenoïdklep met positieregeling

Met behulp van het bodediagramma van het systeem kan afgelezen worden of het systeem al dan niet stabiel is. Het bodediagramma bestaat uit 2 grafieken namelijk een magnitudeplot met $20log_{10}|G(j\omega)|$, uitgedrukt in decibel of dB, als functie van de frequentie ω, uitgedrukt in rad/s, en een faseplot met $/G(j\omega)$, uitgedrukt in graden en ook als functie van ω. De stabiliteit van het gesloten-kring systeem kan bepaald worden met behulp van het Nyquist stabiliteitscriterium. Dit criterium stelt dat voor een stabiel open-kring systeem het gesloten-kring systeem stabiel zal zijn op voorwaarde dat $|G_o(j\omega| < 1$ wanneer $\arg[G_o(j\omega)] = -180°$.

Het gesloten-kring systeem moet een zeker immuniteit bezitten ten opzichte van niet gemodelleerde dynamische fenomenen. De versterkingsmarge of amplitudemarge wordt gedefinieerd als de waarde (extra aantal dB) waarmee de open-kring magnitude $|G_o(j\omega_p)|$ mag toenemen aan de fasedoortochtfrequentie ω_p vooraleer de magnitude één wordt bereikt. Deze fasedoortochtfrequentie is de frequentie waarop de fase van $G_o(s)$ gelijk is aan $-180°$ of $\arg[G_o(j\omega)] = -180°$. Hoe meer $|G_o(j\omega_p)|$ kleiner is dan 1 hoe meer het gesloten-kring systeem ongevoelig wordt voor niet gemodelleerde dynamische fenomenen. De fasemarge wordt gedefiniëerd als de waarde (extra aantal graden) waarmee de open-kring fase $\arg[G_o(j\omega_g)]$ mag toenemen aan de magnitudedoortochtfrequentie ω_g vooraleer een fase van $-180°$ wordt bereikt. Deze magnitudedoortochtfrequentie is de frequentie waarbij de open-kring versterking gelijk is aan één. De versterkingsmarge en fasemarge kunnen met behulp van matlab berekend worden.

3.1.1 Magnitude- en faseplot van de open-kring transferfunctie

Met behulp van matlab werden de bodediagramma's van de open-kring transferfunctie berekend voor de verschillende versterkingen K_{rc} alsook de bijhorende amplitude- en fasemarges. De open-kring transferfunctie van de solenoïdklep met positieregeling kan als volgt geschreven worden

$$G_o(s) = G_r(s)G_{cp}(s)$$

waarbij $G_{cp}(s)$ de transferfunctie is van de solenoïdklep die werd afgeleid in 1.1 en $G_r(s)$ de transferfunctie van de regelaar. Voor de P-regelaar is deze

$$G_r(s) = K_{rc}$$

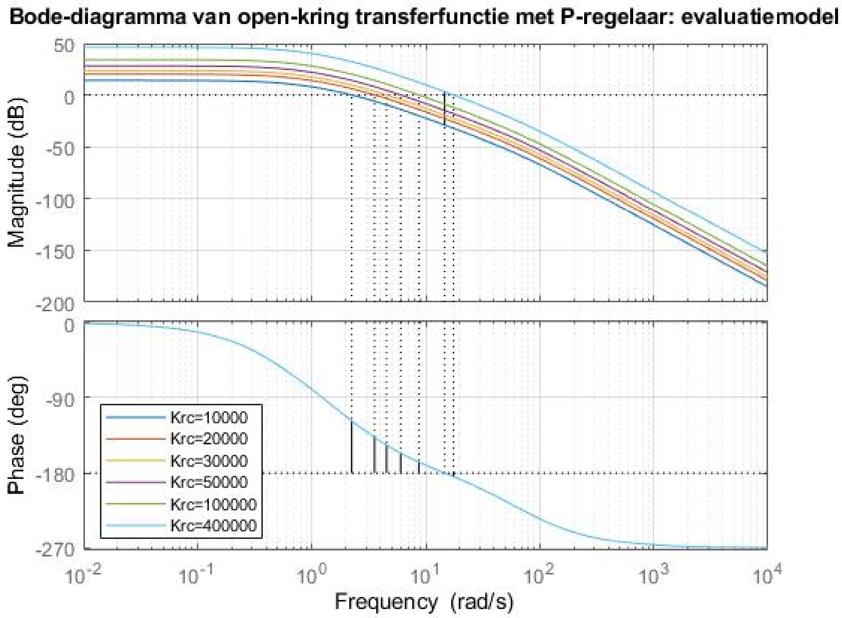
en voor de PI-regelaar

$$G_r(s) = K_{rc}(1 + \frac{1}{\tau_{ic}s})$$

.

3.1.1.1 P-regelaar: evaluatiemodel

In figuur 22 is het bodediagramma weergeven van de open-kring transferfunctie met de P-regelaar voor het het evaluatiemodel en dit voor de verschillende waardes van de versterking K_{rc}. Een hogere versterking van regelaar zorgt voor een verschuiving van de magnitudeplot naar boven. De zwarte lijn op de magnitudeplot stelt de amplitudemarges voor. De faseplot is voor elke versterking hetzelfde, na-ijlend en gaat naar $-270°$ voor hoge frequenties. De zwarte lijnen op de faseplot stellen de fasemarges voor. In tabel 9 zijn de waardes weergeven van de amplitude- en fasemarges voor de verschillende K_{rc} waarden. Indien de versterking van de P-regelaar verhoogt, dalen deze marges wat aangeeft dat het gesloten-kring systeem minder immuniteit of robuustheid bezit ten opzichte van niet-gemodelleerde dynamische fenomenen. Bij een versterking van 400 000 is de fasemarge zelfs negatief waardoor het gesloten-kring systeem niet langer stabiel is.



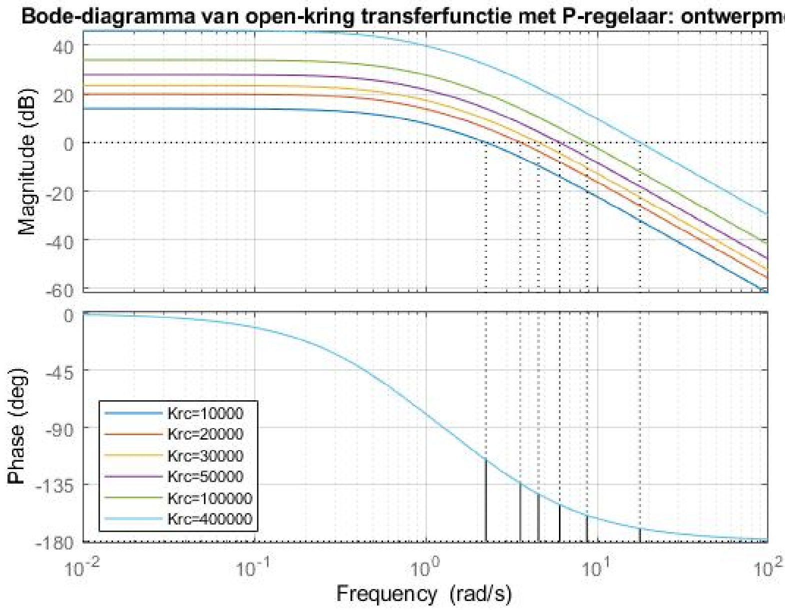
Figuur 22: Bode-diagramma van de open-kring transferfunctie met P-regelaar voor het evaluatiemodel

Tabel 9: Amplitude- en fasemarges bijhorend bij het bode-diagramma van de open-kring transferfunctie met P-regelaar voor het evaluatiemodel

K_{rc}	Amplitudemarge	Fasemarge
10000	27,96	62,36
20000	13,98	42,62
30000	9,32	33,47
50000	5,59	23,83
100000	2,80	13,13
400000	0,70	-4,28

3.1.1.2 P-regelaar: ontwerpmodel

Voor het ontwerpmodel ziet de transferfunctie $G_r(s)$ er anders uit en is van 2e orde in plaats van 3e orde. Dit komt door het feit dat de dynamica van de elektrische spoel verwaarloosd wordt. Figuur 23 geeft de bodediagramma's weer van de open-kring tranferfunctie met de P-regelaar, maar nu voor het ontwerpmodel. De faseplot geeft weer dat het systeem opnieuw na-ijlend is, maar nu naar $-180°$ gaat voor hoge frequenties. Deze waarde wordt nooit exact behaald waardoor de amplitudemarges oneindig groot worden. Dit is te zien in tabel 10 die de amplitude- en fasemarges weergeeft van het ontwerpmodel. Hierbij valt ook op dat voor een versterking van 400 000 de fasemarge niet langer negatief is waardoor het systeem stabiel blijft en ongevoelig blijkt te zijn voor niet-gemodelleerde dynamische fenomenen.



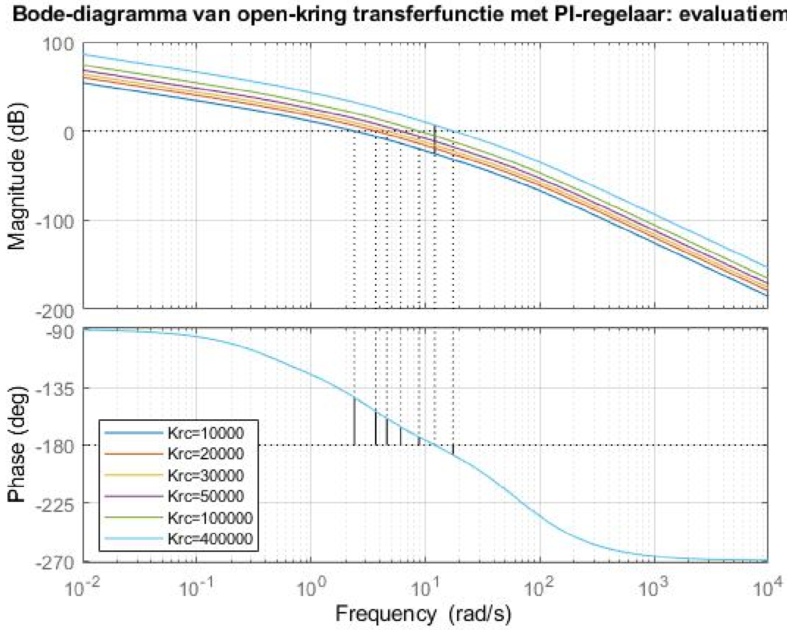
Figuur 23: Bode-diagramma van de open-kring transferfunctie met P-regelaar voor het ontwerpmodel

Tabel 10: Amplitude- en fasemarges bijhorend bij het bode-diagramma van de open-kring transferfunctie met P-regelaar voor het ontwerpmodel

