어떤 사건은 다른 사건에 비해 발생할 가능성이 높다

확률이란?

어떤 사건이 발생할 가능성

확률 이론 이란?

확률을 측정하여 미래를 예측하는 이론

데이터의 정보에 기초하여

p. 169 : 카지노 룰렛 게임

크루피에 (게임 진행자)가 공을 던지기 전에 숫자를 맞추는 게임

주머니 : 38개

- 번호 : 1~36 (빨강 또는 검정)
- 0 과 00 (초록)

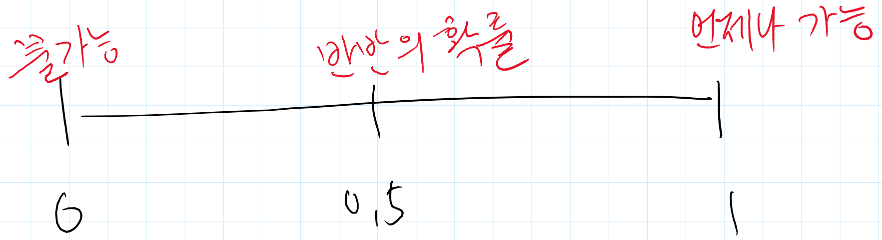
← "꽝" 역할

질문 : 어디에 베팅할까요?

(보다 전문적으로) 어느 사건에 베팅할까요?

P.172

확률 : 0 과 1 사이의 값을 가짐



P.175 : 룰렛 확률 구하기

예제) 룰렛 게임에서 구슬이 7번 주머니에서

멈출 확률

$$= \frac{1}{38} = 0.026$$

7번 주머니 개수

총 주머니 개수

<u>일반화</u> : 사건 A가 일어날 확률

$$P(A) = \frac{\text{사건 A가 일어날 경우의 수}}{\text{전체 경우의 수}} = \frac{n(A)}{n(S)}$$

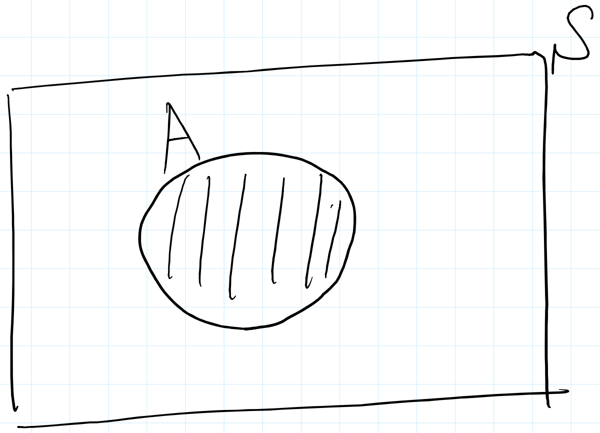
표본공간

(모든 가능한 사건들의 공간)

주의: 표본공간(S)의 정확한 의미는 상황과 조건에 따라 변한다. 후반부에서 다룰 조건부 확률을 배울때에 좀 더 자세히 다룬다.

P. 176 벤 다이어그램 활용

표본공간 S와 사건 A와의 관계를 벤 다이어그램을 이용하여 나타내곤 한다.



A의 여사건 : A가 일어나질 않을 사건
$\parallel$
A'

$\Rightarrow P(A') = 1 - P(A)$

P. 177 (연습)

$P(9) = \frac{1}{38}$

$P(\text{초록색}) = \frac{2}{38}$

$P(\text{검정색}) = \frac{18}{38}$

$P(38) = 0$

낮은 확률로 발생가능성을 배제하지 않음.

두 사건의 합과 곱

: - 사건 A 또는 사건 B가 발생할 확률은?
- 사건 A와 사건 B가 동시에 발생할 확률은?

