

第十八讲

上次课:

- 能流 & 能量

$$\langle \vec{S}_p \rangle = \frac{1}{2} \text{Re}(\vec{E} \times \vec{H}^*) = \langle u \rangle \vec{v}$$

- 偏振

$$\vec{k} \cdot \vec{E}_0 = 0 \rightarrow \text{线、椭圆、圆偏振 (左右旋)}$$

- 色散介质的响应原则为**时域非瞬时**, $D(\vec{r}, t) = \int \varepsilon(t-t') \vec{E}(\vec{r}, t') dt'$

在单频谐变电场 (复场, $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_\omega(\vec{r}) e^{-i\omega t}$) 激励下,

$$\vec{D}_\omega = \varepsilon(\omega) \cdot \vec{E}_\omega, \quad \vec{j}_\omega = \sigma(\omega) \cdot \vec{E}_\omega$$

金属 (更广义讲是导电介质) 是非常重要的一类电磁介质, 其对电磁波的响应主要以自由电流的形式展现。静态时金属的本构关系就是欧姆定律 $\vec{j} = \sigma_c \vec{E}$ 。

当外电场随时间谐变时, 即 $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_\omega(\vec{r}) e^{-i\omega t}$, 类似受迫振动, 电流 \vec{j} 也带有时间因子 $e^{-i\omega t}$, 即 $\vec{j}(\vec{r}, t) = \vec{j}_\omega(\vec{r}) e^{-i\omega t}$ 。此时, 可定义频域的电导率 $\sigma(\omega)$

$$\boxed{\vec{j}_\omega(\vec{r}) = \sigma(\omega) \vec{E}_\omega(\vec{r})} \quad (8.3.6)$$

原则上讲, $\sigma(\omega)$ 的严格求解应当借助于量子力学。对良导体, 通常可以把体系看作电子自由地在晶格正离子组成的背景中运动 – 此即是自由电子气模型, 也就是高能物理中所谓的等离子体模型。在常温下, 我们可以用经典理论借助等离子体模型来求解金属的 $\sigma(\omega)$ 。

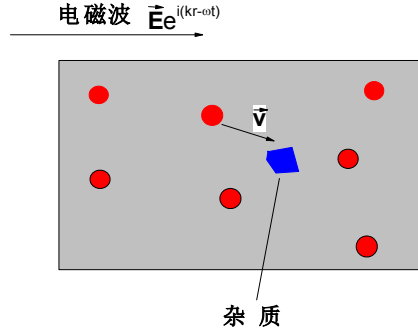
2. 金属的有效电导率

当有一束单频的电磁波施加在等离子体中时, 空间有电场 $\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}) e^{-i\omega t}$ 存在, 则电子将受到电场力 $e\vec{E}$ 。同时, 电子运动时将受到其他粒子 (声子, 杂质等) 的散射而丢失能量及动量。描述这种**散射力**的最简单的模型是“迟逾时间近似”, 即**散射力**可写成

$$\vec{F}_{sca} = -\frac{m\vec{v}}{\tau} \quad (8.3.7)$$

这个式子的物理意义是：电子平均 τ 时间受到一次“异种粒子”的散射而丢失其所有动量。因此，电子的运动方程为

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F} = e\vec{E} - \frac{m\vec{v}}{\tau} \quad (8.3.8)$$



在长波近似下，在电子来回运动的区间内可以近似认为电场不发生显著变化：

$\vec{E}(\vec{r}) \sim \vec{E}_0$ （做这个近似相当于我们忽略了非局域响应）。显然电子将在单频外场力的作用下做“受迫振动”，将电子运动的复场试解 $\vec{v}(t) = \vec{v}_0 e^{-i\omega t}$ （取了电场的复场表达式意味着我们把（8.3.8）做了复场延拓）代入（8.3.8）可得

$$\vec{v}_0 = \frac{e/m}{-i\omega + 1/\tau} \vec{E}_0 \quad (8.3.9)$$

因此，电子的运动速度为

$$\vec{v}(t) = \vec{v}_0 e^{-i\omega t} = \frac{e/m}{-i\omega + 1/\tau} \vec{E}_0 e^{-i\omega t} = \frac{e/m}{-i\omega + 1/\tau} \vec{E}(t) \quad (8.3.10)$$