K_{rc}	Amplitudemarge	Fasemarge
10000	Inf	64,27
20000	Inf	45,65
30000	Inf	37,33
50000	Inf	28,95
100000	Inf	20,48
400000	Inf	10,25

3.1.1.3 PI-regelaar: evaluatiemodel

Figuur 24 geeft de bodediagramma's weer van de open-kring transferfunctie met de PI-regelaar voor het evaluatiemodel voor de verschillende waardes van de versterking K_{rc}. Opnieuw stelt de zwarte lijn in de magnitudeplot de amplitudemarges voor en de zwarte lijnen in de faseplot de fasemarges. De integrerende werking (I-actie) van de PI-regelaar is te zien in de magnitudeplot bij lagere frequenties waar de magnitudelijn daalt met 20 dB per decade en in de faseplot bij lagere frequenties waar er een fase na-ijling is van $-90°$. Bij hogere frequenties zal de PI-regelaar zich meer gedragen als een P-regelaar omdat de P-actie domineert. In tabel 11 zijn de amplitude- en fasemarges weergegeven die behoren tot het bode-diagramma van de open-kring transferfunctie met de PI-regelaar voor het evaluatiemodel. Hierin is te zien dat opnieuw voor een hogere versterking K_{rc} de marges dalen waardoor het systeem met een PI-regelaar ook minder immuniteit of robuustheid bezit voor niet-gemodelleerde dynamische fenomenen. Ook voor het evaluatiemodel met de PI-regelaar zal het gesloten-kring systeem onstabiel worden bij een versterking van 400 000 V/m aangezien de fasemarge bij deze versterking negatief is. In vergelijking met het evaluatiemodel met de P-regelaar zijn deze marges kleiner waardoor er eerder een kleinere versterking K_{rc} gewenst is om toch robuustheid te bezitten.



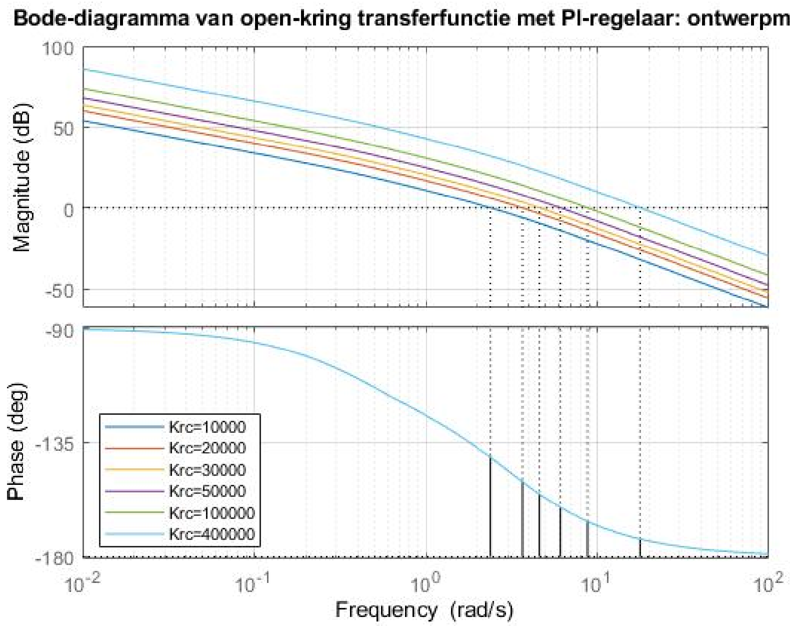
Figuur 24: Bode-diagramma van de open-kring transferfunctie met PI-regelaar voor het evaluatiemodel

Tabel 11: Amplitude- en fasemarges bijhorend bij het bode-diagramma van de open-kring transferfunctie met PI-regelaar voor het evaluatiemodel

K_{rc}	Amplitudemarge	Fasemarge
10000	18,90	37,01
20000	9,45	26,43
30000	6,30	20,74
50000	3,78	14,26
100000	1,89	6,51
400000	0,47	-7,57

3.1.1.4 PI-regelaar: ontwerpmodel

De bodediagramma's van de open-kring transferfunctie met de PI-regelaar voor het ontwerpmodel worden weergegeven door figuur 25. Ook hier is het systeem opnieuw na-ijlend, maar naar $-180°$ voor hogere frequenties. In deze bodediagramma's is de I-actie te zien voor lagere frequenties en de P-actie voor hogere frequenties. Net zoals voor het ontwerpmodel met de P-regelaar zal deze waarde nooit behaald worden waardoor de amplitudemarges oneindig groot zijn, wat te zien is in tabel 12 die de amplitude- en fasemarges weergeeft die behoren tot figuur 25. Opnieuw valt op dat voor een versterking van 400 000 de fasemarge niet negatief is waardoor het systeem stabiel blijft.



Figuur 25: Bode-diagramma van de open-kring transferfunctie met PI-regelaar voor het ontwerpmodel

Tabel 12: Amplitude- en fasemarges bijhorend bij het bode-diagramma van de open-kring transferfunctie met PI-regelaar voor het ontwerpmodel

K_{rc}	Amplitudemarge	Fasemarge
10000	Inf	39,05
20000	Inf	29,54
30000	Inf	24,66
50000	Inf	19,44
100000	Inf	13,92
400000	Inf	7,03

3.1.2 Magnitudeplot van de gesloten-kring transferfunctie

De magnitudeplot van de gesloten-kring transferfunctie werd berekend met behulp van matlab voor zowel het evalutiemodel als het ontwerpmodel voor beide de P- en de PI-regelaar. Dit werd gedaan voor alle versterkingen van de beide regelaars, met éénzelfde tijdsconstante.Het resultaat is te zien in figuren 26-29

De gesloten-kring transferfunctie $G_t(s)$ wordt als volgt gedefinieerd:

$$G_t(s) = \frac{G_o(s)}{1 + G_o(s)} \tag{25}$$

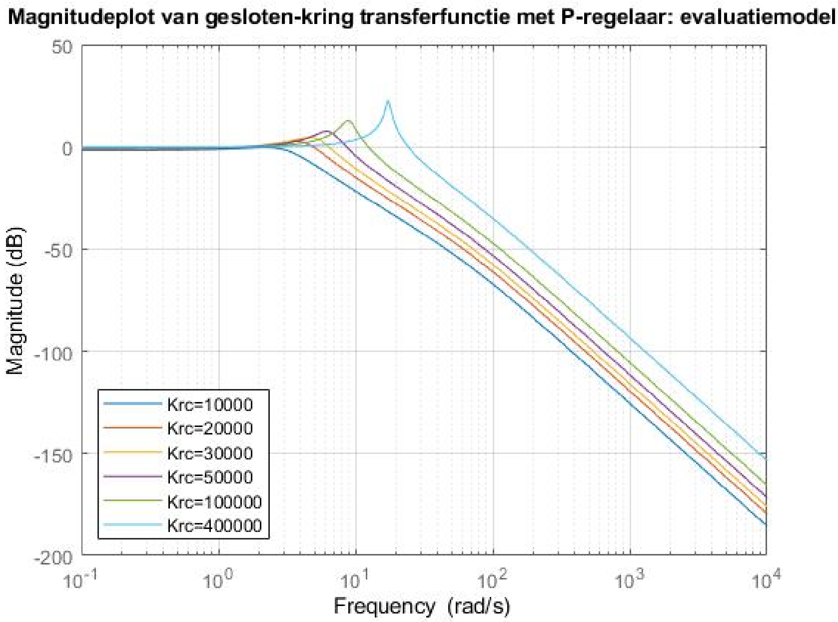
Waarbij G_o de open-kring transferfunctie of kringversterking is.

De vier onderstaande plots tonen een vrij gelijkaardig verloop. Bij de P-regelaar bij lage frequenties benaderen de lijnen 0 dB waarbij $|G_o(j\omega)| = 1$. Dit toont aan dat het referentiesignaal nauwkeurig gevolgd wordt in de lage frequenties. Bij de PI-regelaar vallen de magnitudelijnen samen met 0 dB, het referentiesignaal wordt dus exact bereikt terwijl er bij een P-regelaar altijd een foutsignaal aanwezig zal zijn.

Daarna stijgt de magnitude plots in alle plots, ten hoogte van de eigenfrequentie van het systeem. De piek schuift op naar rechts voor grotere versterkingen. Ruis wordt rond deze frequentie versterkt wat tot instabiliteit kan leiden, te hoge versterkingen zijn dus weeral niet goed voor het systeem.

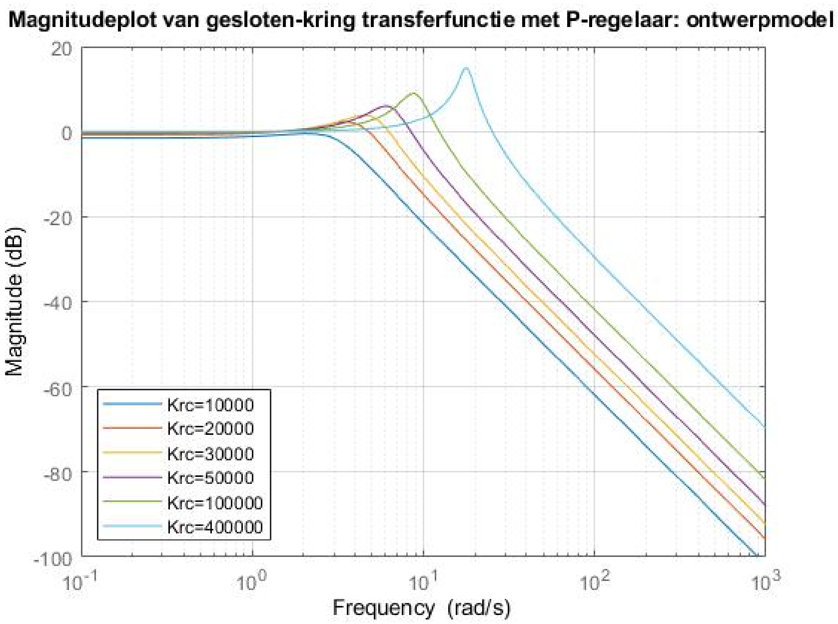
Bij hoge frequenties daalt de magnitude voor voor zowel de P- als de PI-regalaar. Dit is een gewenst effect omdat op die manier de sensorruis en de niet-gemodelleerde hoogfrequente dynamische fenomenen goed afgefilterd worden.

