

Série 4
Travaux dirigés de cinématique du point

Exercice 1

Un bateau de volume globale V_b et de masse volumique ρ_b est attaché à un port maritime. Le volume du bateau plongé dans l'eau est V_e . Soit ρ_e la masse volumique de l'eau. Quelle est la condition pour que le bateau flotte sur l'eau ?

Exercice 2

Un homme fait tourner une balle (assimilé à un point matériel M de masse $m = 100\text{ g}$) attachée à un fil de longueur $R = OM = 1\text{ m}$ et de masse négligeable. La trajectoire de la balle est un cercle de centre O et de rayon R qui se fait dans le plan vertical (\vec{e}_x, \vec{e}_z) , \vec{e}_z est vertical vers le haut. On néglige les éventuels petits mouvements de la main de l'homme, ainsi : $R_g(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est supposé galiléen. On néglige tous les frottements.

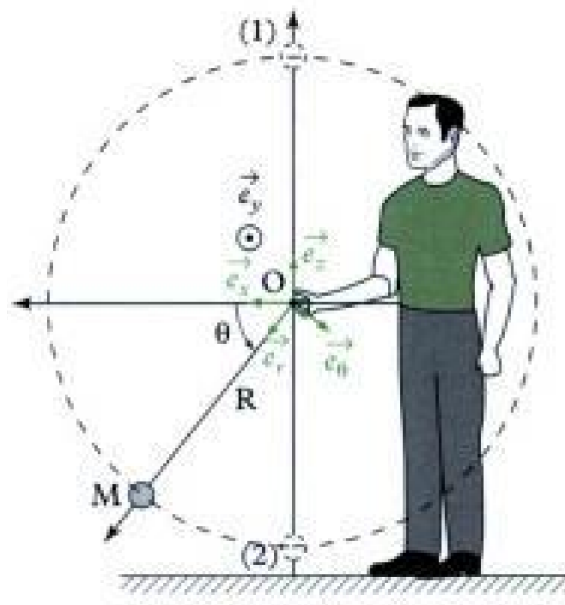


FIGURE 1 – Étude du mouvement 1

1. Déterminer l'équation différentiel du mouvement de la balle.
2. Déterminer l'expression de la tension du fil.
3. Déterminer la vitesse minimum v_{min} que doit avoir la balle dans la position (1).
4. On suppose que la balle passe dans la position (1) avec la vitesse v_{min} . Indiquer dans quelle position la tension du fil est maximum.

Exercice 3

On cherche à modéliser le comportement d'un véhicule de tourisme, lors d'un choc frontal. Pour cela on assimile la voiture à un point matériel G de masse $m = 1\,300\text{ kg}$. L'avant du véhicule (qui va se déformer) est modélisé par un ressort de masse négligeable de longueur à vide $l_0 = 2\text{ m}$ (longueur au début du choc), la voiture arrive avec une vitesse $v_0 = 36\text{ km.h}^{-1}$.

La vitesse du véhicule s'annule lorsque le ressort s'est comprimé de $\frac{l_0}{2}$. Pendant le choc, on repère le point G par son abscisse x depuis le début du choc.

On suppose $R_g(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est supposé galiléen. On néglige tous les frottements.

