

[This question paper contains 16 printed pages.]

(27)

Your Roll No. 2023

Sr. No. of Question Paper : 4046

E

Unique Paper Code : 22411402

Name of the Paper : Business Mathematics

Name of the Course : B.COM. (H)

Semester : IV (CBCS)

Duration : 3 hour

Maximum Marks : 75



### Instructions for Candidates

1. Write your Roll No. on the top immediately on receipt of this question paper.
2. Attempt **all** questions. Marks are indicated against each question.
3. Use of Simple Calculator is allowed.
4. Log, annuity tables and Graph paper may be provided.
5. Answers may be written either in English or Hindi; but the same medium should be used throughout the paper.

### छात्रों के लिए निर्देश

1. इस प्रश्न-पत्र के मिलते ही ऊपर दिए गए निर्धारित स्थान पर अपना अनुक्रमांक लिखिए।
2. सभी प्रश्न कीजिए। प्रत्येक प्रश्न के सामने अंक अंकित हैं।
3. साधारण कैलकुलेटर उपयोग की अनुमति है।
4. लॉग, वार्षिकी टेबल और ग्राफ पेपर प्रदान किया जा सकता है।
5. इस प्रश्न-पत्र का उत्तर अंग्रेजी या हिंदी किसी एक भाषा में दीजिए, लेकिन सभी उत्तरों का माध्यम एक ही होना चाहिए।

4046

1. (a) A firm has two machines costing ₹4,50,000 and ₹3,00,000. Each machine has 5 years' life with scrap value nil. Find the depreciation of each machine for each year using matrix notations if

- (i) Both are depreciated by Sum of the Year's Digits Method.
- (ii) First is depreciated by Sum of the Year's Digits Method and second by Straight Line Method. (5)

### OR

A firm produces three products  $P_1$ ,  $P_2$  and  $P_3$  processed on three machines  $M_1$ ,  $M_2$  and  $M_3$  before completion.  $M_1$  can process 25 units of  $P_1$  or 50 units of  $P_2$  or 75 units of  $P_3$  per hour.  $M_2$  can process 50 units of any one product per hour.  $M_3$  can process 50 or 25 or 100 units per hour of products  $P_1$ ,  $P_2$  and  $P_3$  respectively. The processing hours available on machines  $M_1$ ,  $M_2$  and  $M_3$  are 12, 12 and 13 respectively. Using matrices, find: how many units of three products can be produced per day. (5)

- (b) An economy consists of sectors-manufacturing and agriculture. To produce one unit of manufacturing output, 0.1 unit of manufacturing goods and 0.01 unit of agricultural goods are required as input. One unit of agricultural output requires 40 units of manufacturing goods and nil units of agricultural goods as inputs. A unit of manufacturing goods requires 4 man-hours of labour and a unit of agriculture requires 100 man-hours of labour. Calculate the total labour requirement if 50 million units of manufacturing and 2 units of agricultural goods are used for final consumption. Supposing the wage rate is ₹10 per man hour, calculate the equilibrium prices of manufacturing and agricultural goods. (7)

## OR

You are given the following transaction matrix for a two-sector economy :

Sectors	Sales		Final Demand	Gross Output
Purchase	I	II		
I	4	3	13	20
II	5	4	3	12
Primary Input	11	5		

- (i) Write the technology matrix.
- (ii) Rewrite the new transaction matrix when the final demand for the output of sector I increases to 23 units. (7)
2. (a) A food company must produce 200 kg of a mixture consisting of ingredient X and Y daily. X costs ₹3 per kg and Y ₹8 per kg. No more than 80g of X can be used and at least 60kg of Y must be used. How much of each ingredient should be used if the company wants to minimize cost? Formulate the above as a linear programming problem and solve graphically. (6)

## OR

Write the dual of the following linear programming problem :

$$\text{Maximize } Z = 3x_1 + 4x_2 + 7x_3$$

$$\text{Subject to } x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 10$$

$$4x_1 - x_2 - x_3 \geq 15$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 17$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0 \quad (6)$$

- (b) A company produces two types of leather belts – Type A and Type B. The contribution to profit per belt is ₹8 for Type A and ₹6 for Type B. The time requirements of one belt of Type A and Type B are in the ratio of 2:3. Time available is sufficient to produce 500 belts of Type A. The leather is sufficient for only 400 belts. Belt A requires a fancy buckle and only 200 fancy buckles are available. Formulate the above problem and solve it by simplex method.