3.1.2.1 P-regelaar: evaluatiemodel



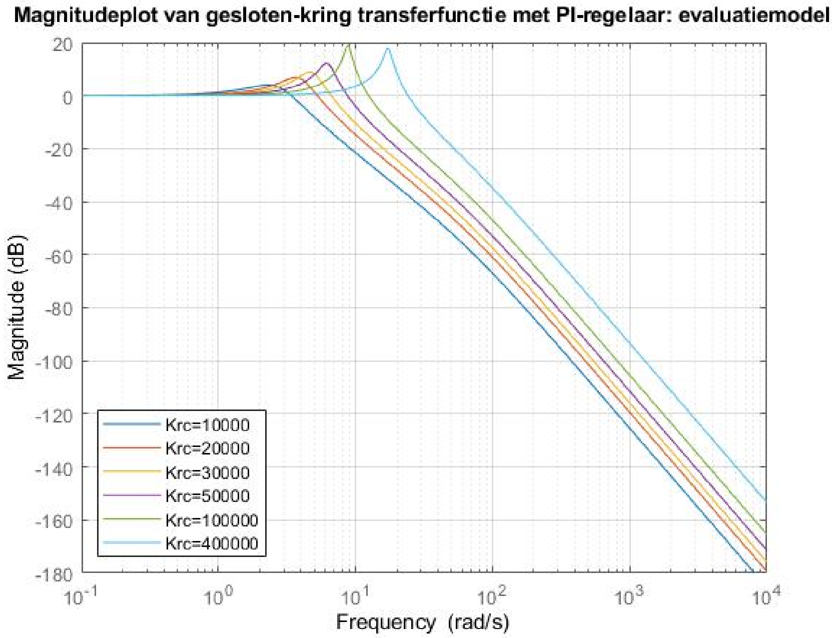
Figuur 26: Magnitudeplot van de gesloten-kring transferfunctie met P-regelaar voor het evaluatiemodel

3.1.2.2 P-regelaar: ontwerpmodel



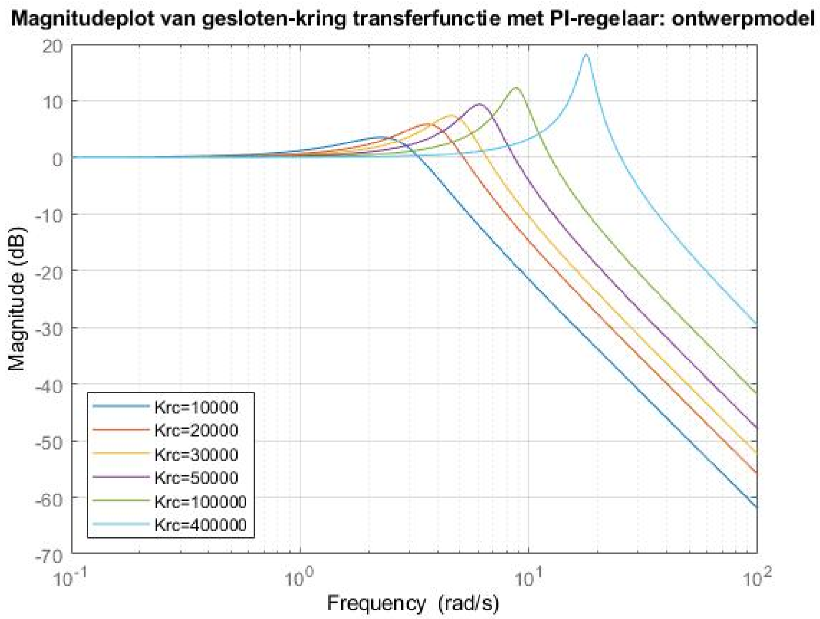
Figuur 27: Magnitudeplot van de gesloten-kring transferfunctie met P-regelaar voor het ontwerpmodel

3.1.2.3 PI-regelaar: evaluatiemodel



Figuur 28: Magnitudeplot van de gesloten-kring transferfunctie met PI-regelaar voor het evaluatiemodel

3.1.2.4 PI-regelaar: ontwerpmodel



Figuur 29: Magnitudeplot van de gesloten-kring transferfunctie met PI-regelaar voor het ontwerpmodel

3.1.3 Magnitudeplot van de sensitiviteitsfunctie

De sensitiviteit $S(s)$ is de transferfunctie van de meetruis/sensorruis v, naar het gemeten signaal y. Stel een simpel systeem met 2 inputsignalen, namelijk een referentiesignaal r en alle process variaties op het einde van het systeem v. Dit systeem kan worden voorgesteld door:

$$y = \frac{G_{cp}G_r}{1 + G_{cp}G_r} r + \frac{1}{1 + G_{cp}G_r} v \tag{26}$$

met de sensitiviteit:

$$S(s) = \frac{1}{1 + G_{cp}G_r} \tag{27}$$

Er kan opgemerkt worden indien $S(s) \simeq 0$, zal bijgevolg het effect vn de meetruis op het gemeten signaal y, klein zijn. Daarnaast kan sensitiviteit ook worden beschreven met de nominale sensitiviteits piek M_s. Hierbij is:

$$M_s = \max_{0<w<\infty} \mid \frac{1}{1 + G_{cp}(jw)G_r(jw)} \mid \tag{28}$$

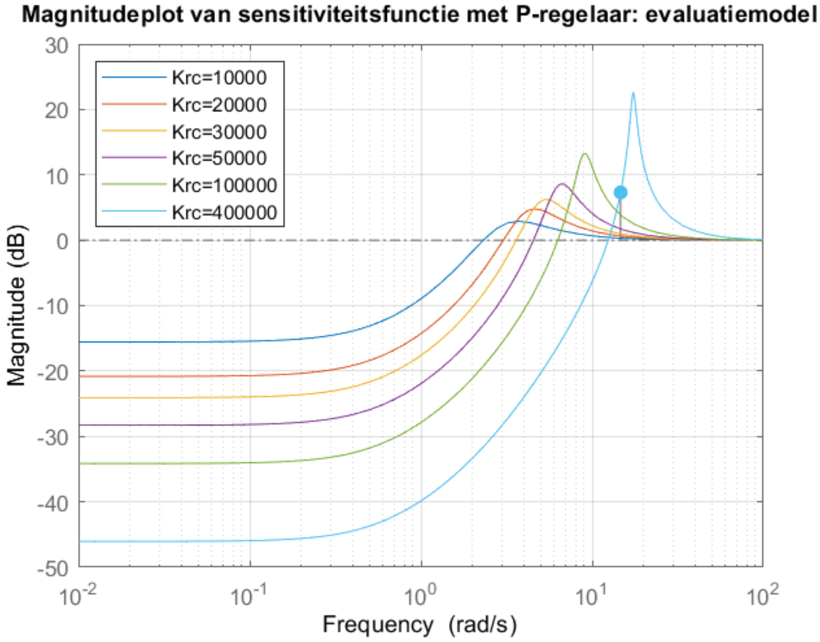
Deze formule minimaliseert de afstand tussen de nyquist plot en het onstabiele -1 punt. Deze minimale afstand wordt beschreven door $\min(G_{cp}(jw)G_r(jw) - (-1))$. Voor de nominale sentiviteits piek te bekomen moet de inverse van de maximale afstand worden genomen. Een systeem met een hogere sensitiviteit is meer gevoelig aan procesvariaties. Dit wilt zeggen dat de nyquist plot punten vertoont die dicht tegen het -1 punt liggen zodat procesvariaties makkelijker het systeem onstabiel kunnen maken.Een bereik van de nominale sensitiviteits piek van 1,3 tot 2 wordt als normaal beschouwd, waarden boven dit bereik worden als hoog beschouwd.

3.1.3.1 P-regelaar: evaluatiemodel

Bij verlaging van de versterking zal de maximale sensitiviteit dalen. Dit wilt zeggen dat de gesloten-kring transfer functie minder gevoelig wordt voor procesvariatie, voor frequenties boven de breekpuntfrequentie. Zo wordt de nominale sensitiviteits piek voor $K_{rc} = 400000$ 22dB ofwel een magnitude van 12,5. Dit is zeer hoog. Deze conclusie kon echter al getrokken worden uit tabel 2, daar een fasemarge van -4,28 wordt bereikt. Voor een versterking van 100000 wordt een nominale sensitivietis piek van 3,5 bereikt, wat nog steeds hoog is, maar beter als bij $K_{rc} = 400000$. Deze dalend trend van de nominale sensitiviteits piek zet zich verder naarmate de K_{rc} daalt.

Daarnaast kan bemerkt worden dat bij toename van de versterking de grafieken naar rechts zullen verschuiven. Dit betekent dat het systeem bij hogere versterking minder gevoelig wordt voor procesvariaties, voor frequenties kleiner dan de breekpuntfrequentie.

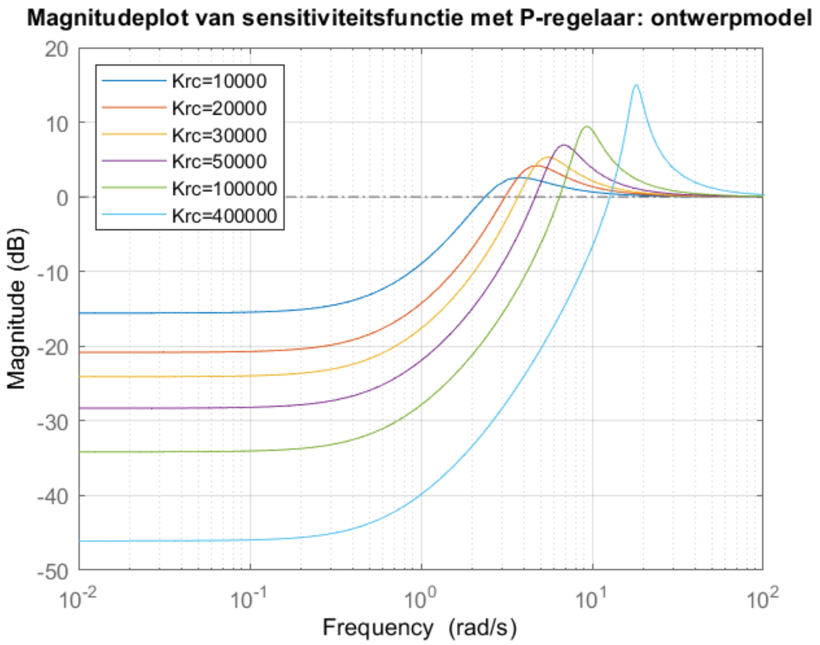
Er kan geconcludeerd worden dat voor lage frequenties, toename van K_{rc} voordelig is, daar het de gesloten-kring transferfunctie minder gevoelig maakt voor ruis. Deze grote voordelen voor lage frequentie, zijn echter grote nadelen voor de hogere frequentie rond de M_s doordat het systeem sneller onstabiel kan worden. Bij nog hogere frequenties voorbij de M_s zullen alle grafieken samenvallen tot 0 dB waarbij $\mid S \mid = \mid \frac{1}{1+G_{cp}G_r} \mid = 1$. Dus voor zeer hoge frequenties zal het systeem niet meer of minder gevoelig zijn aan procesvariaties.