与之前一样，这里速度的复数形式只是为计算方便（基础是方程是线性方程！），真正有物理意义的是场量的实部。根据电流密度的定义，我们发现

$$\vec{j}(\vec{r}, t) = n_e e \vec{v}(\vec{r}, t) = \frac{n_e e^2 / m}{-i\omega + 1/\tau} \vec{E}(\vec{r}, t) \quad (8.3.11)$$

式中 n_e 为单位体积内的电子数目。将（8.3.11）与（8.3.6）对比，可得电导率为

$$\boxed{\sigma(\omega) = \frac{n_e e^2 / m}{-i\omega + 1/\tau}} \quad (8.3.12)$$

对此做如下讨论：

（1）当 $\omega \rightarrow 0$ 时，上式应当回到直流情况下金属的电导率 σ_c 。将（8.3.12）取

$\omega \rightarrow 0$ 的极限，有 $\sigma_c = \frac{n_e e^2}{m} \tau$ 。这其实就是迟逾时间近似下金属直流电导

率的结果，故，人们常用金属的直流电导率的实验值来反过来确定参数 τ 。

- (2) **复数形式电导率不能只取实部！其实部、虚部都有明确的物理意义！** 对场量（如 $\vec{E}, \vec{j}, \vec{v}$ ）我们才取其实部讨论，对电导率这个中间产物我们不可以这样做。比如有一交变电场，复场表示为： $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$ ，其中 \vec{E}_0 为实数。此时体系中激发的电流的复场表示为： $\vec{j} = \sigma(\omega) \vec{E}_0 e^{-i\omega t}$ 。**考虑真实的电流为复场的实部：** $\text{Re}(\vec{j}) = \text{Re}(\sigma(\omega)) \vec{E}_0 \cos(\omega t) - \text{Im}(\sigma(\omega)) \vec{E}_0 \sin(\omega t)$ ，**因此电导率的实部、虚部都有贡献！可以证明 $\sigma(\omega)$ 的实部对应着实际的欧姆能量耗散，因为欧姆耗散对应：**
$$dQ/dt = \int \text{Re}(\vec{E}) \cdot \text{Re}(\vec{j}) d\tau = \int |\vec{E}_0|^2 d\tau \bullet \{ \text{Re}(\sigma(\omega)) \cos^2(\omega t) - \text{Im}(\sigma(\omega)) \sin(\omega t) \cos(\omega t) \}$$
。显然，一个周期平均下来，电场对电流的做功只有 $\text{Re}(\sigma(\omega))$ 对应的项不为 0，而 $\sigma(\omega)$ 的虚部对应的瞬时做功不为 0，但平均值为 0，总体并不对应能量耗散 - 这与直流电导率有着本质的不同！

- (3) 事实上，Fourier 分析表明只有在复场表示下（即以 $e^{-i\omega t}$ 为基）才可以定义响应函数（如 $\varepsilon(\omega), \mu(\omega), \sigma(\omega)$ 等，参考 (8.3.3) - (8.3.5) 的推导），对实场形式（ $\cos(\omega t), \sin(\omega t)$ ）无法得到线性正比关系，因此无法定义响应函数！换言之，纯数学语言来说：只有 $e^{-i\omega t}$ 为单频，而 $\cos(\omega t), \sin(\omega t)$ 都非单频场。

- (4) 对一般良导体我们发现 $\tau \sim 10^{-14} \text{s}$ ，因此

(A) 在 **GHz 以下的频段（微波）**， $1/\tau \gg \omega$ ，此时 $\sigma(\omega) \approx \sigma_c$ ，即有效电导率就是静态时的电导率。这里的原因是电子碰到一次散射的平均时间 τ 远小于电场发生变化的时间间隔 $T \sim 1/\omega$ ，电场还没有发生显著变化电子已经与杂质碰撞了成千上万次。因此这种条件下电导率与直流时相比并没有什么明显不同。

(B) 在**可见光频段**， $1/\tau \ll \omega \sim 10^{15} \text{s}^{-1}$ ，此时 $\sigma(\omega) \approx i \frac{n_e e^2}{m\omega}$ ，亦即，复数电导率的实部（对应耗散部分）远小于虚部（非能量耗散部分）。这里的物理图像是，电子在高频电场的作用下来回运动，还没有碰到散射（需要费时 $\sim \tau$ ）就已经折返。因此，此时电子的行为与静态时极不相同，其

