

UE MATH 101: EVALUATION DE SYNTHESE
SEMESTRE HARMATTAN

EXERCICE 1 (12 pts)

On considère le \mathbb{R} -espace vectoriel \mathbb{R}^3 muni de sa base canonique $\mathcal{B} = (e_1, e_2, e_3)$. Soit T un endomorphisme de \mathbb{R}^3 représenté par la matrice $A = \begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ sur \mathcal{B} .

1. Calculer les vecteurs propres et les espaces propres associés à chaque valeur propre de A .
2. A est-elle diagonalisable? Justifier votre réponse.
3. On note \mathcal{B}_p une base de vecteurs propres de T . Donner une matrice de passage P de la base \mathcal{B} à la base \mathcal{B}_p (On précisera la base \mathcal{B}_p). Calculer P^{-1} .
4. Ecrire la matrice de T dans la base \mathcal{B}_p choisie puis calculer A^n pour tout $n \in \mathbb{N}^*$.

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no vertical margin lines or other markings present. The paper appears to be a standard sheet of notebook paper.

EXERCICE 2 (5 pts)

1. Soit $a, b, c \in \mathbb{R}$. Déterminer les racines du polynôme en x , $P(x) = \begin{vmatrix} x & a & b & c \\ a & x & b & c \\ a & b & x & c \\ a & b & c & x \end{vmatrix}$.

2. On pose $M_{abc} = \begin{pmatrix} 0 & a & b & c \\ a & 0 & b & c \\ a & b & 0 & c \\ a & b & c & 0 \end{pmatrix}$. La matrice M_{123} est-elle diagonalisable? Justifier la réponse.

(On pourra s'aider de la question précédente.)

This image shows a single sheet of white paper with horizontal ruling lines. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

EXERCICE 3 (3 pts)

On considère la matrice $M = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1-t \\ 1+t & -1 & 2 \\ 2 & -t & 3 \end{pmatrix}$. Pour quelles valeurs du paramètre réel t , la matrice M est-elle inversible?

[illegible]