Figuur 30: Magnitudeplot van de sensitiviteitsfunctie met P-regelaar voor het evaulatiemodel

3.1.3.2 P-regelaar: ontwerpmodel

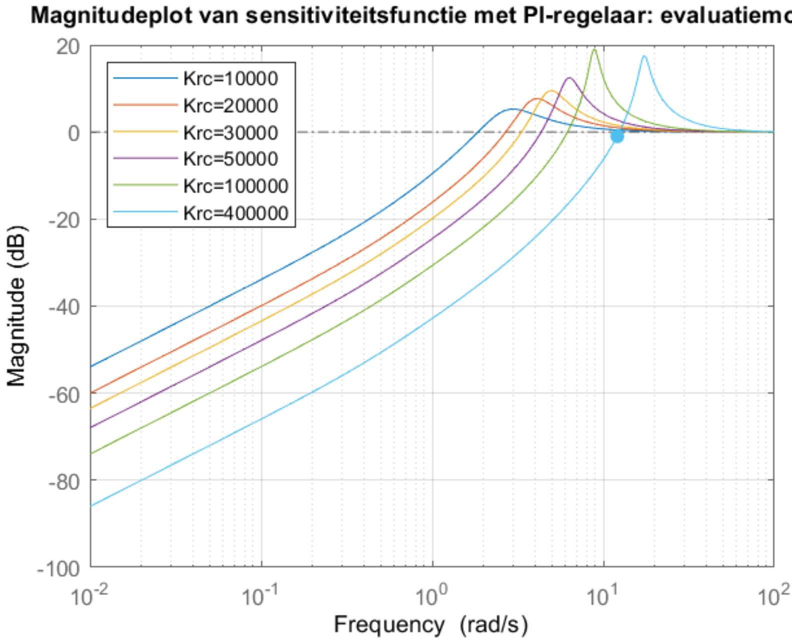
Het ontwerpmodel voor de P-regelaar vertoont dezelfde trends als het evaluatiemodel. Echter de maximale piekhoogte is lager voor elke versterking. Dit wilt zeggen door verwaarlozing van de dynamica van de elektrische spoel, stabieler gedrag kan bekomen worden bij de frequenties in de buurt van de M_s voor elke versterking.



Figuur 31: Magnitudeplot van de sensitiviteitsfunctie met P-regelaar voor het ontwerpmodel

3.1.3.3 PI-regelaar: evaluatiemodel

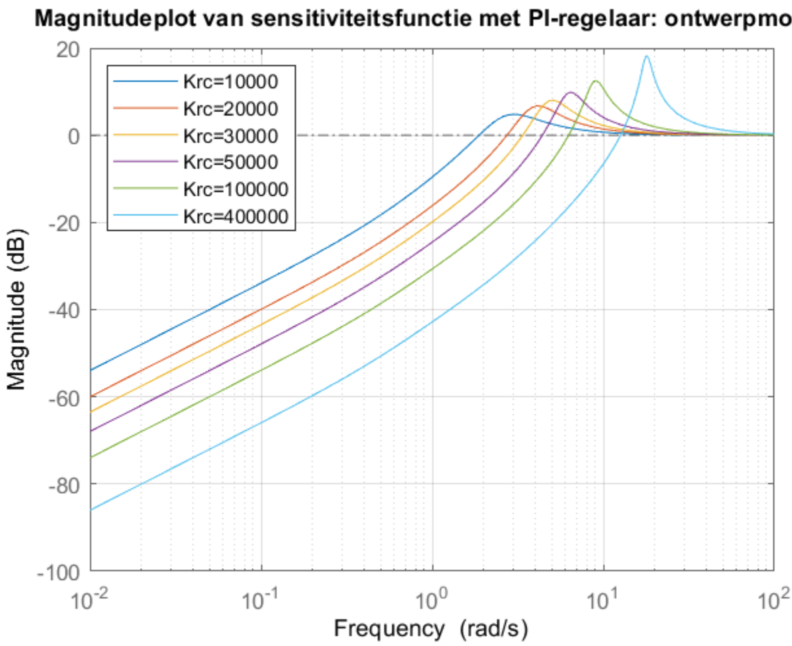
Het verschil met het evaluatiemodel van de P-regelaar voor de PI-regelaar is dat de sensitiviteit blijft dalen bij dalende frequenties. Dit wilt zeggen dat de PI-regelaar voor dalende frequenties de procesruis beter kan onderdrukken als de P-regelaar en bijgevolg het referentie signaal beter kan volgen. Merkwaardig is dat een $K_{rc} = 400000$, de M_s lichtjes lager is dan voor een $K_{rc} = 100000$. Dus voor frequenties nabij de M_s zal het systeem met een hogere K_{rc} net iets stabieler zijn dan met een lagere K_{rc} waarde.



Figuur 32: Magnitudeplot van de sensitiviteitsfunctie met PI-regelaar voor het evaluatiemodel

3.1.3.4 PI-regelaar: ontwerpmodel

Dezelfde dalende trend voor lagere frequenties kan worden geobserveerd voor het ontwerpmodel.

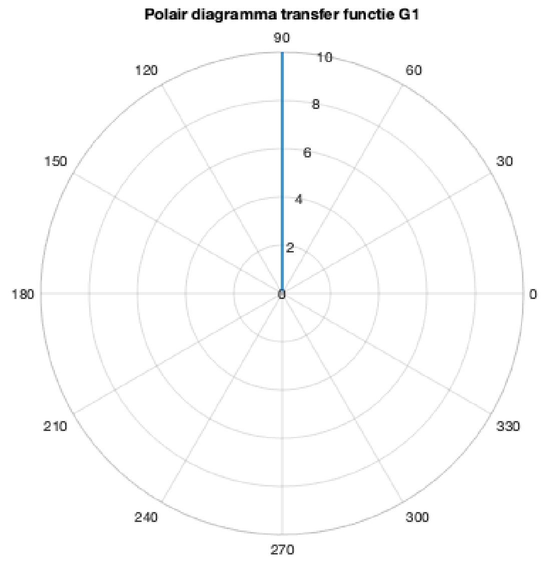


Figuur 33: Magnitudeplot van de sensitiviteitsfunctie met PI-regelaar voor het ontwerpmodel

3.2 Pooldiagramma

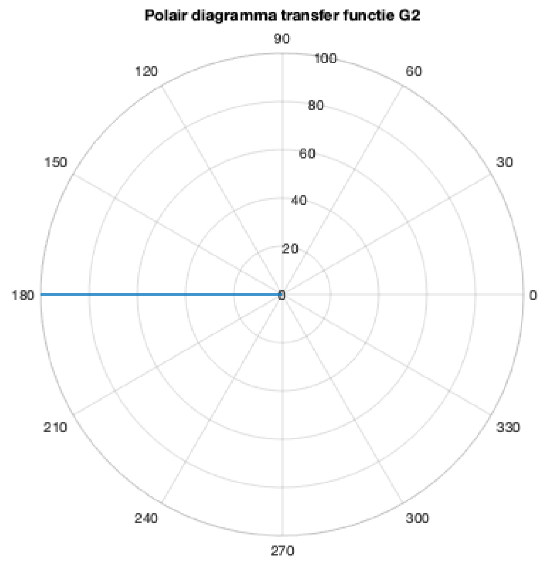
Een Bode-diagramma kan worden aangewend om de frequentieresponsie van een lineair systeem dynamisch weer te geven. Het nadeel van een Bode-diagramma is echter dat het is opgesplits in twee grafieken: de magnitudeplot en de faseplot. De twee kunnen echter samengebracht worden in één grafiek, een pooldiagramma. Van de onderstaande transfersfuncties werd de biodiagramma berekend met behulp van Matlab.

3.2.1 $G_1(s) = s$



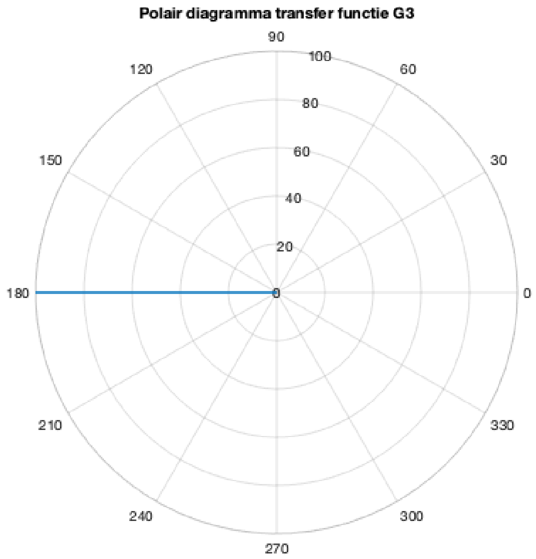
Figuur 34: Polair diagramma van transferfunctie 1

3.2.2 $G_2(s) = s^2$



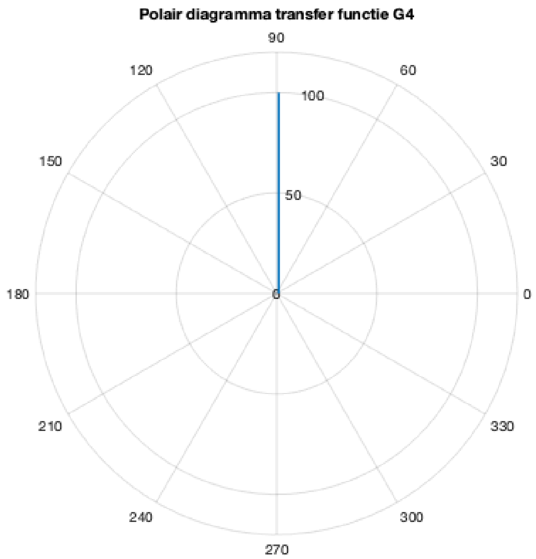
Figuur 35: Polair diagramma van transferfunctie 2

