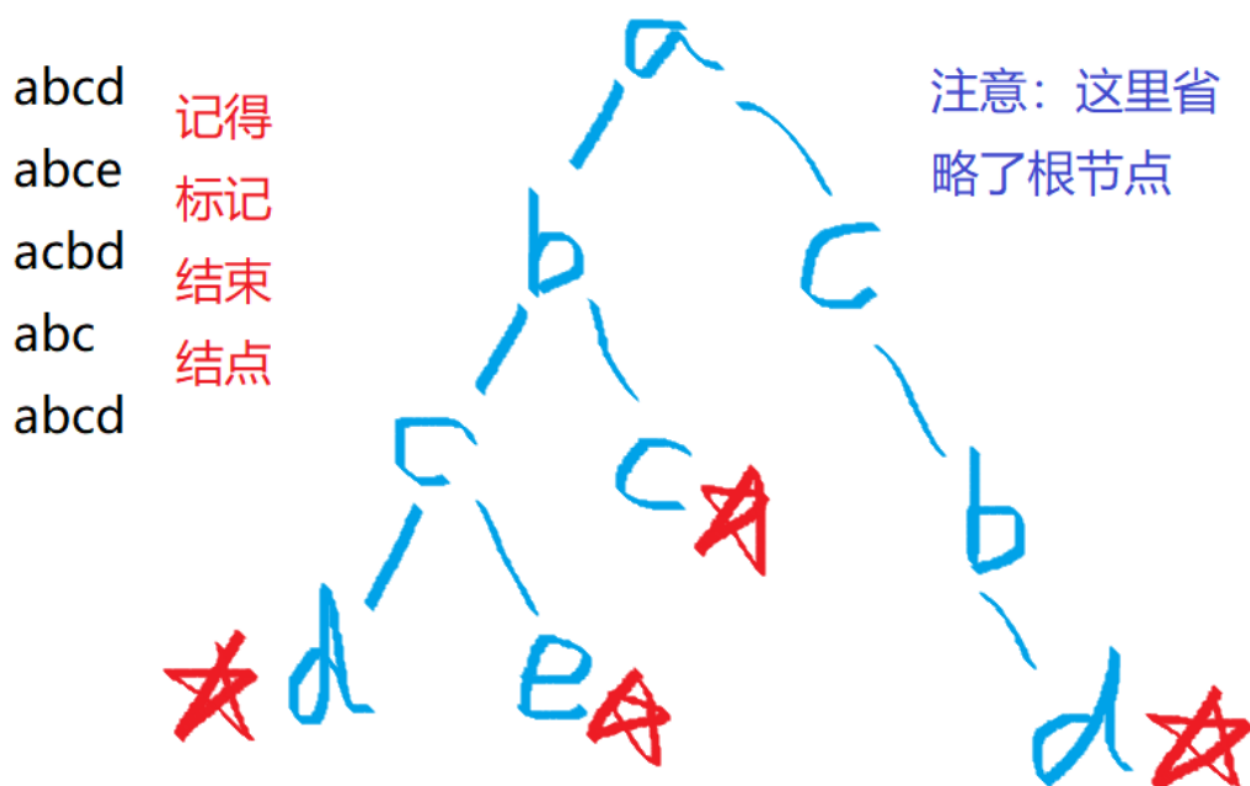
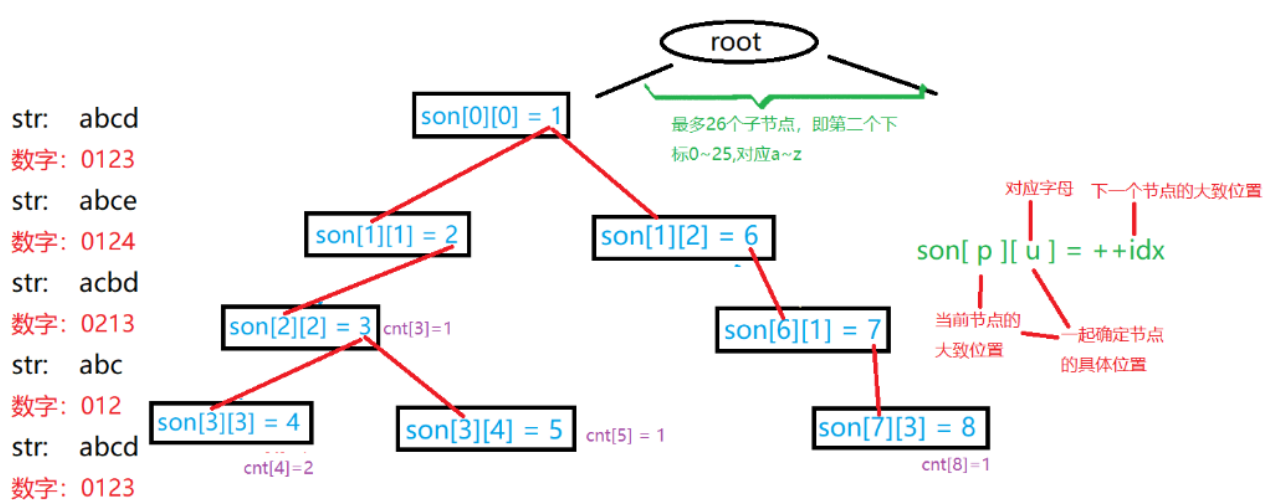


