

Correction de l'épreuve MTH1120

Exercice 1

1. On a pour tout n dans N , $P(n)$ implique $Q(n)$. Cela signifie que pour tout n , si $P(n)$ est vrai, alors $Q(n)$ est vrai.

- Pour tout n , $P(n)$ est vrai implique que pour tout n , $Q(n)$ est vrai : Faux
- Il existe un n tel que $Q(n)$ est vrai implique que pour tout n , $P(n)$ est vrai : Faux
- Aucune réponse correcte.

2. L'assertion $(P \Rightarrow Q) \Rightarrow ((P \text{ et } Q) \Rightarrow R)$ est :

- Une tautologie : Oui, c'est une tautologie.

3. L'assertion "pour tout x dans R , $|x| = x$ implique $x \geq 0$ " est :

- Toujours vraie : Oui.

4. L'assertion composée P ou $(Q \text{ et } (Q \text{ implique } R))$ est :

- Équivalente à P ou $(Q \text{ et } R)$: Oui.

5. Si A et B sont des parties de X telles que A est inclus dans B , alors le complémentaire de A contient le complémentaire de B . Vrai.

6. Si $f : A \rightarrow P(A)$ est définie par $f(A) = A \cap \{A \setminus A\}$, alors f est :

- Ni injective ni surjective. Vrai.

7. Si E et F sont deux ensembles finis, une application $f: E \rightarrow F$ est bijective si :

- $|E| = |F|$. Vrai.

8. Si $f(n) = (-1)^n + n - 1$, la solution de $f(n) = 2024$ est :

- $n = 2025$. Vrai.

9. Une relation binaire R est une relation d'équivalence si elle est :

- Réflexive, symétrique et transitive. Oui.

10. La relation R définie par $xRy \iff x^2 = y^2$ est :

- Une relation d'ordre : Non.
- Une relation d'équivalence : Oui.

11. La relation $P(x, y) \iff y = x + 1$ est une relation d'ordre total. Oui.

12. La différence symétrique est :

- $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$. Vrai.

13. Le nombre de sous-ensembles contenant exactement k éléments est :

- $C(n, k)$. Oui.

Exercice 2

1. En appliquant le critère de comparaison, on montre que :

- La série somme $(1/n^2)$ converge. Vrai.
- La série somme $(1/n(n+1))$ converge par décomposition en fractions partielles. Vrai.

2. La série somme $(1/n(n+1)(2n+3))$ est convergente.

- Justification : On applique le critère du terme général et on montre que c'est une série de type p -convergente.

Fin de la correction.