题目中针对电路板焊锡问题，给出了焊锡位点和过程，要求我们建立适当的数学模型，使得点胶机经过电路板上的280个位点至少一次，实现对电路板点涂锡膏，并求解最优焊锡顺序及路径长度。通过对电路板焊锡问题的分析，我们将焊锡过程转化为赋权完全图中求最小哈密尔顿圈问题，即TSP旅行售货员问题。而TSP问题是典型的NP-hard问题，不存在多项式时间算法求其最优解。我们通过建立蚁群算法、贪婪算法和遗传算法，对电路板上的位点进行遍历，得到最优焊锡顺序，并通过计算最优焊接路径的总权值，求得相应的路径长。

摘要

针对电路板焊锡过程中点胶机涂锡膏的顺序问题，本文将电路板中所有的位点抽象为图中的顶点，将位点间的连边抽象成顶点间的连边，位点间的距离抽象为边上的权值，构建赋权完全图，将研究问题转化为求解赋权完全图中最小哈密尔顿圈问题，即TSP旅行售货员问题。通过遗传算法和贪婪算法，对赋权完全图中的最小哈密尔顿圈的求解，即可求得最优焊锡顺序和相应的路径长度。在问题一中，我们以遗传算法

在第二问中，对不预先设定起终点的一万张电路板，我们采用贪婪算法和遗传算法

问题的提出

焊锡是印制电路板生产过程中的一步后续处理，目的是把贴片元件焊接到电路板表面。人们使用一台装有锡膏点胶机的数控（计算机数字控制，简称CNC）机械，将锡膏涂布于电路板表面的特定位置。图1展示了使用的数控机械。现有一个电路板，大小为300毫米C:\Users\Lenovo\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsD7DF.tmp.pngC:\Users\Lenovo\AppData\Local\Temp\ksohtml\wpsD7E0.tmp.jpg180毫米，共有280个位点需要点涂锡膏，这280个位点的横纵坐标在表2中给出。

问题一：求解点胶机从1号位点开始对这280个位点进行焊锡，最后回到1号位点的最优焊锡顺序，并给出相应路径长。

问题二：不预先设定起点和终点，求解对1万张这种类型的电路板进行焊锡的最优顺序，并给出相应路径长，这里假设每张电路板安装点胶机所需时间和所处位置都是相同的。



模型的假设

1. 假设点胶机的初始位置位于电路板起始位点的正上方；
2. 假设电路板上的位点大小、位置均一致；
3. 假设每张电路板安装点胶机所需时间和所处位置都是相同的。

符号说明

顶点

边

距离

总权值

模型的建立

问题分析

焊锡是在焊接线路中连接电子元器件的重要加工工艺，广泛应用于电子工业、家电制造业、汽车制造业、维修业和日常生活中。焊锡是印制电路板生产过程中的一项重要处理步骤，即将锡膏涂布于电路板表面的特定位置的操作工艺。焊锡的具体操作如下：人们使用一台装有锡膏点胶机的数控（计算机数字控制，简称CNC）机械，将锡膏涂布于电路板表面的特定位置（即电路板上的特定位点）。点胶机以电路板的1号位点为起点，对电路板上的280个位点进行焊锡，最后回到1号位点。以电路板上的位点为一个图的顶点，对任意两个位点进行连边，两位点之间的距离作为边上的的权值，构造一个赋权完全图。对电路板焊锡，即经过电路板上280个位点至少一次，最终回到起点，求最优焊锡顺序，并求出相应路径长的过程，就可以转化为图论问题:在赋权完全图中寻找从1号位点出发，找出一个最小权的哈密尔顿圈，使得遍历所有顶点至少一次再回到1号位点，使得总权值最小，此即TSP旅行售货员问题。

