UNIVERSITE DE LOME
FACULTE DES SCIENCES
DEPARTEMENT DE MATHEMATIQUES
B.P 1515 LOME

ANNEE ACADEMIQUE: 2017-2018

Nom et Prénoms:

Parcours:

$N°$ de carte:

UE MATH 102: DEVOIR
SEMESTRE MOUSSON 2017-2018
DURÉE: 2 heures

EXERCICE 1 (8 pts)

Soit σ une permutation de $\mathcal{S}_{10}$ définie par: $\sigma = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ 3 & 5 & 2 & 10 & 8 & 9 & 7 & 4 & 6 & 1 \end{pmatrix}$.

1. Décomposer σ en produit de cycles disjoints puis en produit de transpositions.
2. Calculer $I(\sigma)$ le nombre d'inversions de σ puis sa signature $\varepsilon(\sigma)$.
3. Déterminer σ^{-1} puis σ^{2018} .
4. Déterminer la permutation μ telle que $\sigma\mu = (1357)$.

<u>EXERCICE 2</u> (7 pts)

1. Soit G un ensemble non vide, muni d'une loi de composition notée multiplicativement.
   À quelles conditions $(G, .)$ est un groupe?

2. Soit E un ensemble non vide fini muni d'une loi de composition interne , associative notée multiplicativement dont tout élément est régulier.
   (a) En utilisant les translations à gauche γ_x et à droite δ_x , $x \in E$, montrer que $(E, .)$ admet un élément neutre e.
   (b) Montrer que tout élément de E est symétrisable.
   (c) Conclure.

EXERCICE 3 (5 pts)

L'opération binaire multiplicatif modulo 14, notée $\cdot$, est définie sur l'ensemble $S = \{\bar{2}, \bar{4}, \bar{6}, \bar{8}, \bar{10}, \bar{12}\}$. On admet que $(S, \cdot)$ est un groupe.

1. Quel est le symétrique de 6 ?
2. Donner l'ordre de chaque élément de S.
3. Résoudre dans S les équations suivantes:
   (a) $x^2 - \bar{6}x + \bar{7} = 0$.
   (b) $x^2 + \bar{4}x = \bar{4}$.