

# 遗传算法在优化问题中的应用研究进展\*

孙艳丰

王众托

(北方交通大学管理科学研究所·北京, 100044) (大连理工大学)

**摘 要** 分析了传统优化方法的局限性, 阐述了遗传算法的基本思想和特点, 综述了遗传算法在函数优化领域的主要成果, 并指出需要进一步研究的工作。

**关键词** 遗传算法, 函数优化, 遗传算子, 模式

## 1 引 言

近年来, 一种新的优化算法——遗传算法 (Genetic Algorithm, 简称 GA) 正在迅速发展。GA 以其高效、实用的特点在各个领域得到广泛应用, 取得了良好效果, 并越来越受到学术界的重视。从 1985 年开始, 关于 GA 及其应用的国际会议每两年召开一次, 至今已召开了五次。1990 年开始的两年一次的国际会议: Solving Parallel Problem from Nature, 关于 GA 的学术论文也占了相当大的比重。GA 方面的文章不断在《Machine Learning》、《Artificial Intelligence》、《IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics》等杂志上发表。关于 GA 的专著《Genetic Algorithms in Search, Optimization and Machine Learning》<sup>[1]</sup>、《Handbook of Genetic Algorithms》<sup>[2]</sup> 也已经出版。这些情况表明, GA 的研究已成为国际学术界关注的热点之一。

GA 的思想源于生物遗传学和适者生存的自然规律, 是由美国 Michigan 大学 Holland 教授和他的学生发展建立的<sup>[3]</sup>。至今, GA 已在许多领域得到了应用, 如机器学习问题<sup>[1]</sup>, 管道铺设的布局优化问题<sup>[4,5]</sup>, 谈判问题<sup>[6]</sup>, 等等。

本文阐述了 GA 的基本思想和特点, 指出了原有优化算法的局限性, 在此基础上综述了 GA 在函数优化领域的某些应用成果, 并对 GA 改进和发展的方向作了探讨。

## 2 传统优化算法的不足

在 GA 被广泛应用之前, 优化问题的解法主要有以下几种:

- 1) 基于计算的方法: 通过求目标函数导数的零点或一系列迭代计算过程来求最优解。对多峰问题, 这类方法容易陷入局部最优点附近, 且要求目标函数有较好的连续性或可微性。
- 2) 枚举法: 在有限的或被离散化的无限搜索空间中比较每一点的目标函数值, 求出最优解。当搜索空间大时, 计算量的迅速增加使这类算法失效。
- 3) 随机算法: 这类算法主要有 Monte Carlo 法和模拟退火法。Monte Carlo 法盲目性大; 模拟退火法在实际应用中较成功, 但从一点到另一点的迭代过程使多峰问题易陷入局部最优解。

对于一种优化算法, 寻求最优点不是唯一目的, 实际经常遇到的优化问题中, 更重要的目

\* 国家自然科学基金和国家教委博士后基金资助课题

标往往是进步,即优化过程应该是一个不断改进的过程,对于复杂系统的优化更是如此。理解这一点对于正确认识 GA 会有很大帮助。

### 3 遗传算法的基本步骤及研究进展

#### 3.1 遗传算法的基本步骤

目前已有许多 GA 的变形,习惯上把 Holland 1975 年提出的 GA<sup>[3]</sup>称为传统 GA。它的主要步骤如下:

1) 编码:GA 在进行搜索之前先将变量编码成一个定长的字符串(设为  $l$ ),这些字符串的不同组合便构成了不同的点。

2) 产生初始群体:随机产生  $N$  个初始字符串,每个字符串称为一个个体, $N$  个个体构成一个群体。GA 以这  $N$  个字符串作为初始点开始迭代。

3) 计算适应性值:适应性函数表明个体对环境适应能力的强弱,不同的问题,适应性函数的定义方式也不同。对函数优化问题,一般取目标函数作为适应性函数。

4) 选择(selection):一个群体中同时有  $N$  个个体存在,这些个体哪个保留用以繁殖后代,哪个被淘汰,是根据它们对环境的适应能力决定的,适应性强的有更多的机会保留下来。这一思想是通过选择过程体现的,进行选择的原则是适应性强的个体为下一代贡献一个或多个后代的概率大。选择实现了达尔文的适者生存原则。

5) 交换(crossover):对于选中的用于繁殖的个体,随机选择位置  $i(1 \leq i \leq l)$ ,交换两个字符串位置  $i$  左边的部分,产生两个新个体,新个体组合了其父辈个体的特性。交换体现了信息交换的思想。