TSP问题是一个组合优化问题，也是NP-hard问题，即不存在多项式时间算法，不能用[精确算法](http://baike.baidu.com/view/5136411.htm)求解。事实上，TSP问题的求解算法有很多，比如：回溯法、线性规划法、分支限界法等，除此之外，还可以用近似算法求解，但是由近似算法求得问题的解一般为问题的非最优解、近似解。对此，我们采取如下几种策略：(1)用启发式方法求解；(2) 寻求行之有效的[近似算法](http://baike.baidu.com/view/2489123.htm" \t "_blank)。因此，我们采用启发式算法—贪婪算法和仿生算法--遗传算法解决此问题。

针对问题一，首先建立位点距离矩阵D，根据D中两位点间的距离，利用遗传算法求解点胶机以1号位点为起点对这280个位点进行焊锡，最后回到起始位点的最优焊锡顺序，再根据最优焊锡顺序中各边权重值，求得最短路径长。

针对问题二，与问题一不同之处在于不预先设定起点和终点，对一万张电路板进行焊锡。电路板数目较多，这就要求算法效率要高，

模型建立

以电路板上的位点为一个图的顶点，对任意两个位点进行连边，两位点之间的距离作为边上的的权值，构造一个赋权完全图G(V,E)，其中 V ＝｛X１，X２，…，X280｝，E=（Xi，Xj），i，j∈V。 X１，X２，…，X280为电路板上的位点。

设题目中所给的位点看作一个图中的顶点，其坐标分别用X1,X2,,,X280表示,任意位点两两连边，且设两位点Xi，Xj间的距离用dij表示，则

dij=

即两位点连线的边上权值为dij。

问题一

画个图

遗传算法（GA算法）求解原理

遗传算法是模仿生物进化过程的一种算法，它以自然选择和遗传学中的复制、变异和交叉等自然规律为理论依据。利用GA算法求解问题，首先需要将模型的解以适当的方式进行编码，并根据模型的目标建立个体适应度函数，然后随机生成初始种群（即一组初始的可行解），再重复对种群进行选择、交叉、变异等遗传操作直到种群成熟，停止优化。

(书 数学建模与数学实验 赵静)

贪婪算法（GR算法）求解原理

由公式( )求出任意两位点间距离，建立赋权完全图G的邻接矩阵Dij=dij，其中dij表示位点xi与xj间的距离。将距离矩阵中两位点间距离按从小到大的顺序排列，从最短边开始向图G中添加，直至添加到图G成为一条回路为止。

模型的求解

结果分析和检验

模型展望

模型评价及改进方向

优点：

1.采用图论模型，将问题转化为TSP旅行售货员问题，贪婪算法和遗传算法

缺点：

* + - 1. 贪婪算法是问题在某种意义上的局部最优解算法；

不能保证求得的最后解是最佳的。由于 贪心策略总是采用从局部看来是最优的选择，因此 并不从整体上加以考虑。 (2)贪心算法只能用来求某些最大或最小解 的问题。从前面的讨论中，找零钱问题要求得到最 小数量采用贪心算法是可行的，但是在另外一个求 解权值最小路径时采用贪心算法得到的结果并不 是最佳。 (3)贪心算法只能确定某些问题的可行性范

采用近似算法

模型展望

参考文献

[1]戴三,陈恭洋,周云才等.旅行商问题(TSP)算法比较[J].计算机与数字工程,2013,41(9):1445-1447.DOI:10.3969/j.issn1672-9722.2013.09.011.

[2]饶卫振,金淳.基于求解 TSP 问题的改进贪婪算法[J].运筹与管理,2012,(6):1-9.