3.2.3 $G_3(s) = \frac{1}{s^2}$



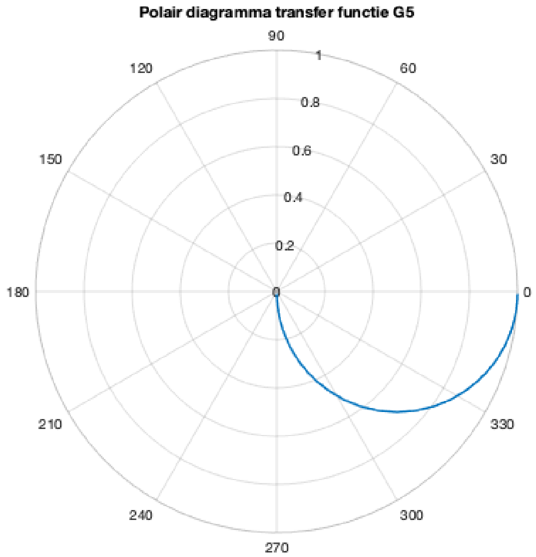
Figuur 36: Polair diagramma van transferfunctie 3

3.2.4 $G_4(s) = 1 + \tau s$



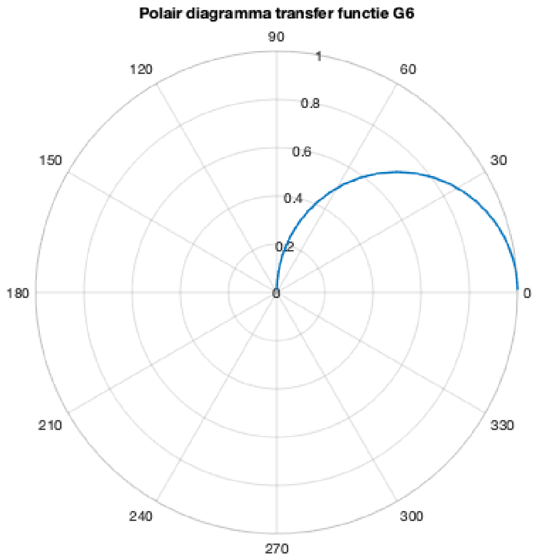
Figuur 37: Polair diagramma van transferfunctie 4

3.2.5 $G_5(s) = \frac{1}{1+\tau s}$



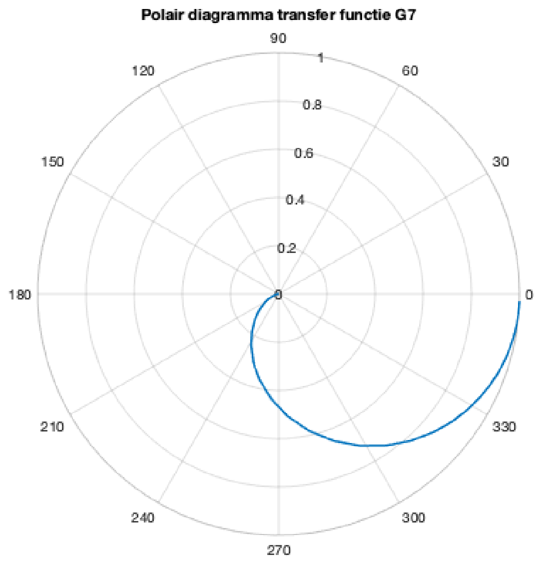
Figuur 38: Polair diagramma van transferfunctie 5

3.2.6 $G_6(s) = \frac{\tau s}{1+\tau s}$



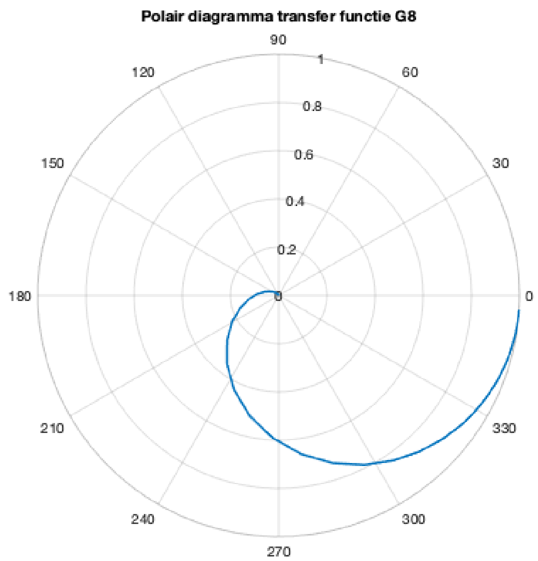
Figuur 39: Polair diagramma van transferfunctie 6

3.2.7 $G_7(s) = \frac{1}{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)}$



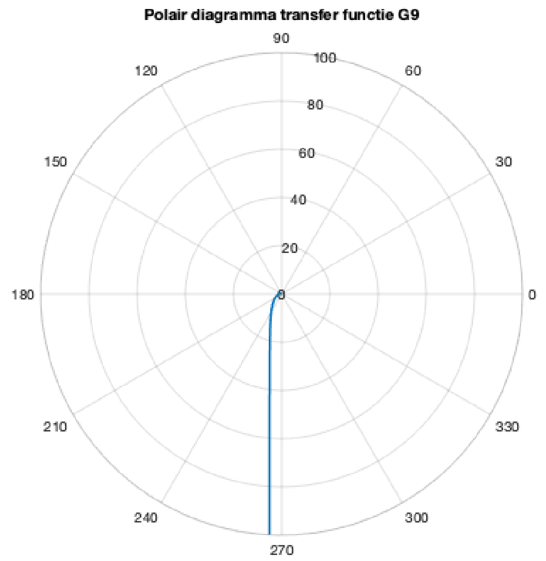
Figuur 40: Polair diagramma van transferfunctie 7

3.2.8 $G_8(s) = \frac{1}{(1+\tau_1 s)(1+\tau_2 s)(1+\tau_3 s)}$



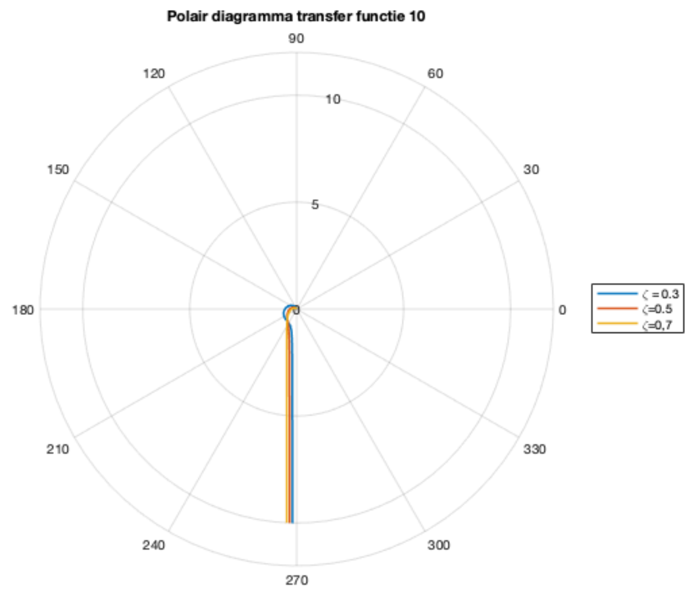
Figuur 41: Polair diagramma van transferfunctie 8

3.2.9 $G_9(s) = \frac{1+\tau_1 s}{s(1+\tau_2 s)(1+\tau_3 s)}$



Figuur 42: Polair diagramma van transferfunctie 9

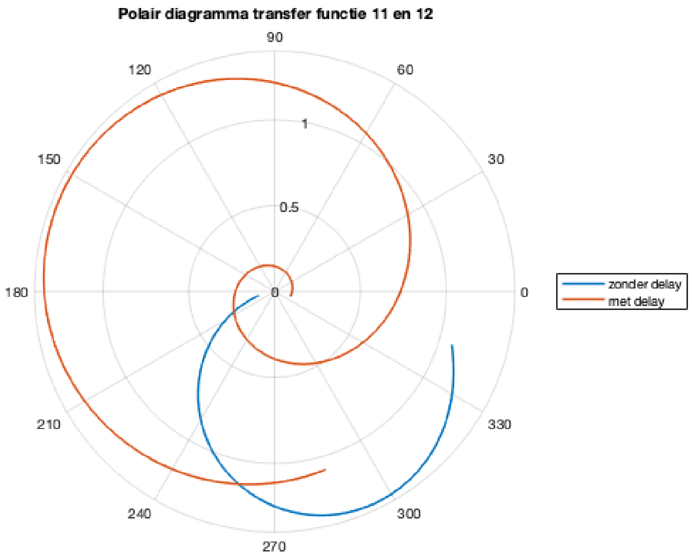
3.2.10 $G_{10}(s) = \frac{\omega_n^2}{s(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$



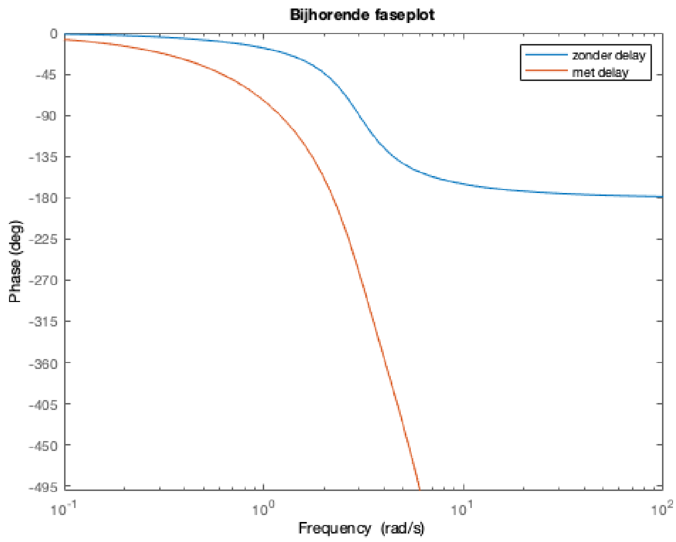
Figuur 43: Polair diagramma van transferfunctie 10

3.3 Dode tijd pooldiagramma

3.3.1 $G_11(s) = \frac{\omega_n^2}{(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$ en $G_12(s) = \frac{\omega_n^2 e^{-sT_d}}{(s^2+2\zeta\omega_n s+\omega_n^2)}$