6) 变异(mutation):变异首先在群体中随机地选择一个个体,对于选中的个体以一定的概率随机地改变字符串中某个字符的值,采用二值编码时就是将 1 变为 0 或将 0 变为 1。同生物界一样,GA 中变异发生的概率很低,通常取值在 0.001~0.01 之间。变异为新点的产生提供了机会。

GA 的计算过程为<sup>[1]</sup>:

选择编码方式

产生初始群体

计算初始群体的适应性值

如果不满足中止条件{ 选择

交换

变异

计算新一代群体的适应性值}

与传统优化算法相比,GA 具有如下特点:

1) 搜索过程不直接作用在变量上,而是作用在将变量编码后的字符串上;

2) 搜索过程是从一组解迭代到另一组解,这样可降低陷入局部最优解的可能性;

3) 使用的是随机搜索过程而非确定性搜索过程;

4) 对搜索空间没有任何特殊要求(如连通性、凸性等),只利用适应性值信息,不需要导数等其它辅助信息,因而适用范围更广。

### 3.2 遗传算法的研究进展

早在 60 年代初, Holland 就通过对自适应系统的研究提出了 GA 的基本思想, 其他一些学者对生物学、计算机科学等领域的工作中也不同程度地体现了 GA 的思想。但是直到 1975 年 Holland 著作<sup>[3]</sup>的出版, 才标志着 GA 的正式诞生。其后, GA 在理论和应用方面都有了很大发展。

GA 的理论主要有两种: 模式理论和欺骗问题。

#### (1) 模式理论

模式理论是研究较广、影响较大的 GA 理论, 它将 GA 的运算过程理解为模式操作过程, 并从模式运算的角度解释 GA 的性能特点。

GA 的计算过程是从  $N$  个个体组成的初始群体出发, 循环地执行选择、交换、变异过程。表面上看运算过程直接作用于群体, 但其中隐含了在模式集合中的操作过程。模式定理<sup>[1]</sup>从模式操作的角度论证了在选择、交换、变异算子作用下某一模式  $H$  的量的变化, 即

$$m(H, t+1) \geq m(H, t) \frac{f(H)}{\bar{f}} \left( 1 - P_c \frac{\delta(H)}{l-1} \right) (1 - P_m)^{O(H)} \quad (1)$$

其中各量的意义参见文献[1]。如果没有交换、变异运算, 则模式定理为

$$m(H, t+1) = m(H, t) \frac{f(H)}{\bar{f}} \quad (2)$$

所以交换、变异运算减少模式  $H$  生存的总数,  $\left( 1 - P_c \frac{\delta(H)}{l-1} \right) (1 - P_m)^{O(H)}$  是减少的比例系数。

模式定理揭示出短的低阶优于平均的模式(称为有效模式)在下一代获得指数级增长。由于重组、变异的作用, 并非优于平均的模式都是有效模式, 但在一个规模为  $N$  的群体中, 有  $O(N^3)$  个模式是有效的<sup>[1]</sup>。即每一代 GA 处理  $N$  个个体的同时, 却获得了对  $N^3$  个模式的并行处理, 并且无须额外的存储量, 这一性质称为隐并行性。也就是 GA 在群体中搜索的过程可看作是隐含的对模式的抽样过程, 然后通过遗传算子的作用将短的低阶模式的信息组合起来, 形成高阶模式, 直至搜索到最优解。这说明同传统的优化算法相比, GA 有很强的处理能力。

#### (2) 欺骗问题

研究欺骗是为了预测给定问题用 GA 求解的难易程度, 这是人们所关注的问题。

建筑块(building block)假设: 短的、低阶、高于平均的模式(称为建筑块)逐步组合形成高阶高于平均的模式, 直至产生最优解。

GA 是依据字符串的重组找到最优解, 如果一个问题的编码满足建筑块假设, 那么用 GA 求解效率较高, 否则用 GA 求解效率较低。低阶建筑块错误地引导搜索过程, 不能发现高阶建筑块, 最终使算法发散, 找不到最优解, 这一现象称为欺骗。

Goldberg<sup>[7]</sup>曾设计一个最小欺骗问题, 旨在尽可能使问题的编码违背建筑块假设, 使高阶建筑块不能生成最优解。但实验结果表明, 对包含欺骗的问题, 用 GA 求解时得到最优解和得不到最优解的情况都可能发生, 这说明欺骗不是衡量用 GA 解决问题难易程度的唯一标准。目前还无法判断一个问题包含欺骗的多少与问题相对 GA 的难易程度, 因为影响 GA 工作的因素尚不完全清楚。

