UNIVERSITE DE LOME
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES
B.P 1515 LOME

ANNEE ACADEMIQUE: 2019-2020

UE MATH 102-Version COVID: EXAMEN
SEMESTRE MOUSSON 2019-2020
DURÉE: 2 heures

EXERCICE 1 (6 pts)

Soit σ une permutation de $\mathcal{S}_{10}$ définie par: $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 2 & 5 & 10 & 1 & 8 & 7 & 4 & 6 & 9 \end{pmatrix}$.

1. Décomposer σ en produit de cycles disjoints puis en produit de transpositions.
2. Calculer $I(\sigma)$ le nombre d'inversions de σ puis sa signature $\varepsilon(\sigma)$.
3. Déterminer σ^{-1} puis σ^{2020} .
4. Déterminer la permutation μ telle que $\sigma\mu = (1357)$.

<u>EXERCICE 2</u> (7 pts)

1. Soient x_1, x_2, x_3, x_4 les racines de $P = X^4 + pX^2 + qX + r$ avec $r \neq 0$. Calculer $u = \dfrac{1}{x_1} + \dfrac{1}{x_2} + \dfrac{1}{x_3} + \dfrac{1}{x_4}$ et $v = \dfrac{1}{x_1^4} + \dfrac{1}{x_2^4} + \dfrac{1}{x_3^4} + \dfrac{1}{x_4^4}$ en fonction de p, q et r en utilisant la formule de Viète.

2. Soient $x_1,\ x_2,\ x_3$ les racines de $X^3 - 2X^2 + X + 3$, un polynôme de $\mathbb{C}[X]$.

   (a) Calculer $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$

   (b) Déterminer un polynôme du troisième degré dont les trois racines sont x_1^2, x_2^2 et x_3^2.

EXERCICE 3 **(7 pts)**

1. Décomposer en éléments simples sur $\mathbb{R}$ les fractions rationnelles suivantes:
   $\dfrac{X^3}{X^3-1}$, $\quad \dfrac{X^2+X+1}{(X-1)^2(X+1)^2}$.
2. Décomposer en éléments simples sur $\mathbb{R}$ la fraction rationnelle suivante:
   $h(x) = \dfrac{x^6-2x^5+4x^4-6x^3-x^2+8x+121}{(x-1)^3(x^2+4)}$.