

Série 3  
Travaux dirigés de dynamique du point

---

### Exercice 1

On considère un point matériel de masse  $m$  qui glisse sans frottements, sur une demi sphère de rayon  $R$ , de centre  $O$ , posée sur le plan horizontal  $xOy$ , l'axe  $Oz$  étant vertical ascendant (voir figure 1). A l'instant  $t = 0$  s, la masse est abandonnée sans vitesse initiale, en un point  $M$  du plan  $xOz$  défini par l'angle  $\theta_0 = (Oz, OM)$ .

1. Faire le bilan des forces s'exerçant sur la masse  $m$ . En déduire que le mouvement s'effectue entièrement dans le plan.
2. Calculer la vitesse et l'accélération de  $m$  en coordonnées polaires.
3. Calculer le moment cinétique de  $m$  par rapport à  $O$ . En appliquant le théorème du moment cinétique, Trouver une équation différentielle régissant  $\theta(t)$ .
4. Retrouver cette dernière équation à partir de la relation fondamentale de la dynamique.

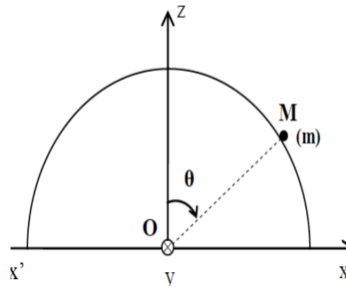


FIGURE 1 – Figure d'étude 1

### Exercice 2

Une masse  $m$  est en mouvement dans un plan  $(xoy)$  sans frottement et sous l'effet de deux  $\vec{F}_1 = -a\vec{OM}$  et une autre force  $\vec{F}_2 = -b\vec{v}$  tel que  $a$  et  $b$  sont des constantes.

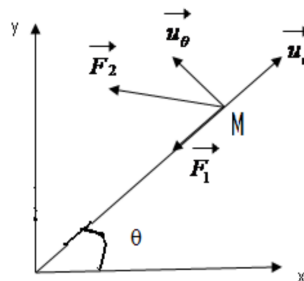


FIGURE 2 – Figure d'étude 3

1. dans la base polaire et en utilisant le Principe fondamental de la dynamique, montrer que l'équation horaire du mouvement est donnée par  $r = r_0 e^{\frac{-b}{2m}t}$  (on suppose que  $\theta = \omega t$ , et à  $t = 0$   $r = r_0$ ,  $r_0$  et  $\omega$  sont constant).
2. retrouver l'expression de cette équation horaire en utilisant le théorème du moment cinétique.

### Exercice 3

On écarte de sa position d'équilibre une masse ponctuelle  $m$  suspendue à un fil inextensible de longueur  $l$ . On repère la position de la masse  $m$  par l'angle  $\theta$  entre la verticale et la direction du fil (voir figure 3).

Établir l'équation différentielle du mouvement en utilisant :

1. Le principe fondamental de la dynamique.
2. le théorème de l'énergie mécanique.
3. le théorème du moment cinétique.

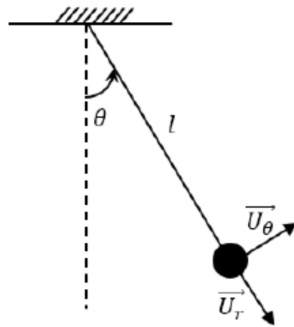


FIGURE 3 – Figure d'étude 2