Université de Lomé
EPL/UL

Année Universitaire 2024 − 2025

Devoir de Mécanique du Solide–Durée: 2h 00

Présentation soignée; prise en compte dans la notation (-2 ou +2 points possibles).

Problème

Les trains épicycloïdaux sont des réducteurs à engrenages à rapport de réduction très important pour un encombrement minimum.

Le pignon central **(1)** appelé planétaire est entraîné par un moteur **(M)** non représenté, il transmet son mouvement au pignon intermédiaire **(2)** (satellite) qui entraîne ensuite la couronne dentée **(4)** ou le porte satellite **(3)** suivant la vitesse choisie pour le récepteur. (Voir **fig.** 1)

Données :

- Bâti **(0)**, lié au repère de référence $R_0\,(O_1, \overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{z}_0)$.
- Planétaire **(1)**, lié au repère $R_1\,(O_1, \overrightarrow{x}_1, \overrightarrow{y}_1, \overrightarrow{z}_0)$, $\alpha = (\overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{x}_1) = (\overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{y}_1)$. Planétaire **(1)** de Rayon r_1.
- Satellite **(2)**, lié au repère $R_2\,(O_2, \overrightarrow{x}_2, \overrightarrow{y}_2, \overrightarrow{z}_0)$, $\psi = (\overrightarrow{x}_3, \overrightarrow{x}_2) = (\overrightarrow{y}_3, \overrightarrow{y}_2)$. Satellite **(2)** de rayon r_2.
- Porte satellite **(3)**, lié au repère $R_3\,(O_1, \overrightarrow{x}_3, \overrightarrow{y}_3, \overrightarrow{z}_0)$, $\phi = (\overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{x}_3) = (\overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{y}_3)$. Porte satellite **(3)** de rayon r_3.
- Couronne **(4)**, liée au repère $R_4\,(O_1, \overrightarrow{x}_4, \overrightarrow{y}_4, \overrightarrow{z}_0)$, $\theta = (\overrightarrow{x}_0, \overrightarrow{x}_4) = (\overrightarrow{y}_0, \overrightarrow{y}_4)$. Couronne **(4)** de rayon r_4.
- $\overrightarrow{O_1A} = r_1\overrightarrow{x}_1$ si **A∈(1)**; $\overrightarrow{O_1A} = r_3\overrightarrow{x}_3 - r_2\overrightarrow{x}_2$ si **A∈(2)**.
- $\overrightarrow{O_1B} = r_3\overrightarrow{x}_3 + r_2\overrightarrow{x}_2$ si **B∈(2)**; $\overrightarrow{O_1B} = r_4\overrightarrow{x}_4$ si **B∈(4)**.
- Les paramètres variables du mécanisme sont α,ψ , ϕ et θ.

Travail demandé :

1. Déterminer les vitesses de rotations : $\overrightarrow{\omega}\,(1/0)$, $\overrightarrow{\omega}\,(2/3)$, $\overrightarrow{\omega}\,(3/0)$ et $\overrightarrow{\omega}\,(4/0)$.
2. En déduire $\overrightarrow{\omega}\,(1/3)$ et $\overrightarrow{\omega}\,(4/3)$.
3. Calculer la vitesse $\overrightarrow{V}\,(A \in 1/3)$.
4. Calculer la vitesse $\overrightarrow{V}\,(A \in 2/3)$.
5. En déduire la vitesse de glissement en A de (2/1).
6. Donner la relation entre $\overrightarrow{\omega}\,(2/3)$ et $\overrightarrow{\omega}\,(1/3)$ s'il y a roulement sans glissement en A.
7. Calculer la vitesse $\overrightarrow{V}\,(B \in 2/3)$.
8. Calculer la vitesse $\overrightarrow{V}\,(B \in 4/3)$.

9. En déduire la vitesse de glissement en B de (2/4).
10. Donner la relation entre $\overrightarrow{\omega}(2/3)$ et $\overrightarrow{\omega}(4/3)$ s'il y a roulement sans glissement en B.
11. Déduire la relation entre $\overrightarrow{\omega}(1/3)$, $\overrightarrow{\omega}(4/3)$.
12. Déterminer la relation entre $\overrightarrow{\omega}(1/0)$, $\overrightarrow{\omega}(3/0)$ et $\overrightarrow{\omega}(4/0)$, (**formule de Willis**).

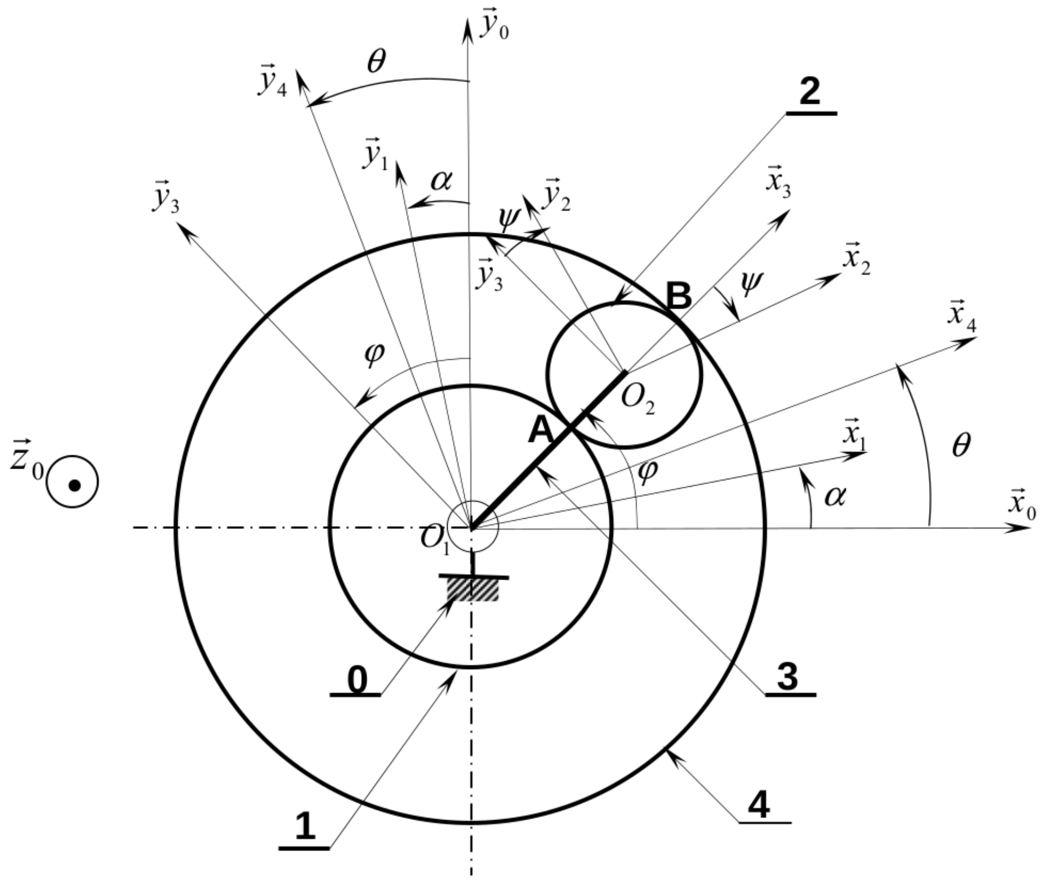

Figure 1: Train épicycloïdal