Figuur 44: Polair diagramma van transferfunctie 11 en 12



Figuur 45: Faseplot bijhorende bij transferfunctie 11 en 12

4 Matlab code

```
%% Portfolio: Identificatie en controle van biotechnische processen

%% Simulatie van het dynamisch gedrag van de soleno deklep zonder positieregeling (zonder negatieve terugkoppeling)
close all
clear all
clc
% Parameterwaarden voor de soleno dklep
Cd = 0.64;
da1 = 0.05;    %[m]
Ps = 200000;   %[Pa]
rho = 1000;    %[kg/m^3]
m = 0.125;     %[kg]
k = 0.20;      %[N/m]
L = 0.06;      %[H]
R = 4;         %[Ohm]
Kc = 4*10^-4;  %[N/A]
c = [0.4 0.15 0.15]; %[Ns/m]
Ke = [0 0 500]; %[Vs/m]
Ca1 = Cd*pi*da1*sqrt(Ps*(2/rho));

% Toestandsvorm: klepstand voor zowel evaluatie- als ontwerpmodel
figure(1)
xlabel('Tijd (s)')
ylabel('Klepstand (m)')
title('Klepstand van de soleno dklep zonder positieregelaar')
t1 = 0:0.001:10; %[s]
vin = [zeros(1,(length(t1)-1)*0.2) 4*ones(1,((length(t1)-1)*0.8)+1)]; %[V]
vruis = [-1*ones(1,length(t1))]; %[V]
v = vin + vruis; %[V]
for i = 1:3 %for-loop voor evaluatiemodel
    A = [0 1 0; -k/m -c(i)/m Kc/m; 0 -Ke(i)/L -R/L]; %Toestandsmatrix
    B = [0;0;1/L]; %Inputmatrix
    C = [1 0 0; Ca1 0 0]; %Outputmatrix
    D = []; %Doorkoppelmatrix
    sys1 = ss(A,B,C,D);
    [y,t1]= lsim(sys1,v,t1);
    hold on
    plot(t1,y(:,1))
    P_evaluatie{i} = pole(sys1);
end
for i=1:3 %for-loop voor ontwerpmodel
    E = [0 1; -k/m -((Kc*Ke(i))/(m*R))-(c(i)/m)]; %Toestandsmatrix
    F = [0;Kc/(m*R)]; %Inputmatrix
    G = [1 0 ; Ca1 0 ]; %Outputmatrix
    H = []; %Doorkoppelmatrix
    sys2 = ss(E,F,G,H);
    [Y,t1]= lsim(sys2,v,t1);
    hold on
    plot(t1,Y(:,1),'--')
    P_ontwerp{i} = pole(sys2);
end
legend('evaluatie: c=0.4 Ke=0','evaluatie: c=0.15 Ke=0','evaluatie: c=0.15 Ke=500','ontwerp: c=0.4 Ke=0','ontwerp: c=0.15 Ke=0','ontwerp: c=0.15 Ke=500','Location','southeast')

```

```
% Toestandsvorm: Debiet voor zowel evaluatie- als ontwerpmodel
figure(2)
xlabel('Tijd (s)')
ylabel('Debiet (m^3/s)')
title('Debiet zonder positieregelaar')
t1 = 0:0.001:10; %[s]
vin = [zeros(1,(length(t1)-1)*0.2) 4*ones(1,((length(t1)-1)*0.8)+1)]; %[V]
vruis = [-1*ones(1,length(t1))]; %[V]
v = vin + vruis; %[V]
for i = 1:3 %for-loop voor evaluatiemodel
    A = [0 1 0; -k/m -c(i)/m Kc/m; 0 -Ke(i)/L -R/L]; %Toestandsmatrix
    B = [0;0;1/L]; %Inputmatrix
    C = [1 0 0; Ca1 0 0]; %Outputmatrix
    D = []; %Doorkoppelmatrix
    sys1 = ss(A,B,C,D);
    [y,t1]= lsim(sys1,v,t1);
    hold on
    plot(t1,y(:,2)+ 0.003*Ca1)
end
for i=1:3 %for-loop voor ontwerpmodel
    E = [0 1; -k/m -((Kc*Ke(i))/(m*R))-(c(i)/m)]; %Toestandsmatrix
    F = [0;Kc/(m*R)]; %Inputmatrix
    G = [1 0 ; Ca1 0 ]; %Outputmatrix
    H = []; %Doorkoppelmatrix
    sys2 = ss(E,F,G,H);
    [Y,t1]= lsim(sys2,v,t1);
    hold on
    plot(t1,Y(:,2)+ 0.003*Ca1,'--')
end
legend('evaluatie: c=0.4 Ke=0','evaluatie: c=0.15 Ke=0','evaluatie: c=0.15 Ke=500','ontwerp: c=0.4 Ke=0','ontwerp: c=0.15 Ke=0','ontwerp: c=0.15 Ke=500','Location','southeast')
%% Simulatie van het dynamisch gedrag van de soleno  dklep met positieregeling voor de mechanische spoel: P-regelaar
close all
clear all
clc
% Parameterwaarden voor de soleno  dklep
Cd = 0.64;
da1 = 0.05;   %[m]
Ps = 200000;  %[Pa]
rho = 1000;   %[kg/m^3]
m = 0.125;    %[kg]
k = 0.20;     %[N/m]
L = 0.06;     %[H]
R = 4;        %[Ohm]
Kc = 4*10^-4; %[N/A]
c = 0.4;      %[Ns/m]
Ke = 0;       %[Vs/m]
Ca1 = Cd*pi*da1*sqrt(Ps*(2/rho));
Krc = [10000 20000 30000 50000 100000 400000]; %[V/m] Variabele versterkingsparameter van de P-regelaar

% Toestandsvorm: klepstand voor zowel evaluatie- als ontwerpmodel
t1 = 0:0.001:10; %[s]
vruis = [-1*ones(1,length(t1))];
xref = [zeros(1,(length(t1)-1)*0.2) 0.002*ones(1,((length(t1)-1)*0.8)+1)]; %[m] referentiewaarde van de klep (gewenste positie van de soleno  dklep)%[V]
```

```
v = [xref; vruis]; %[V]
for i = 1:6 %for-loop voor evaluatiemodel
    A = [0 1 0; -k/m -c/m Kc/m; -Krc(i)/L -Ke/L -R/L]; %Toestandsmatrix
    B = [0 0;0 0; Krc(i)/L 1/L]; %Inputmatrix
    C = [1 0 0]; %Outputmatrix
    D = []; %Doorkoppelmatrix
    sys1 = ss(A,B,C,D);
    [y,t1]= lsim(sys1,v,t1);
    if i == 6
        figure(2)
        plot(t1,y(:,1))
        legend('evaluatie: Krc=400000','Location','southwest')
    else
        figure(1)
        plot(t1,y(:,1))
        hold on
    end
    P_evaluatie{i} = pole(sys1);
end
for i=1:6 %for-loop voor ontwerpmodel
    E = [0 1; (-k/m)-((Kc*Krc(i))/(m*R)) -((Kc*Ke)/(m*R))-(c/m)]; %Toestandsmatrix
    F = [0 0;(Kc*Krc(i))/(m*R) Kc/(m*R)]; %Inputmatrix
    G = [1 0]; %Outputmatrix
    H = []; %Doorkoppelmatrix
    sys2 = ss(E,F,G,H);
    [Y,t1]= lsim(sys2,v,t1);
    if i == 6
        figure(3)
        plot(t1,Y(:,1),'--')
        legend('ontwerp: Krc=400000','Location','southeast')
    else
        figure(1)
        plot(t1,Y(:,1),'--')
        hold on
    end
    P_ontwerp{i} = pole(sys2);
end
figure(1)
xlabel('Tijd (s)')
ylabel('Klepstand (m)')
title('Klepstand van de soleno  dklep met P-regelaar')
legend({'evaluatie: Krc=10000','evaluatie: Krc=20000','evaluatie: Krc=30000','evaluatie: Krc=50000','evaluatie: Krc=100000','ontwerp: Krc=10000','ontwerp: Krc=20000','ontwerp: Krc=30000','ontwerp: Krc=50000','ontwerp: Krc=100000'},'Location','southeast','FontSize',8)
figure(2)
title('Klepstand van de soleno  dklep met P-regelaar')
xlabel('Tijd (s)')
ylabel('Klepstand (m)')
figure(3)
title('Klepstand van de soleno  dklep met P-regelaar')
xlabel('Tijd (s)')
ylabel('Klepstand (m)')
%% Simulatie van het dynamisch gedrag van de soleno  dklep met positieregeling voor de mechanische spoel: PI-regelaar
close all
clear all
clc
```

```
% Parameterwaarden voor de soleno  dklep
Cd = 0.64;
da1 = 0.05;    %[m]
Ps = 200000;   %[Pa]
rho = 1000;    %[kg/m^3]
m = 0.125;     %[kg]
k = 0.20;      %[N/m]
L = 0.06;      %[H]
R = 4;         %[Ohm]
Kc = 4*10^-4;  %[N/A]
c = 0.4;       %[Ns/m]
Ke = 0;        %[Vs/m]
Ca1 = Cd*pi*da1*sqrt(Ps*(2/rho));
Krc = 20000; %[V/m]
Ti = [0.5 1 1.5 2]; %[s] integratietijd

% Toestandsvorm: klepstand voor zowel evaluatie- als ontwerpmodel
figure(1)
xlabel('Tijd (s)')
ylabel('Klepstand (m)')
title('Klepstand van de soleno  dklep met PI-regelaar')
t1 = 0:0.001:10; %[s]
vruis = [-1*ones(1,length(t1))];
