

1- Calcul de la limite de fonction $f(x) = x^3 + 2x^2 + 1$ en 5.5 a- Utilisons sympy pour la détermination de la limite
importons la bibliothèque sympy pour le traçage de la courbe et la détermination de la limite et la bibliothèque math pour les calculs numériques

```
In [163... import sympy as sp  
import math
```

Définissons la fonction dans sympy

```
In [164... x = sp.Symbol('x')
```

```
In [165... f = sp.Function('f')
```

```
In [166... f = pow(x,3) + 2*x**2 + 1
```

Affichage de la fonction

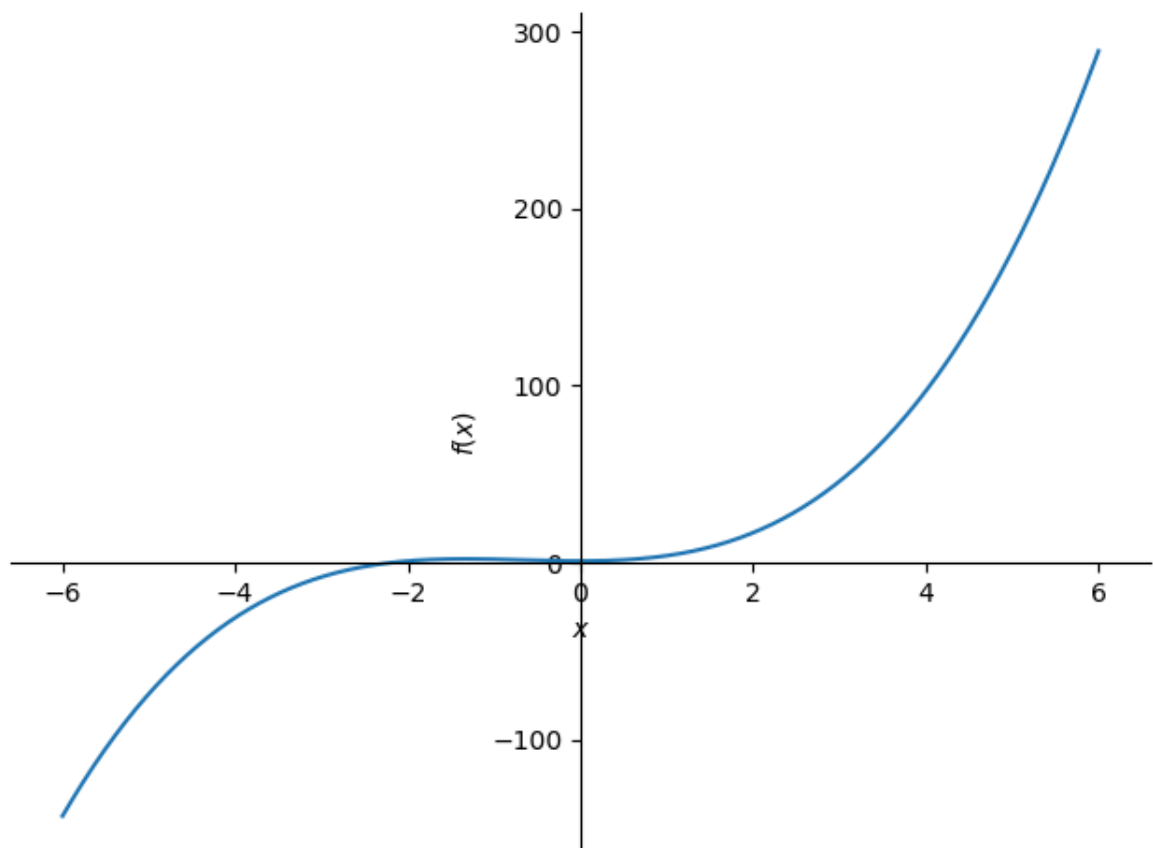
```
In [167... display(f)
```

$\displaystyle x^3 + 2x^2 + 1$

Traçons la courbe sur $[-6,6]$

```
In [168... display(r'la courbe de f pour x = [-6,6]')  
sp.plot(f,(x,-6,6))
```

'la courbe de f pour x = $[-6,6]$ '