主要行为是与电场相互交换能量（表现为电导率呈现虚部，电场不对电流做功），而不是与杂质碰撞耗散能量。

3. 金属有效介电函数

有了金属的有效电导率，我们可以进一步导出其**有效介电函数**。根据 Maxwell 方程组的第 4 条方程，在单频条件下，

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Rightarrow \nabla \times \vec{H} = [\sigma(\omega) - i\omega\varepsilon_0] \vec{E} \quad (8.3.13)$$

一般在静电、静磁条件下，我们把金属中的电流作为独立于金属的“自由电流”来处理，也就是说，在 Maxwell 方程中明显地写出 \vec{j} 这一项，而把去除了“传导电流”的金属的介电响应认为和真空无异（ $\varepsilon = \varepsilon_0$ ），当然有时也会把金属中的“价带”电子（束缚电荷）的影响考虑进去，此时，可取 $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$ 。

然而在交变条件下，电流和电场一样随着时间协变。而且所谓自由电子也不再自由，必须在交变场的作用下做“折返跑”。从这个意义上讲，传导电流也变成了束缚在金属中的响应电流。而频率越高，这种折返跑导致“自由电流”越来越成为“束缚电流”。因此，此时可以将金属也看成一种有效电介质，把传导电流作为金属的束缚电流来考虑。对一个电介质，(8.3.13) 应当写成

$$\nabla \times \vec{H} = -i\omega\varepsilon(\omega)\vec{E} \quad (8.3.14)$$

两式比较可得金属的有效介电常数为

$$\varepsilon(\omega) = \varepsilon_0 + i \frac{\sigma(\omega)}{\omega} \Rightarrow \varepsilon_r(\omega) = 1 + i \frac{\sigma(\omega)}{\varepsilon_0 \omega} \quad (8.3.15)$$

将 (8.3.11) 代入上式，即得金属的有效介电常数

$$\varepsilon_r(\omega) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i/\tau)} \quad (8.3.16)$$

其中，

$$\omega_p = \sqrt{\frac{n_e e^2}{\varepsilon_0 m}} \quad (8.3.17)$$

是个只与金属性质有关的常量，叫做等离子共振频率。(8.3.16) 即是著名的 Drude 模型，它非常好地描述了良导体从直流（ $\omega = 0$ ）到紫外（ $\omega > 10^{16} \text{ Hz}$ ）的整个频谱的介电行为。 ω_p 描述的是自由电子气在外场下的一个集体震荡共振行为 -

显然密度越大，质量越小，这个集体振动的频率就越大。良导体的 ω_p 大都在紫外频区。

我们讨论两种典型情况下的金属的介电行为：

(A) GHz 及以下 -

$$\varepsilon_r(\omega) \approx -const. + \frac{i\sigma_c}{\varepsilon_0\omega} \approx \frac{i\sigma_c}{\varepsilon_0\omega}, \quad (8.3.18)$$

此时金属的 ε_r 具有一个极大的正的虚部，以及一个负的实部（不随频率变化）。（**注意：此时不能直接把（8.3.16）中分母中的 ω 设为 0，而需要将整个公式展开成实部、虚部，然后再取 $\omega \rightarrow 0$ 。**）

(B) 光波段：

$$\varepsilon_r(\omega) \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} \quad (\text{对金、银等良导体}), \quad (8.3.19)$$

(C) 从光波段到 GHz, $\varepsilon_r(\omega)$ 有一个由负实部主导到正的虚部主导的一个转变。

§ 8.4 电磁波在导电介质中的传播

上节中我们系统介绍了金属的有效介电函数 $\varepsilon_r(\omega)$ ，下面我们研究电磁波在导电介质中的传播。原则上，我们需要在金属中求解如下时域下 Maxwell 方程

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \cdot (\varepsilon_0 \vec{E}) = \rho \\ \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial}{\partial t} \vec{B} \\ \nabla \cdot \vec{B} = 0 \\ \nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \varepsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} \vec{E} \end{array} \right. \quad (8.1.1)$$