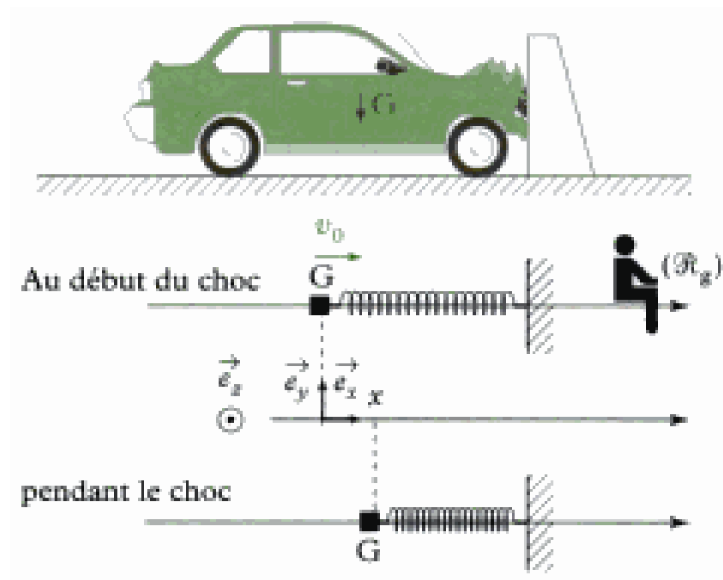


FIGURE 2 – Étude du mouvement 2

1. Écrire l'équation différentielle du mouvement.
2. Donner l'expression puis la valeur numérique de k .
3. Donner les expressions puis les valeurs numériques de : la durée du choc, l'accélération maximum subie par le véhicule. Conclure sur les effets de ce choc sur le conducteur.

Exercice 4

Un hélicoptère de lutte contre les incendies transporte un réservoir d'eau modélisable par une masse ponctuelle $m = 1\text{ tonne}$ au point M. Ce réservoir est attaché à hélicoptère par un câble de masse négligeable de longueur $L = AM = 8\text{ m}$ incliné d'un angle θ_0 . l'hélicoptère se déplace à l'horizontal (selon \vec{e}_x) avec une accélération constante ($a_0 > 0$). Le référentiel $R_g(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est supposé galiléen.

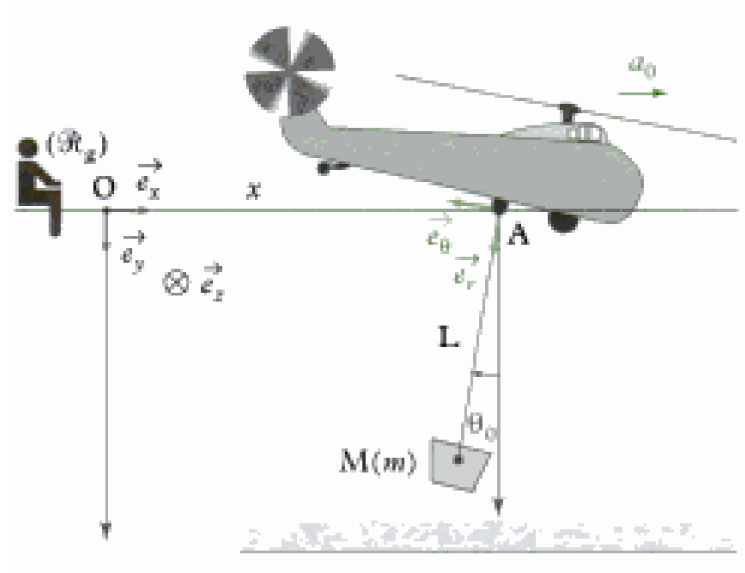


FIGURE 3 – Étude du mouvement 3

1. Déterminer l'angle θ_0 en fonction de a_0 . Que se passe-t-il quand a_0 augmente ?
2. Déterminer la tension du câble en fonction de a_0 . Que se passe-t-il quand a_0 augmente ? Faites un commentaire.

Exercice 5

On étudie le mouvement d'une balancelle assimilée à un point matériel G de masse m reliée au manège (qui tourne autour de l'axe $(O; \vec{e}_z)$) à la vitesse angulaire $\Omega = \dot{\theta} = \text{cste}$ par intermédiaire d'un câble de masse négligeable, dont l'action est modélisée par une tension \vec{T} de G vers B, appliquée en G. L'angle d'inclinaison φ est constant. On suppose $R_g(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est galiléen.

Données : $L = 3\text{ m}$, et $R = 7\text{ m}$.

