

Examen de Mécanique générale

Durée = 1h 30min.

N.B. Aucun document n'est autorisé.

Exercice 1 : Système Poussoir - Roulette

On considère le schéma cinématique d'un système *Poussoir-Roulette* représenté sur la figure 1. Au bâti (0) est associé le repère $R_0(O, \vec{x}_0, \vec{y}_0, \vec{z}_0)$. Le bras (1) est lié au bâti (0) par une liaison pivot d'axe (O, \vec{z}_0) . On pose : $\overline{OB} = b\vec{x}_0$; ($b = \text{cte} > 0$). Le repère $R_1(O, \vec{x}_1, \vec{y}_1, \vec{z}_1)$ est associé au solide (1). On pose : $\overline{OA} = a\vec{x}_1$; ($a = \text{cte} > 0$) et $\alpha = (\vec{x}_1, \vec{x}_0)$. La roulette (2), de rayon r , est liée au bras (1) par une liaison pivot d'axe (A, \vec{z}_2) . Le repère $R_2(A, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)$ est associé au solide (2). On pose : $\beta = (\vec{x}_2, \vec{x}_1)$. Le plateau (3) est lié au bâti (0) par une liaison glissière d'axe (B, \vec{y}_0) . Le repère $R_3(B, \vec{x}_3, \vec{y}_3, \vec{z}_3)$ est associé au solide (3). On pose : $\overline{BC} = \lambda\vec{y}_0$. La roulette (2) est en contact en I avec le plateau (3). Un système non représenté assure le maintien du contact.

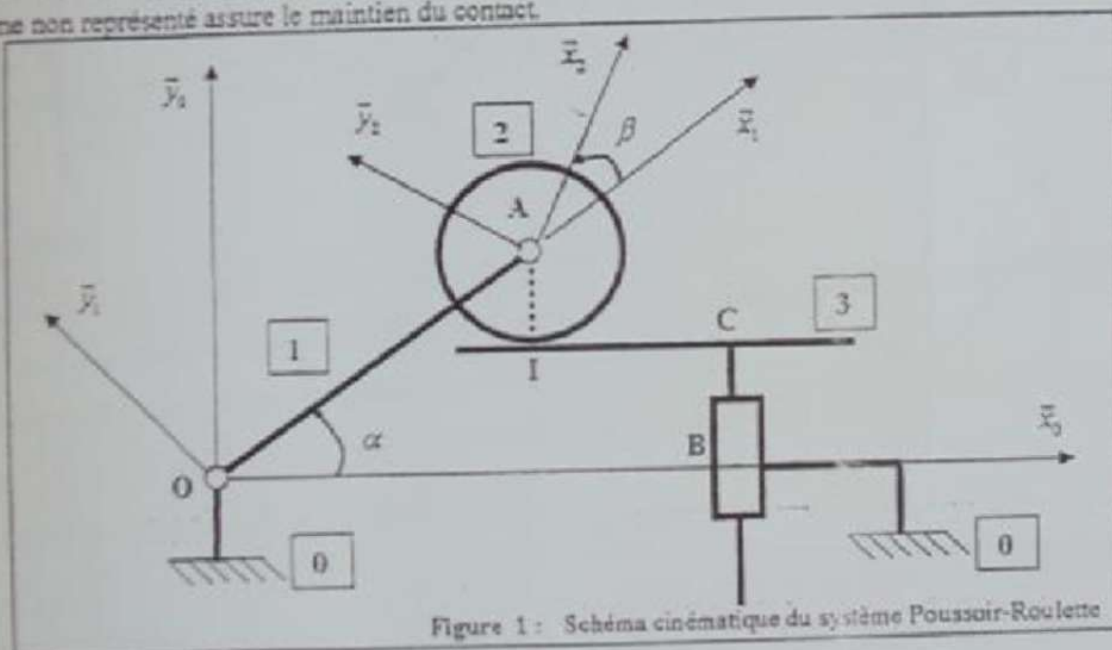


Figure 1 : Schéma cinématique du système Poussoir-Roulette

Questions :

