Conducteurs en équilibre

Séance 7 en Distanciel – PHY104 : Electrostatique et Electrocinétique
Ing. Agbassou Guenoukpati, Département du Génie Electrique, ENSI, Université de Lome, Togo

III.1- Conducteurs isolés

III.1.1- Notion d'équilibre électrostatique

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés uniquement aux charges électriques et à leurs effets. Que se passe-t-il pour un corps conducteur dans lequel les charges sont libres de se déplacer ?

Prenons une baguette en plastique et frottons-la. On sait qu'elle devient électrisée parce qu'elle devient alors capable d'attirer de petits bouts de papier. Si on la met en contact avec une autre baguette, alors cette deuxième devient également électrisée, c'est à dire atteint un certain degré d'électrisation. Au moment du contact des deux baguettes, des charges électriques passent de l'une à l'autre, modifiant ainsi le nombre de charges contenues dans chacune des baguettes, jusqu'à ce qu'un équilibre soit atteint. Comment définir un tel équilibre ?

Définition : l'équilibre électrostatique d'un conducteur est atteint lorsque aucune charge électrique ne se déplace plus à l'intérieur du conducteur.

Du point de vue de chaque charge élémentaire, cela signifie que le champ électrostatique total auquel elle est soumise est nul. Comme le champ dérive d'un potentiel, cela implique qu'un conducteur à l'équilibre électrostatique est équipotentiel.

Remarques

1. Si le conducteur est chargé, le champ électrostatique total est (principe de superposition) la somme du champ extérieur et du champ créé par la distribution de charges contenues dans le conducteur. Cela signifie que les charges s'arrangent (se déplacent) de telle sorte que le champ qu'elles créent compense exactement, en tout point du conducteur, le champ extérieur.
2. Nous voyons apparaître ici une analogie possible avec la thermodynamique :

$$\text{Equilibre électrostatique} \Leftrightarrow \text{Equilibre thermodynamique}$$

$$\text{Potentiel électrostatique} \Leftrightarrow \text{Température}$$

$$\text{Charges électriques} \Leftrightarrow \text{Chaleur}$$

En effet, à l'équilibre thermodynamique, deux corps de températures initialement différentes mis en contact, acquièrent la même température finale en échangeant de la chaleur (du plus chaud vers le plus froid). Dans ce cours, tous les conducteurs seront considérés à l'équilibre électrostatique.

III.1.2- Quelques propriétés des conducteurs en équilibre

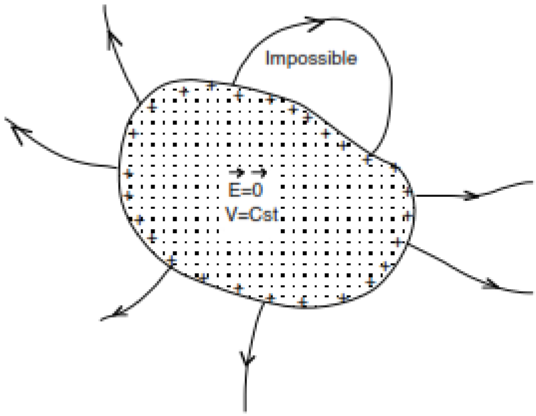
Lignes de champ

Nous avons vu que, à l'intérieur d'un conducteur (chargé ou non) le champ électrostatique total est nul. Mais ce n'est pas forcément le cas à l'extérieur, en particulier si le conducteur est chargé.

Puisqu'un conducteur à l'équilibre est équipotentiel, cela entraîne alors que, sa surface étant au même potentiel, le champ électrostatique est normal à la surface d'un conducteur. Par ailleurs, aucune ligne de champ ne peut « revenir » vers le conducteur. En effet, la circulation du champ le long de cette ligne impose.

$$V(A)-V(B)=\int_A^B \vec{E}\cdot\vec{dl}$$

Si les points A et B appartiennent au même conducteur, alors la circulation doit être nulle, ce qui est impossible le long d'une ligne de champ (où, par définition $\vec{E}$ est parallèle à $\vec{dl}$).



