



UE MATH 102-Version COVID: DEVOIR
SEMESTRE MOUSSON 2019-2020
DURÉE: 2 heures

EXERCICE 1 (10 pts)

- Soient x_1, x_2, x_3, x_4 les racines de $P = X^4 + pX^2 + qX + r$ avec $r \neq 0$. Calculer $u = \frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \frac{1}{x_3} + \frac{1}{x_4}$ et $v = \frac{1}{x_1^4} + \frac{1}{x_2^4} + \frac{1}{x_3^4} + \frac{1}{x_4^4}$ en fonction de p, q et r en utilisant la formule de Viète.
- Soient x_1, x_2, x_3 les racines de $X^3 - 2X^2 + X + 3$, un polynôme de $\mathbb{C}[X]$.
 - Calculer $x_1^3 + x_2^3 + x_3^3$
 - Soient x_1, x_2, x_3 les trois racines dans \mathbb{C} du polynôme $P(X) = aX^3 + bX^2 + cX + d$ avec $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ et $a \neq 0$. Trouver un polynôme ayant pour racines x_1x_2, x_2x_3 et x_1x_3 .

EXERCICE 2 (10 pts)

- Décomposer en éléments simples sur \mathbb{R} les fractions rationnelles suivantes:

$$\frac{3}{X^3 + 1}, \quad \frac{X^3}{X^3 - 1}, \quad \frac{X^2 + X + 1}{(X - 1)^2(X + 1)^2}.$$

- Décomposer en éléments simples sur \mathbb{R} la fraction rationnelle suivante:

$$h(x) = \frac{x^6 - 2x^5 + 4x^4 - 6x^3 - x^2 + 8x + 121}{(x - 1)^3(x^2 + 4)}.$$