- Positionner les repères les uns par rapport aux autres : R_1 par rapport à R_0 et R_2 par rapport à R_1 .
- Exprimer les vecteurs rotation : $\vec{\Omega}(1/0)$, $\vec{\Omega}(2/1)$, $\vec{\Omega}(2/0)$ et $\vec{\Omega}(3/0)$.
- Définir les torseurs cinématiques : $\{V(1/0)\}$ au point O, $\{V(2/1)\}$ au point A et $\{V(3/0)\}$ au point C.
- Développer l'expression de la fermeture géométrique : $\overline{CI} = \overline{CB} + \overline{BO} + \overline{OA} + \overline{AI}$ pour établir la relation entre λ et α : $\lambda = f(\alpha)$. On considère que $\overline{CI} = \overline{CI} \vec{x}_0$ et on effectue la projection sur \vec{x}_0 et \vec{y}_0 .
- Déterminer les vecteurs vitesse : $\vec{v}(I \in 2/0)$ et $\vec{v}(I \in 3/0)$.
- En supposant qu'il y a roulement sans glissement en I ($\vec{v}(I \in 2/3) = 0$), préciser la relation entre $\dot{\alpha}$ et $\dot{\beta}$.

M 312 - Mécanique des corps rigides
Examen : LP TMBTP

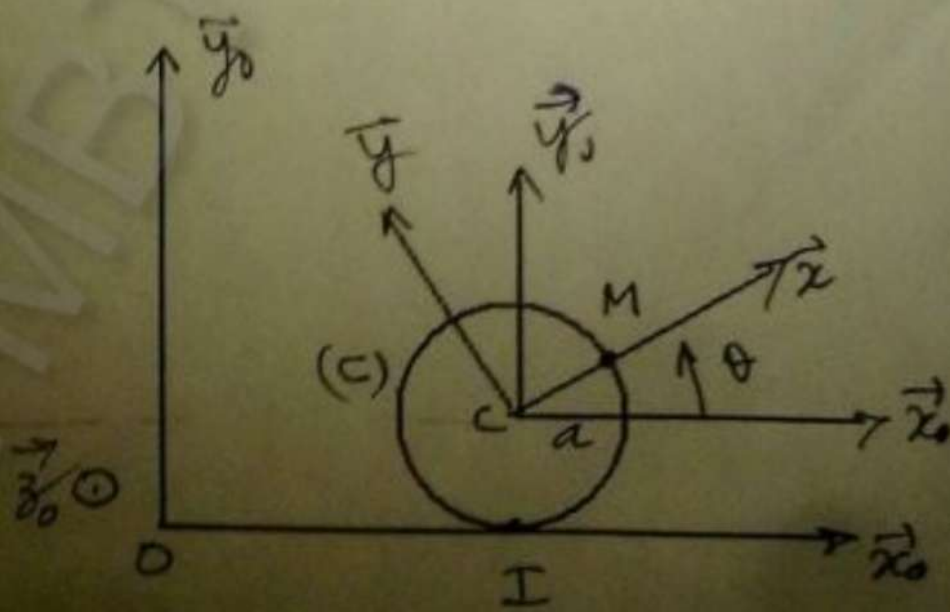
Moduel : M310 : Mécanique Appliquée
Professeur: Mohamed Belhaq

Date : Jeudi 10 Novembre 2009
Heure : 10h30 – 12h

Problème :

On considère un cerceau (C) de centre C et de masse m et de rayon a qui peut rouler sans glisser sur l'axe (O, \bar{x}_0) . On suppose que le mouvement de (C) est un mouvement plan par rapport au repère fixe $R_0 (O, \bar{x}_0, \bar{y}_0, \bar{z}_0)$. Le cerceau (C) reste en contact avec l'axe (O, \bar{x}_0) au point I tel que $\overrightarrow{OI} = x(t) \bar{x}_0$. On considère un point M lié à (C) et on pose $\theta(t) = (\bar{C} \bar{x}_0, \bar{C} M)$. Soit le repère $R(C, \bar{x}, \bar{y}, \bar{z})$ lié au cerceau (C). La vectrice rotation du cerceau par rapport à R_0 est donné par $\vec{\Omega} = \dot{\theta} \bar{z}_0$. On notera $\vec{R} = m(N \bar{y}_0 + T \bar{x}_0)$ la résultante des efforts de contact en I.

