

- 1 Základní pojmy optimalizace. Vysvětlit a popsat pojmy: cílová funkce, gradient, Hessova matice, optimalizační proměnné, lokální extrém a lokální optimalizace, globální extrém a globální optimalizace, jedno-kriteriální a vícekritériální optimalizace, Pareto množina.
- 2 Simplexová (polytopová) optimalizační metoda – popis algoritmu.
- 3 Rosenbrockova optimalizační metoda – popis algoritmu.
- 4 Základní principy globální optimalizace pomocí genetických algoritmů.
- 5 Základní principy globální optimalizace pomocí simulovaného žíhání.
- 6 Kinematická syntéza převodových mechanismů (ilustrace na třítbodové a čtyřbodové syntéze klikového mechanismu).

3 body přesnosti

$$l^2 = (\xi_B - \xi_A)^2 + (\eta_B - \eta_A)^2 = s^2 + r^2 \cos^2 \varphi - 2r \cos \varphi + e^2 + r^2 \sin^2 \varphi - 2r \sin \varphi \quad (1)$$

upravíme na

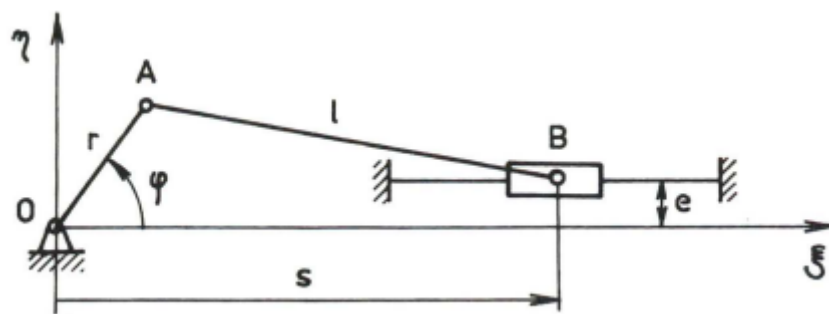
$$2rs \cos \varphi + 2r \sin \varphi - (r^2 - l^2 + e^2) = s^2 \quad (2)$$

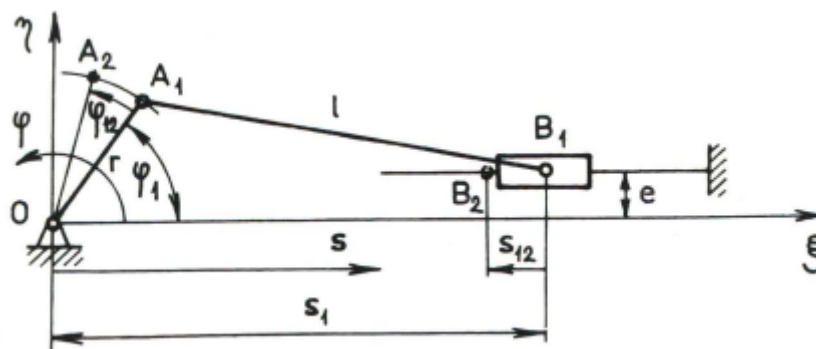
pomocné proměnné

$$b_1 = 2r \quad (3)$$

$$b_2 = 2re \quad (4)$$

$$b_3 = r^2 - l^2 + e^2 \quad (5)$$





4 body přesnosti

- 7 Formulace cílové funkce a optimalizační úlohy syntézy vodícího čtyřkloubového mechanismu.
- 8 Kinematická syntéza vybraného prostorového mechanismu.
- 9 Obecné úlohy kinematické syntézy mechanismů s více stupni volnosti, optimalizace manipulovatelnosti a zástavbového prostoru (ilustrace na zvoleném příkladu).

Manipulovatelnost je definována jako

$$D = \frac{1}{\text{cond}(\mathbf{J})} \quad (6)$$

kde  $\text{cond}(\mathbf{J})$  je podmíněnost Jakobiho matice určující převod mezi rychlostí pohonů  $\mathbf{v}_p$  a end-effektoru mechanismu  $\mathbf{v}_e$ .