而针对一个特定频率 ω ，所有的场量均以 $e^{-i\omega t}$ 形式随时间谐变，

$$(\vec{E}(\vec{r}, t), \vec{H}(\vec{r}, t), \rho(\vec{r}, t), \vec{j}(\vec{r}, t)) = (\vec{E}(\vec{r}), \vec{H}(\vec{r}), \rho(\vec{r}), \vec{j}(\vec{r})) e^{-i\omega t} \quad (8.4.1)$$

将金属中的“传导电流”吸收到电位移矢量中（参考（8.3.14）式），并利用连续性方程 $\nabla \cdot \vec{j} + \partial \rho / \partial t = 0$ ，可以证明 Maxwell 方程针对时谐场的形式为：

$$\begin{cases} \nabla \cdot (\varepsilon(\omega) \vec{E}) = 0 \\ \nabla \times \vec{E} = i\omega\mu_0 \vec{H} \\ \nabla \cdot \vec{H} = 0 \\ \nabla \times \vec{H} = -i\omega\varepsilon(\omega) \vec{E} \end{cases} \quad (8.4.2)$$

对 (8.4.2) 中第 2 式同时作用 $\nabla \times$ ，并利用 $\nabla \cdot \vec{H} = 0$ ，可得

$$-\nabla^2 \vec{H} = \nabla \times (\nabla \times \vec{H}) = \omega^2 \varepsilon(\omega) \mu_0 \vec{H} \quad (8.4.3)$$

我们立刻发现这个针对单频的“时谐”Maxwell 方程和无色散介质中磁场满足的方程 (8.1.5) 完全一样！只不过这时“介电常数”依赖于频率，只针对目前的所设的频率正确。(8.4.3) 的解是平面波， $\vec{H}(\vec{r}) = \vec{H}_0 e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}}$ （此时只需考虑空间变化部分，时间部分总是 $e^{-i\omega t}$ ），代入可解得电磁波传播的色散关系

$$\boxed{k^2 = \left(\frac{\omega}{c}\right)^2 \varepsilon_r(\omega)} \quad (8.4.4)$$

这与一般介质中的色散关系全一样，除了此处 ε_r 是频率的函数，因此只要知道了 $\varepsilon_r(\omega)$ 就可以求解 (8.4.4) 得到电磁波传播的行为。注意，上面的讨论是一般成立的，对任何线性各向同性介质，只要体系在频域的本构关系 $\vec{D}(\omega) = \varepsilon(\omega) \vec{E}(\omega)$ 已知，我们就可以利用 (8.4.4) 式电磁波传播的色散关系。下面考虑几个特殊情形。

1. 良导体在 GHz 及以下频段

A. 复波矢

良导体，如金银铜等，在 GHz 及以下频段的有效介电常数为

$$\varepsilon_r(\omega) \approx -const. + \frac{i\sigma_c}{\varepsilon_0\omega} \approx \frac{i\sigma_c}{\varepsilon_0\omega} \quad (8.4.5)$$

将 (8.4.5) 式代入 (8.4.4) 可得

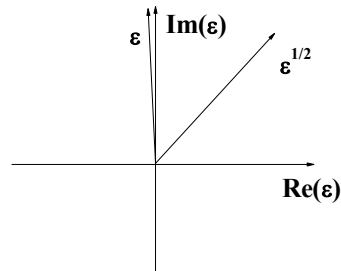
$$k = \frac{\omega}{c} \sqrt{\varepsilon_r} \approx \sqrt{\frac{i\sigma_c}{\varepsilon_0\omega}} \frac{\omega}{c} = (1+i)\alpha \quad (8.4.6)$$

其中

$$\alpha = \sqrt{\frac{\sigma_c \mu_0 \omega}{2}} \quad (8.4.7)$$

则

$$\vec{k} = (1+i)\alpha \cdot \vec{e} \quad (8.4.8)$$

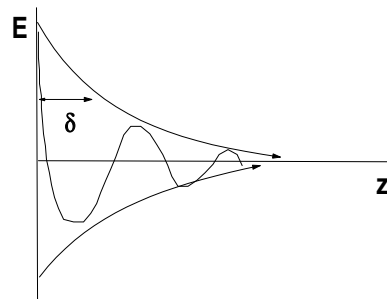


其中 \vec{e} 任意单位矢量（传播方向）。注意很多教材上假设 $\varepsilon_r(\omega) = 1 + \frac{i\sigma_c}{\varepsilon_0\omega}$ ，这其实并不完全正确。但事实上，这并不影响解的形式 – 当 $\text{Im}(\varepsilon_r) \gg \text{Re}(\varepsilon_r)$ 时，解就是（8.4.6）式的形式，根本与 ε_r 的实部无关！（参看右上图）。