- 1- Calculer les vitesses $\vec{V}(I/R_0)$, $\vec{V}(I/R)$, $\vec{V}(I \in (C)/R_0)$ et comparer les résultats.
- 2- Calculer la vitesse et l'accélération de M par rapport à R_0 .
- 3- Déterminer le moment cinétique $\vec{\sigma}_C(C/R_0)$ et le moment dynamique $\vec{\delta}_C(C/R_0)$ en (C) du cerceau par rapport à R_0 . En déduire $\vec{\sigma}_I(C/R_0)$ et $\vec{\delta}_I(C/R_0)$.
- 4- Calculer le moment d'inertie du cerceau par rapport à l'axe Cz_0 .
- 5- Ecrire le théorème de la résultante dynamique et le théorème du moment dynamique en C.
- 6- Déduire les équations du mouvement.

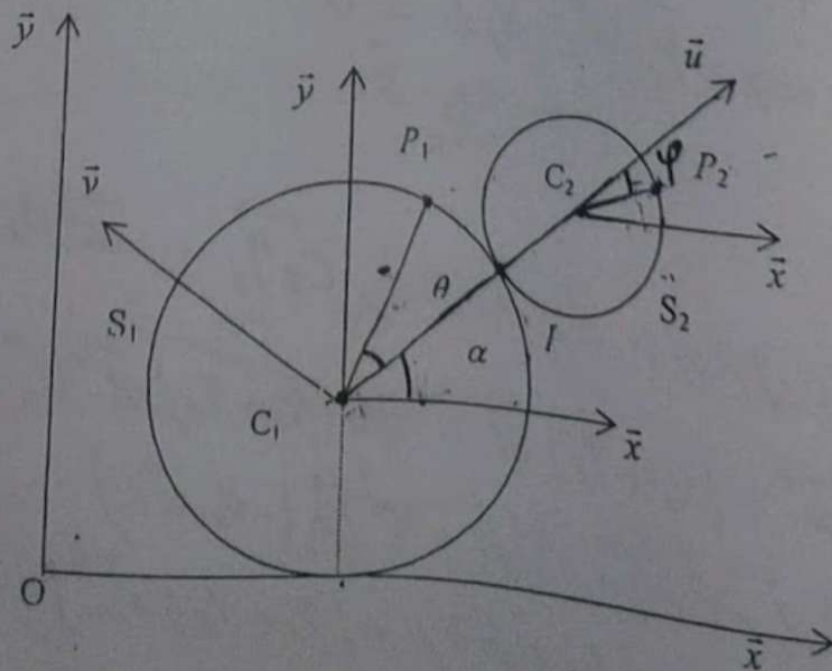


Contrôle de Mécanique du solide
SMI-SM-S3
Section A Groupe A04

Un solide S_1 , constitué par un cercle de rayon r_1 , de centre C_1 est en contact en I avec un second cercle rigide S_2 de rayon r_2 , de centre C_2 . Le solide S_1 roule sans glisser sur l'axe Ox d'un repère fixe orthonormé direct $R_0(O, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$ alors que le solide S_2 tourne autour d'un axe passant par C_2 et parallèle à l'axe C_1z du repère Galiléen $R_1(C_1, \vec{x}, \vec{y}, \vec{z})$. On désigne par α , θ et φ les paramètres de position angulaire respectivement du point I par rapport à R_1 , d'un point $P_1 \in S_1$ et d'un point $P_2 \in S_2$ par rapport à $R'(C_1, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z})$.

On utilise $R'(C_1, \vec{u}, \vec{v}, \vec{z})$ comme repère de projection. d'axe C_1u passant par C_2 . On appelle I_1 respectivement I_2 le point de S_1 et de S_2 qui se trouvent en I à l'instant considéré et on note par x la position du centre C_1 .

- 1- Déterminer la vitesse de rotation instantanée des solides S_1 et S_2 par rapport au repère absolue R_0 , $\vec{\omega}(S_1/R_0)$ et $\vec{\omega}(S_2/R_0)$.
- 2- Calculer $\vec{v}(C_1/R_0)$. En déduire la vitesse $\vec{v}(I_1/R_0)$.
- 3- Calculer la vitesse $\vec{v}(C_2/R_0)$. En déduire $\vec{v}(I_2/R_0)$.
- 4- Calculer la vitesse de glissement $\vec{v}_g(S_2/S_1)$ de S_2 sur S_1 . En déduire à partir de la condition de roulement sans glissement en I de S_2 sur S_1 l'expression de $\dot{\alpha}$ en fonction de $\dot{\theta}$ et $\dot{\varphi}$.
- 5- Calculer l'accélération $\vec{a}(I_2/R_0)$.