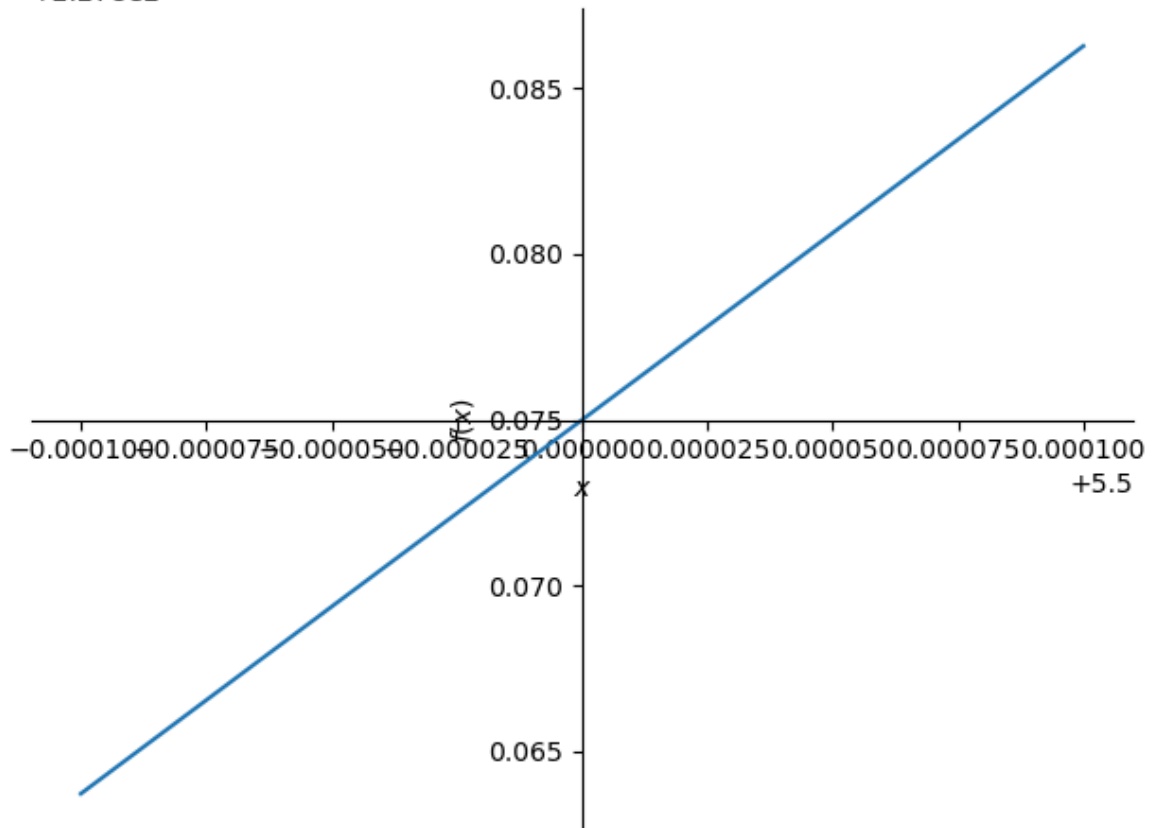


```
Out[168... <sympy.plotting.backends.matplotlibbackend.matplotlib.MatplotlibBackend at 0x20  
e55aec980>
```

Traçons la courbe de f sur $[5.4999, 5.5001]$

```
In [169... display(r'la courbe de f pour x = [5.4999,5.5001]')
'la courbe de f pour x = [5.4999,5.5001]'
```

```
In [170... sp.plot(f,(x,5.4999,5.5001))
+2.278e2
```



```
Out[170... <sympy.plotting.backends.matplotlibbackend.matplotlib.MatplotlibBackend at 0x20e575273e0>
```

Détermination d'un encadrement proche de la limite à gauche et à droite

```
In [171... Vgauche = [5.4999,5.49999,5.499999]
Vdroite = [5.500001,5.50001,5.5001]
print('Limite à gauche')
Ugauche = [f.subs(x,i) for i in Vgauche]
print(Vgauche)
print(Ugauche)
```

```
Limite à gauche
[5.4999, 5.49999, 5.499999]
[227.863725184999, 227.873872501850, 227.874887250018]
```

```
In [172... print('limite à droite')
Udroite = [f.subs(x,i) for i in Vdroite]
print(Vdroite)
print(Udroite)
```

```
limite à droite
[5.500001, 5.50001, 5.5001]
[227.875112750019, 227.876127501850, 227.886275185001]
```