(b) Distribution des charges

Si un conducteur est chargé, où se trouvent les charges non compensées ? Supposons qu'elles soient distribuées avec une distribution volumique ρ . Prenons un volume quelconque V situé à l'intérieur d'un conducteur à l'équilibre électrostatique. En vertu du théorème de Gauss, on a puisque le champ $\vec{E}$ est nul partout. Cela signifie que $\rho = 0$ (autant de charges + que de charges -) et donc, qu'à l'équilibre, aucune charge non compensée ne peut se trouver dans le volume occupé par le conducteur. Toutes les charges non compensées se trouvent donc nnécessairement localisées à la surface du conducteur.

$$\oiint \vec{E}\cdot\vec{dS}=\iiint_V \frac{\rho}{\varepsilon_0}dV=0$$

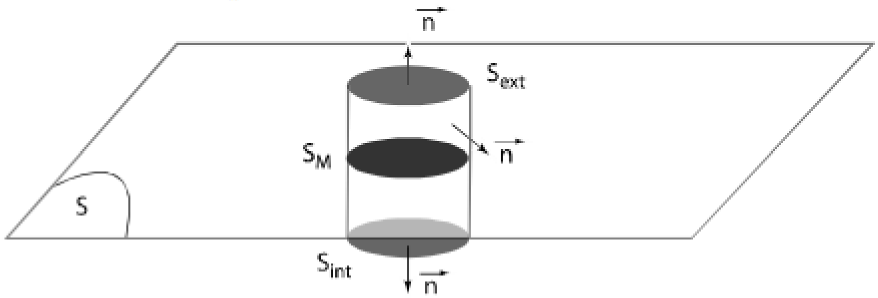
Ce résultat peut se comprendre par l'effet de répulsion que celles-ci exercent les unes sur les autres. A l'équilibre, les charges tendent donc à se trouver aussi éloignées les unes des autres qu'il est possible de le faire.

(c) Théorème de Coulomb

En un point M infiniment voisin de la surface S d'un conducteur, le champ électrostatique $\vec{E}$ est normal à S. Considérons une petite surface S_{ext} parallèle à la surface S du conducteur. On peut ensuite construire une surface fermée Σ en y adjoignant une surface rentrant à l'intérieur du conducteur S_{int} ainsi qu'une surface latérale. En appliquant le théorème de Gauss sur cette surface fermée, on obtient

$$\Phi = \oiint_{\Sigma} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = \iint_{S_L} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} + \iint_{S_{ext}} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} + \iint_{S_{ext}} \vec{E} \cdot \overrightarrow{dS} = 2E \cdot S_{ext}$$

$$\Phi = \frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0} = \frac{1}{\varepsilon_0} \iint_{S_M} \sigma dS = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \cdot S_M$$



Où S_M est la surface dessinée par le tube de flux passant S_{ext} par donc $S_M = S_{ext}$ (on peut choisir ces surfaces aussi petites que l'on veut).

Théorème : le champ électrostatique à proximité immédiate d'un conducteur de densité σ ssurfacique vaut :

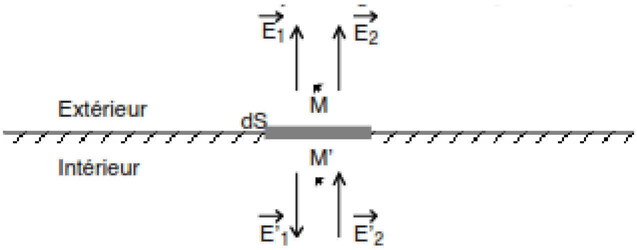
$$\vec{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \vec{n}$$

Où $\vec{n}$ est un vecteur unitaire normal au conducteur et dirigé vers l'extérieur.

Lorsque le champ au voisinage d'un conducteur dépasse une certaine limite, une étincelle est observée : le milieu entourant le conducteur devient alors conducteur. Ce champ maximal, de l'ordre de 3 Méga V/m dans l'air, est appelé champ disruptif. Il correspond à l'ionisation des particules du milieu (molécules dans le cas de l'air).