(12)

**OR**

For the following linear programming problem :

Write the dual of the following linear programming problem :

$$\text{Maximize } Z = 10X_1 + 6X_2 + 4X_3$$

Subject to

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 100$$

$$10X_1 + 4X_2 + 5X_3 \leq 600$$

$$2X_1 + 2X_2 + 6X_3 \leq 300$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

An incomplete table is given below :

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$b_i$
0	1	5/6	5/3	-1/6	0	200/3
1	0	1/6	-2/3	1/6	0	100/3
0	0	4	-2	0	1	100

- (i) Complete the following table and test whether solution is optimal or not. If not, find out the optimal solution.
- (ii) Is the solution feasible?

- (iii) Is it a case of multiple solutions?
- (iv) Is the solution degenerate?
- (v) Write the optimal product mix and the profit contribution shown by the above solution.
- (vi) Which resources are fully utilized and which are not and to what extent?
- (vii) What are the shadow prices of the three resources?
- (viii) If the capacity is to be expanded, which of the three resources should be given priority?
- (ix) If a customer is prepared to pay higher price for product X<sub>3</sub>, how much should the price be increased so that profit remains unchanged? (12)

3. (a) The rate of change of total cost (C) of a commodity per unit change of output x is called the marginal cost of the commodity. If there exists a relation between C and x in the form :

$$C = 3x \left( \frac{x+7}{x+5} \right) + 5$$

Using calculus, prove that the marginal cost falls continuously as the output increases. (6)

### OR

A company charges ₹6000 for a television set on orders of 50 or less sets. The charge is reduced on every set by ₹75 per set for each set ordered in excess of 50. Kind the largest size order the company should allow so as to receive a maximum revenue. (6)

- (b) A production function is given by

$$Q = f(L, K) = 27L^{2/3}K^{1/3}$$

where L is labour and K is capital.

- (i) Find the behavior of marginal product of each factor.
- (ii) What is the nature of returns to scale?
- (iii) What is the total reward of labour and capital if each factor is paid a price equal to its marginal product? (6)

### OR

Find the marginal rate of technical substitution and the elasticity of substitution for the following production function

$$x = f(l, k) = [\alpha k^{-\theta} + (1 - \alpha)l^{-\theta}]^{-1/\theta}$$

where x is the total output obtained by using l and k units of labour and capital respectively. (6)

- (c) The supply curve for a commodity is  $p = \sqrt{9+x}$  and the quantity sold is 7 units. Find producer's surplus. Can you find consumer's surplus? (6)

### OR

The price elasticity of demand for a commodity is

$$\eta_d = \frac{3p}{(p-1)(p+2)}.$$

Find the corresponding demand function if quantity demanded is 8 units when the price is ₹2. (6)

4. (a) A piece of machinery costs ₹12,000. The total cost of operation from the time of purchase up to a time  $t$  is given by the function  $20t^2 + 15t$ . If the machine is sold as scrap after  $t$  years, the resale value is given by the function  $6880 - 60t^2$ . Find the optimum time for replacement of the machine. (6)

**OR**

A multi product firm produces two commodities  $X_1$  and  $X_2$  whose prices per unit are 12 and 18 respectively. Assuming the firm's cost function as

$$C = 2X_1^2 + X_1X_2 + 2X_2^2$$

Obtain the equilibrium levels of its products which maximize profit. (6)

- (b) A company developed a very efficient type of machinery. This new machinery can be delivered in Delhi at a price of ₹90,000. The rate of cost savings is given by the function  $f(t) = 5000t^{1/2}$ ,  $0 \leq t \leq 15$  where  $t$  represents year and  $f(t)$  represents savings in rupees as a result of introducing new machine in  $t$  th year. How many years of normal operation will it take to pay for the cost of machine? (6)