为了满足实际应用的需要, 人们从理论上对算法进行许多有益的探讨和改善, 主要内容包括:

1) 参数值的优化问题:主要是指群体的规模  $N$ 、交换概率  $P_c$  和变异概率  $P_m$  值的优化问题<sup>[8-12]</sup>。

2) 如何避免过早收敛的产生,即如何避免群体中的个体过早地在一个非最优点上达到完全相同或接近完全相同<sup>[13,14]</sup>。

3) 从理论上探讨 GA 的全局收敛性问题<sup>[15,16]</sup>。

4) 在传统 GA 的基础上引进新的算子,以便改善 GA 的执行效果<sup>[1,17]</sup>。

上述探讨已经得到一些有用的结果,进一步的工作仍在继续。

GA 的应用包括函数优化、机器学习、神经网络等方面。作为一种搜索优化方法,GA 也被用于解决工业、商业等领域的实际问题。

GA 在机器学习领域的主要应用成果是分类器系统<sup>[1]</sup>。分类器系统中有一组分类器,它通过匹配学习如何控制解释一些外部环境的性能,GA 在其中的主要任务是产生新的分类器。GA 与神经网络的结合<sup>[18]</sup>是近几年发展起来的新方法,GA 在神经网络中的应用方式主要有两种,一是作为训练算法优化网络的联结权,二是找出网络的拓扑结构和学习参数。在控制领域<sup>[19,20]</sup>,GA 在最优控制、系统辨识、故障诊断等方面都有出色的工作。另外,由于 GA 的种群机制使其具有很好的并行性,并行 GA 及将 GA 应用于并行机的工作也已开展。

#### 4 遗传算法在优化问题中的应用

Hollstien 最先尝试将 GA 应用于函数优化问题<sup>[21]</sup>,他用实验的方式研究了五种不同选择方法和八种交换策略。De Jong 通过实验对 GA 应用于函数优化问题进行研究<sup>[8]</sup>,并结合模式定理得出了一系列实验结果,目前用 GA 解决函数优化问题的主要工作包括:

##### (1) 运输问题

对带约束的优化问题,传统 GA 的处理方法是引入罚函数,降低不可行解的适应性值,使其被选择的概率很小。文献[22]以运输问题为例探讨了新的处理约束的方法,即初始群体全部由可行解组成,通过遗传算子的作用后仍然生成可行解。为保证解的可行性,也为适应文中的自然数编码方式,作者提出了与传统 GA 不同的遗传算子。计算结果表明,这种处理约束的途径是可行的。

##### (2) 行商问题(TSP)

行商问题是著名的组合优化问题,由于传统优化策略的局限性,人们开始探讨用 GA 求解这类问题的方案。这些方案均采用自然数编码,新的编码方式促使新的交换、变异算子的产生,不同的交换、变异算子成为各种方案的主要区别。这些算子也适用于其它与字符值的组合方式及顺序均有关的基于 GA 的优化策略。实验结果表明,这些方案较传统优化策略有很大的优越性。文献[23]是这方面较早的工作,其它工作均在此基础上对遗传算子进行修改。

##### (3) 0—1 规划

任何规模的 0—1 规划问题用传统优化方法都是理论上可解的,但当问题的规模增加时,计算时间将呈指数增长。由于 0—1 变量适合于二值编码,因此将 GA 用于 0—1 规划有一种天然的优越性。文献[24]首次探讨了将 GA 用于 0—1 规划的途径,并对有线性约束的 0—1 规划和多目标 0—1 规划提出两种搜索算法,经实例试用表明它们是可供实际应用的。

##### (4) 定义域为连续区域的函数优化

前述几个问题的定义域都是离散的,如果定义域是连续区域,那么采用定长的二值编码会

有精度损失,同时固定字符串的长度也限制了 GA 的搜索空间;而基因太长又会降低计算效率。所以在连续区域上使用 GA 时如何编码,一直在困扰着人们。目前常用的办法是采用动态参数编码<sup>[25]</sup>,它先让 GA 从很粗糙的精度开始搜索,当 GA 收敛到一定区域后,将搜索限制在这一区域,重新开始编码进行搜索,重复这一过程,直至计算结束。文献[25]为 GA 在连续区域的优化问题提供了一种编码手段。

### (5) 不稳定函数的优化

不稳定函数是指随时间的变化而变化的函数,传统 GA 不能直接应用于这类函数优化问题。文献[26]应用二倍基因型和显性算子对这类问题作了探讨,其思想是二倍基因能存储足够的信息,这些存储的信息在需要时用以应付环境的变化,但该方法适用范围较窄。文献[27]利用多级染色体结构,在染色体中存储冗余信息,通过激活机制记录那些以前较优而目前已失去优势的解,以备需要时使用。总之,解决这类问题的思想是跟踪搜索过程,记忆尽可能多的信息。

