

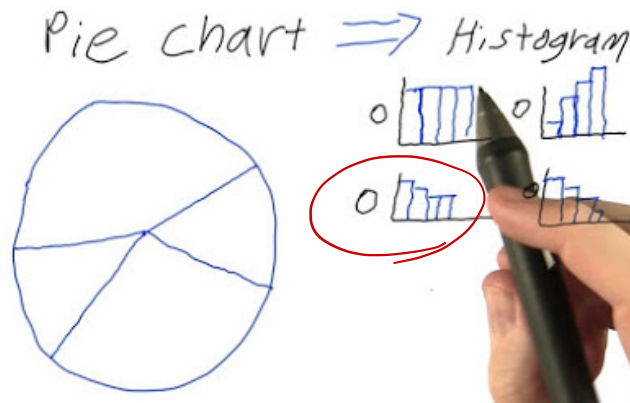
2017년 2학기 확률과통계 중간고사

- 이름:
- 학번:
- 점수

문제 1 문제 2 문제 3 문제 4 문제 5 문제 6 문제 7 문제 8 문제 9 문제 10 합 계

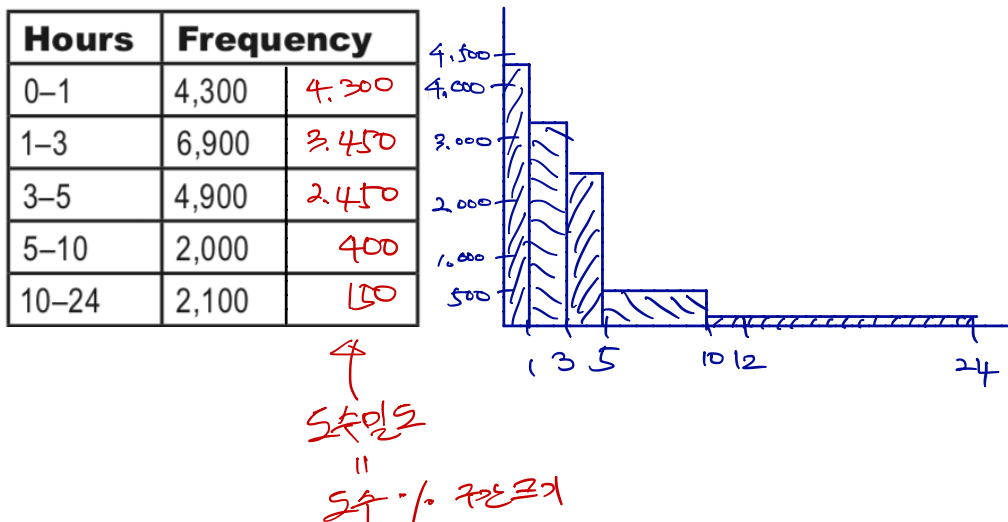
문제 1

아래 그림의 왼쪽은 어떤 데이터의 파이차트(pie chart)를 나타낸다. 이 데이터를 히스토그램(histogram)으로 표현하고자 할 때 어떤 모습이 되는지 왼쪽에서 선택하라. (주의: 손과 펜 이미지는 무시한다.)



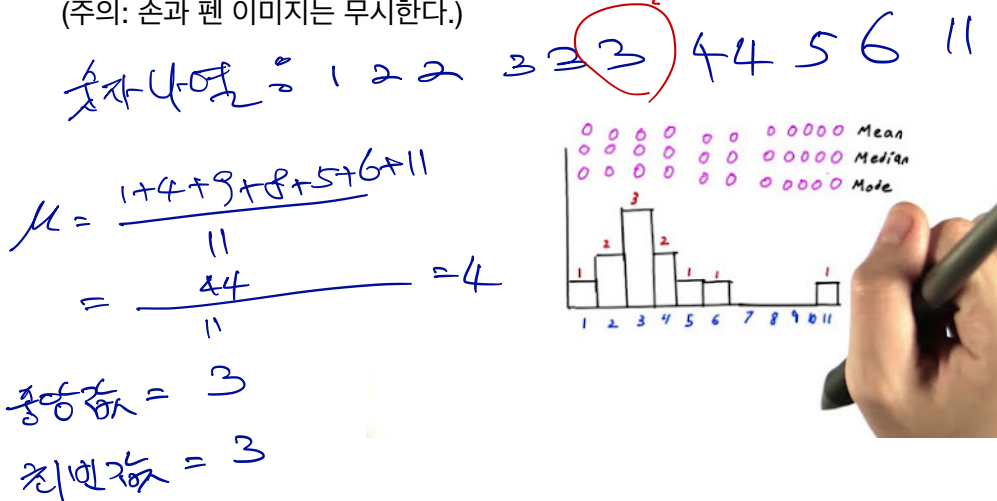
문제 2

아래 테이블은 점수(Score)의 구간과 구간별 도수(Frequency)의 데이터를 담고 있다. 각 구간별 도수밀도를 계산하고, 계산결과를 이용하여 히스토그램을 그려 보아라.