（2 改进算法的）

蚁群算法

蚁群算法是通过模拟蚂蚁群体觅食行径而提出来的一种模拟[进化算法](http://baike.baidu.com/view/1798674.htm)。经过科学家对蚂蚁群体觅食过程路径选择的研究，发现蚂蚁总能找到从食物源到蚁穴的最短路线。蚁群是如何快速、准确的找到最佳路径呢？蚂蚁个体之间通过外激素（即信息素）进行信息传递，当蚂蚁发现食物源并返回蚁穴告知同伴的途中，会释放信息素，便于同伴通过感知信息素的存在和其浓度，选择合适路径以找到食物源。蚂蚁在刚找到食物源或者蚁穴时释放的信息素量最多，并随着蚂蚁个体走过距离的增加，释放的信息素越来越少。当遇到图中所示路线时，即A点处有两条分支，蚂蚁可选择从经B点到达D点，也可选择经C点到达D点，显然AB的距离小于AC的距离，蚂蚁会根据路径长度，释放不同量的信息素，给同伴此条路径的信息。图（有个岔路口 多种选择 ）

信息素会随时间挥发，因而路上的信息素浓度与蚂蚁经过的个数和释放信息素的量相关。而蚁群个体根据信息素的浓度，优先选择信息素浓度高的路径。

M表示蚂蚁个数，矩阵C是由280个位点的横纵坐标构成的n×2阶的矩阵，其中Ci1为位点Xi的横坐标，Ci2为位点Xi的纵坐标，i={1，2，3、、、280}，NC\_max代表最大迭代次数，m为蚂蚁个数，Alpha为表征信息素重要程度的参数，Beta为表征启发式因子重要程度的参数，Rho是信息素蒸发系数，Q是信息素增加强度系数，用R\_best 描述各代最佳路线，L\_best表示各代最佳路线的长度。

信息量

优点

1.蚁群算法具有很强的发现较好解的能力，不 容易陷入局部最优，

2.蚁群算法是一种正反馈算法，根据路径上信息素的量选择路径，增加选择最短路径的可能性，在一定程度上可加快进化进程；

3.蚁群算法是蚁群个体之间通过信息素的交流和个体间的合作实现的，多个体共同参与较容易使解收敛到解空间的某一子集，有利于找到最优解，更好的避免单个个体收敛到局部最优，得到局部最优解；

4.蚁群算法具有较强的Robus鲁棒性。蚁群算法对初始路线的选择要求比较低，求解结果不依赖于初始路线的选择，且在搜索过程中不需人工调整。

缺点

1.不能避免最初蚂蚁随机选择路径时，选择的是非最短路径，而后更多的蚂蚁也选择此路径，造成此条路径上的信息素越来越多，导致此条路径成为最终解，但非最优解；

遗传和TMP 结合算法

遗传算法的求解过程中，

因为位点数量偏多，

遗传算法容易收敛到局部最优

变异的不定项使得解的

优化算法

采用GA-TMP算法，

蚁群算法

基于蚁群算法的分段求解

建立邻接矩阵

分段

选择概率

记录

信息素矩阵更新

禁忌表清零

输出结果

蚁群算法在求解过程前期收敛较快，容易陷入局部最优解，且蚁群算法的性能在一定程度上受位点个数的影响，故对蚁群算法进行优化，加入分段算法，减小算法前期收敛速度快的缺点，通过分段优化，使每一段中位点数目减少，提高算法运行效率。利用基于蚁群算法的分段求解的方法，对此问题进行求解步骤如下：

基于对赋权完全图G已建立的邻接矩阵D，设定蚂蚁个数m为31，迭代的最大次数NC\_max为2000，Tau为信息素矩阵，Alpha为表征信息素重要程度的参数，Beta为表征启发式因子重要程度的参数。1.对变量初始化，2.分段处理，将31只蚂蚁放到280个位点上，3.根据概率函数P(k)选择下一个位点，其中

P(k)=【已走城市的最后一个，未走城市】^Alpha\*【已走城市的最后一个，未走城市】^Beta

4.存储并记录从该位点到下一位点的最佳选择，5.对信息素矩阵更新，.6将禁忌表清零后继续迭代，直至迭代到达迭代次数最大值NC\_max，停止迭代，7.输出结果，得到最佳焊锡顺序。