(d) Pression électrostatique

Soient deux points M et M' infiniment proches de la surface d'un conducteur de densité ssurfacique σ, situé à l'extérieur tandis que M' est situé à l'intérieur. Considérons maintenant une surface élémentaire dS située entre ces deux points. Soit $\overrightarrow{E_1}$ le champ créé en M par les charges situées sur dS et $\overrightarrow{E_2}$ le champ créé en M par toutes les autres charges situées à la surface du conducteur. Soient $\overrightarrow{E_1'}$ et $\overrightarrow{E_2'}$ les champs respectifs en M'.



On a alors les trois propriétés suivantes

1. $\overrightarrow{E_2}(M) = \overrightarrow{E_2}(M')$ car M et M'sont infiniment proches.
2. $\overrightarrow{E_2'} = -\overrightarrow{E_1'}$ car le champ électrostatique à l'intérieur du conducteur est nul
3. $\overrightarrow{E_1}(M) = -\overrightarrow{E_1}(M')$ car $\overrightarrow{E_1}$ est symétrique par rapport à dS, considérée comme un plan puisque M et M' peuvent être infiniment rapprochés.

Grâce à ces trois propriétés, on en déduit que $\overrightarrow{E_2} = \overrightarrow{E_1}$ c'est à dire que la contribution de l'ensemble du conducteur est égale à celle de la charge située à proximité immédiate. Comme le champ total vaut (théorème de Coulomb),

$$\vec{E} = \overrightarrow{E_1} + \overrightarrow{E_2} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\vec{n}$$

on en déduit que le champ créé par l'ensemble du conducteur (à l'exclusion des charges situées en dS) au voisinage du point M est

$$\overrightarrow{E_2} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n}$$

Autrement dit, la force électrostatique $\vec{F}$ subie par cette charge $dq = \sigma dS$ de la part de l'ensemble des autres charges du conducteur vaut

$$\overrightarrow{dF} = dq\overrightarrow{E_2} = \sigma dS\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\vec{n} = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}dS\vec{n}$$

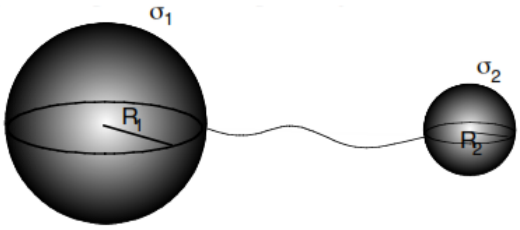
Quel que soit le signe de σ, la force est normale et toujours dirigée vers l'extérieur du conducteur. Cette propriété est caractéristique d'une pression, force par unité de surface. Ainsi, la pression électrostatique subie en tout point d'un conducteur vaut

$$P = \frac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$$

Cette pression est en général trop faible pour arracher les charges de la surface du conducteur. Mais elle peut déformer ou déplacer celui-ci, les charges communiquant au solide la force électrostatique qu'elles subissent

(e) Pouvoir des pointes

Cette expression décrit le fait expérimental que, à proximité d'une pointe, le champ électrostatique est toujours très intense. En vertu du théorème de Coulomb, cela signifie que la densité surfacique de charges est, au voisinage d'une pointe, très élevée.



On peut aborder ce phénomène avec deux sphères chargées de rayons différents, reliées par un fil conducteur et placées loin l'une de l'autre. On peut donc considérer que chaque sphère est isolée mais qu'elle partage le même potentiel V. Cela implique alors

$$V_1 = V_2 \Leftrightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_{S_1}\frac{\sigma dS}{R_1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iint_{S_2}\frac{\sigma dS}{R_2}$$