1: 字典树: (Trie 树)

是一种高效的存储和查找字符串集合的数据结构，存储形式如下：



用数组来模拟Trie 树的具体分析：



插入操作代码：

```
1 public static void insert(char[] str){  
2     int p = 0;  
3     for(int i = 0; i < str.length; i++){  
4         int u = str[i] - 'a';  
5         if(son[p][u] == 0){  
6             son[p][u] = ++idx;  
7         }  
8     }
```

```

8         p = son[p][u];
9     }
10    cnt[p] ++;
11 }

```

查找操作代码：

```

1  public static int query(char[] str){
2      int p = 0;
3      for(int i = 0; i < str.length; i++){
4          int u = str[i] - 'a';
5          if(son[p][u] == 0){
6              return 0;
7          }
8          p = son[p][u];
9      }
10     return cnt[p];
11 }

```

例题：

维护一个字符串集合，支持两种操作：

- 1: I x: 向集合中插入一个字符串 x;
- 2: Q x: 询问一个字符串在集合中出现了多少次

输入格式：

第一行包含整数 N，表示操作数

接下来 N 行，每行包含一个操作指令，指令为 I x 或 Q x 中的一种

输出格式：

对于每个询问指令 Q x，都要输出一个整数作为结果，表示 x 在集合中出现的次数，每个结果占一行

输入样例：

```

1  5
2  I abc
3  Q abc
4  Q ab
5  I ab
6  Q ab

```

输出样例:

```
1  1
2  0
3  1
```

```
1  import java.io.*;
2  public class Main{
3      public static int idx; // idx表示当前要插入的节点是第几个,每创建一个节点值+1;
4      public static int[][] son = new int[100010][26]; // son[][]存储子节点的位置,分支最多
        26条;
5      public static int[] cnt = new int[100010]; // cnt[]存储以某节点结尾的字符串个数(同时也
        起标记作用);
6      public static char[] str = new char[100010];
7      public static void insert(char[] str){
8          int p = 0;
9          for(int i = 0; i < str.length; i++){
10             int u = str[i] - 'a';
11             if(son[p][u] == 0){
12                 son[p][u] = ++idx;
13             }
14             p = son[p][u];
15         }
16         cnt[p] ++;
17     }
18     public static int query(char[] str){
19         int p = 0;
20         for(int i = 0; i < str.length; i++){
21             int u = str[i] - 'a';
22             if(son[p][u] == 0){
23                 return 0;
24             }
25             p = son[p][u];
26         }
27         return cnt[p];
28     }
29     public static void main(String[] args) throws IOException{
30         BufferedReader bw = new BufferedReader(new InputStreamReader(System.in));
```

```

31     int n = Integer.parseInt(bw.readLine());
32     while(n -- > 0){
33         String[] strings = bw.readLine().split(" ");
34         String op = strings[0];
35         String str = strings[1];
36         if(op.equals("I")){
37             insert(str.toCharArray());
38         }else{
39             System.out.println(query(str.toCharArray()));
40         }
41     }
42 }
43 }

