Versuch 2 - Digitales Regelungssystem - Lösung

Marius Ketterer

24. Juni 2016

Inhaltsverzeichnis

a) Berechnen Sie die z-Übertragungsfunktion der Strecke inkl. Halteglied

a).1 Übertragunsfunktion der Strecke

$$G_s(s) = \frac{K_s}{(1+T_s s)T_i s} \text{mit} K_s = 3; T_s = 1; T_i = 3 \tag{1}$$

$$G_s(s) = \frac{\cancel{3}}{(1+s)\cancel{3}s} \tag{2}$$

a).2 z-Transformation mit Halteglied

$$G_s(z) = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{G_s(s)}{s}\right\} = (1 - z^{-1})\mathcal{Z}\left\{\frac{1}{s^2(1+s)}\right\} \tag{3}$$

Transformieren mit Hilfe der Korrespondenzentabelle(Nr.13)

$$G_s(z) = \cancel{(1 - z^{-1})}\frac{\left[(T_A - 1 + e^{-T_A}) + (1 - e^{-T_A} - aT_A e^{-T_A})z^{-1}\right] z^{-1}}{(1-z^{-1})^{\cancel{2}}(1 - e^{-T_A} z^{-1})} \tag{4}$$

Nun wird die Abtastzeit $T_A = 0,2$ eingesetzt und ausmultipliziert

$$G_s(z) = \frac{0,0175z^{-2} + 0,019z^{-1}}{0,819z^{-2} - 1,819z^{-1} + 1} \tag{5}$$

b) Berechnen der Führungsübertragungsfunktion und der Führungssprungantwort

$$G_R(z) = K_R = 5 \tag{6}$$

$$G_w(z) = \frac{G_R(z) \cdot G_s(z)}{1 + G_R(z) \cdot G_s(z)} = \frac{\frac{5Z(z)}{N(z)}}{1 + \frac{5Z(z)}{N(z)}} = \frac{5Z(z)}{N(z) + Z(z)} \tag{7}$$

Daraus ergibt sich wenn man Zähler und Nenner wieder einsetzt

$$G_w(z) = \frac{0,0875z^{-2} + 0,095z^{-1}}{0,9065z^{-2} - 1,724z^{-1} + 1} \tag{8}$$

