

13장 가설검정 (1부)

1. 가설검정 = 어떤 통계적인 주장이 어느 정도 사실인지 여부를 판단하기 위해 표본을 이용하는 방법인.

즉, 제시된 증거의 유용성을 판단하는 방법인.

예제 : 새로운 코콜이 치료제 개발됨.

① 562

구주단에 코콜이를 가진 사람들의 90%를 치료한다고 주장

테스트 : 15명의 코콜이 환자를 대상으로 새로운 코콜이 치료제

② 563 - 564

처방 후 2주 지나서 결과 확인.

결과 :

| 완치여부 | 그렇다 | 아니다 |
|------|-----|-----|
| 도수 | 11 | 4 |

질문 : ① 코콜이 약이 정밀로 90%의 효과를 낸다고 가정한다면, 15명으로 구성된 표본에서 몇 사람이 치료될 것으로 기대되는가? 또한 이것은 어떤 확률을 따른다?

② 90% 효과가 있다는 주장은 받아들여야 하는가? 왜는?

정답

① ① 15명의 90%는 13.5명인. 따라서 14명이 치료될 것으로 기대할 수 있다.

(이) X 가 치료된 환자의 수를 나타낼 때 $X \sim B(15, 0.9)$ 의 이항 확률을 따른다.

② 실제로는 15명 중에 11명에게 효과가 있었다.

14명에 비해 많이 적어로인다. 하지만 우연의 결과일 수도 있다.

하지만 90%의 효과가 있는지 여부는 가설검정을 통해 판단할 수 있다. (오늘의 주제인)

P. 567

2. 가설검정 6 단계

- I. 검정할 가설인 영가설 (H_0)과 대립가설 (H_1) 설정
- II. 검정에 사용할 검정통계 설정
- III. 기각역 설정
- IV. 검정통계를 위한 P-값 확인
- V. P-값이 기각역 안에 포함되는지 여부 확인
- VI. 가설 수용 여부 판단.

3. 가설검정 단계 I

1) 영가설과 대립가설

P. 568

검정할 가설을 설정해야 한다. 일반적, 검정 방향으로 사용되는 주장을 **영가설 (Null Hypothesis)**라 부르며 보통 H_0 로 표기한다.

↑ 책에 따라 "귀무가설"이라 부르기도 한다.

반면에 "영가설에 반하는 내용" 같은 가설은 **대립가설**이라 부른다.

예제로 "코골이 약"의 경우

$$\text{영가설 } (H_0) : \frac{P}{\text{↑ 치료율}} = 0.9$$

$$\text{대립가설 } (H_1) : P < 0.9$$

주의: 대립가설로 " $P \neq 0.9$ "를 사용하지 않는다.

2) 대립가설 설정

p. 569

- ① 앞서 설명한 대로 대립가설은 "영가설에 반하는 내용"을 담아야 한다. 즉, 영가설 (H_0)을 기각하는 경우에 사실로 인정해야 하는 가설이 대립가설이어야 한다.

- ② "코골이 약" 예제를 다시 살펴보자.

영가설 (H_0)이 " $P = 0.9$ "이다. 그런데 단순히 수식으로만 생각해서 " $P \neq 0.9$ "를 대립가설로 설정하면 문제가 발생한다. 이유는 " $P \neq 0.9$ "이 " $P > 0.9$ " 내용이 포함되어 있기 때문이다. 다시 말해서, 제약회사의 주장인 "치료율 90%"를 기각하면서 치료율이 "90% 이상"이라는 내용을 받아들이는 데는 없기 때문이다. 따라서 이경우에는 " $P < 0.9$ "를 대립가설로 설정해야 한다.

(제작일정)

- ② 다른 예제를 살펴보자.

(?) 어떤 자동차 회사에서 생산하는 차종의 대리점 판매가의 평균이 15만원이라는 주장을 건전하고자 한다. 이 주장을 건전하기 위해서 여러 대리점을 들면서 해당 차종의 가격을 확인해 보고자 한다.