```

2：并查集：

1：将两个集合合并

2：询问两个元素是否在一个集合当中

基本原理：

每个集合用一棵树来表示，树根的编号就是整个集合的编号，每个节点存储它的父节点， $p[x]$ 表示 x 的父节点

问题 1：如何判断树根：

```

1  if(p[x] == x)

```

问题 2：如何求 x 的集合编号：

```

1  while(p[x] != x){
2      x = p[x];
3  }

```

问题 3：如何合并两个集合：

px 是 x 的集合编号， py 是 y 的集合编号

```

1  p[x] = y;

```

例题：

一共有 n 个数，编号是 $1 - n$ ，最开始每个数在各自的集合中

现在要进行 m 个操作，操作共有两种：

1: M, a, b: 将编号为a和b的两个数所在的集合合并，如果两个数已经在同一个集合中，则忽略这个操作

2: Q, a, b: 询问编号为a和b的两个数是否在同一个集合中

输入格式：

第一行输入整数 m 和 n

接下来 m 行，每行包含一个操作指令，指令为M a b 或 Q a b中的一种

输出格式：

对于每个询问指令“ Q a b” ，都要输出一个结果，如果a和b在同一集合内，则输出 “Yes” ， 否则输出 “No”

每个结果占一行

输入样例：

```
1 4 5
2 M 1 2
3 M 3 4
4 Q 1 2
5 Q 1 3
6 Q 3 4
```

输出样例：

```
1 Yes
2 No
3 Yes
```

```
1 import java.util.Scanner;
2 public class Main{
3     public static int[] p = new int[100010];
4     // find函数十分重要，要记住
5     public static int find(int x){
6         if(p[x] != x){
7             p[x] = find(p[x]);
8         }
```

```

9         return p[x];
10    }
11    public static void main(String[] args){
12        Scanner sc = new Scanner(System.in);
13        int n = sc.nextInt();
14        int m = sc.nextInt();
15        for(int i = 1; i <= n; i++){
16            p[i] = i;
17        }
18        while(m -- > 0){
19            String str = sc.next();
20            char op = str.charAt(0);
21            int a = sc.nextInt();
22            int b = sc.nextInt();
23            if(op == 'M'){
24                p[find(a)] = find(b);
25            }else{
26                if(find(a) == find(b)){
27                    System.out.println("Yes");
28                }else{
29                    System.out.println("No");
30                }
31            }
32        }
33    }
34 }

```

并查集可以扩展到维护点的数量：

例题：

给定一个包含n个点（编号为1~n）的无向图，初始时图中没有边

现在要进行m个操作，操作共有三种：

C a b，在点a和点b之间连一条边，a和b可能相等；

Q1 a b，询问点a和点b是否在同一个连通块中，a和b可能相等；

Q2 a，询问点a所在连通块中点的数量；

输入格式

第一行输入整数n和m

接下来m行，每行包含一个操作指令，指令为 C a b，Q1 a b 或 Q2 a 中的一种

输出格式

对于每个询问指令 Q1 a b, 如果a和b在同一个连通块中, 则输出 Yes, 否则输出 No

对于每个询问指令 Q2 a , 输出一个整数表示点a所在连通块中点的数量

每个结果占一行

输入样例:

```
1 5 5
2 C 1 2
3 Q1 1 2
4 Q2 1
5 C 2 5
6 Q2 5
```

输出样例:

```
1 Yes
2 2
3 3
```

```
1 import java.util.Scanner;
2 public class Main{
3     public static int[] p = new int[100010];
4     public static int[] size = new int[100010];
5     public static int find(int x){
6         if(p[x] != x){
7             p[x] = find(p[x]);
8         }
9         return p[x];
10    }
11    public static void main(String[] args){
12        Scanner sc = new Scanner(System.in);
13        int n = sc.nextInt();
14        int m = sc.nextInt();
15        for(int i = 1; i <= n; i++){
16            p[i] = i;
17            size[i] = 1;
18        }
```

```

19     while(m -- > 0){
20         String str = sc.next();
21         if(str.equals("C")){
22             int a = sc.nextInt();
23             int b = sc.nextInt();
24             if(find(a) == find(b)){
25                 continue;
26             }else{
27                 size[find(b)] += size[find(a)];
28                 p[find(a)] = find(b);
29             }
30         }else if(str.equals("Q1")){
31             int a = sc.nextInt();
32             int b = sc.nextInt();
33             if(find(a) == find(b)){
34                 System.out.println("Yes");
35             }else{
36                 System.out.println("No");
37             }
38         }else{
39             int a = sc.nextInt();
40             System.out.println(size[find(a)]);
41         }
42     }
43 }
44 }