soit

$$\frac{\sigma_1}{\sigma_2} = \frac{R_2}{R_1}$$

Donc, plus l'une des sphères aura un rayon petit et plus sa densité de charges sera élevée. Tout se passe comme si les charges « préféraient » les zones à forte courbure. A priori, cela semble en contradiction avec l'idée naïve que les charges non compensées ont tendance à se repousser mutuellement. Le résultat ci-dessus nous montre l'effet d'une pointe (accumulation de charges), mais ne nous offre aucune explication de ce phénomène. Qu'est ce qui, physiquement, a permis une « accumulation » de charges sur une pointe ? Prenons une sphère chargée placée seule dans l'espace. Se repoussant mutuellement, les charges vont produire une distribution surfacique uniforme. Maintenant, si l'on fait un creux (zone concave), les charges situées au fond du creux « voient » non seulement le champ électrostatique créé par les charges immédiatement voisines, mais également celui créé par les charges situées sur les bords du creux. Ainsi, au fond du creux, le champ total est plus fort et repousse les charges vers l'extérieur, vidant ainsi le creux de charges. Faisons maintenant une pointe (zone convexe). Là, le phénomène contraire se produit. Quand une charge se retrouve, sous l'effet répulsif des autres charges, repoussée vers la pointe, le champ qu'elle-même crée devient moins important (puisqu'elle est éloignée des autres charges) vis-à-vis des charges restées sur la partie uniforme de la sphère. Cela permet ainsi à une autre charge de prendre sa place : cette nouvelle charge se déplace donc et se retrouve elle-même repoussée sur la pointe. Le conducteur atteint l'équilibre électrostatique lorsque le champ répulsif créé par toutes les charges accumulées au niveau de la pointe compense celui créé par les charges restées sur le « corps » du conducteur.

III.1.3- Capacité d'un conducteur isolé

Nous avons vu qu'il était possible de faire une analogie entre la température d'un corps et le potentiel électrostatique. Or, pour une quantité de chaleur donnée, la température d'un corps dépend en fait de sa capacité calorifique. Il en va de même pour le potentiel électrostatique : il dépend de la capacité du corps à « absorber » les charges électriques qu'il reçoit. On peut donc suivre cette analogie et définir une nouvelle notion, la capacité électrostatique :

$$\text{Capacité électrostatique} \Leftrightarrow \text{Capacité calorifique}$$

Soit un conducteur à l'équilibre électrostatique isolé dans l'espace, chargé avec une distribution surfacique σ et porté au potentiel V. Celui-ci s'écrit

$$V(M) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iint_{Surface} \frac{\sigma(P)dS}{PM}$$

en tout point M du conducteur, le point P étant un point quelconque de sa surface. Par ailleurs, la charge électrique totale portée par ce conducteur s'écrit

$$Q = \iint_{Surface} \sigma(P)dS$$

Si on multiplie la densité surfacique par un coefficient constant a, on obtient une nouvelle charge totale $Q' = a \cdot Q$ et un nouveau potentiel $V' = a \cdot V$. On a ainsi un nouvel état d'équilibre électrostatique, parfaitement défini. On voit donc que, quoi qu'on fasse, tout état d'équilibre d'un conducteur isolé (caractérisé par Q et V) est tel que le rapport Q/V reste constant (cela résulte de la linéarité de Q et V en fonction de σ).

Définition : La capacité électrostatique d'un conducteur à l'équilibre est définie par

$$C = \frac{Q}{V}$$

où Q est la charge électrique totale du conducteur porté au potentiel V. L'unité de la capacité est le Farad (symbole F).

Remarques :

1. La capacité C d'un conducteur est une grandeur toujours positive. Elle ne dépend que des caractéristiques géométriques et du matériau dont est fait le conducteur.
2. Les unités couramment utilisées en électrocinétique sont le nF ou pF.
3. Exemple : capacité d'une sphère de rayon R, chargée avec une densité surfacique ····.

$$V = V(O) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iint_{Surface} \frac{\sigma(P)dS}{OP} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iint_{Surface} \frac{\sigma(P)dS}{R} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\iint_{Surface} \sigma(P)dS}{R}$$

$$C = \frac{Q}{V} = 4\pi\varepsilon_0 R$$

III.1.4- Superposition des états d'équilibre

Nous avons vu qu'un conducteur isolé, à l'équilibre électrostatique, est caractérisé par sa charge Q et son potentiel V, qui sont reliés entre eux par la capacité C du conducteur. Inversement, étant donné un conducteur de capacité C, la donnée de sa distribution surfacique C détermine complètement son état d'équilibre, puisque

$$Q = \iint_{Surface} \sigma \cdot dS \text{ et } V = \frac{Q}{C}$$

Soit maintenant un autre état d'équilibre du même conducteur défini par une densité surfacique σ'. Le conducteur porte alors une charge Q' et a un potentiel V'. Du fait de la linéarité de Q et V avec σ, toute combinaison linéaire de σ et σ' est encore un état d'équilibre :