将（8.4.8）带入（8.4.1），则电磁波在金属中的电场（假设传播方向为 z 方向）为

$$\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-\alpha z} e^{i(\alpha z - \omega t)} \quad (8.4.9)$$

当然横波条件要求 \vec{E}_0 的方向在 xy 平面。可见，此时平面波的振幅沿传播方向指数衰减，**但注意这里电场是一边衰减一边继续振荡的。**



振幅衰减到 $r=0$ 处的 $\frac{1}{e}$ 倍的距离 $\frac{1}{\alpha}$ 称为**透入深度（也叫趋肤深度）**，定义为

$$\delta = \frac{1}{\alpha} = \sqrt{\frac{2}{\sigma_c \mu \omega}} \quad (8.4.10)$$

因此电磁波不能渗入在导电介质的内部，而是很快在表面的一个厚度为 δ 的薄层内衰减掉。与此相对应：金属上产生的交流电流一定也只是局域在表层的这个薄层内 – 这个结论我们曾在讨论准静态近似下的电流的趋肤效应时得到过。

Tips: 这种衰减表示电磁波的能量有消耗。但对良导体， $\sigma_c \rightarrow \infty, \delta \rightarrow 0$ ，入射的电磁波几乎被 100% 反射回去。因此，良导体几乎不能吸收电磁波（在 GHz），可以看作理想导体。

B. 电磁场强度之间的关系

由（8.4.2）式中的第 2 式可得

$$\vec{B}_0 = \frac{1}{\omega} \vec{k} \times \vec{E}_0 = \frac{\alpha}{\omega} (1+i) \cdot \vec{e} \times \vec{E}_0 = e^{i\pi/4} \sqrt{\frac{\sigma_c \mu_0}{\omega}} \vec{e} \times \vec{E}_0 \quad (8.4.11)$$

良导体内的电磁波有如下重要特点：

(1) 与介质中的电磁波 \vec{B} 、 \vec{E} 之间**同相位**不同，此处 \vec{B} 、 \vec{E} 之间有 $\frac{\pi}{4}$ 的相位差，

趋向导体内部时，2 者均以**指数形式振荡衰减**。

(2) 良导体内部的电磁能量是以磁场能形式存在的：

$$U_B \sim \frac{1}{2\mu_0} B_0^2 = \frac{\sigma_c}{2\omega} E_0^2 = \frac{\sigma_c}{\varepsilon_0 \omega} \left(\frac{\varepsilon_0}{2} E_0^2 \right) \gg U_E \quad (8.4.12)$$

这种趋势随着频率的减小增大。当 $\omega = 0$ 时，磁能是电能的无限大倍，因此 \vec{E} 只能为 0 --- 此时电磁场能量只以磁能的形式出现。**这与静电时金属内部不存在静电场（但可以存在静磁场）的结果一致**。导电介质中电磁波的传播特性如图 8.3 所示。

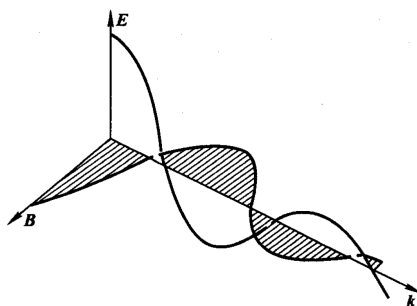


图 8.3

注意：

(1) 这里 $U_E \sim \frac{\varepsilon_0}{2} E_0^2$ 指的是纯粹的电场的能量，并没有把“传导电流”携带的能量（其机械能及与电磁场的相互作用能）算上。

(2) 对色散介质，利用 $U_E \sim \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} \sim \frac{1}{2} \varepsilon(\omega) |E|^2$ 计算介质中电磁场的总能量是不对的，否则你就得到负能量这个荒谬的结论。色散介质中的能量是个复杂的问题，要得到完整的答案，请参考 Landau 的书。

2. 良导体在光波段（等离子体中的光波）

在光波段，金属的有效介电常数为 $\varepsilon_r(\omega) \approx 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$ ，这个模型也被广泛应用于研究其他自由电荷组成的等离子体（唯一的区别是电荷密度不同导致 ω_p^2 不

同)。将其带入色散关系可得

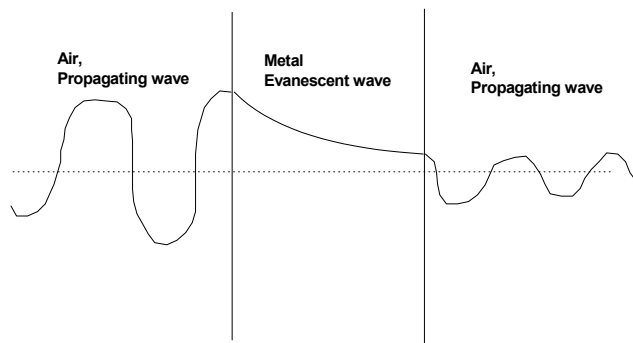
$$k^2 = \frac{\omega^2}{c^2} \left(1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}\right) = \frac{1}{c^2} (\omega^2 - \omega_p^2) \quad (8.4.13)$$

对此我们作如下的讨论：

(1) 当 $\omega < \omega_p$ 时， k 为一纯虚数，

可写成 $k = i/\delta$ ，其中

$$\delta = \sqrt{\frac{c^2}{\omega_p^2 - \omega^2}} \quad (8.4.14)$$



此时金属中的 **电磁场是纯粹的指数衰**

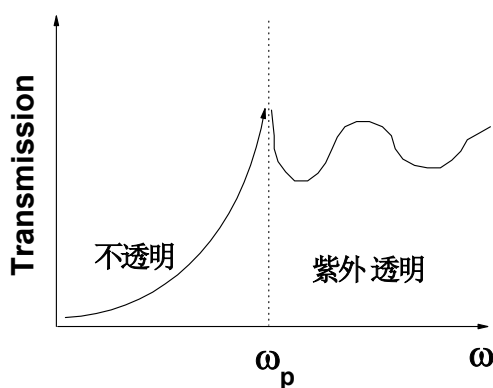
减的， $E \sim E_0 e^{ikr} = E_0 e^{-r/\delta}$ ，与 (8.4.9)

式表示的一边衰减一边振荡（传播）略有不同。这种波称为衰逝波，或者叫消逝波，倏逝波等（Evanescent wave）。当电磁波由空气入射到金属上时，进入金属后电磁波后的透入深度为 δ 。若金属为半无限大，则电磁波完全不能通过金属，因此将被反射回去；若金属板为有限厚度，则会有衰逝波隧穿过去。 δ 越大，则隧穿过去的电磁波就越多（如右图所示）。**这种效应非常类似量子力学中的隧穿效应**，而在这里金属（ $\epsilon_r < 0$ ）就类比于量子力学中的势垒，电介质（ $\epsilon_r > 0$ ）类比于势阱。

(2) 磁场为

$$\vec{B}(z, t) = \frac{1}{\omega} \vec{k} \times E_0 \vec{e}_x e^{-z/\delta} e^{-i\omega t} = \frac{i}{\omega \delta} E_0 \vec{e}_y e^{-z/\delta} e^{-i\omega t} \quad (8.4.15)$$

这里磁场与电场有 $\pi/2$ 的相差，与介质、良导体在 GHz 等情形均不相同！这个相位的不同，造成了能流形式在各种介质中的不同！（参考作业题）



(3) 当 $\omega = \omega_p$ 时， $\delta \rightarrow \infty$ ，此时隧穿效应达到极值。

(4) 当 $\omega > \omega_p$ ， $0 < \epsilon_r < 1$ ， $n = \sqrt{\epsilon_r} < 1$ ，此时金属（或是等离子体）是比真空还要光疏的介质，光波