이 때 사용하는 영가설과 대립가설은 다음과 같다.

$$H_0 : \mu = 15$$

$$H_1 : \mu > 15 \quad (\text{단위: 만원})$$

H_1 설정 이유 : " $\mu = 15$ "를 기각할 경우 " $\mu < 15$ "를 포함하는 것은 설정상 바람직하지 않다. 이유는 주장보다 저렴한 가격에 차종을 구입할 수 있다면 어느 누구도 문제 삼지 않을 것이기 때문이다.

(ii) 어떤 자동차회사에서 "새로 출시한 차종의 연비가

15 Km/l 이다"라는 주장은 진정하고자 한다.

위 주장은 진정하기 위해서 동일 차종 여러 대를 대상으로

연비를 학번해 보고자 한다.

이 때 사용하는 영가설과 대립가설은 다음과 같다.

$$H_0 : \mu = 15$$

$$H_1 : \mu < 15 \quad (\text{단위: } \text{Km/l})$$

H_1 설정 이유 : " $\mu=15$ "를 기록할 경우 " $\mu>15$ "를 포함하는 것은

설정상 바람직 하지 않다. 이유는 주장보다 높은 연비가 나을 경우

이는 누구도 문제 삼지 않을 것이다.

(iii) 어떤 자동차회사의 "주식 배당률이 15 %이다"라는 주장을

진정하고자 한다.

위 주장을 진정하기 위해 배당률을 받은 주주들을 대상으로

배당률을 학번해 보고자 한다.

이 때 사용하는 영가설과 대립가설은 다음과 같다.

$$H_0 : \mu = 15$$

$$H_1 : \mu \neq 15 \quad (\text{단위: \%})$$

H_1 설정 이유 : " $\mu=15$ "를 기록할 경우 " $\mu>15$ "와 " $\mu<15$ "가

모두 포함되어야 한다. 이유는 " $\mu>15$ "일 경우 회사에 손해가

크고, " $\mu<15$ "일 경우 주주들에게 보다 많은

손해가 발생하기 때문이다.

④ 대립가설 설정의 중요성:

대립가설은 "가설검정의 단계 3"에서 설명한 "기각역 설정"과 밀접하게 연관되어 있다. 즉, 대립가설을 만들기 설정하는데 따라 기각역의 크기와 위치가 달라진다.

다시에서 설명한 "단계 3"에서 앞서 언급한 자동차회사의 3개의 예제를 다시 활용하여 각기 다른 기각역 설정 방법을 설명할 것이다.

4. 가설검정 단계 II

p.571

① 설정된 가설을 검정하는 데 사용할 통계인 **검정통계**를 선택한다. 즉, **검정과정 자체와 관련이 깊은 통계를** 설정해야 한다.

② 코루이 예제의 경우

15명으로 구성된 표본에서 치료된 사람의 수에 대한 통계를 선택해야 한다.

X가 15명 중에서 치료된 이의 수를 나타낸다면
영가설 ($H_0: p = 0.9$)에 의해 X는 아래 모양의
이항분포를 따른다:

$$X \sim B(15, 0.9)$$

코루이 예제의 경우는
이항 분포 사용.

③ 주의사항

($\textcircled{1}$) 영가설 (H_0)이 둘 다는 가정하에 결정통계 선정.

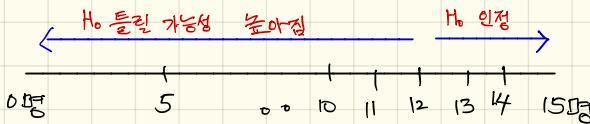
($\textcircled{2}$) 영가설이 틀리다는 강력한 증거가 나오기 전까지 영가설을 뺏어들여야 한다.

($\textcircled{3}$) 그런 다음에 표본의 결과가 발생할 확률을 계산하여 기각역에 포함되는지 여부를 확인한다.