xref = [zeros(1,(length(t1)-1)*0.2) 0.002*ones(1,((length(t1)-1)*0.8)+1)]; %[m] referentiewaarde van de klep (gewenste positie van de soleno  dklep)%[V]
v = [xref; vruis]; %[V]
for i = 1:4 %for-loop voor evaluatiemodel
    A = [0 1 0 0; -k/m -c/m Kc/m 0; 0 -Ke/L -R/L 1/L; -Krc/Ti(i) -Krc 0 0]; %Toestandsmatrix
    B = [0 0; 0 0; 0 1/L; Krc/Ti(i) 0]; %Inputmatrix
    C = [1 0 0 0]; %Outputmatrix
    D = []; %Doorkoppelmatrix
    sys1 = ss(A,B,C,D);
    [y,t1]= lsim(sys1,v,t1);
    hold on
    plot(t1,y(:,1))
    P_evaluatie{i} = pole(sys1);
end

for i=1:4 %for-loop voor ontwerpmodel
    E = [0 1 0; (-k/m) -((Kc*Ke)/(m*R))-(c/m) Kc/(m*R); -Krc/Ti(i) -Krc 0]; %Toestandsmatrix
    F = [0 0; 0 Kc/(m*R); Krc/Ti(i) 0]; %Inputmatrix
    G = [1 0 0]; %Outputmatrix
    H = []; %Doorkoppelmatrix
    sys2 = ss(E,F,G,H);
    [Y,t1]= lsim(sys2,v,t1);
    hold on
    plot(t1,Y(:,1),'--')
    P_ontwerp{i} = pole(sys2);
end
legend('evaluatie: Ti=0.5','evaluatie: Ti=1','evaluatie: Ti=1.5','evaluatie: Ti=2','ontwerp: Ti=0.5','ontwerp: Ti=1','ontwerp: Ti=1.5','ontwerp: Ti=2','Location','southeast')

%% Poolbanen van 4 verschillende transferfuncties
close all
clear all
clc
```

```
% Transferfunctie 1
G1 = tf([1 1],[1 4 6 4 0]);
% plot van polen en nulpunten
figure(1)
pzplot(G1)
title('Polen (x) en nulpunten (o) transferfunctie 1')
xlabel('Re le as')
ylabel('Imaginaire as')
% plot van poolbanen
figure(2)
rlocus(G1)
xlabel('Re le as')
ylabel('Imaginaire as')
title('Poolbanen van transferfunctie 1')

% Transferfunctie 2
G2 = tf([1],[1 4]);
% plot van polen en nulpunten
figure(3)
pzplot(G2)
title('Polen (x) en nulpunten (o) transferfunctie 2')
xlabel('Re le as')
ylabel('Imaginaire as')
% plot van poolbanen
figure(4)
rlocus(G2)
xlabel('Re le as')
ylabel('Imaginaire as')
title('Poolbanen van transferfunctie 2')

% Transferfunctie 3
G3 = tf([1],[1 40 300 0]);
% plot van polen en nulpunten
figure(5)
pzplot(G3)
title('Polen (x) en nulpunten (o) transferfunctie 3')
xlabel('Re le as')
ylabel('Imaginaire as')
% plot van poolbanen
figure(6)
rlocus(G3)
xlabel('Re le as')
ylabel('Imaginaire as')
title('Poolbanen van transferfunctie 3')

% Transferfunctie 4
G4 = tf([1 3],[1 3 2]);
% plot van polen en nulpunten
figure(7)
pzplot(G4)
title('Polen (x) en nulpunten (o) transferfunctie 4')
xlabel('Re le as')
ylabel('Imaginaire as')
% plot van poolbanen
figure(8)
rlocus(G4)
xlabel('Re le as')
ylabel('Imaginaire as')
title('Poolbanen van transferfunctie 4')
%% Poolbanen van de gesloten-kring transferfunctie van de
    soleno dklep in functie van de versterking Krc
```

```
close all
clear all
clc
% Parameterwaarden voor de soleno  dklep
Cd = 0.64;
da1 = 0.05;   %[m]
Ps = 200000;  %[Pa]
rho = 1000;   %[kg/m^3]
m = 0.125;    %[kg]
k = 0.20;     %[N/m]
L = 0.06;     %[H]
R = 4;        %[Ohm]
Kc = 4*10^-4; %[N/A]
c = 0.4;      %[Ns/m]
Ke = 0;       %[Vs/m]

% Gesloten-kring systeem met P-regelaar: evaluatiemodel
t1 = 0:0.001:10; %[s]
vruis = [-1*ones(1,length(t1))];
xref = [zeros(1,(length(t1)-1)*0.2) 0.002*ones(1,((length(t1)-1)*0.8)+1)]; %[m] referentiewaarde van de klep (gewenste positie van de soleno  dklep)%[V]
v = [xref; vruis]; %[V]
A = [0 1 0; -k/m -c/m Kc/m; 0 -Ke/L -R/L]; %Toestandsmatrix
B = [0;0;1/L]; %Inputmatrix
C = [1 0 0]; %Outputmatrix
D = []; %Doorkoppelmatrix
sys1 = ss(A,B,C,D);
G1 = tf(sys1); %Transferfunctie van het proces: G1 = Gp
Polen{1} = pole(sys1); %Berekent de polen van G1 (zijn dezelfe polen voor Go (open-kring)) en voor Krc 0 = zijn dit de gesloten-kring polen -> startpunten op de poolbaan
figure(1)
rlocus(G1)
xlabel('Re  le as')
ylabel('Imaginaire as')
title('Poolbanen van gesloten-kring systeem met P-regelaar: evaluatiemodel')
figure(2)
rlocus(G1)
xlim([-4,1])
ylim([-20,20])
xlabel('Re  le as')
ylabel('Imaginaire as')
title('Poolbanen van gesloten-kring systeem met P-regelaar: evaluatiemodel')

% Gesloten-kring systeem met P-regelaar: ontwerpmodel
t1 = 0:0.001:10; %[s]
vruis = [-1*ones(1,length(t1))];
xref = [zeros(1,(length(t1)-1)*0.2) 0.002*ones(1,((length(t1)-1)*0.8)+1)]; %[m] referentiewaarde van de klep (gewenste positie van de soleno  dklep)%[V]
v = [xref; vruis]; %[V]
A = [0 1; -k/m -((Kc*Ke)/(m*R))-(c/m)]; %Toestandsmatrix
B = [0;Kc/(m*R)]; %Inputmatrix
C = [1 0]; %Outputmatrix
D = []; %Doorkoppelmatrix
sys2 = ss(A,B,C,D);
G2 = tf(sys2); %Transferfunctie van het proces: G2 = Gp
Polen{2} = pole(sys2);
```

```
figure(3)
rlocus(G2)
xlabel('Re  le as')
ylabel('Imaginaire as')
title('Poolbanen van gesloten-kring systeem met P-regelaar: ontwerpmodel')

% Gesloten-kring systeem met PI-regelaar: evaluatiemodel
t1 = 0:0.001:10; %[s]
vruis = [-1*ones(1,length(t1))];
xref = [zeros(1,(length(t1)-1)*0.2) 0.002*ones(1,((length(t1)-1)*0.8)+1)]; %[m] referentiewaarde van de klep (gewenste positie van de soleno  dklep)%[V]
v = [xref; vruis]; %[V]
A = [0 1 0; -k/m -c/m Kc/m; 0 -Ke/L -R/L]; %Toestandsmatrix
B = [0;0;1/L]; %Inputmatrix
C = [1 0 0]; %Outputmatrix
D = []; %Doorkoppelmatrix
sys3 = ss(A,B,C,D);
G3 = tf([1 1],[1 0])*tf(sys3); %Transferfunctie van het proces vermenigvuldigd met transferfunctie van de PI-regelaar zonder Krc zodat Go = Krc*(1/(Ti*s))*Gp = Krc*G3
Polen{3} = pole(sys3);
figure(4)
rlocus(G3)
xlabel('Re  le as')
ylabel('Imaginaire as')
title('Poolbanen van gesloten-kring systeem met PI-regelaar: evaluatiemodel')
figure(5)
rlocus(G3)
xlim([-4,1])
ylim([-15,15])
xlabel('Re  le as')
ylabel('Imaginaire as')
title('Poolbanen van gesloten-kring systeem met P-regelaar: evaluatiemodel')

% Gesloten-kring systeem met PI-regelaar: ontwerpmodel
t1 = 0:0.001:10; %[s]
vruis = [-1*ones(1,length(t1))];
xref = [zeros(1,(length(t1)-1)*0.2) 0.002*ones(1,((length(t1)-1)*0.8)+1)]; %[m] referentiewaarde van de klep (gewenste positie van de soleno  dklep)%[V]
v = [xref; vruis]; %[V]
A = [0 1; -k/m -((Kc*Ke)/(m*R))-(c/m)]; %Toestandsmatrix
B = [0;Kc/(m*R)]; %Inputmatrix
C = [1 0]; %Outputmatrix
D = []; %Doorkoppelmatrix
sys4 = ss(A,B,C,D);
G4 = tf([1 1],[1 0])*tf(sys4);  %Transferfunctie van het proces vermenigvuldigd met transferfunctie van de PI-regelaar zonder Krc zodat Go = Krc*(1/(Ti*s))*Gp = Krc*G4
Polen{4} = pole(sys4);
figure(6)
rlocus(G4)
xlabel('Re  le as')
ylabel('Imaginaire as')
title('Poolbanen van gesloten-kring systeem met PI-regelaar: ontwerpmodel')