可以在其中传播。但因为折射率与空气毕竟不同，所以此时一个有限厚度的金属板对电磁波仍然有反射，造成透射率的降低。因此， $\omega = \omega_p$ 就定义了一个由不透明到透明的等离子共振带边，实验上常利用这个现象来探测金属的等离子体共振频率。

(5) 金属在 GHz 和在光波段均可以很好的反射电磁波，但机理及表现形式完全不同。前者是靠金属的介电常数的虚部，而后者靠的是负的介电常数。

Tips: $\omega = \omega_p$ 时。 $\epsilon_r \rightarrow 0, n \rightarrow 0$ ，我们发现体系具有许多奇异的特性。比如，根据 (8.4.15)， $\vec{B} \rightarrow 0$ ，也就是此时体系内部只存在电场。另外，这种隧穿透明现象与体系的厚度无关，这一点又与光学中法布里-帕罗效应很不相同。尽管现在研究的金属只能在紫外 (ω_p) 具有这个性质，基于 **Metamaterials**，任何其实可以在任意频段均实现这种奇异材料。这种材料叫 **epsilon-near-zero (ENZ)** 或者 **zero-index-material (ZIM)**，是目前非常热的前沿研究课题。

习题 P. 205, 8.3 (这里的金属指在 GHz 以下的良导体)

补充题:

- 1) 针对课件中讨论的导电介质的 3 种情形, 分别写出当一支初始振幅为 $E_0 \vec{e}_x$ 的平面电磁波在 3 种介质中沿 z 方向传播时, 能流密度的时间平均值 ($\langle \vec{S}(z, t) \rangle$), 以及在 z 点附近单位体积内单位时间产生的焦耳热的时间平均值 $\left\langle \frac{d}{dt} Q(z, t) \right\rangle$ 。
- 2) 利用连续性方程 $\nabla \cdot \vec{j} + \partial \rho / \partial t = 0$, 证明时谐条件下电磁场满足 (8.4.2) 及 (8.5.8)。
- 3) Ag 的电子密度为 $n_e = 5.88 \times 10^{28} m^{-3}$, 静态电导率为 $\sigma_c = 6.17 \times 10^7 (\Omega \cdot m)^{-1}$, 计算迟逾时间 τ 和等离子共振频率 ω_p ; 分别在 $f = 1GHz$, $\lambda = 1.5 \mu m$, $\lambda = 550 \mu m$ 三个条件下计算其相对介电常数。
- 4) 在交变条件下, 计算电场对金属中的电流的做功 (参考 Lect-5 中的 Eq.(2.1.2)) 的瞬时值及时间平均值, 证明复电导率的虚部不对应体系的能量耗散, 而只有实部才对应能量耗散。(思考) 进一步讨论: 电导率的虚部不对应耗散, 那对应什么样的物理过程?

思考、阅读文献, 并整理成 Note

- 1) 课件上推导的是金属的“局域”的介电函数的行为。然而实际情况下, 一束电磁波照过来, 电磁场应当是 $\vec{E}_0 e^{i(kr - \omega t)}$, 电场并非均匀场。为什么我们可以设电场为均匀场来计算 ϵ ? 这样做有什么后果? 另外, 我们并没有考虑磁场带来的 Lorentz 力? 你预期考虑了 Lorentz

力之后结论会有何不同？

2) 仔细讨论复电导率的实部和虚部的物理涵义。若 $\sigma(\omega)$ 的虚部不对应能量的耗散，那么它的作用到底是什么？能否具体地讨论电磁场与电子气之间的能量交换。

3) 查阅参考书，计算在可见光照射下，金属中电子的典型“活动范围”。由此理解为什么高频下“自由电子”其实不再自由，而我们通常把自由电子作为金属的束缚电子来处理。

4) 利用网络查看一些原始文献及书籍，弄清楚实验上如何测量各种金属的电导率（介电函数）以及确定 Drude 模型中的各个参数的。

5) 之前我们推导出准静近似成立的频率条件是 $\omega \ll \omega_c = \frac{\sigma_c}{\epsilon_0}$ (Lect-16, (6.1.1))，并指出

这个条件是个过于松的条件。在 Drude 模型的框架下探讨 ω_c 的物理意义，并讨论为什么 (6.1.1) 式不严格，严格的条件又是什么？