p.182

예제 1) A: 검정색
B: 빨간색

$$\Rightarrow P(A \text{ 또는 } B) = \frac{18+18}{38} = \frac{18}{38} + \frac{18}{38}$$

$$= P(A) + P(B)$$

p.185

예제 2) A: 검정색
B: 짝수

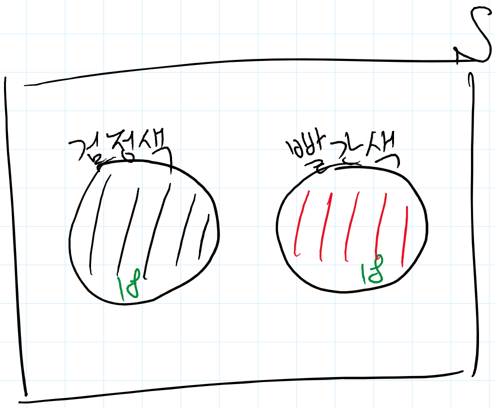
$$\Rightarrow P(A \text{ 또는 } B) = \frac{26}{38} \neq \underbrace{P(A)}_{\frac{18}{38}} + \underbrace{P(B)}_{\frac{18}{38}}$$

p. 487

예제 1) 과 예제 2) 의 차이점 :

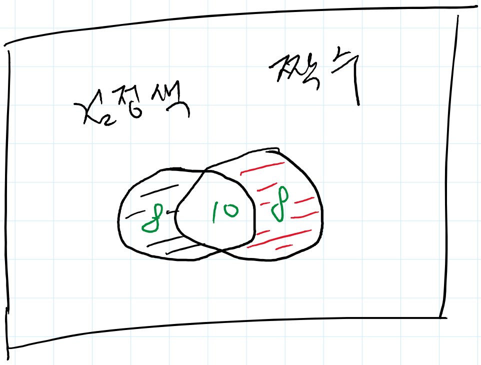
⇐ 서로 배반사건 이냐 여부

예제 1 의 벤다이어그램 :



배반 사건인 경우
(두 사건이 동시에 발생하지 않음)

예제 2 의 벤다이어그램 :



배반 사건이 아닌 경우
(두 사건이 동시에 발생하는 경우 존재)

p. 488

예제 2) 의 확률 계산

$$P(A \text{ 또는 } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ 와 } B)$$

$$= \frac{18}{} + \frac{18}{} - \frac{10}{}$$

직접 확인 가능

$$= \frac{18}{38} + \frac{18}{38} - \frac{10}{38}$$

$$= \frac{26}{38}$$

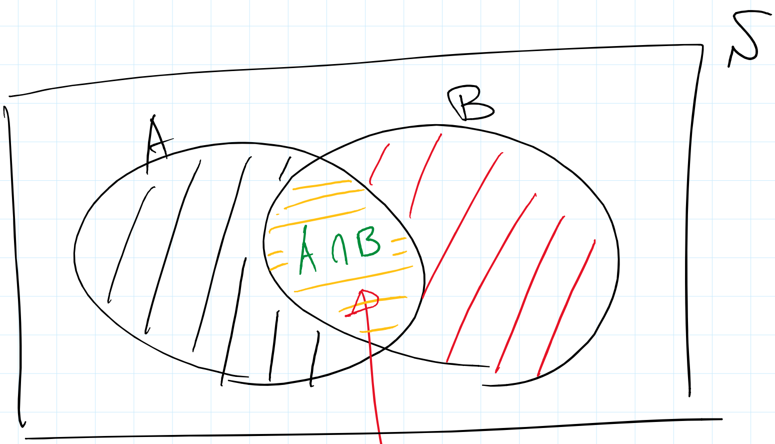
P. 190

용어의 기호화

합집합 기호 　　　　　　　　　　　　　　　　교집합 기호

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

또는 (혹은) 　　　　　　　　　　　　　　　　이고 (그리고, 이면서)



중첩되어서 두 번 더해진다.

주의 : A 와 B가 서로 배반사건인 경우에

$P(A \cap B) = 0$ 이다.

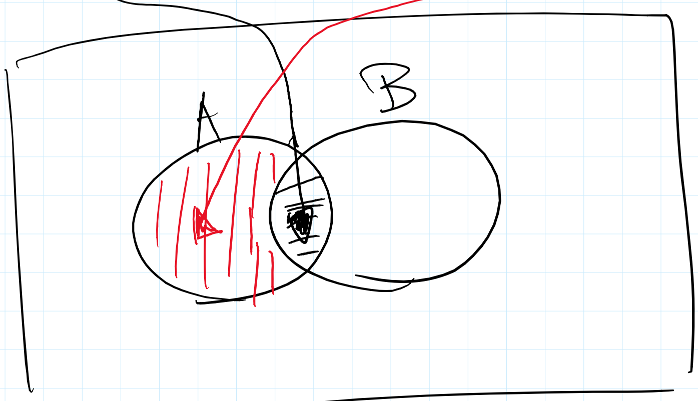
따라서, $\underline{P(A \cup B) = P(A) + P(B)}$.

p.191

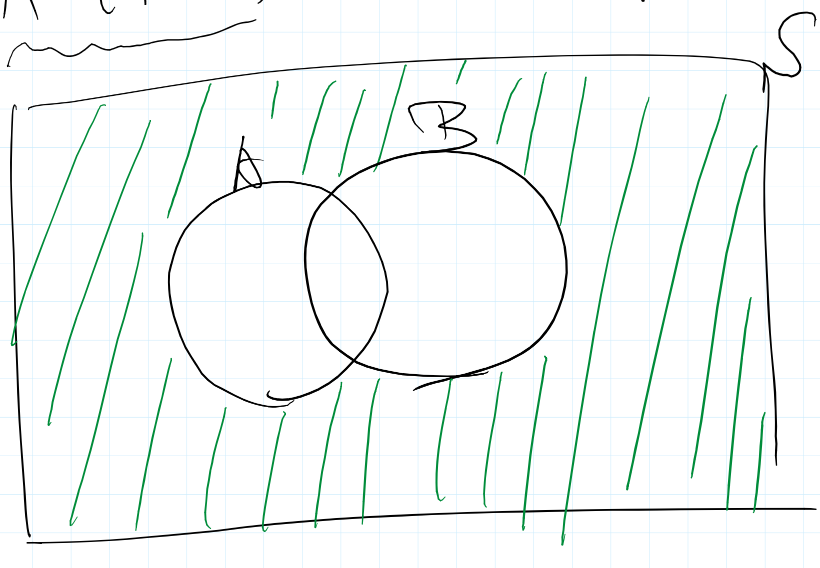
벤 다이어그램 연습

① $P(A \cap B) + P(A \cap B')$

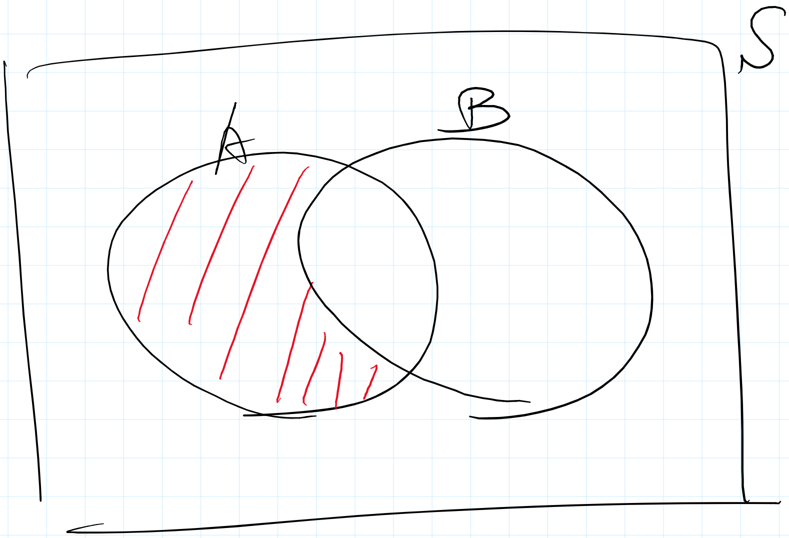
→



② $P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$



③ $P(A \cup B) - P(B)$



p. 195 ~ 196

조건부 확률 :

특정 사건이 발생한다는 조건 하에서
다른 사건이 발생할 확률.

예를 들어, 룰렛 게임에서 공이 검정색
구멍에 들어갔다는 전제 하에서
짝수 구멍에 들어갔을 확률을 구하고자

할 때 사용.

예제) 사건 A : 공이 짝수 포켓에 들어간다.
사건 B : 공이 검정색 포켓에 들어간다.

$\Rightarrow$ $P(A|B)$ = 공이 검정색 포켓에 들어갔다는 전제 하에 그 포켓이 짝수 포켓일 확률

$$= \frac{10}{18}$$

검정색 중에 짝수 포켓 수

검정색 포켓 수

주의 : 분모의 크기가 달라진다.
이 경우에는 표본공간이 검정색 포켓으로 한정된다.