5. 가설검정 단계 Ⅲ

9. 572

- ① 기각역 : 영가설에 주관적으로 반하는 증거에 해당하는 값들의 집합
- ② 코를이 치료약의 경우 "치료율이 90%이다"라는 영가설의 결과라면 15명 중 13~14명이 치료되어야 한다. 하지만 11명만 치료되었는데 이것이 우연의 결과일 수도 있고 아실 수도 있다.
- 반면에 15명 중에 5명 정도만 치료되었다면 제약회사의 주장은 아마 절대로 받아들이지 않을 것이다.



그렇다면 15명 몇 명 이하로 치료되면 영가설 (H_0)을 기각할지를 정할 필요가 있다. 이와 같이 영가설에 관계해 반하는 값들의 집합을 기각역이라 한다. 코를이 예제의 경우 15명 중 몇 명 아래로 치료되면 영가설을 기각할 것인가에 판단 기준이 되는 "몇 명 아래"에 해당하는 구간이 기각역이 된다.

(3) 유의수준

9. 573~574

- ① 기각역을 정하기 위해서는 대립가설과 함께 유의수준을 고려한다.
- ② 유의수준 : 영가설을 기각해야 한다는 결정을 내릴 때 그 결정이 틀릴 확률. 보통 1% 또는 5%를 사용하며, 여기서는 5%를 사용하여 설명한다.
- X 가 코를이 약으로 치료된 수라 한 때 기각역은 아래 식을 만족하는 C 값들의 집합이다.

$$P(X \leq C) < 0.05$$

→ 대립가설 (H_1)이 " $P < 0.9$ "이기 때문.

④ 대량가설의 역할

▶ 574

앞서 단계 I에서 설명한 대로 동일한 영가설에 대해 상황에 따라 다른 대량가설을 설정해야 한다.
그리고 어떤 대량가설을 사용하는가에 따라 기각역의 위치와 범위가 달라진다.

$$\text{호름이 예제의 경우 } H_1: P < 0.9$$

앞서 설명한 대로 기각역은 몇 명이라 일 때 영가설을 기각할지를 정하는 기준이 되어야 한다. 따라서 기각역이

앞서 설명한 대로 아래식을 만족하는 C 값들의 집합이 된다:

$$P(X < C) < 0.05$$

이와같이 어떤 값보다 ~~작거나~~ ^{작거나} 나올 확률이 5% 미만인 값들을 이루어진 기각역을 사용하는 방식을 **상단측검정**이라 부른다.
반면에 자동차 부품 대량판매가의 경우에는 어떤 값보다 ~~나올 확률이~~ ^{작거나} 5% 미만인 값들로 이루어진 기각역을 사용해야 하며, 이런 방식을 **상단측검정**이라 한다. 따라서 상단측검정의 기각역은 아래식을 만족하는 C 값들의 집합이 된다:

$$P(X > C) < 0.05$$

유의수준은 1%
정한 경우,
단측검정에서는
- 한쪽 끝에서 1%
양측검정에서는
- 양쪽 끝에서 각기
0.5%를
기준으로 기각역을
설정한다.

또한 자동차 회사 주식배당률의 경우에는 어떤 값과 대를 확률을 기각여야 한다. 이런 때는 ~~나온 값보다~~ ^{크거나, 아니면 작거나} 확률이 ~~작거나~~ ^{크기} > 5% 미만인 값들로 이루어진 기각역을 사용해야 하며, 이런 방식을 **양측검정**이라 한다. 따라서 양측검정의 기각역은 아래식을 만족하는 C 값들의 집합이 된다:

