

Projet 3

Outils numériques :

- nymphy, sympy, scipy, matplotlib
- Les fonctions : Dichotomie / Newton-Raphson

Exercice 1

Un médicament contre la douleur est administré par voie orale.

La concentration du produit actif dans le sang, en milligrammes par litres de sang, est modélisée par la fonction $C(x) = x^3 - 12x^2 + 36x$, où $x \in [0; 6]$. Le produit actif est efficace si la concentration dans le sang est supérieure à $5mg/l$. On souhaite écrire un algorithme pour connaître les heures pour lesquelles le produit est actif.

1. Écrire le codage Python d'une fonction qui prend en entrée un intervalle L d'heures et nous fournit la liste des heures pour les quelles le médicament reste actif dans le sang.
2. Exécuter le programme pour $L = [0; 6]$ et interpréter le résultat.
3. Représenter graphiquement le fonction qui modélise la concentration du produit
4. Au bout de combien de temps la concentration du produit est-elle maximale? Estimer cette concentration maximale à $1mg/l$ près.
5. Analyse graphique
 - (a) Sur quel intervalle la fonction C est dérivable? Calculer sa dérivée
 - (b) Calculer et représenter la tangente T à la courbe C en $x = 4$.
 - (c) En déduire la position relative de la courbe représentative de C par rapport à la droite T .
6. Un pharmacien affirme que la concentration du produit actif dans le sang diminue plus rapidement entre 2h et 4h qu'entre 4h et 6h après avoir pris le médicament. Que pensez-vous de cette affirmation?

Exercice 3

1. Étudier les limites suivantes (nymphy, matplotlib) :

(a) $\sqrt{x} + \sqrt{x} - \sqrt{x}$ en $+\infty$
(b) $\frac{\sqrt{1+x} - \left(1 + \frac{x}{2}\right)}{x^2}$ en 0

(c) $\frac{\sqrt{2x^2 + 5x + 9} - 3}{x}$ en 0

2. En utilisant la définition du nombre dérivé, déterminer les limites suivantes (sympy) :

(a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x+2} - e^2}{x}$

(c) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\ln(2-x)}{x-1}$

(b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x) - 1}{x}$

(d) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{e^{\cos(x)} - 1}{x - \frac{\pi}{2}}$