```

```
%% Bodediagramma's van de transferfuncties van de soleno dklep:
    evaluatiemodel
close all
clear all
clc
% Parameterwaarden voor de soleno  dklep
Cd = 0.64;
da1 = 0.05;    %[m]
Ps = 200000;   %[Pa]
rho = 1000;    %[kg/m^3]
m = 0.125;     %[kg]
k = 0.20;      %[N/m]
L = 0.06;      %[H]
R = 4;         %[Ohm]
Kc = 4*10^-4;  %[N/A]
c = 0.4;       %[Ns/m]
Ke = 0;        %[Vs/m]
Krc = [10000 20000 30000 50000 100000 400000]; %[V/m] Variabele
    versterkingsparameter van de P-regelaar
Ti = 1;        %[s] integratietijd

% Evaluatiemodel
TF_evP = cell(1,3);  % Opslaan van de transferfuncties in een cell
    voor P-regelaar
TF_evPI = cell(1,3); % Opslaan van de transferfuncties in een cell
    voor PI-regelaar
A = [0 1 0; -k/m -c/m Kc/m; 0 -Ke/L -R/L]; %Toestandsmatrix
B = [0;0;1/L]; %Inputmatrix
C = [1 0 0]; %Outputmatrix
D = []; %Doorkoppelmatrix
sys1 = ss(A,B,C,D);
Gp = tf(sys1);
for i = 1:length(Krc)
    Gr_P = tf([Krc(i)],[1]);
    G0_P = Gp*Gr_P;
    [Gm_evP(i),Pm_evP(i),Wg_evP(i),Wp_evP(i)] = margin(G0_P);
    TF_evP{1,i} = G0_P;
    Gt_P = G0_P/(1+G0_P);
    TF_evP{2,i} = Gt_P;
    S_P= 1/(1+G0_P);
    TF_evP{3,i} = S_P;
    s = tf('s');
    Gr_PI = Krc(i)*(1+(1/(Ti*s)));
    G0_PI = Gp*Gr_PI;
    [Gm_evPI(i),Pm_evPI(i),Wg_evPI(i),Wp_evPI(i)] = margin(G0_PI);
    TF_evPI{1,i} = G0_PI;
    Gt_PI = G0_PI/(1+G0_PI);
    TF_evPI{2,i} = Gt_PI;
    S_PI= 1/(1+G0_PI);
    TF_evPI{3,i} = S_PI;
end

% Open-kring transferfunctie: evaluatie en P-regelaar
figure(1)
hold on
for i = 1:length(Krc)
    margin(TF_evP{1,i})
end
grid on
title('Bode-diagramma van open-kring transferfunctie met P-regelaar
    : evaluatiemodel')
```

```
legend({'Krc=10000','Krc=20000','Krc=30000','Krc=50000','Krc=100000','Krc=400000'},'Location','southwest','FontSize',8)

% Gesloten-kring transferfunctie: evaluatie en P-regelaar
figure(2)
hold on
for i = 1:length(Krc)
    bodemag(TF_evP{2,i})
end
grid on
title('Magnitudeplot van gesloten-kring transferfunctie met P-regelaar: evaluatiemodel')
legend('Krc=10000','Krc=20000','Krc=30000','Krc=50000','Krc=100000','Krc=400000','Location','southwest')

% Sensitiviteitsfunctie: evaluatie en P-regelaar
figure(3)
hold on
for i = 1:length(Krc)
    bodemag(TF_evP{3,i})
end
grid on
title('Magnitudeplot van sensitiviteitsfunctie met P-regelaar: evaluatiemodel')
legend('Krc=10000','Krc=20000','Krc=30000','Krc=50000','Krc=100000','Krc=400000','Location','southeast')

% Open-kring transferfunctie: evaluatie en PI-regelaar
figure(4)
hold on
for i = 1:length(Krc)
    margin(TF_evPI{1,i})
end
grid on
title('Bode-diagramma van open-kring transferfunctie met PI-regelaar: evaluatiemodel')
legend({'Krc=10000','Krc=20000','Krc=30000','Krc=50000','Krc=100000','Krc=400000'},'Location','southwest','FontSize',8)

% Gesloten-kring transferfunctie: evaluatie en PI-regelaar
figure(5)
hold on
for i = 1:length(Krc)
    bodemag(TF_evPI{2,i})
end
grid on
title('Magnitudeplot van gesloten-kring transferfunctie met PI-regelaar: evaluatiemodel')
legend('Krc=10000','Krc=20000','Krc=30000','Krc=50000','Krc=100000','Krc=400000','Location','southwest')

% Sensitiviteitsfunctie: evaluatie en PI-regelaar
figure(6)
hold on
for i = 1:length(Krc)
    bodemag(TF_evPI{3,i})
end
grid on
title('Magnitudeplot van sensitiviteitsfunctie met PI-regelaar: evaluatiemodel')
```

```
legend('Krc=10000','Krc=20000','Krc=30000','Krc=50000','Krc=100000'
    ,'Krc=400000','Location','southeast')

%% Bodediagramma's van de transferfuncties van de soleno dklep:
    ontwerpmodel
close all
%clear all
%clc
% Parameterwaarden voor de soleno  dklep
Cd = 0.64;
da1 = 0.05;   %[m]
Ps = 200000;  %[Pa]
rho = 1000;   %[kg/m^3]
m = 0.125;    %[kg]
k = 0.20;     %[N/m]
L = 0.06;     %[H]
R = 4;        %[Ohm]
Kc = 4*10^-4; %[N/A]
c = 0.4;      %[Ns/m]
Ke = 0;       %[Vs/m]
Krc = [10000 20000 30000 50000 100000 400000]; %[V/m] Variabele
    versterkingsparameter van de P-regelaar
Ti = 1;       %[s] integratietijd

% Ontwerpmodel
TF_ontP = cell(1,3);  % Opslaan van de transferfuncties in een cell
     voor P-regelaar
TF_ontPI = cell(1,3); % Opslaan van de transferfuncties in een cell
     voor PI-regelaar
E = [0 1; -k/m -((Kc*Ke)/(m*R))-(c/m)]; %Toestandsmatrix
F = [0;Kc/(m*R)]; %Inputmatrix
G = [1 0]; %Outputmatrix
H = []; %Doorkoppelmatrix
sys2 = ss(E,F,G,H);
Gp = tf(sys2);
for i = 1:length(Krc)
    Gr_P = tf([Krc(i)],[1]);
    G0_P = Gp*Gr_P;
    [Gm_ontP(i),Pm_ontP(i),Wg_ontP(i),Wp_ontP(i)] = margin(G0_P);
    TF_ontP{1,i} = G0_P;
    Gt_P = G0_P/(1+G0_P);
    TF_ontP{2,i} = Gt_P;
    S_P= 1/(1+G0_P);
    TF_ontP{3,i} = S_P;
    s = tf('s');
    Gr_PI = Krc(i)*(1+(1/(Ti*s)));
    G0_PI = Gp*Gr_PI;
    [Gm_ontPI(i),Pm_ontPI(i),Wg_ontPI(i),Wp_ontPI(i)] = margin(
        G0_PI);
    TF_ontPI{1,i} = G0_PI;
    Gt_PI = G0_PI/(1+G0_PI);
    TF_ontPI{2,i} = Gt_PI;
    S_PI= 1/(1+G0_PI);
    TF_ontPI{3,i} = S_PI;
end

% Open-kring transferfunctie: ontwerp en P-regelaar
figure(1)
hold on
for i = 1:length(Krc)
    margin(TF_ontP{1,i})
```

```
end
grid on
title('Bode-diagramma van open-kring transferfunctie met P-regelaar
    : ontwerpmodel')
legend({'Krc=10000','Krc=20000','Krc=30000','Krc=50000','Krc=100000
    ','Krc=400000'},'Location','southwest','FontSize',8)

% Gesloten-kring transferfunctie: ontwerp en P-regelaar
figure(2)
hold on
for i = 1:length(Krc)
    bodemag(TF_ontP{2,i})
end
grid on
title('Magnitudeplot van gesloten-kring transferfunctie met P-
    regelaar: ontwerpmodel')
legend('Krc=10000','Krc=20000','Krc=30000','Krc=50000','Krc=100000'
    ,'Krc=400000','Location','southwest')

% Sensitiviteitsfunctie: ontwerp en P-regelaar
figure(3)
hold on
for i = 1:length(Krc)
    bodemag(TF_ontP{3,i})
end
grid on
title('Magnitudeplot van sensitiviteitsfunctie met P-regelaar:
    ontwerpmodel')
legend('Krc=10000','Krc=20000','Krc=30000','Krc=50000','Krc=100000'
    ,'Krc=400000','Location','southeast')

% Open-kring transferfunctie: ontwerp en PI-regelaar
figure(4)
hold on
for i = 1:length(Krc)
    margin(TF_ontPI{1,i})
end
grid on
title('Bode-diagramma van open-kring transferfunctie met PI-
    regelaar: ontwerpmodel')
legend({'Krc=10000','Krc=20000','Krc=30000','Krc=50000','Krc=100000
    ','Krc=400000'},'Location','southwest','FontSize',8)

% Gesloten-kring transferfunctie: ontwerp en PI-regelaar
figure(5)
hold on
for i = 1:length(Krc)
    bodemag(TF_ontPI{2,i})
end
grid on
title('Magnitudeplot van gesloten-kring transferfunctie met PI-
    regelaar: ontwerpmodel')
legend('Krc=10000','Krc=20000','Krc=30000','Krc=50000','Krc=100000'
    ,'Krc=400000','Location','southwest')

% Sensitiviteitsfunctie: ontwerp en PI-regelaar
figure(6)
hold on
for i = 1:length(Krc)
    bodemag(TF_ontPI{3,i})
end
```

```
grid on
title('Magnitudeplot van sensitiviteitsfunctie met PI-regelaar: ontwerpmodel')
legend('Krc=10000','Krc=20000','Krc=30000','Krc=50000','Krc=100000','Krc=400000','Location','southeast')

%% Polair diagramma van transferfuncties
close all
clear all
clc

tau1 = 1
tau2 = 2
tau3 = 3

% transferfuncties defini ren
num1 = [1,0]; den1 = [1];G1=tf(num1,den1); G{1} = G1;
num2 = [1,0,0]; den2 = [1];G2=tf(num2,den2); G{2} = G2;
num3 = [1]; den3 = [1,0,0];G3=tf(num3,den3); G{3} = G3;
num4 = [tau1,1]; den4 = [1];G4=tf(num4,den4); G{4} = G4;
num5 = [1]; den5 = [tau1,1];G5=tf(num5,den5); G{5} = G5;
num6 = [tau1,0]; den6 = [tau1,1];G6=tf(num6,den6); G{6} = G6;
num7 = [1]; den7 = [tau1*tau2,(tau1+tau2),1];G7=tf(num7,den7); G{7} = G7;
num8 = [1]; den8 = [tau1*tau2*tau3,(tau3*tau1)+(tau3*tau2)+(tau1*tau2),tau3+tau1+tau2,1];G8=tf(num8,den8); G{8} = G8;
num9 = [tau1,1]; den9 = [tau2*tau3,(tau2+tau3),1,0];G9=tf(num8,den9); G{9} = G9;

Polairdiagrammatransferfunction ={'Polair diagramma transfer functie G1','Polair diagramma transfer functie G2','Polair diagramma transfer functie G3','Polair diagramma transfer functie G4','Polair diagramma transfer functie G5','Polair diagramma transfer functie G6','Polair diagramma transfer functie G7','Polair diagramma transfer functie G8','Polair diagramma transfer functie G9'}

for i = 1:9
[MAG{i}, PHASE{i}]=bode(G{i});
PHASE{i} = squeeze(PHASE{i})/180 * pi;
MAG {i}= squeeze(MAG{i});
end

for i = 1:9
figure
polarplot(PHASE{i},MAG{i},'Linewidth',1.5);
title (Polairdiagrammatransferfunction{i});
end

% Polair diagramma tf 10 met w=3
z = [0.3 0.5 0.7]
for i = 1:3
G10=tf([9],[1, 2*z(i)*3, 9, 0]);
[MAG10, PHASE10]=bode(G10);
PHASE10 = PHASE10(1,:)/180 * pi;
MAG10= MAG10(1,:);
hold on
figure(10)
polarplot(PHASE10,MAG10,'Linewidth',1.5);
title ('Polair diagramma transfer functie 10');
end
```

```
legend('\zeta = 0.3','\zeta=0.5','\zeta=0,7')

% Polair diagramma tf 11 en tf 12 met z = 0.4 en w = 3
Td = 1
G11=tf([9],[1, 2*0.4*3, 9]);
G12= tf([9],[1, 2*0.4*3, 9],'InputDelay',Td);
w = logspace(0,1,1000)

%tf 11
[MAG11, PHASE11]=bode(G11,w);
PHASE11 = PHASE11(1,:)/180 * pi;
MAG11= MAG11(1,:);
hold on
figure(11)
polarplot(PHASE11,MAG11,'Linewidth',1.5);

%tf 12
[MAG12, PHASE12]=bode(G12,w);
PHASE12 = PHASE12(1,:)/180 * pi;
MAG12= MAG12(1,:);
hold on
figure(11)
polarplot(PHASE12,MAG12,'Linewidth',1.5);
title ('Polair diagramma transfer functie 11 en 12');

legend('zonder delay','met delay')

% bijhorende faseplot
figure (12)
hold on
h = bodeplot(G11);
setoptions(h,'MagVisible','off')
figure (12)
hold on
h = bodeplot(G12);
setoptions(h,'MagVisible','off')
title ('Bijhorende faseplot')
ylim([-500 0])
legend('zonder delay','met delay')
```