Utilisons la fonction "limit" de sympy pour déterminer la limite exacte de la fonction

```
In [173... print(sp.limit(f,x,5.5,'-'))
```

227.875000000000

```
In [174... print(sp.limit(f,x,5.5,'+'))
```

227.875000000000

b- Utilisons les bibliothèques numpy et matplotlib pour déterminer la limite

importons les bibliothèques sympy et matplotlib

```
In [177... import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt
import math
```

Définissons la fonction a l'aide de numpy et l'ensemble des points par lesquels passera la courbe avec les tableaux de numpy

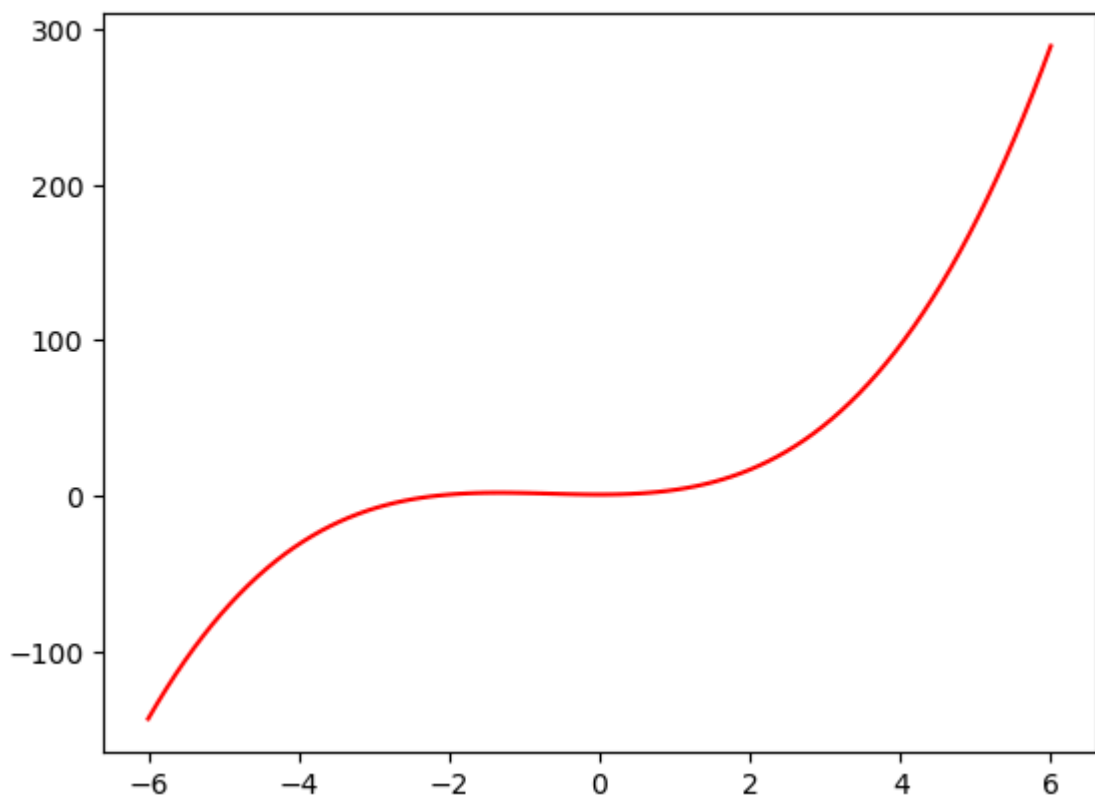
```
In [178... x = np.linspace(-6,6,100)
```

```
In [179... def f(x):
    return pow(x,3) + 2*x**2 + 1
```

Traçons la courbe de f sur [-6,6]

