

ГУАП

КАФЕДРА № 43

ОТЧЕТ
ЗАЩИЩЕН С ОЦЕНКОЙ
ПРЕПОДАВАТЕЛЬ

доцент, к. т. н., доцент

В. В. Мышко

должность, уч. степень, звание

подпись, дата

инициалы, фамилия

ОТЧЕТ О ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №1

Статистическое оценивание числовых характеристик законов распределения
случайных величин

по курсу: Обработка экспериментальных данных

РАБОТУ ВЫПОЛНИЛ

СТУДЕНТ ГР. № 4236

Л. Мвале

подпись, дата

инициалы, фамилия

Санкт-Петербург 2026

1 Цель

Оценить математическое ожидание случайной величины по экспериментальным данным, оценить качество оценки и провести отсеивание аномальных наблюдений.

2 Постановка задачи

На основе массива экспериментальных данных найти оценку математического ожидания случайной величины, проверить качество оценивания по заданной доверительной вероятности и заданной максимальной вероятной погрешности.

Порядок выполнения задания:

1. Найти оценку математического ожидания по массиву экспериментальных данных.
2. Построить 95-процентный доверительный интервал для исследуемой случайной величины (табл. 1.1).
3. Выполнить отсеивание аномальных наблюдений, не попадающих в 95- процентный доверительный интервал.
4. Найти уточненную оценку математического ожидания после отсеивания аномальных наблюдений.
5. Проверить качество оценивания математического ожидания:
 - по заданной доверительной вероятности (табл. 1.2) построить доверительный интервал для математического ожидания;
 - по заданной максимальной вероятной погрешности (табл. 1.2) найти доверительную вероятность попадания математического ожидания в интервал, определяемый указанной погрешностью.

Вариант 97

Таблица – 1.1 Массив экспериментальных данных

№ п.п.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
x	1,3	2,8	4,3	9,2	7,7	6,4	0,5	1,2	2	7,2	5,7	4,4

Таблица – 1.2 Доверительная и максимальная вероятности

Доверительная вероятность, β	Максимальная вероятная погрешность, ε_β
0.95	0.14

3 Решение

1. Оценка математического ожидания:

Метод: Согласно §5.1.1, для равноточных наблюдений наилучшей точечной оценкой математического ожидания M_x является статистическое среднее (выборочное среднее) – формула (5.1.1).

$$\tilde{M}_{\hat{x}} = \tilde{M}_{\hat{x}}(X_{}) = M_{\hat{x}}^* = \bar{x}^* = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \hat{x}_i$$

$$Mx = -\frac{1.3+2.8+4.3+9.2+7.7+6.4+0.5+1.2+2.0+7.2+5.7+4.4}{12}$$

$$Mx = 52.7/12 = 4.3917$$

Оценка математического ожидания: 4.392

2.

Далее согласно порядку выполнения задания...

1	<p>Найти оценку математического ожидания по массиву экспериментальных данных</p>	$\tilde{M}_{\hat{x}} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$
	<p>Оценка дисперсии</p>	$\tilde{D}_{\hat{x}} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{M}_{\hat{x}})^2$
	<p>Оценка среднего квадратичного отклонения случайной величины</p>	$\tilde{\sigma}_{\hat{x}} = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \tilde{M}_{\hat{x}})^2}$
2	<p>Построить 95-процентный (двухсигмовый) интервал доверительный интервал для исследуемой случайной величины</p>	
	<p>Двухсигмовый интервал</p>	$I_{0.95} = [\tilde{M}_{\hat{x}} - 2\tilde{\sigma}_{\hat{x}}, \tilde{M}_{\hat{x}} + 2\tilde{\sigma}_{\hat{x}}]$
3	<p>Выполнить отсеивание аномальных наблюдений, не попадающих в 95- процентный доверительный интервал</p>	
4	<p>Найти уточненную оценку математического ожидания после отсеивания аномальных наблюдений</p>	$\bar{M}_{\hat{x}}$
	<p>Оценка дисперсии</p>	$\tilde{D}_{\hat{x}}$
	<p>Оценка среднего квадратичного отклонения случайной величины</p>	$\tilde{\sigma}_{\hat{x}}$
5	<p>Проверить качество оценивания математического ожидания:</p>	
	$\beta = P(\tilde{M}_{\hat{x}} - M_{\hat{x}} \leq \varepsilon_{\beta}) = 2\Phi_0\left(\frac{\varepsilon_{\beta}}{\sigma[\tilde{M}_{\hat{x}}]}\right) = 2\Phi_0\left(\frac{\varepsilon_{\beta}\sqrt{n}}{\tilde{\sigma}_{\hat{x}}}\right)$	
2	<p>Доверительная вероятность, β</p>	<p>Доверительная вероятность (согласно исходным данным) используем приложение 4</p>