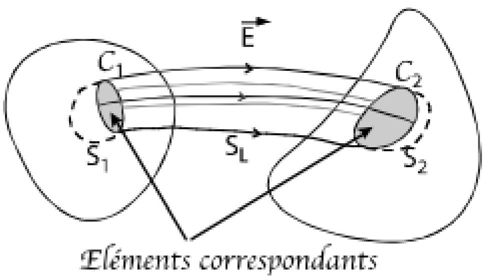
$$Q = a\cdot\sigma + b\cdot\sigma' \Leftrightarrow \begin{cases} Q'' = a\cdot Q + b\cdot Q' \\ V'' = \dfrac{Q''}{C} = a\cdot V + b\cdot V' \end{cases}$$

On a donc ici un résultat qui nous sera utile plus tard : toute superposition d'états d'équilibre (d'un conducteur ou d'un ensemble de conducteurs) est également un état d'équilibre.

III.2- Systèmes de conducteurs en équilibre

III.2.1- Théorème des éléments correspondants

Soit deux conducteurs (A1) et (A2), placés l'un à coté de l'autre et portant des densités ssurfaciques σ_1 et σ_2 et à l'équilibre. S'ils ne sont pas au même potentiel, des lignes de champ électrostatique relient (A1) à (A2). Soit un petit contour fermé C_1 situé sur la surface de (A1) tel que l'ensemble des lignes de champ issues de (A1) et s'appuyant sur C_1 rejoignent (A2) (et y dessinent un contour fermé C_2)



L'ensemble de ces lignes de champ constitue ce qu'on appelle un tube de flux : le flux du champ électrostatique à travers la surface latérale S_L dessinée par ce tube est nul par construction ($\vec{E}\cdot\vec{dS}=0$). Soit une surface fermée produite $S=S_L+S_1+S_2$. S_1 est une surface qui s'appuie sur C_1 et plonge à l'intérieur de (A1) et S_2 une surface similaire pour (A2). En vertu du théorème de Gauss, on a

$$\Phi=\oiint_S \vec{E}\cdot\vec{dS}=\iint_{S_L}\vec{E}\cdot\vec{dS}+\iint_{S_1}\vec{E}\cdot\vec{dS}+\iint_{S_2}\vec{E}\cdot\vec{dS}=0$$

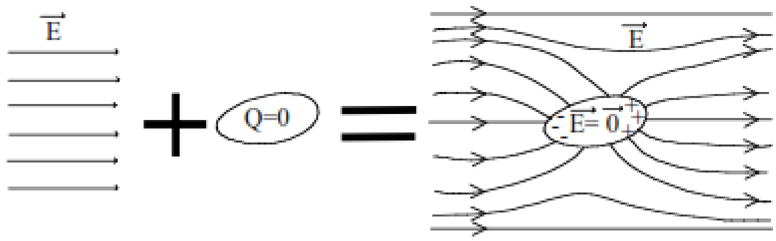
$$\Phi=\frac{Q_{\text{int}}}{\varepsilon_0}=\frac{Q_1}{\varepsilon_0}+\frac{Q_2}{\varepsilon_0}$$

Où Q_1 est la charge totale contenue sur la surface de (A1) embrassée par Q_2 est la charge contenue sur la surface correspondante de (A2). Du coup $Q_1=-Q_2$ tandis que nécessairement.

Théorème : les charges électriques portées par deux éléments correspondants sont opposées.

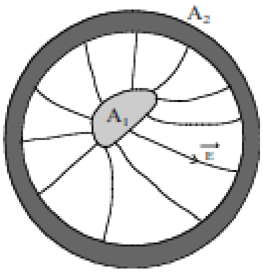
III.2.2- Phénomène d'influence électrostatique

Jusqu'à présent nous n'avons abordé que les conducteurs chargés, isolés dans l'espace. Que se passe-t-il lorsque, par exemple, on place un conducteur neutre dans un champ électrostatique uniforme ? Etant neutre, sa charge $Q=\iint_{Surface}\sigma\cdot dS$ doit rester nulle. Mais étant un conducteur, les charges sont libres de se déplacer : on va donc assister à un déplacement de charges positives dans la direction de $\vec{E}$ et de charges négatives dans la direction opposée. On obtient alors une polarisation du conducteur (création de pôles + et -), se traduisant par une distribution surfacique σ non-uniforme (mais telle que Q=0).