```

3: 堆: (从小到大 / 从大到小输出前 k 个数)

如何手写一个堆:

1: 插入一个数: `heap [++ size], up (size) ;`

2: 求集合当中的最小值: `heap [1]`

3: 删除最小值: `heap [1] = heap [size], size -- , down (1)`

4: 删除任意一个元素: `heap [k] = heap [size], size -- , down (k), up (k);`

5: 修改任意一个元素: `heap [k] = x, down (k), up (k);`

例题:

输入一个长度为 n 的整数数列, 从小到大输出前 m 小的数

输入格式:

第一行包含整数 n 和 m

第二行包含 n 个整数，表示整数数列

输出格式：

共一行，包含 m 个整数，表示整数数列中前 m 小的数

输入样例：

```
1 5 3
2 4 5 3 1 2
```

输出样例：

```
1 1 2 3
```

```
1 import java.util.Scanner;
2 public class Main{
3     public static int[] h = new int[100010];
4     public static int size;
5     public static void swap(int x, int y){
6         int temp = h[x];
7         h[x] = h[y];
8         h[y] = temp;
9     }
10    public static void down(int u){
11        int t = u;
12        if(u * 2 <= size && h[u * 2] < h[t]){
13            t = u * 2;
14        }
15        if(u * 2 + 1 <= size && h[u * 2 + 1] < h[t]){
16            t = u * 2 + 1;
17        }
18        if(u != t){
19            swap(u, t);
20            down(t);
21        }
22    }
23    public static void main(String[] args){
```

```

24     Scanner sc = new Scanner(System.in);
25     int n = sc.nextInt();
26     int m = sc.nextInt();
27     for(int i = 1; i <= n; i++){
28         h[i] = sc.nextInt();
29     }
30     size = n;
31     // 为什么从n/2开始down
32     // 首先要明确要进行down操作时必须满足左儿子和右儿子已经是个堆
33     // 开始创建堆的时候，元素是随机插入的，所以不能从根节点开始down，而是要找到满足下面三
    个性质的结点：
34     // 1.左右儿子满足堆的性质
35     // 2.下标最大（因为要往上遍历）
36     // 3.不是叶结点（叶结点一定满足堆的性质）
37     for(int i = n / 2; i >= 0; i--){
38         down(i);
39     }
40     while(m -- > 0){
41         System.out.printf("%d ", h[1]);
42         h[1] = h[size];
43         size --;
44         down(1);
45     }
46 }
47 }

```

4: 哈希表:

1: 存储结构:

开放寻址法, 拉链法

2: 字符串哈希方式-----字符串前缀哈希法

例题: (利用拉链法)

维护一个集合, 支持如下几种操作:

1: I x: 插入一个数 x

2: Q x: 询问数 x 是否在集合中出现过

现在要进行 N 次操作, 对于每个询问操作输出对应的结果

输入格式:

第一行包含整数 N, 表示操作数量

接下来 N 行, 每行包含一个操作指令, 操作指令为 I, x, Q, x 中的一种

输出格式：

对于每个询问指令 Q x，输出一个询问结果，如果 x 在集合中出现过，则输出 yes，否则输出 no

输入样例：

```
1 5
2 I 1
3 I 2
4 I 3
5 Q 2
6 Q 5
```

输出样例：

```
1 Yes
2 No
```

```
1 import java.util.Scanner;
2 public class Main{
3     public static int idx;
4     public static int N = 100003; // 一般为质数
5     public static int[] h = new int[100003];
6     public static int[] e = new int[100003];
7     public static int[] ne = new int[100003];
8     public static void add(int x){
9         int k = (x % N + N) % N;
10        e[idx] = x;
11        ne[idx] = h[k];
12        h[k] = idx;
13        idx++;
14    }
15    public static boolean find(int x){
16        int k = (x % N + N) % N;
17        for(int i = h[k]; i != -1; i = ne[i]){
18            if(e[i] == x){
19                return true;