**OR**

For the demand curve  $aQ + bP - K = 0$ , where  $a$ ,  $b$  and  $K$  are positive constants. Determine the point elasticity of demand when marginal revenue is zero. (6)

6. Attempt any three : (5×3)

- (a) Mr. X deposited ₹10,000 in a bank for 3 years, offering interest at the rate of 6% compounded half-yearly during the first year, at the rate of 12% compounded quarterly during the second year and at 10% compounded continuously during third year. Find his balance after 3 years.
- (b) An asset costing ₹4500 will depreciate to a scrap value of ₹500 in 10 years. Find the rate of depreciation.
- (c) A loan of ₹30,000, at the interest rate of 6% compounded annually, is to be amortized by equal payments at the end of each year for 5 years. Find :
- The size of each annual payment;
  - The principal outstanding at beginning of 4<sup>th</sup> year;
  - Interest in 4<sup>th</sup> payment;
  - Principal contained in 4<sup>th</sup> payment; and
  - Total interest paid.
- (d) Machine A costs ₹10,000 and has a useful life of 8 years. Machine B costs ₹8000 and has a useful life of 6 years. Suppose machine A generates an annual labour savings of ₹2000 while machine B generates an annual labour savings of ₹1800. Assuming the time value of money is 10% per annum, find which machine is preferable?

- (e) A debt of ₹5000 due 5 years from now and ₹5000 due 10 years from now is to be repaid by a payment of ₹2000 due in 2 years, a payment of ₹4000 in 4 years and a final payment at the end of 6 years. If the interest rate is 7% compounded annually, how much is the final payment?

1. (क) एक फर्म के पास ₹4,50,000 और ₹3,00,000 की लागत वाली दो मशीनें हैं। स्क्रैप मूल्य शून्य के साथ प्रत्येक मशीन का जीवन 5 वर्ष है। मैट्रिक्स नोटेशन का उपयोग करके प्रत्येक वर्ष के लिए प्रत्येक मशीन का मूल्यहास ज्ञात करें यदि

(i) दोनों का मूल्यहास वर्ष के अंक विधि के योग द्वारा किया जाता है।

(ii) प्रथम वर्ष के अंक विधि के योग द्वारा और दूसरा सीधी रेखा विधि द्वारा मूल्यहास किया जाता है।

(5)

या

एक फर्म तीन उत्पादों  $P_1$ ,  $P_2$  और  $P_3$  को पूरा होने से पहले तीन मशीनों  $M_1$ ,  $M_2$  और  $M_3$  पर संसाधित करती है।  $M_1$ ,  $P_1$  की 25 इकाइयों या  $P_2$  की 50 इकाइयों या  $P_3$  की 75 इकाइयों को प्रति घंटे संसाधित कर सकता है।  $M_2$  प्रति घंटे किसी एक उत्पाद की 50 इकाइयों को संसाधित कर सकता है।  $M_3$  क्रमशः  $P_1$ ,  $P_2$  और  $P_3$  उत्पादों की प्रति घंटे 50 या 25 या 100 इकाइयों को संसाधित कर सकता है। मशीन  $M_1$ ,  $M_2$  और  $M_3$  पर उपलब्ध प्रसंस्करण घंटे क्रमशः 12, 12 और 13 हैं। मैट्रिसेस का उपयोग करते हुए, खोजें: प्रति दिन तीन उत्पादों की कितनी इकाइयों का उत्पादन किया जा सकता है।

(5)

(ख) एक अर्थव्यवस्था में क्षेत्र - विनिर्माण और कृषि शामिल होते हैं। विनिर्माण उत्पादन की एक इकाई का उत्पादन करने के लिए, विनिर्माण वस्तुओं की 0.1 इकाई और कृषि वस्तुओं की 0.01 इकाई इनपुट के रूप में आवश्यक हैं। कृषि उत्पादन की एक इकाई के लिए विनिर्माण वस्तुओं की 40 इकाइयों और कृषि वस्तुओं की शून्य इकाइयों की आवश्यकता होती है। वस्तुओं के निर्माण की एक इकाई के लिए 4 मानव - घंटे श्रम की आवश्यकता होती है और कृषि की एक इकाई के लिए 100 मानव - घंटे श्रम की आवश्यकता होती है। कुल श्रम आवश्यकता की गणना कीजिए यदि 50 मिलियन यूनिट निर्माण और 2 यूनिट कृषि सामान का उपयोग अंतिम खपत के लिए किया जाता है। मान लीजिए कि मजदूरी दर ₹ 10 प्रति व्यक्ति घंटा है, तो विनिर्माण और कृषि वस्तुओं की संतुलन कीमतों की गणना करें।

या

आपको दो - क्षेत्रीय अर्थव्यवस्था के लिए निम्नलिखित लेन - देन मैट्रिक्स दिया गया है :

Sectors	Sales		Final Demand	Gross Output
Purchase	I	II		
I	4	3	13	20
II	5	4	3	12
Primary Input	11	5		

(i) प्रौद्योगिकी मैट्रिक्स लिखिए।

(ii) नए लेन - देन मैट्रिक्स को फिर से लिखें जब सेक्टर I के आउटपुट की अंतिम मांग 23 यूनिट तक बढ़ जाती है।

(7)

2. (क) एक खाद्य कंपनी को रोजाना 200 किलो मिश्रण का उत्पादन करना चाहिए जिसमें सामग्री X और Y शामिल है। X का मूल्य ₹3 प्रति किग्रा और Y का मूल्य ₹8 प्रति किग्रा है। 80 ग्राम X से अधिक का उपयोग नहीं किया जा सकता है और कम से कम 60 किग्रा Y का उपयोग किया जाना चाहिए। यदि कंपनी लागत कम करना चाहती है तो प्रत्येक घटक का कितना उपयोग किया जाना चाहिए? उपरोक्त को एक रैखिक प्रोग्रामन समस्या के रूप में निरूपित कीजिए और आलेखीय विधि से हल कीजिए। (6)

या

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या का ड्यूअल लिखिए :

$$\text{Maximize } Z = 3x_1 + 4x_2 + 7x_3$$

$$\text{Subject to } x_1 + x_2 + 2x_3 \leq 10$$

$$4x_1 - x_2 - x_3 \geq 15$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 17$$

$$x_1, x_2, x_3 \geq 0$$

- (ख) एक कंपनी दो प्रकार के चमड़े के गोले बनाती है - टाइप ए और टाइप बी। प्रति बेल्ट लाभ में योगदान टाइप ए के लिए 8 रुपये और टाइप बी के लिए 6 रुपये है। टाइप ए और टाइप बी के एक बेल्ट की समय की आवश्यकताएं 2:3 के अनुपात में हैं उपलब्ध समय टाइप ए के 500 बेल्ट बनाने के लिए पर्याप्त है। चमड़ा केवल 400 बेल्ट के लिए पर्याप्त है। बेल्ट ए के लिए एक फैसी बकल की आवश्यकता होती है और केवल 200 फैसी बकल उपलब्ध हैं। उपरोक्त समस्या का निरूपण कीजिए और इसे सिम्प्लेक्स विधि से हल कीजिए। (12)

या

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या के लिए :

निम्नलिखित रैखिक प्रोग्रामन समस्या का ड्यूअल लिखिए :

$$\text{Maximize } Z = 10X_1 + 6X_2 + 4X_3$$

Subject to

$$X_1 + X_2 + X_3 \leq 100$$

$$10X_1 + 4X_2 + 5X_3 \leq 600$$

$$2X_1 + 2X_2 + 6X_3 \leq 300$$

$$X_1, X_2, X_3 \geq 0$$

एक अदूरी सारणी नीचे दी गई है :

$X_1$	$X_2$	$X_3$	$S_1$	$S_2$	$S_3$	$b_i$
0	1	5/6	5/3	-1/6	0	200/3
1	0	1/6	-2/3	1/6	0	100/3
0	0	4	-2	0	1	100

- (i) निम्नलिखित सारणी को पूरा कीजिए और परीक्षण कीजिए कि हल इष्टतम है या नहीं। यदि नहीं, तो इष्टतम समाधान ज्ञात कीजिए।
- (ii) क्या समाधान संभव है?
- (iii) क्या यह कई समाधानों में आसानी है?
- (iv) क्या समाधान डीजनरेट है?
- (v) उपरोक्त समाधान द्वारा दिखाया गया इष्टतम उत्पाद मिश्रण और लाभ योगदान लिखें।
- (vi) कौन से संसाधन पूर्ण रूप से उपयोग किए जाते हैं और कौन से नहीं और किस हद तक?

(vii) तीन संसाधनों की छाया कीमतें क्या हैं?

(viii) यदि क्षमता का विस्तार करना है, तो तीनों में से किस संसाधन को प्राथमिकता दी जानी चाहिए?

(ix) यदि कोई ग्राहक उत्पाद  $X_3$  के लिए अधिक कीमत चुकाने को तैयार है, तो कीमत में कितनी वृद्धि की जानी चाहिए ताकि लाभ अपरिवर्तित रहे? (12)

3. (क) किसी वस्तु की कुल लागत में परिवर्तन की दर ( $C$ ) उत्पादन  $x$  में प्रति इकाई परिवर्तन वस्तु की सीमांत लागत कहलाती है। यदि  $C$  और  $x$  के बीच निम्नलिखित रूप में कोई संबंध है:

$$C = 3x \left( \frac{x+7}{x+5} \right) + 5$$

कलन का प्रयोग करते हुए सिद्ध कीजिए कि जैसे - जैसे उत्पादन बढ़ता है, सीमांत लागत लगातार घटती जाती है। (6)

### या

एक कंपनी 50 या उससे कम सेट के ऑर्डर पर एक टेलीविजन सेट के लिए ₹6000 चार्ज करती है। 50 से अधिक ऑर्डर किए गए प्रत्येक सेट के लिए प्रत्येक सेट पर शुल्क ₹75 प्रति सेट कम किया जाता है। अधिकतम राजस्व प्राप्त करने के लिए कंपनी को सबसे बड़े आकार के ऑर्डर की अनुमति देनी चाहिए। (6)

(ख) एक उत्पादन फलन द्वारा दिया गया है

$$Q = f(L, K) = 27L^{2/3}K^{1/3}$$

इसमें  $L$  लेबर  $K$  कैपिटल है।

(i) प्रत्येक कारक के सीमांत उत्पाद का व्यवहार ज्ञात कीजिए।

(ii) पैमाने के प्रतिफल की प्रकृति क्या है?

(iii) श्रम और पूंजी का कुल रिवार्ड क्या है यदि प्रत्येक कारक को उसके सीमांत उत्पाद के बराबर कीमत का भुगतान किया जाता है? (6)

या

निम्नलिखित उत्पादन फलन के लिए तकनीकी प्रतिस्थापन की सीमांत दर और प्रतिस्थापन की लोच ज्ञात कीजिए

$$x = f(l, k) = [\alpha k^{-\theta} + (1 - \alpha)l^{-\theta}]^{-1/\theta}$$

जहाँ  $x$  क्रमशः श्रम और पूंजी की । और  $k$  इकाइयों का उपयोग करके प्राप्त कुल उत्पादन है। (6)

(g) किसी वस्तु के लिए आपूर्ति वक्र  $p = \sqrt{9+x}$  है और बेची गई मात्रा 7 इकाइयां है। उत्पादक का अधिशेष ज्ञात कीजिए। क्या आप उपभोक्ता का अधिशेष पा सकते हैं? (6)

या

किसी वस्तु की मांग की कीमत लोच है

$$\eta_d = \frac{3p}{(p-1)(p+2)}.$$

संबंधित मांग फलन ज्ञात कीजिए यदि कीमत 2 रुपये होने पर मांग की गई मात्रा 8 इकाई है। (6)

4. (क) एक मशीन की कीमत ₹12,000 है। खरीद के समय से एक समय  $T$  तक संचालन की कुल लागत फंक्शन  $20t^2 + 15t$  द्वारा दी गई है। यदि मशीन को  $t$  वर्षों के बाद स्कैप के रूप में बेचा जाता है, तो पुनर्विक्रय मूल्य  $6880 - 60t^2$  फंक्शन द्वारा दिया जाता है। मशीन के प्रतिस्थापन के लिए इष्टतम समय ज्ञात कीजिए। (6)

या

एक बहु उत्पाद फर्म दो वस्तुओं  $X_1$  और  $X_2$  का उत्पादन करती है जिनकी प्रति इकाई कीमत क्रमशः 12 और 18 है। फर्म के लागत फलन को मानते हुए

$$C = 2X_1^2 + X_1X_2 + 2X_2^2$$

इसके उत्पादों के संतुलन स्तर प्राप्त करें जो लाभ को अधिकतम करते हैं। (6)

(ख) एक कंपनी ने एक बहुत ही कुशल प्रकार की मशीनरी विकसित की। यह नई मशीनरी दिल्ली में 90,000 रुपये की कीमत पर डिलीवर की जा सकती है। लागत बचत की दर फलन  $f(t) = 5000t^{1/2}$ ,  $0 \leq t \leq 15$  द्वारा दी गई है जहां  $t$  वर्ष का प्रतिनिधित्व करता है और  $f(t)$  टी वें वर्ष में नई मशीन शुरू करने के परिणामस्वरूप रुपये में बचत का प्रतिनिधित्व करता है। मशीन की लागत का भुगतान करने में कितने साल सामान्य आँपरेशन लगेंगे? (6)

या

मांग वक्र के लिए  $aQ + bP - K = 0$ , जहां  $a$ ,  $b$  और  $k$  धनात्मक स्थिरांक हैं। सीमांत राजस्व शून्य होने पर मांग की लोच बिंदु निर्धारित करें। (6)

6. कोई तीन प्रश्न कीजिए : (5×3)

(क) मिस्टर एक्स ने 3 साल के लिए एक बैंक में 10,000 रुपये जमा किए, पहले साल के दौरान 6% की दर से अर्ध-वार्षिक रूप से, दूसरे वर्ष के दौरान 12% की दर से त्रैमासिक रूप से और 10% की दर से ब्याज की पेशकश की। तीसरे वर्ष के दौरान लगातार। 3 वर्ष बाद उसका शेष ज्ञात कीजिए।

(ख) 4500 रुपये की लागत वाली संपत्ति का 10 वर्षों में ₹500 के स्कैप मूल्य पर मूल्यहास होगा। मूल्यहास की दर ज्ञात कीजिए।

(ग) 30,000 रुपये का ऋण 6% की वार्षिक चक्रवृद्धि ब्याज दर पर, प्रत्येक वर्ष के अंत में 5 वर्षों के लिए समान भुगतान द्वारा परिशोधित किया जाना है। निकालिए :

- (i) प्रत्येक वार्षिक भुगतान का आकार;
- (ii) चौथे वर्ष की शुरुआत में बकाया मूलधन;
- (iii) चौथे भुगतान में ब्याज;
- (iv) चौथे भुगतान में निहित मूलधन; और
- (v) भुगतान किया गया कुल ब्याज।
- (घ) मशीन A की कीमत 10,000 रुपये है और इसका 8 साल का उपयोगी जीवन है। मशीन B की कीमत 8000 रुपये और 6 साल का उपयोगी जीवन है। मान लीजिए कि मशीन A ₹2000 की वार्षिक श्रम बचत उत्पन्न करती है जबकि मशीन B ₹1800 की वार्षिक श्रम बचत उत्पन्न करती है। पैसे का समय मूल्य 10% प्रति वर्ष मानते हुए, कौन सी मशीन बेहतर है?
- (ङ) अब से 5000 रुपये का कर्ज और अब से 10 साल बाद देय 5000 रुपये का कर्ज 2 साल में 2000 रुपये के भुगतान से चुकाया जाना है, 4 साल में 4000 रुपये का भुगतान और अंतिम भुगतान पर 6 साल का अंत पर होना है। यदि ब्याज दर 7% वार्षिक चक्रवृद्धि है, तो अंतिम भुगतान कितना है?