6	Максимальная вероятная погрешность, ε_β Максимальная вероятная погрешность при заданной доверительной вероятности 0,8 Доверительный интервал, соответствующий максимальной вероятной погрешности $\varepsilon = 0,523$	Максимальная вероятная погрешность (согласно исходным данным) $\varepsilon_\beta = \sigma \left[\tilde{M}_{\tilde{x}} \right] \cdot t_\beta = \frac{\tilde{\sigma}_{\tilde{x}}}{\sqrt{n}} t_\beta$ $I = [\tilde{M}_{\tilde{x}} - \varepsilon_\beta; \tilde{M}_{\tilde{x}} + \varepsilon_\beta]$
		Математическое ожидание случайной величины, из которой извлечена исследуемая выборка, находится в интервале
	Для заданной доверительной вероятности 0,4 доверительный интервал для математического ожидания	
	Доверительная вероятность попадания математического ожидания в интервал, определяемой указанной погрешностью	$\beta = 2\Phi_0 \left(\frac{\varepsilon_\beta \sqrt{n}}{\tilde{\sigma}_{\tilde{x}}} \right)$
	Из Приложения 2 следует, что:	$\Phi_0(x) = \frac{1}{2} \operatorname{erf} \left(\frac{x}{\sqrt{2}} \right) + \frac{1}{2}$
	Воспользуемся линейной интерполяцией методом Лагранжа	
	Воспользуемся линейной интерполяцией методом Лагранжа	с вероятностью не менее чем
	Доверительная вероятность при заданной максимальной вероятной погрешности $\varepsilon_\beta = 0,4$	$\beta = 2\Phi_0 \left(\frac{\varepsilon_\beta}{\tilde{\sigma}_{\tilde{x}}} \right) =$
	Доверительный интервал, соответствующий максимальной вероятной погрешности $\varepsilon = 0,4$	$I = [\tilde{M}_{\tilde{x}} - \varepsilon_\beta; \tilde{M}_{\tilde{x}} + \varepsilon_\beta]$
	Доверительный интервал, соответствующий максимальной вероятной погрешности $\varepsilon = 0,523$	$I = [\tilde{M}_{\tilde{x}} - \varepsilon_\beta; \tilde{M}_{\tilde{x}} + \varepsilon_\beta]$
	Вероятность попадания математического ожидания в этот интервал равна β	β

Результаты работы

В ходе выполнения данной лабораторной работы была написана программа на языке Python 3.10, решающая задачу в общем виде. На вход программе подаются файлы с расчетными таблицами (Приложение №4), а также таблица массивов для каждого варианта. Так, для варианта ... были получены следующие результаты:

Загружаем данные для варианта № ...

Полученный массив данных: [... 1.2]

Заданная доверительная вероятность: ...

Максимальная вероятная погрешность: ...

----- Получаем оценки характеристик -----

Выводы

В ходе выполнения данной лабораторной работы ...

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Сеньченков В. И. Статистические методы обработки экспериментальных данных: учебное пособие. – СПб.: ГУАП, 2006. – 244 с.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

```
import numpy as np
```

```
--- ТЕКСТ ПРОГРАММЫ ---
```

```
# Исходные данные
```

```
print("Обрабатываем набор данных для варианта №125")
```

```
data_set = []
```

```
--- ТЕКСТ ПРОГРАММЫ ---
```