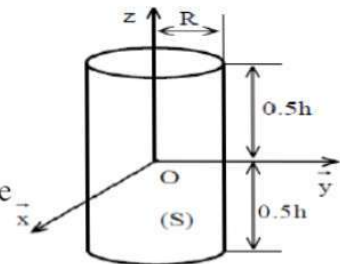


Exercice 1

Déterminer la position du centre d'inertie d'une demi sphère homogène pleine $S(O, R)$ de centre O et de rayon R et d'axe de symétrie l'axe oz , la densité de S est ρ et sa masse M .

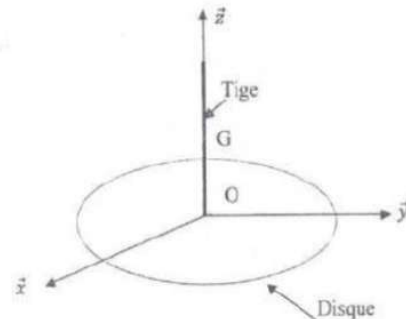
Exercice 2

Déterminer la matrice d'inertie en O , par rapport à un repère orthonormé (O, xyz) , d'un cylindre homogène (S) , de centre O , et de rayon R . En déduire la matrice d'inertie d'une barre AB , rectiligne, de longueur h , de milieu O et la matrice d'inertie d'un disque de centre O et de rayon R .



Exercice 3

Soit un solide (S) constitué d'un disque (D) de masse M et de rayon R et d'une tige (T) de même masse M et de longueur $2L$. La tige est soudée au centre O du disque comme l'indique la figure suivante :



- 1- Déterminer la matrice d'inertie du disque.
- 2- Déterminer la matrice d'inertie de la tige.
- 3- Déterminer la matrice d'inertie du solide (S) .

Exercice 4

Considérons un robot constitué d'un socle O et de deux bras 1 et 2. (Voir figure)

Soit les repères :

$\{0\}$ ($\vec{e}_0, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3$) repère fixe lié au socle O .

$\{1\}$ ($\vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4$) repère lié au bras 1.

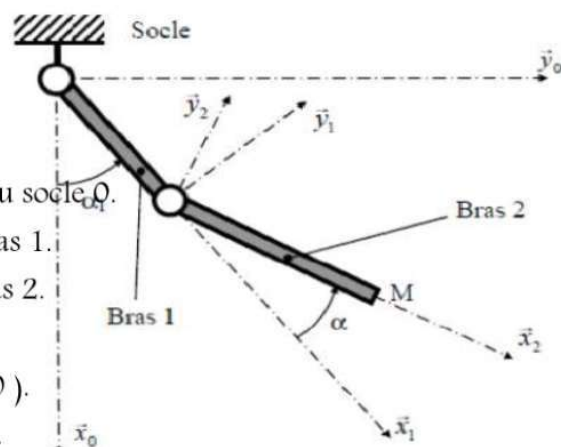
$\{2\}$ ($\vec{e}_2, \vec{e}_3, \vec{e}_4, \vec{e}_5$) repère lié au bras 2.

On donne : $\vec{\omega}_1 = \dot{\theta}_1 \vec{e}_1$ et $\vec{\omega}_2 = \dot{\theta}_2 \vec{e}_2$

1- Calculer $\vec{\omega}_1$ (\vec{e}_1/\vec{e}_0) et $\vec{\omega}_2$ (\vec{e}_2/\vec{e}_0).

2- Calculer \vec{v}_M (\vec{e}_5/\vec{e}_0) composition des vitesses.

3- Calculer \vec{a}_M (\vec{e}_5/\vec{e}_0)



T.D. Cinématique

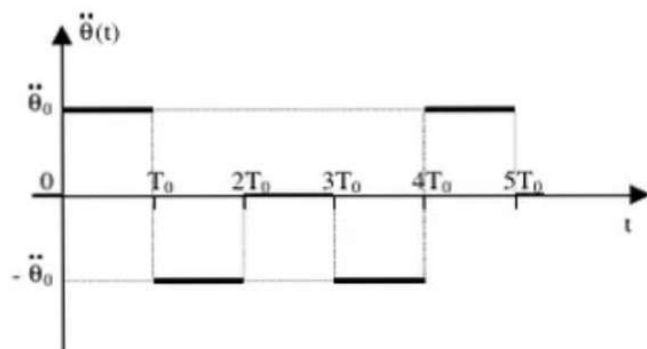
I - Mouvements.

Exercice n°1 : Loi de mouvement

Le mouvement en rotation d'un bras de robot est effectué selon la loi d'accélération $\ddot{\theta}$ représentée ci-contre.

Elle correspond à une limitation par le couple moteur, donc d'après le principe fondamental de la dynamique, à une limitation de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}(t)$.

Cette accélération est donc toujours égale à sa valeur extrême $\pm \ddot{\theta}_0$ ou alors elle est nulle.



A l'instant $t = 0$ s, la vitesse angulaire $\dot{\theta}(t)$ est nulle et la position angulaire $\theta(t)$ est considérée nulle également. Chaque phase de l'accélération a une durée T_0 .

- 1 - Déterminer, pour chaque phase, l'expression de la vitesse angulaire $\dot{\theta}(t)$ et représenter l'ensemble sur un graphe.
- 2 - Quelles sont les positions atteintes $\theta(t)$ aux instants T_0 , $2T_0$, $3T_0$, $4T_0$ et $5T_0$?
- 3 - Déterminer pour chaque phase l'expression de la position angulaire $\theta(t)$ et représenter l'ensemble sur un graphe.
- 4 - A quel mouvement concret du bras de robot, la loi obtenue correspond-elle ?

Exercice n°2 : (d'après concours Centrale - Supélec 2002)

Un appareil d'imagerie médicale doit exécuter un mouvement de rotation $\theta(t)$ autour du patient.

La plage de mouvement total possible par la cinématique de l'appareil est limitée à $\Delta\theta_{\text{total}} = 225^\circ$

La motorisation permet une accélération angulaire comprise entre $\ddot{\theta}_{\min} = -13^\circ/\text{s}^2$ et $\ddot{\theta}_{\max} = 13^\circ/\text{s}^2$

L'examen proprement dit a une durée $T = 3$ s et se fait à vitesse constante $\dot{\theta}_{\max}$ la plus grande possible pour couvrir la plus grande plage angulaire possible, appelée $\Delta\theta_{\text{examen}}$.

- 1 - Représenter graphiquement l'allure de la loi de vitesse.
 - 2 - Déterminer la durée de la phase d'accélération T_0 , la plage $\Delta\theta_{\text{examen}}$ et la vitesse $\dot{\theta}_{\max}$ du mouvement pendant l'examen.
- Faire les applications numériques.

Exercice n°3 : (d'après concours Mines - Ponts 1999)

Un robot est constitué schématiquement d'un bâti de référence 0, d'une barre 1 de longueur $OA = L$ et d'une barre 2 de longueur $AB = L$.

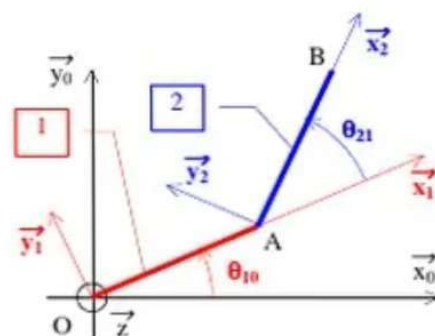
La barre 1 peut avoir un mouvement de rotation d'axe (O, \vec{z}) par rapport au bâti 0, paramétré par l'angle θ_{10} .

La barre 2 peut avoir un mouvement de rotation d'axe (A, \vec{z}) par rapport à la barre 1, paramétré par l'angle θ_{21} . A chaque pièce i est attachée une base $(\vec{x}_i, \vec{y}_i, \vec{z})$

A l'instant $t = 0$, on a $\theta_{10} = 90^\circ$ et $\theta_{21} = -180^\circ$.

La mouvement du robot est assurée par :

- un moteur qui pilote la valeur de l'angle θ_{10}
- un mécanisme à poulies et courroie, non représenté, qui assure la relation $\dot{\theta}_{21} = -2 \dot{\theta}_{10}$ à tout instant.



- 1 - Quelle est la trajectoire du point B, symbolisant la pince du robot ?
- 2 - Calculer la vitesse du point B, par rapport au bâti 0, par 2 méthodes différentes.