문제 3

아래그림은 어떤 데이터 집합의 히스토그램을 보여준다. 해당 데이터들의 평균, 중앙값, 최빈값을 구 하라.
(주의: 손과 펜 이미지는 무시한다.)



문제 4

아래 테이블은 어떤 선수의 시합 당 올린 점수(points scored per game)와 그 점수를 획득한 게임의 수를
도수(frequency)의 데이터를 담고 있다.

Q1

Points scored per game	3	6	7	10	11	13	30
Frequency	2	1	2	3	1	1	1

3, 3, 6, 7, 7, 10, 10, 10, 11, 13, 30

이 집합의 범위, 상한 사분위수, 하한 사분위수, 사분범위를 구하라.

범위 = $30 - 3 = 27$

상한 사분위수 = 13

하한 사분위수 = 6

사분범위 = $13 - 6 = 7$

Q3

문제 5

x_1, \dots, x_n 의 데이터가 다음 성질을 만족한다.

- 평균(μ) = 5
- 분산(σ^2) = 16

$y_i = 1.5 \cdot x_i$ 일 때, y_i 의 평균, 표준편차, 분산을 구하라.

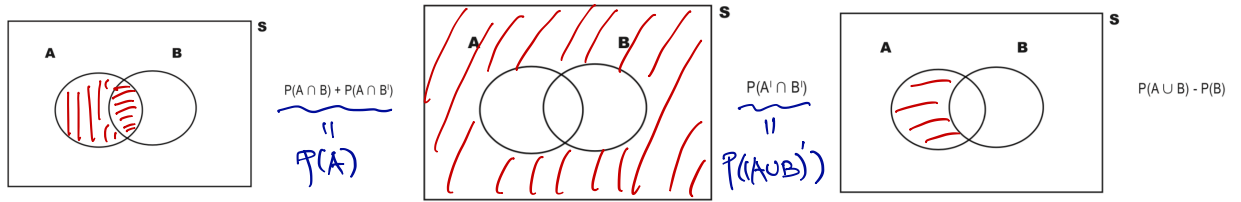
평균 = $1.5 \times 5 = 6.5$

• 분산 = $(1.5)^2 \times 16 = \frac{9}{4} \times 16 = 36$

표준편차 = $1.5 \times 4 = 6$

문제 6

다음 세 개의 벤다이어그램 각각에서 필요한 부분을 색칠하라.



문제 7

커피와 도넛을 판매하는 매장에서 손님들이 두 제품을 구입하는 확률이 다음과 같이 주어졌다.

- $P(\text{도넛}) = 3/4$
- $P(\text{커피} | \text{도넛}') = 1/3$
- $P(\text{도넛} \cap \text{커피}) = 9/20$

이제 아래 확률을 구하라. 힌트: 아래 공식을 활용한다.

$$P(A' | B) = 1 - P(A | B)$$

$$P(A) = P(A \cap B) + P(A \cap B')$$

$$P(A | B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

$$(1) P(\text{도넛}') = 1 - P(\text{도넛}) = 1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$$

$$(2) P(\text{도넛}' \cap \text{커피}) = P(\text{커피} \cap \text{도넛}') = P(\text{커피} | \text{도넛}') \times P(\text{도넛}') = \frac{1}{3} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{12}$$

$$(3) P(\text{커피}' | \text{도넛}) = \frac{P(\text{커피}' \cap \text{도넛})}{P(\text{도넛})} = \frac{P(\text{도넛}) - P(\text{도넛} \cap \text{커피})}{P(\text{도넛})} = \frac{\frac{3}{4} - \frac{9}{20}}{\frac{3}{4}} = \frac{\frac{15}{20} - \frac{9}{20}}{\frac{15}{20}} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$$

$$(4) P(\text{커피}) = P(\text{커피} \cap \text{도넛}) + P(\text{커피} \cap \text{도넛}') = \frac{9}{20} + \frac{1}{12} = \frac{27}{60}$$

$$(5) P(\text{도넛} | \text{커피}) = \frac{P(\text{도넛} \cap \text{커피})}{P(\text{커피})} = \frac{\frac{9}{20}}{\frac{27}{60}} = \frac{27}{32}$$

문제 8

어느 병원에서 암진단에 대한 아래의 자료를 갖고 있다.

- 암진단 검사를 받는 사람 중에 암에 걸릴 확률은 20%이고, 그렇지 않을 확률은 80%이다.
- 암에 걸린 사람 중에 암진단 결과가 양성일 확률이 90%이고, 음성일 확률이 10%이다.
- 반면에 암에 걸리지 않은 사람 중에 암진단 결과가 양성일 확률은 30%이고, 음성일 확률은 70%이다.

이제 임의로 한 사람을 진단해 보니 양성으로 판명되었다. 그 사람이 실제로는 암에 걸리지 않았을 확률을 계산하라.