Considérons maintenant le cas plus compliqué d'un conducteur (A1) de charge Q_1 avec une densité surfacique σ_1, placé à proximité d'un conducteur neutre (A2). En vertu de ce qui a été dit précédemment, on voit apparaître une densité surfacique σ_2 non-uniforme sur (A2) due au champ électrostatique de (A1). Mais, en retour, la présence de charges σ_2 de de charges situées à proximité (A1) modifie la distribution de (A1) l'équilibre électrostatique, les deux distributions de charges σ_1 et σ_2 dépendent l'une de l'autre. On appelle cette action réciproque, l'influence électrostatique. Dans cet exemple, l'influence est dite partielle, car l'ensemble des lignes de champ électrostatique issues de

(A1) n'aboutissent pas sur (A2). Soit q_2 la charge portée par la région de (A2) reliée à (A1). En vertu du théorème des éléments correspondants, on a $|q_2| \prec |Q_1|$



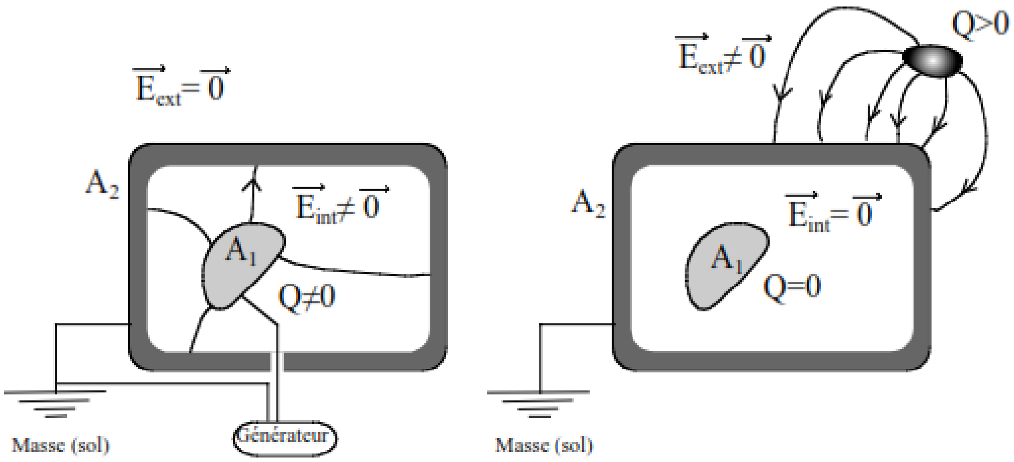
On peut créer des conditions d'influence électrostatique totale en plaçant (A1) à l'intérieur de (A2). Puisque l'ensemble des lignes de champ issues de (A1) aboutit sur (A2), on voit apparaître la charge $Q_2^{\text{int}} = -Q_1$ sur la face correspondante interne de (A2), et ceci quelle que soit la position de (A1). Cette propriété (démontrée à partir du théorème des éléments correspondants) est connue sous le nom de théorème de Faraday. La charge électrique totale sur (A2) est simplement

$$Q_2 = Q_2^{\text{int}} + Q_2^{ext} = -Q_1 + Q_2^{ext}$$

Notion d'écran ou de blindage électrostatique : la cage de Faraday

Un conducteur à l'équilibre a un champ nul : de ce fait, s'il possède une cavité, celle-ci se trouve automatiquement isolée (du point de vue électrostatique) du monde extérieur. On définit par écran électrostatique parfait tout conducteur creux maintenu à un potentiel constant.

