3- Calcul de la limite de fonction $f(x)=\ln(x)+2x^2+1$ en 5 a- Utilisons sympy pour la détermination de la limite importons la bibliothèque sympy pour le traçage de la courbe et la détermination de la limite

```
In [184... import sympy as sp import math
```

Définissons la fonction dans sympy

```
In [185... x = sp.Symbol('x')
In [186... f = sp.Function('f')
In [187... f = sp.ln(x) + 2*x**2 + 1
```

Affichage de la fonction

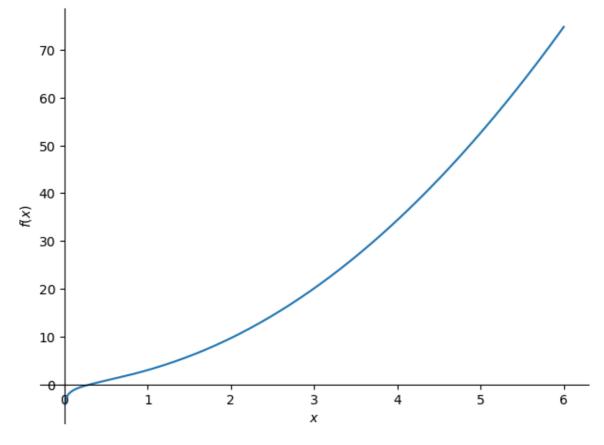
```
In [188... display(f)
```

 $\displaystyle \frac{x^{2} + \log(\left(x \right) + 1}{1}$

Traçons la courbe sur [-6,6]

```
In [189... display(r'la courbe de f pour x = [-6,6]')
sp.plot(f,(x,-6,6))
```

'la courbe de f pour x = [-6,6]'



Out[189... <sympy.plotting.backends.matplotlibbackend.matplotlib.MatplotlibBackend at 0x20 e577cac30>

```
In [190... display(n'la courbe de f pour x = [4.9999,5.0001]')

'la courbe de f pour x = [4.9999,5.0001]'

In [191... sp.plot(f,(x,4.9999,5.0001))

52.6115

52.6105

-0.0001090.0000750.0000590.0000250.0000000.0000250.00000750.000100

52.6090

52.6085

52.6085

52.6085
```

Out[191... <sympy.plotting.backends.matplotlibbackend.matplotlib.MatplotlibBackend at 0x20 e58058d10>

Détermination d'un encradrement proche de la limite à gauche et à droite

print(sp.limit(f,x,5,'-'))

In [195...

```
Vgauche = [4.9999,4.99999,4.999999]
 In [192...
            Vdroite = [5.000001,5.00001,5.0001]
            print('Limite à gauche')
            Ugauche = [f.subs(x,i) for i in Vgauche]
            print(Vgauche)
            print(Ugauche)
           Limite à gauche
           [4.9999, 4.99999, 4.999999]
           [52.6074179322341, 52.6092359126321, 52.6094177124361]
 In [193...
           print('limite à droite')
            Udroite = [f.subs(x,i) for i in Vdroite]
            print(Vdroite)
            print(Udroite)
           limite à droite
           [5.000001, 5.00001, 5.0001]
           [52.6094581124361, 52.6096399126321, 52.6114579322341]
Utilisons la fonction "limit" de sympy pour déterminer la limite exacte de la fonction
```

```
log(5) + 51
```

```
In [196... print(sp.limit(f,x,5,'+'))
```

```
log(5) + 51
```

b- Utilisons les bibliothèques numpy et matplotlib pour déterminer la limite

importons les bibliothèques sympy et matplotlib

```
In [197... import numpy as np import matplotlib.pyplot as plt
```

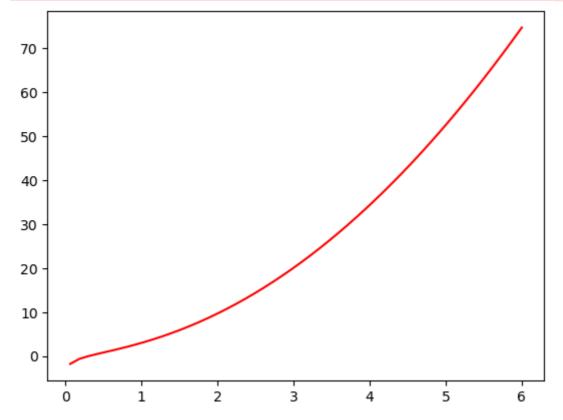
Définissons la fonction a l'aide de numpy et l'ensemble des points par lesquels passera la courbe avec les tableaux de numpy

Traçons la courbe de f sur [-6,6]

```
In [205... print(r'la courbe de f sur [-6,6]')
    plt.plot(x,f(x),"r")
    plt.show()
```

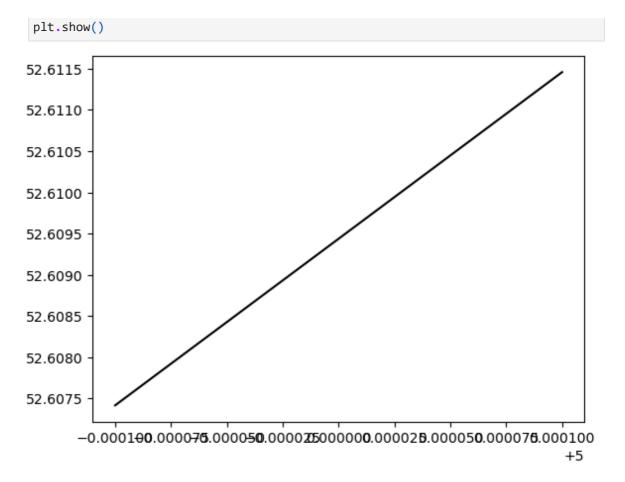
la courbe de f sur [-6,6]

```
C:\Users\DELL E7440\AppData\Local\Temp\ipykernel_16776\2986197001.py:2: RuntimeWa
rning: invalid value encountered in log
  return np.log(x) + 2*x**2 + 1
```



Réduisons l'intervalle sur laquelle nous traçons la courbe à [4.9999,5.0001]

```
In [206... x = np.linspace(4.9999,5.0001,10)
    plt.plot(x,f(x),"k")
```



Détermination d'un encradrement proche de la limite à gauche et à droite

```
Vgauche = np.array([4.9999,4.99999,4.999999])
In [207...
          print("limite à gauche")
          Ugauche = f(Vgauche)
          print(Vgauche)
          print(Ugauche)
         limite à gauche
         [4.9999
                  4.99999 4.999999]
         [52.60741793 52.60923591 52.60941771]
In [208...
          Vdroite = np.array([5.000001,5.00001,5.0001])
          print("limite à droite")
          Udroite = f(Vdroite)
          print(Vdroite)
          print(Udroite)
         limite à droite
         [5.000001 5.00001 5.0001 ]
         [52.60945811 52.60963991 52.61145793]
  In [ ]:
```