### (6) 多峰函数优化

多峰函数是指有两个或两个以上最优点的函数,GA 通常可以成功地找到其中一个局部最优点。因为一旦群体中出现一个最优点,GA 就引导搜索朝这个点进行,而将其它信息很快丢弃,所以 GA 难以求出多个最优点。即使两个最优点在群体中同时出现,由于随机误差的存在,也难以长时间地保证它们同时存在于群体中。解决这一问题的主要策略是保持群体的多样性,这有两种途径:一种是通过群集的办法<sup>[28]</sup>,另一种是引入共享函数<sup>[29]</sup>,即给定群体中一个个体  $s_i$ ,将  $s_i$  与群体中其余个体逐一比较,如果与  $s_i$  很相似,则对  $s_i$  的共享函数加一个较大的值(接近 1);反之,则加一个较小的值(接近 0),计算共享函数后对  $s_i$  的适应性值按下式加以修改。

$$f'(s_i) = f(s_i) / \sum_{j=1}^N sh(d(s_i, s_j)) \quad (3)$$

其中  $d(s_i, s_j)$  是描述  $s_i, s_j$  相似程度的尺度函数,  $sh(d)$  是共享函数。这样,在相邻区域内的个体相互增加了共享函数值,限制了较相似个体在群体中的增长,从而保持了群体的多样性,避免一旦发现最优点,GA 就引导群体聚集到它附近,而将其它信息逐渐抛弃。

### (7) 多目标函数优化

用 GA 解决多目标优化问题的的工作还很少,因为多目标优化问题的目标函数是一向量,而大部分向量之间无法比较优劣,对于可比优劣的向量也难以衡量一个比另一个好多少(或劣多少),所以 GA 进行优胜劣汰的选择时没有可依赖的根据。文献[30]首次应用 GA 解多目标优化问题,通过以目标向量的各分量为适应性值进行反复循环的方法选出整个群体,计算表明,该算法有能力求出多目标优化问题的理想解(如果它存在)和在某个目标上达到最优值的非劣解,但对各目标均取中间值的非劣解则很难求出。文献[31]通过定义效用函数将多目标问题转化为单目标问题,然后用 GA 进行求解,并借用 GA 解决多峰问题时采用的策略,使算法能够同时求出多个非劣解。

## 5 现有问题的探讨

本文介绍了 GA 的发展现状及其在优化问题中的应用,尽管 GA 在某些应用中取得了令人满意的结果,但仍有一些有待进一步研究的工作。

1) 发展一些启发式策略,引入领域知识,对搜索过程给予指导或引导,但这种方法需要具体问题具体分析,没有普遍实用的策略。

2) 参数环境对 GA 的性能和结果的质量至关重要,GA 的参数环境能改变 GA 的函数优化能力,它一直是 GA 的一个重要研究课题,并越来越受到重视。

3) 研究 GA 的选择策略,使之具有更广泛的适用性,避免过早收敛。

4) 进一步研究 GA 的并行性及并行计算问题,能够提高计算效益。

5) 传统 GA 用定长的二值编码,若采用一些其它编码方式,GA 能够在某些问题上取得较好的效果,但 Holland 的模式理论不再适用,目前尚无完整的理论解释这种现象。