Lorsqu'on relie (A2) au sol, on a $Q_2^{ext} = 0$ (les charges s'écoulent vers la Terre ou proviennent de celle-ci). Dans ce cas, le champ électrostatique mesuré à l'extérieur de (A2) est nul, malgré la présence de (A1) chargé à l'intérieur de (A2). Ainsi, l'espace extérieur à (A2) est protégé de toute influence électrostatique provenant de la cavité. L'inverse est également vrai.



Prenons maintenant le cas où (A1) porte une charge nulle et où (A2) est placé à proximité d'autres conducteurs chargés. A l'équilibre, on aura $Q_2^{\text{int}} = 0$ mais un champ électrostatique non nul mesuré à l'extérieur de (A2), dépendant de la distribution surfacique externe de (A2). Ainsi, malgré la charge portée par la surface extérieure de (A2), la cavité interne possède un champ électrostatique nul. Nous voyons donc que le champ électrostatique régnant à l'intérieur de (A2) est parfaitement indépendant de celui à l'extérieur. Noter que ceci reste vrai même si (A2) n'est pas maintenu à potentiel constant. Une combinaison linéaire de ces deux situations permettant de décrire tous les cas possibles, nous venons de démontrer que tout conducteur creux maintenu à potentiel constant constitue bien un écran électrostatique dans les deux sens. Un tel dispositif est appelé cage de Faraday. Alors que la distribution des charges Q_2^{int} dépend de la position de (A1), celle des charges Q_2^{ext} portées par la surface externe de (A2) dépend, elle, uniquement de ce qui se passe à l'extérieur.

Applications :

1. Protection contre la foudre : un paratonnerre est en général complété par un réseau de câbles entourant l'édifice à protéger, reliés à la Terre.
2. Tout conducteur transportant un courant faible est entouré d'une gaine métallique (appelée blindage) reliée au sol. Cette gaine est parfois simplement le châssis de l'appareil.

III.2.3- Coefficients d'influence électrostatique

Nous avons vu que lorsque plusieurs conducteurs sont mis en présence les uns des autres, ils exercent une influence électrostatique réciproque. A l'équilibre (mécanique et électrostatique), les densités surfaciques de chaque conducteur dépendent des charges qu'ils portent, de leur capacité et de leurs positions relatives. Si l'on cherche à calculer, par exemple, le potentiel pris par l'un des conducteurs, alors il nous faut résoudre le problème complet : calculer les potentiels de tous les conducteurs. Soit un ensemble de n conducteurs (Ai) de charge électrique totale Q_i et potentiel, en équilibre électrostatique. Prenons (A1) et appliquons la notion vue précédemment de superposition des états d'équilibre. On peut toujours décomposer la distribution surfacique sur (A1) de la forme

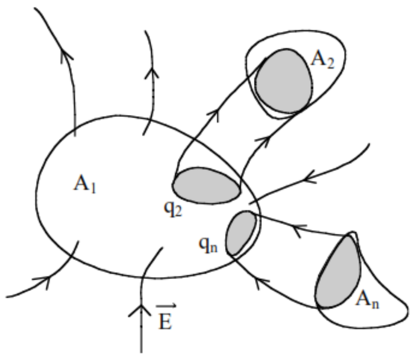
$\sigma_1 = \sum_{j=1}^{n} \sigma_{1j}$ ou σ_{11} est la densité surfacique de charges apparaissant sur (A1) si tous les autres conducteurs étaient portés au potentiel nul (mais présents) et σ_{1j} celle apparaissant lorsque tous (y compris A1) sont portés au potentiel nul, sauf (Aj). On peut alors écrire que la charge totale sur (A1) est

$$Q_1 = \iint_{S_1} \sigma_1 \cdot dS = \sum_{j=1} \iint_{S_1} \sigma_{1j} \cdot dS = q_{11} + q_{12} + \ldots + \mathrm{q}_{1n}$$

Pour connaître Q_1 il faut donc connaître les n états d'équilibre électrostatique. Considérons le premier, celui où tous les autres conducteurs en présence sont mis au potentiel nul. Dans ce cas, on a

$$\begin{aligned} q_{11} &= C_{11} \cdot V_1 \\ q_{21} &= C_{21} \cdot V_1 \\ q_{31} &= C_{31} \cdot V_1 \\ \vdots &\quad \vdots \\ q_{n1} &= C_{n1} \cdot V_1 \end{aligned}$$

