

Utilisons la définition de la dérivée pour déterminer les limites suivantes calculons la limite (a)

```
In [7]: import sympy as sp
x = sp.symbols('x')
def f(x) :
    return sp.exp(3*x + 2)
print(f"f(0)")
```

exp(2)

on peut alors définir une fonction $g(x) = (f(x) - f(0)) / x$

```
In [8]: def g(x) :
    return (f(x) - f(0))/x
display(g)
```

<function __main__.g(x)>

Déterminer la limite de la fonction $g(x)$ en 0 revient à déterminer la dérivée de $f(x)$ en 0

```
In [9]: # utilisons sympy pour déterminer la dérivée
df = sp.diff(f(x), x)
print(f"f'(x) = {df}")
```

$f'(x) = 3 \cdot \exp(3x + 2)$

```
In [10]: print(f"La limite de la fonction {g(x)} en 0 est {df.subs(x,0)}")
```

La limite de la fonction $(\exp(3x + 2) - \exp(2))/x$ en 0 est $3 \cdot \exp(2)$

calculons la limite (b)

```
In [12]: def g(x) :
    return sp.cos(x)
print(f"g(0)")
```

1

on peut alors définir une fonction $h(x) = (g(x) - g(0)) / x$

```
In [13]: def h(x) :
    return (g(x) - g(0))/x
display(h)
```

<function __main__.h(x)>

```
In [14]: # utilisons sympy pour déterminer la dérivée
df = sp.diff(g(x), x)
print(f"g'(x) = {df}")
```

$g'(x) = -\sin(x)$

```
In [15]: print(f"La limite de la fonction {h(x)} en 0 est {df.subs(x,0)}")
```

La limite de la fonction $(\cos(x) - 1)/x$ en 0 est 0

calculons la limite (c)

```
In [16]: def f(x) :
    return sp.log(2-x)
print(f"f(1)")
```

0

on peut alors définir une fonction $g(x) = (f(x) - f(1)) / x - 1$

```
In [17]: def g(x) :
          return (f(x) - f(1))/(x-1)
          display(g)
```

```
<function __main__.g(x)>
```

Determiner la limite de la fonction $g(x)$ en 1 revient à déterminer la dérivée de $f(x)$ en 1

```
In [18]: # utilisons sympy pour déterminer la dérivée
          df = sp.diff(f(x), x)
          print(f"f'(x) = {df}")
```

```
f'(x) = -1/(2 - x)
```

```
In [19]: print(f"La limite de la fonction {g(x)} en 1 est {df.subs(x,1)}")
```

La limite de la fonction $\log(2 - x)/(x - 1)$ en 1 est -1

calculons la limite (d)

```
In [20]: def f(x) :
          return sp.exp(sp.cos(x))
          print(f"{f(sp.pi / 2)}")
```

```
1
```

on peut alors definir une fonction $g(x) = (f(x) - f(\pi/2)) / (x - \pi/2)$

```
In [21]: def g(x) :
          return (f(x) - f(sp.pi/2)) / (x - sp.pi/2)
          display(g)
```

```
<function __main__.g(x)>
```

```
In [22]: # utilisons sympy pour déterminer la dérivée
          df = sp.diff(f(x), x)
          print(f"f'(x) = {df}")
```

```
f'(x) = -exp(cos(x))*sin(x)
```

```
In [23]: print(f"La limite de la fonction {g(x)} en  $\pi/2$  est {df.subs(x,sp.pi/2)}")
```

La limite de la fonction $(\exp(\cos(x)) - 1)/(x - \pi/2)$ en $\pi/2$ est -1