可以肯定,作为一种非确定性的拟自然算法,GA 在许多实际问题中的应用会越来越广。

## 参 考 文 献

- 1 Goldberg D E. Genetic algorithms in search, optimization and machine learning. Reading, Addison-Wesley, 1989
- 2 Davis L. Handbook of genetic algorithms. New York: Van Nostrand Reinhold, 1991
- 3 Holland J H. Adaptation in natural and artificial systems. The University of Michigan Press, 1975
- 4 Goldberg D E. Computer-aided pipeline operation using genetic algorithms and rule learning, Part I: Genetic algorithm in pipeline optimization. Engineering with Computer, 1987,3(1):35-45
- 5 Goldberg D E. Computer-aided pipeline operation using genetic algorithms and rule learning, Part II: Rule learning control of a pipeline under normal and abnormal conditions. Engineering with Computer, 1987,3(1):47-58
- 6 Matwin S, Szapiro T, Haigh K. Genetic algorithms approach to a negotiation support system. IEEE Trans on System, Man and Cybernetics, 1991,21(1):102-114
- 7 Goldberg D E. Simple genetic algorithms and the minimal deceptive problem. In: Genetic Algorithms and Simulated Annealing. Morgan Kaufman. 1987. 74-88
- 8 Goldberg D E. Optimal initial population size for binary-coded genetic algorithms. The Clearinghouse for Genetic Algorithm. University of Alabama, 1985. 1-10
- 9 Grefenstette J J. Optimization of control parameters for genetic algorithms. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1986,16(1):122-128
- 10 Hesser J, Manner R. Towards an optimal mutation probability for genetic algorithms. In: Parallel Problem Solving from Nature. Berlin and Heidelberg: Springer, 1990. 23-32
- 11 Goldberg D E. Sizing populations for serial and parallel genetic algorithms. In: Proc of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms. 1989. 70-79
- 12 Schaffer J D. A study of control parameters affecting online performance of genetic algorithms for function optimization. In: Proc of the 3rd International Conference on Genetic Algorithms, 1989. 51-60
- 13 Mauldin M L. Maintaining diversity in genetic search. In: Proc of the International Conference on Artificial Intelligence. 1984. 247-250
- 14 Booker L. Improving search in genetic algorithms. In: Genetic Algorithms and Simulated Annealing. London: Pitman, 1987. 61-73
- 15 Eiben A E, Aarts E H L, Van Hee K M. Global convergence of genetic algorithms: A Markov chain analysis. In: Parallel Problem Solving from Nature. Berlin and Heidelberg: Springer, 1990. 4-12
- 16 Rudolph G. Convergence analysis of canonical genetic algorithms. IEEE Trans on Neural Networks, 1994,5(1):96-101
- 17 Miller J A, Potter W D, Gandham R V et al. An evaluation of local improvement operators for genetic algorithms. IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics, 1993,23(5):1340-1351
- 18 Yao X. Evolutionary artificial neural networks. Int J of Neural Systems, 1993,9(3):203-222

- 19 Michalewicz Z, Brawezyd J. A modified genetic algorithm for optimal control problems. *Computers Math Appli*, 1992, 23(12):83-94
- 20 Johnson T, Husbands P. System identification using genetic algorithms. In: *Parallel Problem Solving from Nature*. Berlin and Heidelberg, Springer, 1990. 85-89
- 21 Hollstien R B. Artificial genetic adaptation in computer control systems. *Dissertation Abstracts International*. University of Michigan, 1971, 32(3), 1510B
- 22 Vignaux G A, Michalewicz Z. A genetic algorithm for the linear transportation problem. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetic*, 1991, 21(2):445-452
- 23 Goldberg D E, Jr R L. Alleles, loci and the traveling salesman problem. In: *Proc of International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*. 1985. 154-159
- 24 王众托, 孙艳丰. 遗传算法用于 0-1 规划的新途径. 见: *中国系统工程学会第八届学术年会论文集*. 1994. 458-463
- 25 Schraudolph N N, Belew R K. Dynamic parameter encoding for genetic algorithms. *Machine Learning*, 1992, 9(6):9-21
- 26 Goldberg D E, Smith R E. Nonstationary function optimization using genetic algorithms with dominance and diploidy. In: *Proc of the 2nd International Conference on Genetic Algorithm*. 1987. 59-68
- 27 Dasgupta D, McGreer D R. Nonstationary function optimization using the structured genetic algorithms. In: *Proc of the 2nd Conference on Parallel Problem Solving from Nature*. 1992. 145-154
- 28 Deb K. Genetic algorithms in multimodel function optimization. University of Alabama, 1989
- 29 Goldberg D E, Richardson J. Genetic algorithms with sharing for multimodel function optimization. In: *Proc of the 2nd International Conference on Genetic Algorithms*. 1987. 41-49
- 30 Schaffer J D. Multiple objective optimization with vector evaluated genetic algorithms. In: *Proc of International Conference on Genetic Algorithms and Their Applications*. 1985. 93-100
- 31 Hajela P, Lin C Y. Genetic search strategies in multicriterion optimal design. *Structural Optimization*, 1992, 5(4):99-107

## The Application of Genetic Algorithm in Optimization

*Sun Yanfeng*

*Wang Zhongtuo*

(Northern Jiaotong University) (Dalian University of Technology)

**Abstract** This paper analysis the limitations of traditional optimization methods. The basic characteristics of GA are introduced. The fields of applications in optimization are reviewed. Finally, the future developments of GA are discussed.

**Key words** genetic algorithm, function optimization, genetic operator, schema

### 作者简介

见本刊 1996 年增刊 1 第 224 页。