En effet, la charge apparaissant sur (A1) ne peut être due qu'à étant la capacité du V_1, C_{11} conducteur (A1) en présence des autres conducteurs. Mais par influence, une distribution σ_{11} apparaît sur tous les autres conducteurs (Aj). Celle-ci dépend du nombre de lignes de champ qui joignent (A1) à chaque conducteur (Aj). En vertu du théorème des éléments correspondants, la charge qui « apparaît » est de signe opposé à celle sur (A1), elle-même proportionnelle à q_{11} donc à les coefficients d'influence V_1 sont donc négatifs.



Considérons maintenant le deuxième état d'équilibre, où tous les conducteurs sauf (A2) sont mis au potentiel nul. On a alors dans ce cas

$$q_{12} = C_{12} \cdot V_2$$
$$q_{22} = C_{22} \cdot V_2$$
$$q_{32} = C_{32} \cdot V_2$$
$$\vdots \quad \vdots$$
$$q_{n2} = C_{n2} \cdot V_2$$

Bien évidemment, en reproduisant cette opération, on obtient que l'état d'équilibre le plus général est décrit par

$$Q_i = q_{i1} + q_{i2} + \ldots + q_{in} = \sum_{j=1}^{n} q_{ij} = \sum_{j=1}^{n} C_{ij} \cdot V_i$$

ou, sous forme matricielle,

$$\begin{pmatrix} Q_1 \\ \vdots \\ Q_n \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & \cdots & C_{1n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ C_{n1} & \cdots & C_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} V_1 \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix}$$

Les coefficients C_{ij} sont appelés coefficients d'influence. Les coefficients C_{ii} appelés coefficients de capacité ou capacités des conducteurs en présence des autres. Il ne faut pas les confondre avec les capacités propres C_i des conducteurs isolés, seuls dans l'espace. D'une façon générale, on a la propriétés suivantes : sont parfois

1. Les C_{ii} sont toujours positifs.
2. Les C_{ij} sont toujours négatifs et $C_{ij} = C_{ji}$ (matrice symétrique).
3. $C_{ii} \geq -\sum_{j \neq i} C_{ji}$ l'égalité n'étant possible que dans le cas d'une influence totale.

La dernière inégalité est une conséquence du théorème des éléments correspondants. En effet, prenons le conducteur (A1) porté au potentiel V_1 alors que les autres sont mis au potentiel nul. Tous les tubes de flux partant de (A1) n'aboutissent pas nécessairement à un autre conducteur (ils ne le feraient que pour une influence totale). Donc, cela signifie que la charge totale située sur (A1) est (en valeur absolue) supérieure à l'ensemble des charges situées sur les autres conducteurs, c'est à dire

$$Q_1 = C_{11} \cdot V_1 \geq |q_{21}| + \ldots + |q_{n1}| = \sum_{j \neq i} |C_{j1}| \cdot V_1$$

<u>Références</u>

[1] Electromagnétisme PCSIP. Krempf - Editions Bréal 2003
[2] Physique Cours compagnon PCSI T. Cousin / H.Perodeau - Editions Dunod 2009
[3] Electromagnétisme 1ère année MPSI-PCSI-PTSI - JM.Brébec - Editions Hachette
[4] Cours de physique, électromagnétisme, 1.Electrostatique et magnétostatique - D.Cordier – Editions Dunod
[5] La physique en fac cours et exercices corrigés - Emile Amzallag - Joseph Cipriani - Jocelyne Ben Aïm - Norbert Piccioli
[6] http://wiki.sillages.info/index.php/Coordonnées_polaires_et_cylindriques
[7] http://epiphys.emn.fr
[8] http://turrier.fr/maths-physique/coordonees/systemes-de-coordonnees.html
[9] https://nptel.ac.in/courses/115/106/115106122/
[10]https://nptel.ac.in/courses/115/106/115106122/

Pour le Calcul de champ par méthode intégrale : exemple du fil infini suivez

Lien web https://www.physagreg.fr/electromagnetisme-11-champ-electrostatique.php

lien vidéo : https://youtu.be/zitm54XT6i0