Aproximace inverzní dynamiky poddajného systému

Juraj Lieskovský

ČVUT - ústav mechaniky, biomechaniky a mechatroniky

5.2022

Kvadratické programování

$$
\begin{aligned}
\text{minimize:} \quad & \frac{1}{2}\boldsymbol{x}^T\boldsymbol{P}\boldsymbol{x} + \boldsymbol{q}^T\boldsymbol{x} \\
\text{subject to:} \quad & \boldsymbol{a} \leq \boldsymbol{A}\boldsymbol{x} \leq \boldsymbol{b}
\end{aligned}
$$

Přeaktuované - Pohybové rovnice

$$\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{\tau}\ , \quad \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{p} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}$$

$\boldsymbol{M}$ - matice hmotnosti

$\dot{\boldsymbol{v}}$ - vektor zrychlení

$\boldsymbol{c}$ - vektor účinků dostředivého a corriolisova zrychlení

$\boldsymbol{\tau}$ - silové účinky

$\boldsymbol{p}$ - pasivní silové účinky

$\boldsymbol{B}$ - manipulační matice

$\boldsymbol{u}$ - vektor vstupů

Přeaktuované - Optimizační Problém

- *optimalizované parametry*

$$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{u}$$

- členy *cílové funkce*

$$\boldsymbol{P} \equiv \boldsymbol{1}\ , \quad \boldsymbol{q} = \boldsymbol{0}$$

- členy *nerovnic přípustných řešení*

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{c} - \boldsymbol{p} \\ \boldsymbol{u}_{min} \end{bmatrix}\ , \quad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} \\ \boldsymbol{1} \end{bmatrix}\ , \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{c} - \boldsymbol{p} \\ \boldsymbol{u}_{max} \end{bmatrix}$$

Poddajné systémy - Pohybové Rovnice

$$\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{v}} + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{\tau} \; , \quad \boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{p} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}$$

Rozdělíme zrychlení na řízená zrychlení $\dot{\boldsymbol{v}}_c$ a poddajná zrychlení $\dot{\boldsymbol{v}}_s$. Stejně rozdělíme sloupce matice hmotnosti, což nám dovolí úpravu

$$\boldsymbol{M}\dot{\boldsymbol{v}} = \boldsymbol{M}_{:c}\dot{\boldsymbol{v}}_c + \boldsymbol{M}_{:s}\dot{\boldsymbol{v}}_s$$

Vektor pasivních silových účinků v kinematických dvojicích můžeme rozdělit na akumulační a disipační členy

$$\boldsymbol{p} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{q} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{v}$$

S výslednou pohybovou rovnicí

$$\boldsymbol{M}_{:c}\dot{\boldsymbol{v}}_c + \boldsymbol{M}_{:s}\dot{\boldsymbol{v}}_s + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{A}\boldsymbol{q} + \boldsymbol{D}\boldsymbol{v} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}$$

Poddajné systémy - Poddajnost

Vnímáme-li akumulační účinky v i-té kin. vazbě jako zobecněné síly způsobené deformací elementu MKP, kde uzlové posuvy jsou nahrazeny zobecněnými parametry $\boldsymbol{q}$

$$\boldsymbol{A}_i \boldsymbol{q}_i = \int_V \boldsymbol{N}_i^T \boldsymbol{\sigma}_i \, dV \ , \quad \boldsymbol{\sigma}_i = \boldsymbol{E}_i \varepsilon_i \ , \quad \varepsilon_i = \boldsymbol{N}_i \, \boldsymbol{q}_i$$

Poddajné systémy - Poddajnost

Když uvažujeme těleso jako tuhé, říkáme, že jeho odezva na změnu zatížení $\Delta\boldsymbol{\tau}$ je taková změna napětí $\Delta\boldsymbol{\sigma}$, která zamezí podstatné deformaci tělesa $\Delta\boldsymbol{\varepsilon} \approx \mathbf{0}$, $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} \approx \mathbf{0}$, $\ddot{\boldsymbol{\varepsilon}} \approx \mathbf{0}$

Budeme-li chtít zanedbat okamžitý vliv poddajnosti v pohybové rovnici (na úrovni zrychlení) dosadíme $\dot{\boldsymbol{v}}_s = \mathbf{0}$, jehož splnění bude zajištěno fiktivní změnou “poddajných” parametrů $\Delta\boldsymbol{q}_s$ ($\boldsymbol{\sigma} \propto \boldsymbol{q}_s$).

$$\boldsymbol{M}_{:c}\dot{\boldsymbol{v}}_c + \boldsymbol{c} = \boldsymbol{p} + \boldsymbol{A}_{:s}\Delta\boldsymbol{q}_s + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u}$$

Poddajné systémy - Optimalizační problém

- **Optimalizované parametry**
  mezi optimalizované parametry zařadíme i volná zrychlení

$$\boldsymbol{x} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{u} \\ \Delta \boldsymbol{q}_s \end{bmatrix}$$

- **Cílová funkce**

$$\boldsymbol{P} = \begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} , \quad \boldsymbol{q} = \mathbf{0}$$

Poddajné systémy - Optimalizační problém

- **Nerovnice přípustných řešení**

$$\boldsymbol{a} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_{eq} \\ \boldsymbol{u}_{min} \\ \boldsymbol{q}_{s_{min}} - \boldsymbol{q}_s \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{B} & \boldsymbol{A}_{:s} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{b} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{\tau}_{eq} \\ \boldsymbol{u}_{max} \\ \boldsymbol{q}_{s_{max}} - \boldsymbol{q}_s \end{bmatrix}$$

kde

$$\boldsymbol{\tau}_{eq} = \boldsymbol{M}_{:c}\dot{\boldsymbol{v}}_c + \boldsymbol{c} - \boldsymbol{p}$$

a

$$\boldsymbol{E}_i\boldsymbol{N}_i : \boldsymbol{q}_i \mapsto \boldsymbol{\sigma}_i$$

pomocí kterého můžeme stanovit $\boldsymbol{q}_{s_{min}}$ a $\boldsymbol{q}_{s_{max}}$

Jednoprutový mechanismus - Animace

Jednoprutový mechanismus - Graf