Exercice

Soient $\mathfrak{R}(O, xyz)$ un référentiel absolu muni de la base $(\overrightarrow{i}, \overrightarrow{j}, \overrightarrow{k})$ et $\mathfrak{R}_1(O_1, \overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2, \overrightarrow{k})$ le référentiel relatif dont l'origine O_1 est en mouvement rectiligne sur l'axe (Oz). On donne $\overrightarrow{OO_1} = at\overrightarrow{k}$ où a est une constante positive et t le temps.

En plus, $\mathfrak{R}_1$ tourne autour de l'axe (Oz) avec une vitesse angulaire constante $\omega 1$ telle que $\overrightarrow{\Omega}(\mathfrak{R}1/\mathfrak{R}) = \omega_1\overrightarrow{k}$ $(\omega_1 = \theta)$. Dans le plan horizontal $(O_1, \overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{u}_2)$, une tige (T) tourne autour de l'axe (O_1z) avec une vitesse angulaire constante ω_2 , tel que $\varphi = \omega_2 t = (\overrightarrow{u}_1, \overrightarrow{e}_\rho)$ où $\overrightarrow{e}_\rho$ est le vecteur unitaire porté par la tige (T).

Un point M est assujetti à se déplacer sur la Tige (T). Il est repéré dans le référentiel $\mathfrak{R}_1$ par : $\overrightarrow{O_1M} = \rho\overrightarrow{e}_\rho$ où $(\overrightarrow{e}_\rho, \overrightarrow{e}_\varphi, \overrightarrow{k})$ est une base mobile dans $\mathfrak{R}_1$.

Toutes les expressions vectorielles doivent être exprimées dans la base $(\overrightarrow{e}_\rho, \overrightarrow{e}_\varphi, \overrightarrow{k})$.

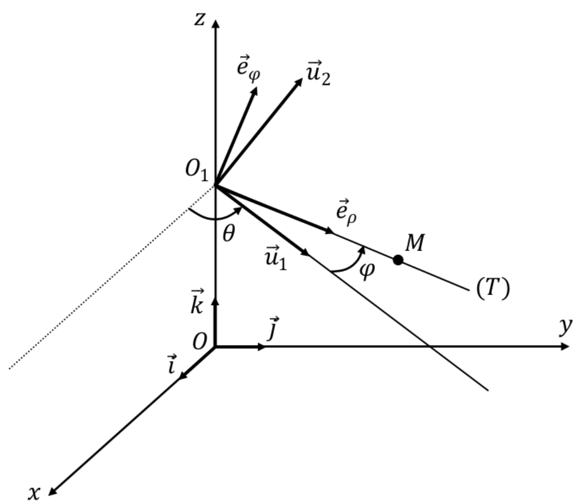

Figure 1: Figure d'étude

Etude de la cinématique de M par décomposition de mouvement :

1. Déterminer $\overrightarrow{V}_r(M)$ la vitesse relative de M.
2. Déterminer $\overrightarrow{V}_e(M)$ la vitesse d'entrainement de M.
3. En déduire $\overrightarrow{V}_a(M)$ la vitesse absolue de M.
4. Déterminer $\overrightarrow{\gamma}_r(M)$ l'accélération relative de M.
5. Déterminer $\overrightarrow{\gamma}_e(M)$ l'accélération d'entrainement de M.
6. Déterminer $\overrightarrow{\gamma}_c(M)$ l'accélération de Coriolis de M.
7. En déduire $\overrightarrow{\gamma}_a(M)$ l'accélération absolue de M.

Etude de la cinématique de M par calcul direct :

1. Retrouver $\overrightarrow{V}_a(M)$ par calcul direct.
2. Retrouver $\overrightarrow{\gamma}_a(M)$ par calcul direct.