1 Základní pojmy optimalizace. Vysvětlit a popsat pojmy: cílová funkce, gradient, Hessova matice, optimalizační proměnné, lokální extrém a lokální optimalizace, globální extrém a globální optimalizace, jednokriteriální a vícekriteriální optimalizace, Pareto množina.

2 Simplexová (polytopová) optimalizační metoda – popis algoritmu.

3 Rosenbrockova optimalizační metoda – popis algoritmu.

4 Základní principy globální optimalizace pomocí genetických algoritmů.

5 Základní principy globální optimalizace pomocí simulovaného žíhání.

6 Kinematická syntéza převodových mechanismů (ilustrace na tříbodové a čtyřbodové syntéze klikového mechanismu).

3 body přesnosti

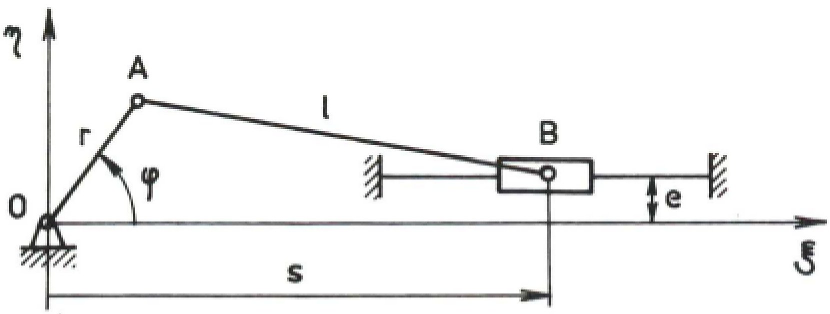
$$l^2 = (\xi_B - \xi_A)^2 + (\eta_B - \eta_A)^2 = s^2 + r^2\cos^2\varphi - 2r\cos\varphi + e^2 + r^2\sin^2\varphi - 2r\sin\varphi \tag{1}$$

upravíme na

$$2rs\cos\varphi + 2r\sin\varphi - \left(r^2 - l^2 + e^2\right) = s^2 \tag{2}$$

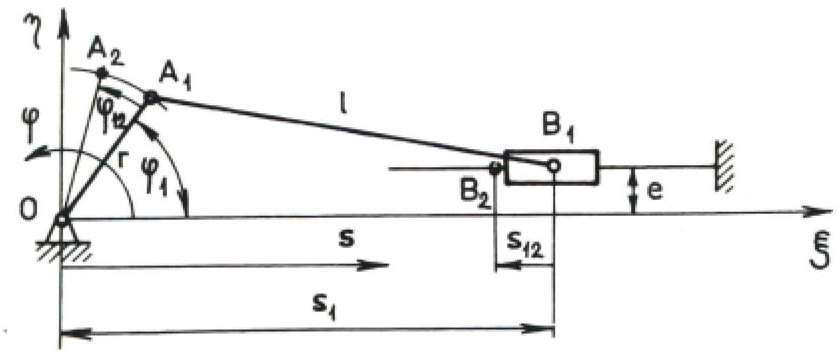
pomocné proměnné

$$b_1 = 2r \tag{3}$$
$$b_2 = 2re \tag{4}$$
$$b_3 = r^2 - 1^2 + e^2 \tag{5}$$



https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/242037/mod_resource/content/0/se_tremi.pdf

4 body přesnosti



https://moodle-vyuka.cvut.cz/pluginfile.php/242038/mod_resource/content/0/se_ctyrmi.pdf

7 Formulace cílové funkce a optimalizační úlohy syntézy vodícího čtyřkloubové mechanismu.

8 Kinematická syntéza vybraného prostorového mechanismu.

9 Obecné úlohy kinematické syntézy mechanismů s více stupni volnosti, optimalizace manipulovatelnosti a zástavbového prostoru (ilustrace na zvoleném příkladu).

Manipulovatelnost je definována jako

$$\boldsymbol{D} = \frac{1}{\mathrm{cond}(\boldsymbol{J})} \tag{6}$$

kde cond($\boldsymbol{J}$) je podmíněnost Jakobiho matice určující převod mezi rychlostí pohonů $\boldsymbol{v}_p$ a end-effektoru mechanismu $\boldsymbol{v}_e$.

$$\boldsymbol{v}_p = \boldsymbol{J}\boldsymbol{v}_e \tag{7}$$

a také určuje převod akčních sil $\boldsymbol{F}_p$ a sil působících na koncový bod $\boldsymbol{F}_e$

$$\boldsymbol{F}_e = \boldsymbol{J}^T\boldsymbol{F}_p \tag{8}$$

Podmíněnost lze definovat přes svd rozklad

$$\mathrm{cond}(\boldsymbol{J}) = \frac{s_{max}}{s_{min}}\ , \quad \boldsymbol{J} = \boldsymbol{U}\boldsymbol{S}\boldsymbol{V}^T\ , \quad \boldsymbol{S} = \mathrm{diagm}(s_i) \tag{9}$$

10 Metody řešení úloh kinematické syntézy – analytické řešení, použití optimalizačních metod, alternativní formulace. Vysvětlit problém řešitelnosti ve vztahu k různým typům formulací.

- Analitické řešení
  - závisý na odvození kinematických rovnic specifického mechanismu a jejich převod do tvaru, kde optimalizované parametry vystupují jako lineární koeficienty nebo je lze jinak (ad-hoc) vyjádřit
- Použití optimalizačních metod
  - postaveny kolem optimalizace kriteriální funkce
  - fungují s kinematickými/vazbovými rovnicemi v libovolném tvaru
  - numerické metody nám dávají velkou volnost co se týče formulace kritérií
- Alternativní formulace
  - např. metoda přidruženého disipativního modelu

Řešitelnost vodících mech.

máme-li p parametrů a k bodů přesnosti s n souřadnicemi. Mužeme obecně říct o problému jejich průchodu

$p < kn$ - můžeme se pouze přiblížit k řešení
$p = kn$ - máme jednoznačné řešení
$p > kn$ - máme nekonečně mnoho možných řešení (je vhodné například zavést další kritérium jako minimální rozměry mechanismu)

převodové mechanismy

Většinou zavislost rychlosti nebo polohy výstupu na vstupu v podobě spojité funkce (pro rychlost bývá konstanta) při splnění prostorových požadavků.

ndof mechanismy

Maximalizace manipulovatelnosti při minimalizaci zástavbového prostoru

11 Kinematická syntéza pomocí přidruženého disipativního mechanismu.

1. Uměle přidám mechanismu stupně volnosti, které mu umožní se dostat i do jinak nedosažitelných poloh.
2. Stupňům přidám virtuální pružiny a tlumiče, tak minimalizovali jejich polohu
3. Optimalizuju parametry mechanismu, tak aby bylo disipováno při simulaci minimální množství energie v přidaných stupních volnosti

Optimální řešení by tedy mělo vykonat trajektorii bez posuvu v nově přidaných stupních volnosti a tedy je vůbec nevyžadovat.

12 Formulace a řešení globální dynamické úlohy mechanismů.

13 Kalibrace mechanismů, základní algoritmus, kalibrovatelnost, volba kalibračních poloh. Formulace pro případ, kdy v rovnicích vystupují neměřené souřadnice.

$$\boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}, \boldsymbol{p}) = \boldsymbol{0} \tag{10}$$

kde $\boldsymbol{x}$ jsou měřené veličiny a $\boldsymbol{p}$ kalibrační parametry

$$\boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}, \boldsymbol{p}) = \boldsymbol{0} \doteq \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}, \overline{\boldsymbol{p}}) + \underbrace{\frac{\partial \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}, \overline{\boldsymbol{p}})}{\partial p}}_{\boldsymbol{J}_p} \Delta \boldsymbol{p} \;\Rightarrow\; \Delta \boldsymbol{p} = \boldsymbol{J}_p^+ \boldsymbol{F}(\boldsymbol{X}, \overline{\boldsymbol{p}}) \tag{11}$$

kde

$$\boldsymbol{F} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_1, \boldsymbol{p}) = \boldsymbol{0} \\ \vdots \\ \boldsymbol{f}(\boldsymbol{x}_n, \boldsymbol{p}) = \boldsymbol{0} \end{bmatrix}, \quad \boldsymbol{X} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{x}_1 \\ \vdots \\ \boldsymbol{x}_n \end{bmatrix} \tag{12}$$

Kalibrovatelnost

Kalibrovatelnost je obcená schopnost kalibrovat mechanismus. Závisí na volbě kalibrovaných parametrů i kalibračních poloh.

Při výše popsané metodě míru kalibrovatelnosti značně ovlivňuje podmíněnost matice $\boldsymbol{J}_p^T \boldsymbol{J}_p$.

14 Kalibrace mechanismu se zohledněním modelu chyb senzorů.

$$\boldsymbol{f}(\overline{\boldsymbol{x}} + \hat{\boldsymbol{x}}, \overline{\boldsymbol{p}} + \hat{\boldsymbol{p}}) = \boldsymbol{0} \tag{13}$$

kde $\overline{\boldsymbol{x}}$ jsou měřené veličiny, $\hat{\boldsymbol{x}}$ opravy veličiny, $\boldsymbol{p}$ kalibrační parametry a $\hat{\boldsymbol{p}}$ opravy parametrů.

Cílem následné optimalizace je minimalizovat kritérium optimality

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \hat{\boldsymbol{x}}_i^T \boldsymbol{C}_x^{-1} \hat{\boldsymbol{x}}_i + \hat{\boldsymbol{p}}^T \boldsymbol{C}_p^{-1} \hat{\boldsymbol{p}} \tag{14}$$

pro N měření, kde $\boldsymbol{C}_p$ je kovariace "chyby" parametrů a $\boldsymbol{C}_x$ signálů čidel, při splnění podmínky

$$\sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{f}(\overline{\boldsymbol{x}}_i + \hat{\boldsymbol{x}}_i, \overline{\boldsymbol{p}} + \hat{\boldsymbol{p}}) = \boldsymbol{0} \tag{15}$$

Tzn úloha je definovaná jako optimalizační problém s kvadratickým kritériem optimality a nelineárními podmínkou rovnosti.

Základní metodou řešení těchto problemů je *Lagrangeova metoda* postavená na zavedení Lagrangiánu, v našem případě

$$L = \chi^2 + \sum_{i=1}^{N} \boldsymbol{\lambda}_i \boldsymbol{f}(\overline{\boldsymbol{x}}_i + \hat{\boldsymbol{x}}_i, \overline{\boldsymbol{p}} + \hat{\boldsymbol{p}}) \tag{16}$$

First-Order Conditons neboli podmínky prvního řádu, které zaručují nalezení lokálního extrému kritéria optimality (u kvadratického globální) při splnění podmínky lze zapsat jako

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{\boldsymbol{x}}_i} = \boldsymbol{0} \tag{17}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{\boldsymbol{p}}} = \boldsymbol{0} \tag{18}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}_i} = \boldsymbol{0} \tag{19}$$

`https://www.econgraphs.org/textbook/math/optimization/constrained`

Krivošej ve své bakalářce používá metodu kde

1. zavádí *normalizované chybové proměnné* $\boldsymbol{y} \in \mathbb{R}^k$ a $\boldsymbol{q} \in \mathbb{R}^n$, s jednotkovou kovariancí $\mathrm{Var}\,(\boldsymbol{y}_i) = \boldsymbol{I}$ and $\mathrm{Var}(\boldsymbol{q}) = \boldsymbol{I}$

   $$\hat{\boldsymbol{x}}_i = \Sigma_x^{1/2} \boldsymbol{y}_i, \quad \hat{\boldsymbol{p}} = \Sigma_p^{1/2} \boldsymbol{q}$$

   kde kritérium optimality se mění na

   $$\chi^2 = \sum_{i=1}^{N} \hat{\boldsymbol{y}}_i^T \hat{\boldsymbol{y}}_i + \hat{\boldsymbol{q}}^T \hat{\boldsymbol{q}} \tag{20}$$

2. linearizuje podmínku

   $$\boldsymbol{f}(\overline{\boldsymbol{x}}_i + \Sigma_x^{1/2}(\boldsymbol{y}_i + \Delta \boldsymbol{y}_i), \overline{\boldsymbol{p}} + \Sigma_p^{1/2}(\boldsymbol{q} + \Delta \boldsymbol{q}) = \boldsymbol{0} \tag{21}$$

   jako

   $$\boldsymbol{f}(\overline{\boldsymbol{x}}_i + \Sigma_x^{1/2} \boldsymbol{y}_i, \overline{\boldsymbol{p}} + \Sigma_p^{1/2} \boldsymbol{q}) + \boldsymbol{J}_{y_i} \Delta \boldsymbol{y}_i + \boldsymbol{J}_q \Delta \boldsymbol{q} \approx \boldsymbol{0} \tag{22}$$

   kde

   $$\boldsymbol{J}_{y_i} = \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{x}}(\overline{\boldsymbol{x}}_i + \Sigma_x^{1/2} \boldsymbol{y}_i, \overline{\boldsymbol{p}} + \Sigma_p^{1/2} \boldsymbol{q}) \Sigma_x^{1/2} \tag{23}$$

   $$\boldsymbol{J}_q = \frac{\partial \boldsymbol{f}}{\partial \boldsymbol{q}}(\overline{\boldsymbol{x}}_i + \Sigma_x^{1/2} \boldsymbol{y}_i, \overline{\boldsymbol{p}} + \Sigma_p^{1/2} \boldsymbol{q}) \Sigma_p^{1/2} \tag{24}$$

3. dělá QR dekompozici matice $\boldsymbol{J}_{y_i}$

$$\boldsymbol{Q}_i \boldsymbol{R}_i = \boldsymbol{J}_{y_i}^T \tag{25}$$

kde poslední sloupce $\boldsymbol{Q}_i$ jsou nullspace $\boldsymbol{J}_{y_i}$ za předpokladu že se jedná o singulární nebo obdélníkovou matici

$$\boldsymbol{Q} = \begin{bmatrix} \overline{\boldsymbol{Q}} & \widetilde{\boldsymbol{Q}} \end{bmatrix} , \quad \widetilde{\boldsymbol{Q}} \boldsymbol{J}_{y_i} = \boldsymbol{0} \tag{26}$$

`https://scicomp.stackexchange.com/questions/2510/null-space-of-a-rectangular-dense-matrix` což umožnuje eliminovat $\Delta \boldsymbol{y}_i$ z vazbových rovnic

$$\widetilde{\boldsymbol{Q}} \boldsymbol{f}(\overline{\boldsymbol{x}}_i + \Sigma_x^{1/2} \boldsymbol{y}_i, \overline{\boldsymbol{p}} + \Sigma_p^{1/2} \boldsymbol{q}) + \widetilde{\boldsymbol{Q}} \boldsymbol{J}_q \Delta \boldsymbol{q} \approx \boldsymbol{0} \tag{27}$$

`https://ieeexplore.ieee.org/stamp/stamp.jsp?tp=&arnumber=466613`

`https://dspace.cvut.cz/bitstream/handle/10467/65598/F2-BP-2016-Krivosej-Jan-Kinematicka%20kalibrace%20zohlednujici%20rozlozeni%20chyb%20cidel.pdf?sequence=1&isAllowed=y`

15 Kalibrace mechanismů, implementace na prostorový seriový robotický řetězec. Zavedení kalibračních parametrů a maticové formulace s nimi.

Přechod mezi následujícími osami lze popsat 4 parametry

- Denavit-Hartenbergovy parametry h,β,d,ϕ
- Beneš-Šikovy parametry x_1,x_2,ϕ_1,ϕ_2

$$\underbrace{\boldsymbol{T}_x(x_0)\boldsymbol{T}_y(y_0)\boldsymbol{T}_z(z_0)\boldsymbol{T}_{\phi_x}(\phi_{x_0})\boldsymbol{T}_{\phi_y}(\phi_{y_0})\boldsymbol{T}_{\phi_z}(\phi_{z_0})}_{\text{Tracker-Základna}} \boldsymbol{T}_{\phi_z}(\phi_{12}) \underbrace{\boldsymbol{T}_x(x_2)\boldsymbol{T}_z(z_2)\boldsymbol{T}_{\phi_x}(\phi_{x_2})\boldsymbol{T}_{\phi_z}(\phi_{z_2})}_{\text{Kalibrace na tělesu 2}} \tag{28}$$

$$\boldsymbol{T}_{\phi_x}(-\phi_{23}) \underbrace{\boldsymbol{T}_x(x_3)\boldsymbol{T}_z(z_3)\boldsymbol{T}_{\phi_x}(\phi_{x_3})\boldsymbol{T}_{\phi_z}(\phi_{z_3})}_{\text{Kalibrace na tělesu 3}} \ldots \boldsymbol{r}_{NK} = \boldsymbol{r}_{0K} \tag{29}$$

(pls někdo doplňte zbytek rovnice a obrázek)

Pro každou kalibrační polohu máme 3 rovnice a mechanismus má dohromady 27 kalibračních parametrů $\Rightarrow$ potřebujeme min. 9 kalibračních poloh.

Ještě je otázkou jestli na transformaci mezi trackerem a základnou použít 4 (osa - osa), 5 (těleso - bod+osa) nebo 6 (těleso - těleso) parametrů. Také mi přijde, že zde nejsou kalibrovány počáteční odchylky natočení ϕ_{12_0}, ϕ_{23_0}.

16 Identifikace pomocí modelů unifikované struktury a pomocí ad-hoc modelů. Vysvětlit na příkladu použití optimalizace pro identifikaci.

17 Použití optimalizačních metod pro syntézu zákona řízení. Ilustrace na příkladu řízeného tlumiče. Výhoda poloaktivních konceptů při optimalizaci.