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{J}\mathbf{v}_e \quad (7)$$

a také určuje převod akčních sil  $\mathbf{F}_p$  a sil působících na koncový bod  $\mathbf{F}_e$

$$\mathbf{F}_e = \mathbf{J}\mathbf{F}_p \quad (8)$$

Podmíněnost lze definovat přes svd rozklad

$$\text{cond}(\mathbf{J}) = \frac{s_{\max}}{s_{\min}}, \quad \mathbf{J} = \mathbf{U}\mathbf{S}\mathbf{V}^T, \quad \mathbf{S} = \text{diagm}(s_i) \quad (9)$$

- 10 Metody řešení úloh kinematické syntézy – analytické řešení, použití optimalizačních metod, alternativní formulace. Vysvětlit problém řešitelnosti ve vztahu k různým typům formulací.

- Analitické řešení
  - závisí na odvození kinematických rovnic specifického mechanismu a jejich převod do tvaru, kde optimalizované parametry vystupují jako lineární koeficienty nebo je lze jinak (ad-hoc) vyjádřit
- Použití optimalizačních metod

- postaveny kolem optimalizace kritériální funkce
- fungují s kinematickými/vazbovými rovnicemi v libovolném tvaru
- numerické metody nám dávají velkou volnost co se týče formulace kritérií
- Alternativní formulace
  - např. metoda přidruženého disipativního modelu

## Řešitelnost vodících mech.

máme-li  $p$  parametrů a  $k$  bodů přesnosti s  $n$  souřadnicemi. Můžeme obecně říct o problému jejich průchodu

$p < kn$  - můžeme se pouze přiblížit k řešení

$p = kn$  - máme jednoznačné řešení

$p > kn$  - máme nekonečně mnoho možných řešení (je vhodné například zavést další kritérium jako minimální rozměry mechanismu)

## převodové mechanismy

Většinou závislost rychlosti nebo polohy výstupu na vstupu v podobě spojitě funkce (pro rychlost bývá konstanta) při splnění prostorových požadavků.

## ndof mechanismy

Maximalizace manipulovatelnosti při minimalizaci zástavbového prostoru

## 11 Kinematická syntéza pomocí přidruženého disipativního mechanismu.

1. Uměle přidám mechanismu stupně volnosti, které mu umožní se dostat i do jinak nedosažitelných poloh.
2. Stupňům přidám virtuální pružiny a tlumiče, tak minimalizovali jejich polohu
3. Optimalizuji parametry mechanismu, tak aby bylo disipováno při simulaci minimální množství energie v přidávaných stupních volnosti

Optimální řešení by tedy mělo vykonat trajektorii bez posuvu v nově přidávaných stupních volnosti a tedy je vůbec nevyžadovat.

## 12 Formulace a řešení globální dynamické úlohy mechanismů.

## 13 Kalibrace mechanismů, základní algoritmus, kalibrovatelnost, volba kalibračních poloh. Formulace pro případ, kdy v rovnicích vystupují neměřené souřadnice.

$$\mathbf{f}(\mathbf{x}, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \quad (10)$$

kde  $\mathbf{x}$  jsou měřené veličiny a  $\mathbf{p}$  kalibrační parametry

$$\mathbf{F}(\mathbf{X}, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \doteq \mathbf{F}(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{p}}) + \underbrace{\frac{\partial \mathbf{F}(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{p}})}{\partial \mathbf{p}}}_{\mathbf{J}_p} \Delta \mathbf{p} \Rightarrow \Delta \mathbf{p} = \mathbf{J}_p^+ \mathbf{F}(\mathbf{X}, \bar{\mathbf{p}}) \quad (11)$$

kde

$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}(\mathbf{x}_1, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{f}(\mathbf{x}_n, \mathbf{p}) = \mathbf{0} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{X} = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{x}_n \end{bmatrix} \quad (12)$$

### Kalibrovatelnost

Kalibrovatelnost je obecná schopnost kalibrovat mechanismus. Závisí na volbě kalibrovaných parametrů i kalibračních poloh.

Při výše popsané metodě míru kalibrovatelnosti značně ovlivňuje podmíněnost matice  $\mathbf{J}_p^T \mathbf{J}_p$ .

