

EXPRESSIONS INFIX, PREFIX ET POSTFIX

I. Expressions infix, préfix et postfix

Lorsque vous écrivez une expression arithmétique telle que $x * y$, la forme de l'expression vous fournit des informations afin que vous puissiez l'interpréter correctement. Dans le cas présent, vous savez que la variable x est multipliée par la variable y puisque l'opérateur de multiplication $*$ apparaît entre eux dans l'expression. **Ce type de notation est appelé infix puisque l'opérateur se trouve entre les deux opérands sur lesquelles il agit.**

Prenons un autre exemple de notation infix, $a + b * c$. Les opérateurs $+$ et $*$ apparaissent toujours entre les opérands, mais il y a un problème. Sur quelles opérands agissent-ils ? Le $+$ fonctionne-t-il sur a et b ou le $*$ prend-il b et c ? L'expression semble ambiguë.

En fait, vous lisez et écrivez ce genre d'expressions depuis longtemps et elles ne vous posent aucun problème. **La raison en est que vous savez quelque chose sur les opérateurs $+$ et $*$.** Chaque opérateur a un niveau de priorité. Les opérateurs de plus grande priorité sont utilisés avant les opérateurs de moindre priorité. **La seule chose qui peut changer cet ordre est la présence de parenthèses.** L'ordre de priorité des opérateurs arithmétiques place la multiplication et la division au-dessus de l'addition et de la soustraction. Si deux opérateurs de même priorité apparaissent, on effectue les opérations dans un ordre de gauche à droite ou par associativité.

Interprétons l'expression $a + b * c$ en utilisant la précedence des opérateurs. Dans ce cas, b et c sont d'abord multipliés, et a est ensuite ajouté à ce résultat. Par contre, $(a + b) * c$ obligerait à faire l'addition de a et b avant la multiplication. Dans l'expression $a + b + c$, par priorité, l'opérateur $+$ le plus à gauche pourrait être fait en premier tout comme le plus à droite.

Bien que tout cela puisse être évident pour vous, n'oubliez pas que les ordinateurs doivent savoir exactement quels opérateurs doivent être exécutés et dans quel ordre. Une façon d'écrire une expression qui garantit qu'il n'y aura pas de confusion quant à l'ordre des opérations est de créer ce que l'on appelle une expression entièrement entre parenthèses. Ce type d'expression utilise une paire de parenthèses pour chaque opérateur. Les parenthèses dictent l'ordre des opérations ; il n'y a aucune ambiguïté. Il n'y a pas non plus besoin de se souvenir de règles de priorité.

L'expression $a + b * c + d$ peut être réécrite comme suit : $((a + (b * c)) + d)$ pour montrer que la multiplication se fait en premier, suivie de l'addition la plus à gauche. $a + b + c + d$ peut s'écrire $((a + b) + c) + d$ puisque les opérations d'addition s'associent de gauche à droite.

Il existe deux autres formats d'expression très importants qui peuvent ne pas vous sembler évidents au premier abord. Considérons l'expression infix $a + b$. Qu'est-ce qui se produit si nous déplaçons l'opérateur avant les deux opérands ? Le résultat l'expression serait $+ a b$. De même, nous pourrions déplacer l'opérateur vers la fin. Nous obtiendrions $a b +$. Cela semble un peu étrange.

Ces modifications de la position de l'opérateur par rapport aux opérandes créent deux nouveaux formats d'expression : **préfix** et **postfix**. La notation d'expression **préfix** nécessite que **tous les opérateurs précèdent les opérandes sur lesquels ils agissent**. La notation de l'expression **postfix**, elle, exige que **les opérateurs viennent après les opérandes correspondants**. Quelques exemples supplémentaires devraient permettre de rendre cela un peu plus clair (voir tableau 1).

L'expression $a + b * c$ serait écrite comme $+ a * b c$ en préfix. La multiplication $*$ vient immédiatement avant les opérandes b et c , indiquant que $*$ a priorité sur $+$. L'opérateur d'addition apparaît alors avant a et le résultat de la multiplication.

Dans le postfix, l'expression serait $a b c * +$. Encore une fois, l'ordre des opérations est conservé car la multiplication $*$ apparaît immédiatement après b et le c , indiquant que $*$ a priorité, avec $+$ à venir. Bien que les opérateurs aient « déménagé » et apparaissent maintenant avant ou après leur opérandes respectifs, l'ordre des opérandes est resté le même par rapport les uns aux autres.

Tableau 1 : Exemples d'expressions infix, préfix et postfix

Expression Infix	Expression Préfix	Expression Postfix
$a + b$	$+ a b$	$a b +$
$a + b * c$	$+ a * b c$	$a b c * +$

Considérons maintenant l'expression infix $(a + b) * c$. Rappelons que dans ce cas, l'expression infix nécessite les parenthèses pour forcer l'exécution de l'addition avant la multiplication. Cependant, lorsque $a + b$ est écrite en préfix, l'opérateur d'addition a simplement été déplacé avant les opérandes, ce qui donne $+ a b$. Le résultat de cette opération devient le premier opérande de la multiplication. L'opérateur de multiplication est déplacé devant l'expression entière, nous donnant $* + a b c$. De même, dans le postfix $a b +$ force l'addition à se produire en premier. La multiplication peut être effectuée entre ce résultat et l'opérande restant c . L'expression postfix appropriée est alors $a b + c *$.