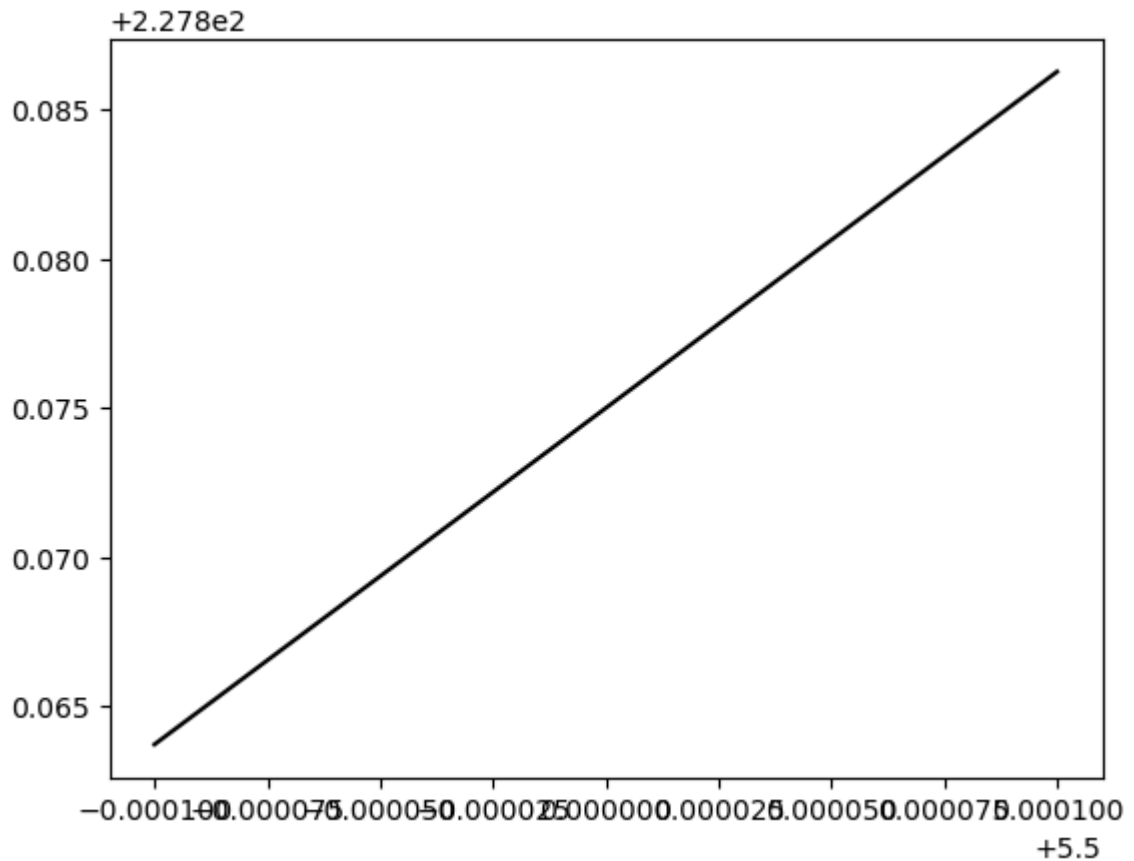
```
In [180... print(r'la courbe de f sur [-6,6]')
plt.plot(x,f(x),"r")
plt.show()
```

la courbe de f sur [-6,6]



Réduisons l'intervalle sur laquelle nous traçons la courbe à [5.4999,5.5001]

```
In [181... x = np.linspace(5.4999,5.5001,10)
plt.plot(x,f(x),"k")
plt.show()
```



Détermination d'un encadrement proche de la limite à gauche et à droite

```
In [182... Vgauche = np.array([5.4999,5.49999,5.499999])
print("limite à gauche")
Ugauche = f(Vgauche)
print(Vgauche)
print(Ugauche)
```

```
limite à gauche
[5.4999  5.49999  5.499999]
[227.86372518 227.8738725 227.87488725]
```

```
In [183... Vdroite = np.array([5.500001,5.50001,5.5001])
print("limite à droite")
Udroite = f(Vdroite)
print(Vdroite)
print(Udroite)
```

```
limite à droite
[5.500001 5.50001  5.5001 ]
[227.87511275 227.8761275 227.88627519]
```

In []: