# 视觉惯性导航在连续时间条件下的预积分理论

## 1.准备阶段

### 1.0 介绍

在纯视觉的或者中，由于图像的运动模糊、遮挡、快速运动、纯旋转、尺度不确定性的一系列问题，导致仅靠一个摄像头很难完成我们实际场景的应用需求，而直接可以得到运动主体自身的角速度、加速度的测量数据，从而对运动有一个约束，或者说与视觉形成互补，可实现快速运动的定位和主体纯旋转的处理，从而进一步提高/的可靠性。可以干的事情就是由上个时刻状态可以推算出下个时刻  的状态， 这里的状态就是旋转角度  ，速度 和位置 P 。这里再说明一下预积分的作用。假设在估计过程中有前后两帧图像，它们的位姿分别为，，那么它们的相对位姿为：。在这里我们可以认为是估计项，是有的位姿直接算出来的。如果要构成一个优化问题，我们还需要知道误差项和测量项。于是可以计算在这两个关键帧间的测量项，预积分其实就是在求解这个测量项。并且误差为。

### 1.1系统状态

时刻辅助惯性导航系统的状态为：

 (1)

是对应的单位四元数，表示从全局系到第帧局部系的坐标变换，和分别对应陀螺仪的漂移和加速度计的漂移，和分别对应在全局坐标系下的速度和位置。状态误差表示如下：

 (2)

速度值真值，均值和状态误差值，三者关系为，四元数真值，均值和状态误差值三者关系为：

 (3)

指的是四元数乘法，我们将整个转态的变化表示为，，。这里运算符分别用表示。

### 1.2图优化

给定残差，优化其实是一个状态的最大后验估计问题，

 (4)

我们的估计问题可写作：

 (5)

 (6)

## 2.连续时间下的预积分

会接收角速度和局部坐标系下的线加速度，它们与其真值的关系为：

 (7)

 (8)

这里表示全局坐标系下的重力加速度。表示从全局坐标系到局部惯性系的变换关系。分别指陀螺仪和加速度计的漂移。表示零均值的高斯白噪声。标准的动力学公式为：

 (9)

 (10)

 (11)

 (12)

 (13)

这里，。

## 3.标准过程

我们设时间间的量测数据为，的传播方程可以写作，

 (14)

第时刻的状态由第时刻的状态，量测和量测噪声决定，若噪声为零可得状态的期望值

 (15)

实际中，我们积分肯定是有噪声值的。批优化处理中的残差约束了状态的起始与结束。并且残差表示如下，

 (16)

是离散时间下的线性化的噪声协方差矩阵。

## 4.模型一：零点常数量测

我们令，，结合周期内的量测与初始状态得出最终状态：

 (17)

 (18)

 (19)

 (20)

 (21)

我们令，

 (22)

 (23)

利用这些公式我们也可以求出或。为消除预积分量测对真实漂移的依赖性，我们在处线性化当前的漂移估计，

(24)

 (25)

 (26)

式(24)和式(25)右边分别是的泰勒展开。当前的积分方法均为离散条件下的积分。

### 4.1测量均值

我们来推导的闭式解，我们推导下面的连续时间系统：

 (27)

解这个微分方程组可得，

 (28)

针对状态转移矩阵有，

 (29)

这里有，将式(29)带入式(28)有，

 (30)

 (31)

 (32)

这里。我们有，

 (33)

 (34)