

4-7 多处最优服务次序问题

★ 问题描述: 设有 n 个顾客同时等待一项服务。顾客 i 需要的服务时间为 $t_i, 1 \leq i \leq n$ 。共有 s 处可以提供此项服务。应如何安排 n 个顾客的服务次序才能使平均等待时间达到最小? 平均等待时间是 n 个顾客等待服务时间的总和除以 n 。

★ 算法设计: 对于给定的 n 个顾客需要的服务时间和 s 的值, 计算最优服务次序。

★ 数据输入: 由文件 input.txt 给出输入数据。第 1 行有 2 个正整数 n 和 s , 表示有 n 个顾客且有 s 处可以提供顾客需要的服务。接下来的 1 行中, 有 n 个正整数, 表示 n 个顾客需要的服务时间。

★ 结果输出: 将计算的最小平均等待时间输出到文件 output.txt。

思路:

题目要求平均等待的时间最短, 即时间越短应被计算次数越多, 时间越多被计算次数要越少, 所以对服务时间最短的顾客先服务, 这是贪心选择策略, 做完第一次选择后, 原问题 T 变成了需对 $n-1$ 个顾客服务的新问题 T' , 规模一直缩小, 符合贪心算法。

时空复杂度分析:

先将服务时间进行由小到大的排序, 之后进行时间累加求和, 时间复杂度为 $O(n \log n) + O(n) = O(n \log n)$

定义了两个向量分别存储每一个顾客等待的时间和每个服务窗口等待时间之和, 空间复杂度为 $O(n)$

平均最小等待时间:
336

output.txt - 记事本

文件(F) 编辑(E) 格式(O)

336

4-9 汽车加油问题

★ 问题描述：一辆汽车加满油后可行驶 n km。旅途中有若干加油站。设计一个有效算法，指出应在哪些加油站停靠加油，使沿途加油次数最少。并证明算法能产生一个最优解。

★ 算法设计：对于给定的 n 和 k 个加油站位置，计算最少加油次数。

★ 数据输入：由文件 input.txt 给出输入数据。第 1 行有 2 个正整数 n 和 k ，表示汽车加满油后可行驶 n km，且旅途中有 k 个加油站。接下来的 1 行中，有 $k+1$ 个整数，表示第 k 个加油站与第 $k-1$ 个加油站之间的距离。第 0 个加油站表示出发地，汽车已加满油。第 $k+1$ 个加油站表示目的地。

★ 结果输出：将计算的最少加油次数输出到文件 output.txt。如果无法到达目的地，则输出“No Solution”。

输入文件示例

input.txt

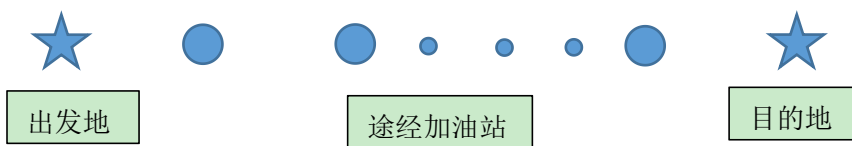
7 7

1 2 3 4 5 1 6 6

输出文件示例

output.txt

4



思路：汽车行驶过程中，应走到自己能走到并且离自己最远的那个加油站，在那个加油站加油后再按照同样的贪心策略

正确性证明：当一个问题大的最优解包含着它的子问题的最优解时，称该问题具有最优子结构性质。由于 $(b[1], b[2], \dots, b[n])$ 是这段路程加油次数最少的一个满足贪心选择性质的最优解，则易知若在第一个加油站加油时， $b[1]=1$ ，则 $(b[2], b[3], \dots, b[n])$ 是从 $a[2]$ 到 $a[n]$ 这段路程上加油次数最少且这段路程上的加油站个数为 $(a[2], a[3], \dots, a[n])$ 的最优解，即每次汽车中剩下的油不能在行驶到下一个加油站时我们才在这个加油站加一次油，每个过程从加油开始行驶到再次加油满足贪心且每一次加油后相当于与起点具有相同的条件，每个过程都是相同且独立，也就是说加油次数最少具有最优子结构性质。

时空复杂度分析：

利用 p 数组代表各加油站之间距离， s 数组代表在哪一站加油，然后通过贪心策略尽量加一次油到达最远的距离，遍历了各个加油站，时间复杂度为 $O(n)$ ，空间复杂度为 $O(n)$