힌트:

- 분수로만 계산한다.
- 아래 베이즈 공식을 활용한다.

$$P(A | B) = \frac{P(A) \cdot P(B | A)}{P(A) \cdot P(B | A) + P(A') \cdot P(B | A')}$$

A : 암에 걸린다.

B : 암진단 결과가 양성이다.

$$\Rightarrow P(A) = 0.2, \quad P(A') = 0.8$$

$$P(B|A) = 0.9, \quad P(B'|A) = 0.1$$

$$P(B|A') = 0.3, \quad P(B'|A') = 0.7$$

$$\Rightarrow P(A' | B) = \frac{P(A') \cdot P(B | A')}{P(A') \cdot P(B | A') + P(A) \cdot P(B | A)}$$

$$\frac{\frac{8}{10} \cdot \frac{3}{10}}{\frac{8}{10} \cdot \frac{3}{10} + \frac{2}{10} \cdot \frac{9}{10}}$$

$$\frac{\frac{24}{100}}{\frac{24}{100} + \frac{18}{100}} = \frac{24}{24+18} = \frac{24}{42} = \frac{4}{7}$$

주의: $A' = A$

여사건의 여사건은
자기 자신

문제 9

어느 매점에서 행운의 과자를 500원에 판다. 각 과자 속에는 경우에 따라 할인권이 아래의 확률로 들어 있다.

- 2천원 할인권의 확률은 10%
- 5천원 할인권의 확률은 7%
- 만원 할인권의 확률은 3%

X	-500	1500	4500	9500
$P(X=x)$	0.8	0.1	0.07	0.03

(1) 행운의 과자를 살 때의 순수익을 나타내는 확률변수를 X 라 할 때 기대치 $E(X)$ 와 분산 $Var(X)$ 를 구하라.

힌트: 아래 공식을 참조한다.

$$E(X) = \sum x P(X = x)$$

$$Var(X) = E(X - \mu)^2$$

$$\mu = E(X) = -500 \cdot \frac{8}{10} + 1500 \cdot \frac{1}{10} + 4500 \cdot \frac{7}{100} + 9500 \cdot \frac{3}{100} = 350$$

$$\begin{aligned} Var(X) &= E(X - \mu)^2 = (-850)^2 \cdot \frac{8}{10} + (1150)^2 \cdot \frac{1}{10} + (4150)^2 \cdot \frac{7}{100} + (9150)^2 \cdot \frac{3}{100} \\ &= (722,500) \cdot \frac{8}{10} + (132,250) \cdot \frac{1}{10} \\ &\quad + (17,222,500) \cdot \frac{7}{100} \\ &\quad + (83,722,500) \cdot \frac{3}{100} \\ &= 578,000 + 13,2250 + 1,205,575 + 2,511,675 \\ &= 4,427,500 \end{aligned}$$

(2) 행운의 과자 가격을 천원으로 올렸을 때의 기대치와 분산을 구하라.

가격변경 후의 확률변수를 Y 라 하자.

$$\left. \begin{aligned} X &= \text{상금} - 500 \\ Y &= \text{상금} - 1000 \end{aligned} \right\} \text{이다.}$$

$$\text{따라서 } Y = X + 500 - 1,000 = X - 500.$$

$$\Rightarrow E(Y) = E(X) - 500 = 350 - 500 = -150$$

$$Var(Y) = Var(X) = 4,427,500$$

순자가 예상외로 너무
기뻐요. 요 문제도
시원 문제에서 제일함.

문제 10

아래 테이블의 각 항목에서 기대치 또는 분산에 대한 간단한 공식을 채워 넣어라. 단, 다음 사항에 주의한다.

- X 와 Y 는 서로 영향을 주지 않는 확률변수들이다.
- X_1, X_2, X_3 는 X 와 동일한 확률분포를 갖는 독립관측들이다.
- X^2 는 X 의 확률분포에서 확률변수의 값들을 제곱해서 얻어지는 확률분포를 의미한다.
- f 는 확률변수를 선형으로 변화시키는 함수이다.

Statistic	Shortcut or formula
$E(aX + b)$	$a E(X) + b$
$Var(aX + b)$	$a^2 \cdot E(X)$
$E(X)$	$\sum x \cdot P(X=x)$
$E(f(X))$	$\sum f(x) \cdot P(X=x)$
$Var(aX - bY)$	$a^2 Var(X) + b^2 Var(Y)$
$Var(X)$	$E(X-\mu)^2, \sum (x-\mu)^2 \cdot P(X=x), E(X^2) - (E(X))^2$
$E(aX - bY)$	$a E(X) - b E(Y)$
$E(X_1 + X_2 + X_3)$	$3 E(X)$
$Var(X_1 + X_2 + X_3)$	$3 Var(X)$
$E(X^2)$	$\sum x^2 \cdot P(X=x), Var(X) + (E(X))^2$
$Var(aX - b)$	$a^2 Var(X)$