```

```

20         }
21     }
22     return false;
23 }
24 public static void main(String[] args){
25     Scanner sc = new Scanner(System.in);
26     int n = sc.nextInt();
27     for(int i = 0; i < N; i++){
28         h[i] = -1;
29     }
30     while(n -- > 0){
31         String str = sc.next();
32         if(str.equals("I")){
33             int a = sc.nextInt();
34             add(a);
35         }else{
36             int b = sc.nextInt();
37             if(find(b)){
38                 System.out.println("Yes");
39             }else{
40                 System.out.println("No");
41             }
42         }
43     }
44 }
45 }

```

3: 字符串哈希:

字符串前缀哈希法: (用来比较某一个字符串中两段字符相等不相等)

把字符串变成一个p进制数字(哈希值), 实现不同的字符串映射到不同的数字

对形如 $X_1X_2X_3\cdots X_{n-1}X_n$ 的字符串,采用字符的ascii 码乘上 P 的次方来计算哈希值

映射公式 $(X_1 \times P^{n-1} + X_2 \times P^{n-2} + \cdots + X_{n-1} \times P^1 + X_n \times P^0) \bmod Q$

注意点:

1: 任意字符不可以映射成0, 否则会出现不同的字符串都映射成0的情况, 比如A,AA,AAA皆为0

2: 冲突问题: 通过巧妙设置P (131 或 13331), Q (2^{64})的值, 一般可以理解为不产生冲突

求一个字符串的哈希值就相当于求前缀和，求一个字符串的子串哈希值就相当于求部分和前缀和公式 $h[i+1]=h[i]\times P+s[i]$ $h[i+1]=h[i]\times P+s[i]$ $i\in[0,n-1]$ $i\in[0,n-1]$ h 为前缀和数组， s 为字符串数组

区间和公式 $h[l,r]=h[r]-h[l-1]\times P^{(r-l+1)}$

例题：

给定一个长度为 n 的字符串，再给定 m 个询问，每个询问包含四个整数 l_1,r_1,l_2,r_2 ，请你判断 $[l_1,r_1]$ 和 $[l_2,r_2]$ 这两个区间所包含的字符串子串是否完全相同

字符串中只包含大小写英文字母和数字

输入格式：

第一行包含整数 n 和 m ，表示字符串长度和询问次数，第二行包含一个长度为 n 的字符串，字符串中只包含大小写英文字母和数字，接下来 m 行，每行包含四个整数 l_1,r_1,l_2,r_2 ，表示一次询问所涉及的两个区间

注意，字符串的位置从1开始编号

输出格式：

对于每个询问输出一个结果，如果两个字符串子串完全相同则输出 “Yes” ， 否则输出 “No”

每个结果占一行

输入样例：

```
1 8 3
2 aabbaabb
3 1 3 5 7
4 1 3 6 8
5 1 2 1 2
```

输出样例：

```
1 Yes
2 No
3 Yes
```

```
1 import java.util.Scanner;
2 public class Main{
3     public static int N = 100010;
```

```

4     public static int P = 131;
5     public static long[] h = new long[100010];
6     public static long[] p = new long[100010];
7     public static long get(int l, int r){
8         return h[r] - h[l - 1] * p[r - l + 1];
9     }
10    public static void main(String[] args){
11        Scanner sc = new Scanner(System.in);
12        int n = sc.nextInt();
13        int m = sc.nextInt();
14        String str = sc.next();
15        p[0] = 1;
16        for(int i = 1; i <= n; i++){
17            p[i] = p[i - 1] * P;
18            h[i] = h[i - 1] * P + str.charAt(i - 1);
19        }
20        while(m -- > 0){
21            int l1 = sc.nextInt();
22            int r1 = sc.nextInt();
23            int l2 = sc.nextInt();
24            int r2 = sc.nextInt();
25            if(get(l1, r1) == get(l2, r2)){
26                System.out.println("Yes");
27            }else{
28                System.out.println("No");
29            }
30        }
31    }
32 }

```