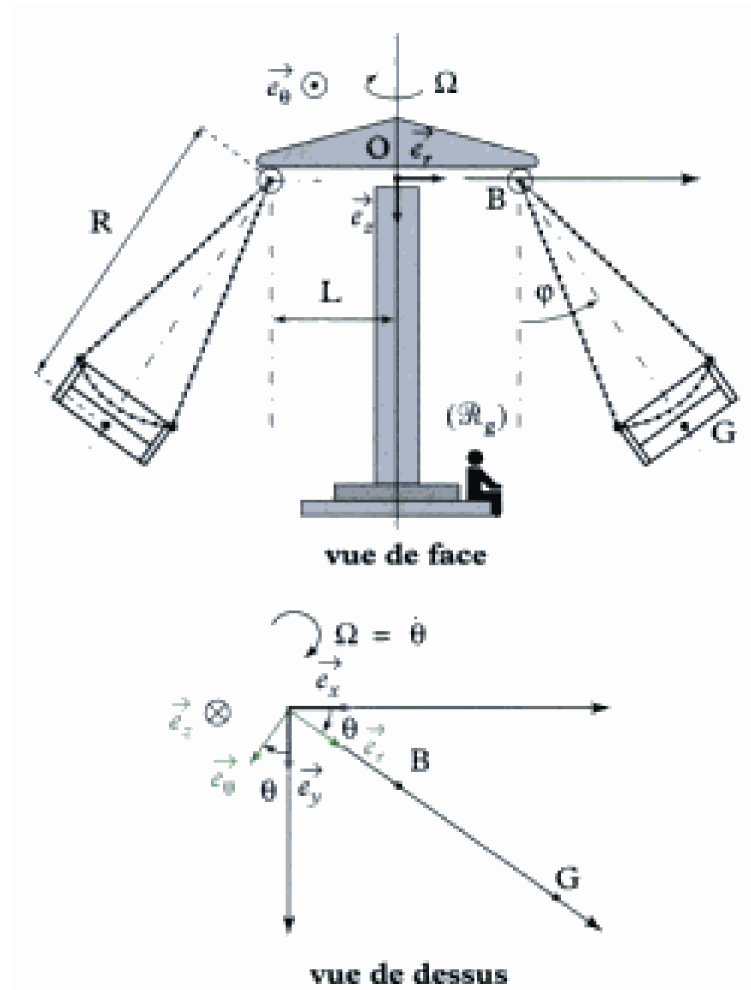


FIGURE 4 – Étude du mouvement 4

1. Établir une relation entre φ , Ω , L et R .
2. Tracer Ω en fonction de φ . Faire un commentaire quand à l'utilisation du manège.

Exercice 6

Un sauteur à l'élastique, modélisé par un point matériel M , de masse $m = 70 \text{ kg}$, tombe depuis un pont (en A) avec un élastique accrochée au pieds. Pendant les 20 premiers mètres de chute (jusqu'en B), l'élastique n'est d'aucune utilité et le sauteur est donc en chute libre.

A partir du point B, l'action de l'élastique est modélisable par un ressort, de masse négligeable, de longueur à vide $l_0 = 20 \text{ m}$ et de raideur $k = 120 \text{ N.m}^{-1}$. On suppose $R_g(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2, \vec{e}_3)$ est galiléen et on néglige les frottements.

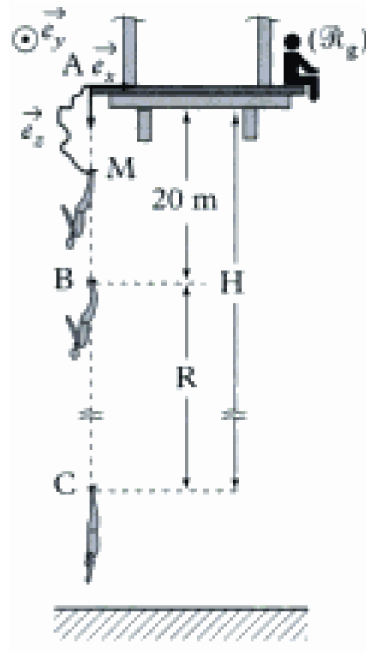


FIGURE 5 – Étude du mouvement 5

1. Déterminer la vitesse du sauteur en B (après 20 m de chute libre).
2. Déterminer la hauteur totale de chute.
3. Déterminer l'accélération maximale pendant le saut.