## 14 Kalibrace mechanismu se zohledněním modelu chyb senzorů.

$$\mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}} + \hat{\mathbf{x}}, \bar{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{p}}) = \mathbf{0} \quad (13)$$

kde  $\bar{\mathbf{x}}$  jsou měřené veličiny,  $\hat{\mathbf{x}}$  opravy veličiny,  $\mathbf{p}$  kalibrační parametry a  $\hat{\mathbf{p}}$  opravy parametrů.

Cílem následné optimalizace je minimalizovat kvadratické kritérium

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \hat{\mathbf{x}}_i^T \mathbf{C}_x^{-1} \hat{\mathbf{x}}_i + \hat{\mathbf{p}}^T \mathbf{C}_p^{-1} \hat{\mathbf{p}} \quad (14)$$

pro  $N$  měření, kde  $\mathbf{C}_p$  je kovariance “chyby” parametrů a  $\mathbf{C}_x$  signálů čidel, při splnění podmínky

$$\sum_{i=1}^N \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}_i + \hat{\mathbf{x}}_i, \bar{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{p}}) = \mathbf{0} \quad (15)$$

Základní metodou řešení těchto problémů je *Lagrangeova metoda* postavená na zavedení Lagrangianu, v našem případě

$$L = \chi^2 + \sum_{i=1}^N \lambda_i \mathbf{f}(\bar{\mathbf{x}}_i + \hat{\mathbf{x}}_i, \bar{\mathbf{p}} + \hat{\mathbf{p}}) \quad (16)$$

*First-Order Conditions* neboli podmínky prvního řádu, které zaručují nalezení lokálního extrému při splnění podmínky lze zapsat jako

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{\mathbf{x}}_i} = \mathbf{0} \quad (17)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \hat{\mathbf{p}}} = \mathbf{0} \quad (18)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \boldsymbol{\lambda}_i} = \mathbf{0} \quad (19)$$

Krivošej ve své bakalářce odvozuje převod, který umožňuje řešit tuto soustavu rovnic bez potřeby výpočtu druhé derivace, ale vzhledem k rozšířenosti různých metod pro numerickou diferenciaci a obecných řešičů omezených optimalizačních problémů mi přijde zbytečné ji popisovat.

## 15 Kalibrace mechanismů, implementace na prostorový seriový robotický řetězec. Zavedení kalibračních parametrů a maticové formulace s nimi.

Přechod mezi následujícími osami lze popsat 4 parametry

- Denavit-Hartenbergovy parametry  $h, \beta, d, \phi$
- Beneš-Šikovy parametry  $x_1, x_2, \phi_1, \phi_2$

$$\underbrace{T_x(x_0)T_y(y_0)T_z(z_0)T_{\phi_x}(\phi_{x_0})T_{\phi_y}(\phi_{y_0})T_{\phi_z}(\phi_{z_0})T_{\phi_z}(\phi_{12})}_{\text{Tracker-Základna}} \underbrace{T_x(x_2)T_z(z_2)T_{\phi_x}(\phi_{x_2})T_{\phi_z}(\phi_{z_2})}_{\text{Kalibrace na tělesu 2}} \quad (20)$$

$$T_{\phi_x}(-\phi_{23}) \underbrace{T_x(x_3)T_z(z_3)T_{\phi_x}(\phi_{x_3})T_{\phi_z}(\phi_{z_3})}_{\text{Kalibrace na tělesu 3}} \dots \mathbf{r}_{NK} = \mathbf{r}_{0K} \quad (21)$$

(pls někdo doplňte zbytek rovnice a obrázek)

Pro každou kalibrační polohu máme 3 rovnice a mechanismus má dohromady 27 kalibračních parametrů  $\Rightarrow$  potřebujeme min. 9 kalibračních poloh.

Ještě je otázkou jestli na transformaci mezi trackerem a základnou použít 4 (osa - osa), 5 (těleso - bod+osa) nebo 6 (těleso - těleso) parametrů. Také mi přijde, že zde nejsou kalibrovány počáteční odchylky natočení  $\phi_{12_0}, \phi_{23_0}$ .

## 16 Identifikace pomocí modelů unifikované struktury a pomocí ad-hoc modelů. Vysvětlit na příkladu použití optimalizace pro identifikaci.

## 17 Použití optimalizačních metod pro syntézu zákona řízení. Ilustrace na příkladu řízeného tlumiče. Výhoda poloaktivních konceptů při optimalizaci.