Reprenez ces expressions (voir tableau 2). Quelque chose de très important s'est produit. **Où sont passées les parenthèses ?** Pourquoi n'en avons-nous pas besoin dans le préfix et le postfix ? La réponse est que les opérateurs ne sont plus ambigus en ce qui concerne les opérandes sur lesquels ils travaillent. **Seule la notation infix nécessite des symboles supplémentaires**. L'ordre des opérations dans les expressions infix et postfix est entièrement déterminé par la position de l'opérateur et rien d'autre. À bien des égards, cela fait de l'expression infix la notation la moins souhaitable à utiliser.

Tableau 2 : Autres exemples d'expressions infix, préfix et postfix

Expression Infix	Expression Préfix	Expression Postfix
$(a + b) * c$	$* + a b c$	$a b + c *$

Le tableau qui suit (tableau 3) montre quelques exemples supplémentaires d'expressions infix et les expressions préfix et postfix équivalentes. Soyez sûr que vous comprenez comment ils sont équivalents en termes d'ordre des opérations en cours.

Tableau 3 : Autres exemples d'expressions infix, préfix et postfix

Expressions Infix	Expression Préfix	Expressions Postfix
$a + b * c + d$	$++ a * b c d$	$a b c * + d +$
$(a + b) * (c + d)$	$* + a b + c d$	$a b + c d + *$
$a * b + c * d$	$+ * a b * c d$	$a b * c d * +$
$a + b + c + d$	$+++ a b c d$	$a b + c + d +$

II. Conversion d'expressions infix en préfix et postfix

Jusqu'à présent, nous avons utilisé des méthodes ad hoc pour convertir des expressions infix en notations d'expression préfix et postfix équivalentes. Comme vous pouvez vous y attendre, il existe des moyens algorithmiques d'effectuer ces conversions.

La première technique que nous considérerons utilise la notion d'expression entre parenthèses qui a été discutée plus tôt. Rappelons que $a + b * c$ peut être écrit comme $(a + (b * c))$ pour montrer explicitement que la multiplication a priorité sur l'addition. En y regardant de plus près, cependant, vous pouvez voir que chaque paire de parenthèses désigne également le début et fin d'une paire d'opérandes avec l'opérateur correspondant au milieu.

Regardez la bonne parenthèse dans la sous-expression $(b * c)$ ci-dessus. Si nous devaient déplacer le symbole de multiplication dans cette position et retirer le correspondant à la parenthèse gauche, nous donnant $b c *$, nous aurions, en effet, converti la sous-expression en notation postfix. Si l'addition a également été déplacée à sa position de parenthèse droite correspondante et la parenthèse correspondante gauche a été supprimée, le postfix complet l'expression donnerait le résultat suivant (figure 1) :



Figure 1 : Explication d'une transformation d'expression infix en expression postfix

Si nous faisons la même chose mais au lieu de déplacer le symbole vers la position de la parenthèse droite, on la déplace vers la gauche, on obtient la notation préfixe (voir Figure 2). La position de la paire de parenthèses est en fait un indice de la position finale de l'opérateur fermé.



Figure 2 : Explication d'une transformation d'expression infix en expression préfix

Donc, pour convertir une expression, aussi complexe soit-elle, en préfix ou en postfix, placer toutes les parenthèses de l'expression dans l'ordre des opérations. Déplacez ensuite l'opérateur fermé à la position de la parenthèse gauche ou droite selon que vous voulez préfix ou notation postfix.

Voici une expression plus complexe: $(a + b) * c - (d - e) * (f + g)$. La figure 3 affiche la conversion en notations postfix et préfix.

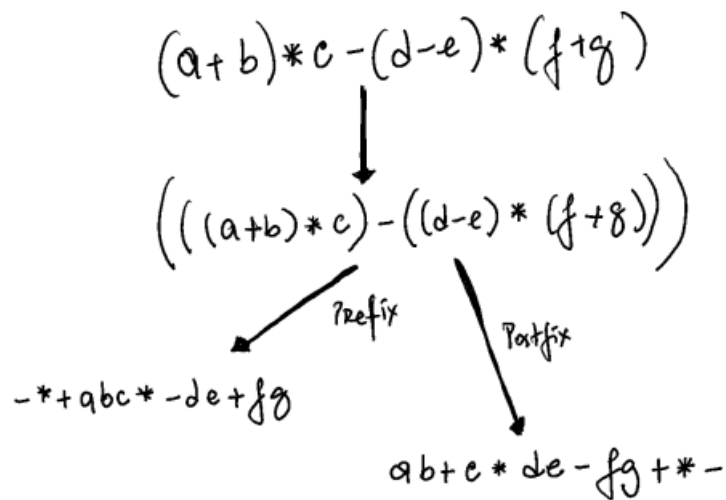


Figure 3 : Transformation d'une expression complexe infix en notation préfixe et postfix