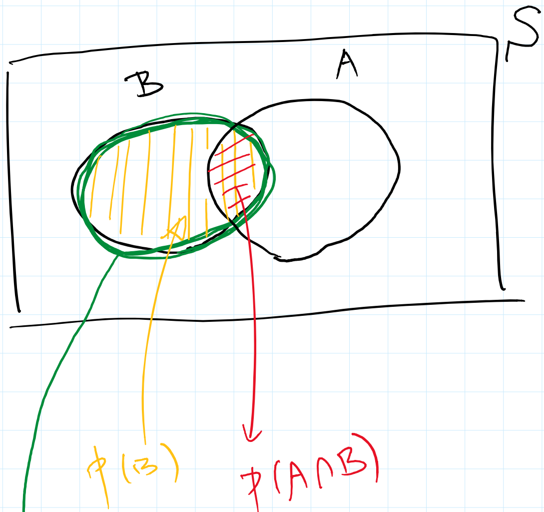
일반적으로 아래 식이 성립한다.

$$P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$$

← 이유:

$$P(A|B) = \frac{n(A\cap B)}{n(B)} = \frac{\frac{n(A\cap B)}{n(S)}}{\frac{n(B)}{n(S)}} = \frac{P(A\cap B)}{P(B)}$$

벤 다이어그램으로 조건부확률 표기하기



조건부 확률에서는 여기가 표본공간이 됨.

P(A|B)

p.213 : 베이즈 정리 소개

베이즈 정리 :

$$P(A|B) = \frac{P(A) * P(B|A)}{P(A) * P(B|A) + P(A') * P(B|A')}$$

예제) p.214 ~ 215

게임회사에서 게임 두 개를 테스트하고자 함.

테스트 지원자 중 80%는 게임 1 선택.

나머지 20%는 게임 2 선택.

게임 1을 테스트한 사람중에 60%가 만족.

게임 2를 테스트한 사람중에 70%가 만족.

나중에 테스트한 사람 중에 임의로 한 사람을 골라서 게임 만족여부를 물었더니 그렇다고 함.

그렇다면 그 사람이 게임 2를 선택했을 확률은 얼마인가?

해법: 사건 A = 게임 2 선택
사건 B = 게임에 만족

그러면: $P(A') = 0.8$ ($\Leftarrow$ A' = 게임 1 선택)
$P(A) = 0.2$
$P(B|A') = 0.6$
$P(B|A) = 0.7$

이제 베이즈 정리를 이용하여 $P(A|B)$를 구하면 된다.

$$P(A|B) = \frac{P(A) * P(B|A)}{P(A) * P(B|A) + P(A') * P(B|A')}$$

$$= \frac{0.2 * 0.7}{0.2 * 0.7 + 0.8 * 0.6}$$

$$= \frac{0.14}{0.62} = \frac{7}{31} = 0.226$$

p.221 ~ 223

종속사건 대 독립사건

두 사건 A와 B가 서로 영향을 주면
두사건은 서로 종속이다.
서로 영향을 주지 않으면 서로 독립이다.

종속여부 확인 방법 1

① 종속인 경우 : $P(A|B) \neq P(A)$

② 독립인 경우 : $P(A|B) = P(A)$

종속여부 확인 방법 2

① 종속인 경우 : $P(A \cap B) \neq P(A) * P(B)$

② 독립인 경우 : $P(A \cap B) = P(A) * P(B)$

예제 1 (독립인 경우) (p. 224)

룰렛 게임에서 공이 연속으로 검정색 포켓에 들어갈

룰렛 게임에서 공이 연속으로 검정색 포켓에 들어갈
확률

A : 첫째 공이 검정색 포켓에 들어간다.

B : 둘째 공이 검정색 포켓에 들어간다.

⇒ 두 사건은 서로 독립이다.

따라서

$$P(A \cap B) = P(A) * P(B)$$
$$= \frac{18}{38} * \frac{18}{38} = \frac{324}{144}$$
$$= 0.224$$

예제 2 (종속인 경우)

카드 한 벌에서 카드 한 장을 꺼내고,
다시 한 장 꺼낸 경우

A : 꺼낸 카드가 에이스

B : 꺼낸 카드가 에이스

⇒ 두 사건은 서로 종속이다.

따라서 $P(A \cap B) \neq P(A) * P(B)$

실제로 : $P(A \cap B) = \frac{4}{52} * \frac{3}{51}$

하지만 $P(A) = P(B) = \frac{4}{52}$.