

Théorème 2.10 Soit $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^m$ linéaire, A sa matrice canonique.

Les énoncés suivants sont équivalents:

bis) $A\vec{x} = \vec{b}$ a une solution $\forall \vec{b} \in \mathbb{R}^m$

a) T surjective

b) $\text{col } A = \mathbb{R}^m$

c) La forme échelonnée de A a un pivot dans chaque ligne

Preuve: $T(\vec{x}) = A\vec{x}$. T surjective $\Leftrightarrow \forall \vec{b} \in \mathbb{R}^m \exists \vec{x} \in \mathbb{R}^n: T(\vec{x}) = \vec{b}, A\vec{x} = \vec{b}$.
(Th 1.2)
 \Rightarrow équivalent à b) et c) □

Théorème 2.10 bis Soit $T: V \rightarrow W$ linéaire, $B = \{b_1, \dots, b_n\}$ base de V et C base de W .

V, W espaces vectoriels, $A = ([T(b_1)]_C \dots [T(b_n)]_C)$. Les énoncés suivants sont équivalents

a) T est surjective

b) $\text{span} \{T(b_1), \dots, T(b_n)\} = W$

c) La forme échelonnée de A a un pivot dans chaque ligne

bis) $\text{col } A = \mathbb{R}^m$