

Licence Tronc commun
Sujet de Mécanique du solide
Feuille 3

Sujet

Ce sujet porte sur l'étude d'un radar météorologique qui est un outil d'aide à l'analyse et à l'observation des masses nuageuses. Pour simplifier l'étude, le radar est modélisé par trois éléments (voir figure 1) :

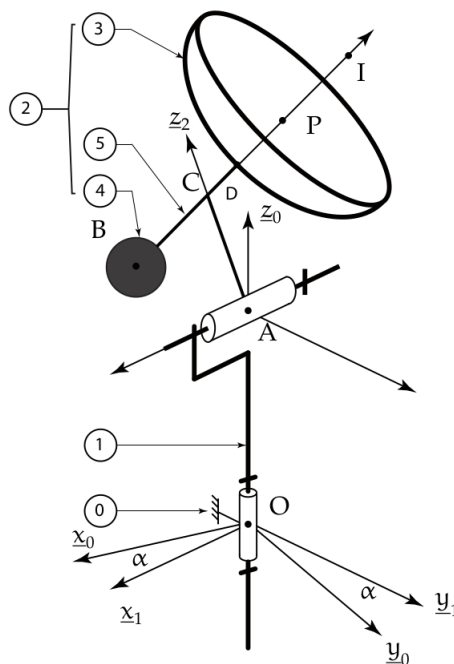


Figure 1: Vue 3D du système radar

- le piédestal noté S_0 (ou simplement 0) (qui sera considéré comme le bâti fixe) ;
- l'arbre de rotation azimut (solide 1) ;
- l'émetteur-récepteur noté (2) comprenant la parabole fixée sur l'axe (IB) ainsi qu'un contrepoids fixé en B .

L'objectif est de déterminer la vitesse du contrepoids en B par rapport au repère de travail associé au solide (0) (le bâti). Cette vitesse sera utile à la détermination du comportement dynamique de la parabole. Ces résultats pourront être utilisés pour une étude dynamique ultérieure.

Un repère est attaché à chaque solide. On note $R_i(O; \underline{x}_i, \underline{y}_i, \underline{z}_i)$ la base associée à chaque solide S_i .

- L'arbre (1) est en rotation (liaison pivot) d'axe (O, \underline{z}_0) par rapport au piédestal (0), l'angle azimutal est noté α . On a donc $\alpha = (\underline{x}_0, \underline{x}_1)$.

- L'émetteur-récepteur (2) est en rotation (liaison pivot) d'axe (A, \underline{x}_1) par rapport à l'arbre (1), l'angle site est noté β . On a donc $\beta = (\underline{y}_0, \underline{y}_1)$.

La géométrie du radar donne : $\underline{OA} = h\underline{z}_0$, $\underline{AC} = a\underline{z}_2$, $\underline{BC} = b\underline{y}_2$.

1. Tracer les figures planes de changement de bases associées aux deux rotations.
2. Donner le vecteur position du point B par rapport à 0. On ne demande pas d'exprimer le résultat dans une base particulière (garder l'expression la plus simple possible).
3. Déterminer le vecteur taux (ou vitesse) de rotation $\underline{\Omega}(2/0)$ de l'ensemble (2) par rapport au piédestal (0).
4. Dans un premier temps, on observe le mouvement de (2) à partir d'un repère lié à l'arbre (1) (ce qui revient à supposer que seul l'angle β est variable). Quelle trajectoire décrit le point B ? Calculer alors $\underline{V}(B \in 2/1)$, la vitesse du point géométrique B appartenant au solide (2) en mouvement par rapport au repère R_1 .
5. Dans un deuxième temps, on suppose que seul l'angle α peut varier (β reste constant). Quelle trajectoire décrit le point B ? Calculer alors $\underline{V}(B \in 1/0)$, la vitesse du point géométrique B dans le mouvement de (1) par rapport au repère R_0 .
6. En déduire $\underline{V}(B \in 2/0)$, la vitesse du point B dans le mouvement de (2) par rapport à (0).
7. Exprimer cette vitesse dans la base R_2 .
8. Donnez la formule dite de dérivation vectorielle. Appliquez cette dernière au vecteur \underline{OB} (question 2) pour obtenir $\underline{V}(B \in 2/0)$, le vecteur vitesse de B dans le mouvement de (2) par rapport à (0).
9. En déduire $\underline{\Gamma}(B \in 2/0)$, l'accélération de B dans le mouvement de (2) par rapport à (0)