$$P(X < C) < 0.025 \text{ 또는 } P(X > C) < 0.025$$

6. 가설검정 단계 IV

p.575

① P -값 : 앞서 단계 II에서 설정한 검정통계를 이용하여 계산된 특정 사ign의 발생할 확률

② 결과이 약의 경우 : 15명 중에서 11명이 흰치될 확률이 P -값이 된다. 즉,

$$X \sim B(15, 0.9) \text{ 일 때 } P(X \leq 11) \text{ 이 } P\text{-값이다.}$$

$$\begin{aligned}
 P\text{-값} &= P(X \leq 11) = 1 - P(X \geq 12) \\
 &= 1 - (P(X=12) + P(X=13) + P(X=14) + P(X=15)) \\
 &= 1 - \left({}^{15}C_{12} \cdot (0.9)^{12} \cdot (0.1)^3 + {}^{15}C_{13} \cdot (0.9)^{13} \cdot (0.1)^2 + \right. \\
 &\quad \left. {}^{15}C_{14} \cdot (0.9)^{14} \cdot (0.1) + {}^{15}C_{15} \cdot (0.9)^{15} \right) \\
 &= 0.0555 > 0.05
 \end{aligned}$$

7. 가설검정 단계 V

p.577

① 단계 IV에서 구한 P -값이 기각역 안에 포함되는지를 확인한다.

② 결과이 약의 경우, P -값이 0.0555이며 0.05보다 큰 값이므로 채택된 사인의 수인 11은 기각역에 포함되지 않는다.

8. 가설검정 단계 VI

p.577

① 단계 V의 결과에 따라 영가설에 대한 기각여부를 판단한다.

(i) 기각역에 포함됨 \Rightarrow 영가설 기각

(ii) 기각역에 포함되지 않음 \Rightarrow 영가설 받아 들임.

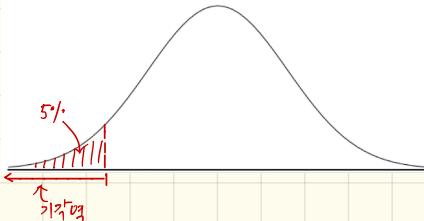
② 결과이 약의 경우 : 채택율이 90% 하는 영가설을 받아 들임.

따라서

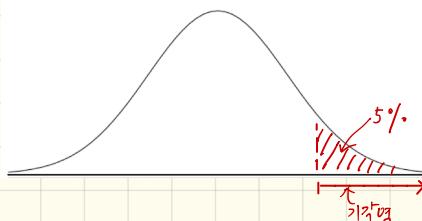
9. 가설검정 정리

- 표본을 이용하여 모집단에 대한 정보를 추정한 결과는 어떤 경우에도 100% 정확하다고 절대로 말할 수 없다.
- 따라서 모집단에 대한 모든 주장에 대해 신뢰성을 검증할 필요가 있다.
- 6단계의 가설검정을 통해 모집단에 대한 통계적 주장을 검증한다.
- 주요 용어 정리
 - 영가설(H₀) : 맞다고 가정하는 가설
 - 대립가설(H₁) : 영가설에 대립되는 가설.
 - 내용과 상황에 따라 대립가설이 결정됨.
 - 가각역 결정에 절대적으로 영향을 끼친다.
 - 유의수준 : • 찰인 영가설을 기각하는 오류를 높힐 확률
 - 유의수준 = 1 - 신뢰수준
 - 즉, 영가설에 흑합된 주장이 95% 신뢰수준으로 계산된 내용이면서 동시에 찰일에도 불구하고 표본조사에 의해 유효성을 학증될 확률이 5%임.
 - 즉, 유의수준이 5%임.
 - 가각역 : 영가설을 기각하기 위한 기준으로 사용되는 기준들의 집합.

- **좌단측 침정** :- 대립가설이 "...보다 작다"의 모양인 경우에 사용.
 - 가설역이 정규분포 그래프 왼쪽에 위치함.
 - 유의 수준 5%에서 가설역은 아래와 같다.



- **우단측 침정** :- 대립가설이 "...보다 크다"의 모양인 경우에 사용.
 - 가설역이 정규분포 그래프 오른쪽에 위치함.
 - 유의 수준 5%에서 가설역은 아래와 같다.



- **양측 침정** :- 대립가설이 "...가 아니다"의 모양인 경우에 사용.
 - 가설역이 정규분포 그래프 양쪽에 위치함.
 - 유의 수준 5%에서 가설역은 아래와 같다.