Berechnen der ersten 6 Werte der Führungssprungantwort

n	w_n	x_n
0	1	0
1	1	0,095
2	1	0,3463
3	1	0,6934
4	1	1,064
5	1	1,388

c) Simulationsergebnisse Führungsübertragungsfunktion

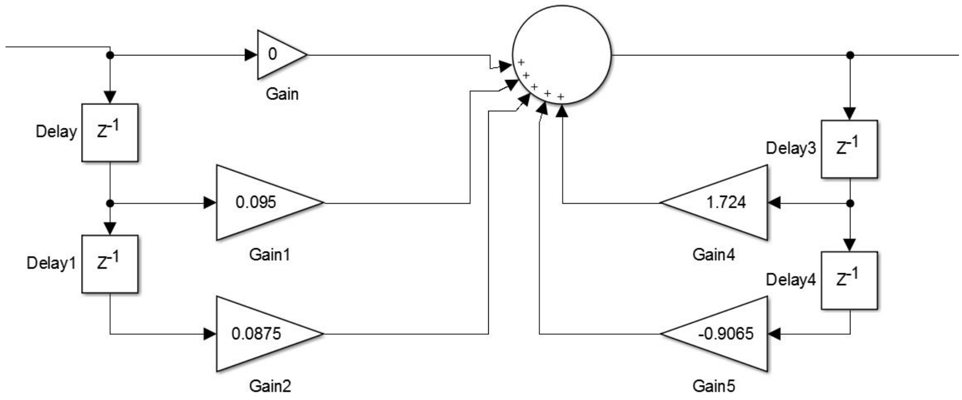

Abbildung 1: Struckturplan von $G_w(z)$

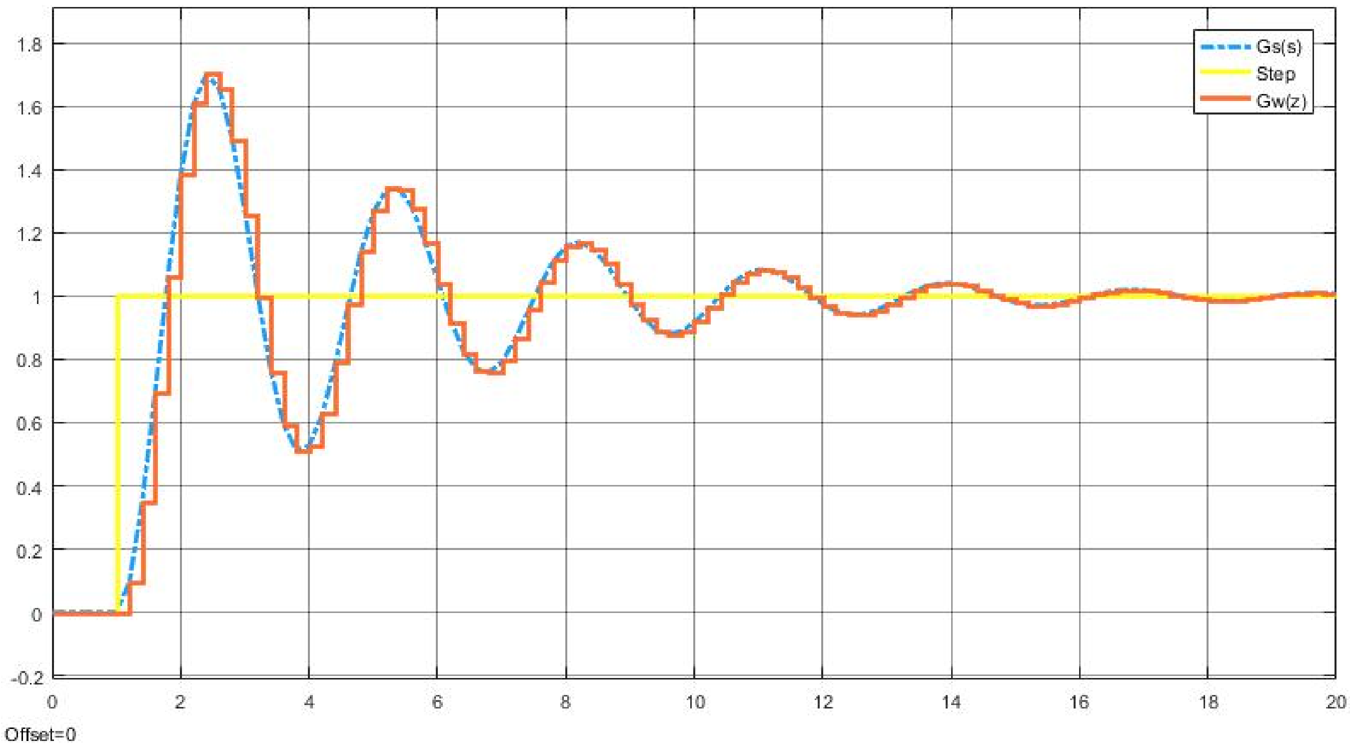

Abbildung 2: Führungssprungantwort

d) Berechnen der bleibenden Regelabweichung

$$w(s) = \frac{w_0}{s} = \frac{1}{s} \text{mit} w_0 = 1 (\text{Einheitssprung}) \tag{9}$$

Aus dem Blockschaltbild ergibt sich folgender Zusammenhang:

$$x(s) = w(s) * G_w(s) = \frac{1}{s} \cdot \frac{5}{s^2 + s + 5} \tag{10}$$

Transformation in den Zeitbereich

$$x(t) = 5 \left[\frac{1}{5} - \frac{e^{-\frac{t}{2}(\sin(\frac{\sqrt{19}t}{2}) + \sqrt{19}\cos(\frac{\sqrt{19}t}{2}))}}{5\sqrt{19}} \right] \tag{11}$$

$$\lim t \to \infty : \tag{12}$$

$$x(t) = 5 \cdot \left(\frac{1}{5} - 0 \right) = 1 \tag{13}$$

Bleibende Regelabweichung x_b:

$$x_b = w_0 - x(t \to \infty) = 1 - 1 = 0 \tag{14}$$

e) Störübertragungsfunktion und Störsprungantwort brechnen

Durch das Blockschaltbild kann man folgende Gleichung aufstellen:

$$x(z) = v(z) - x(z) G_R G_S \tag{15}$$

Löst man diese Gleichung nach $x(z)$ erhält man dies:

$$x(z) = \frac{v(z)}{1 + G_R G_S} \tag{16}$$

Wodurch sich die Störübertragungsfunktion

$$G_v(z) = \frac{x(z)}{v(z)} = \frac{1}{1 + G_R G_S} = \frac{0,819z^{-2} - 1,819z^{-1} + 1}{0,9065z^{-2} - 1,174z^{-1} + 1} \tag{17}$$

Berechnen der ersten 6 Werte der Störungssprungantwort

n	v_n	x_n
0	1	1
1	1	0,905
2	1	0,6537
3	1	0,3066
4	1	-0,06397
5	1	-0,3882

f) Simulationsergebnisse Störungsübertragungsfunktion

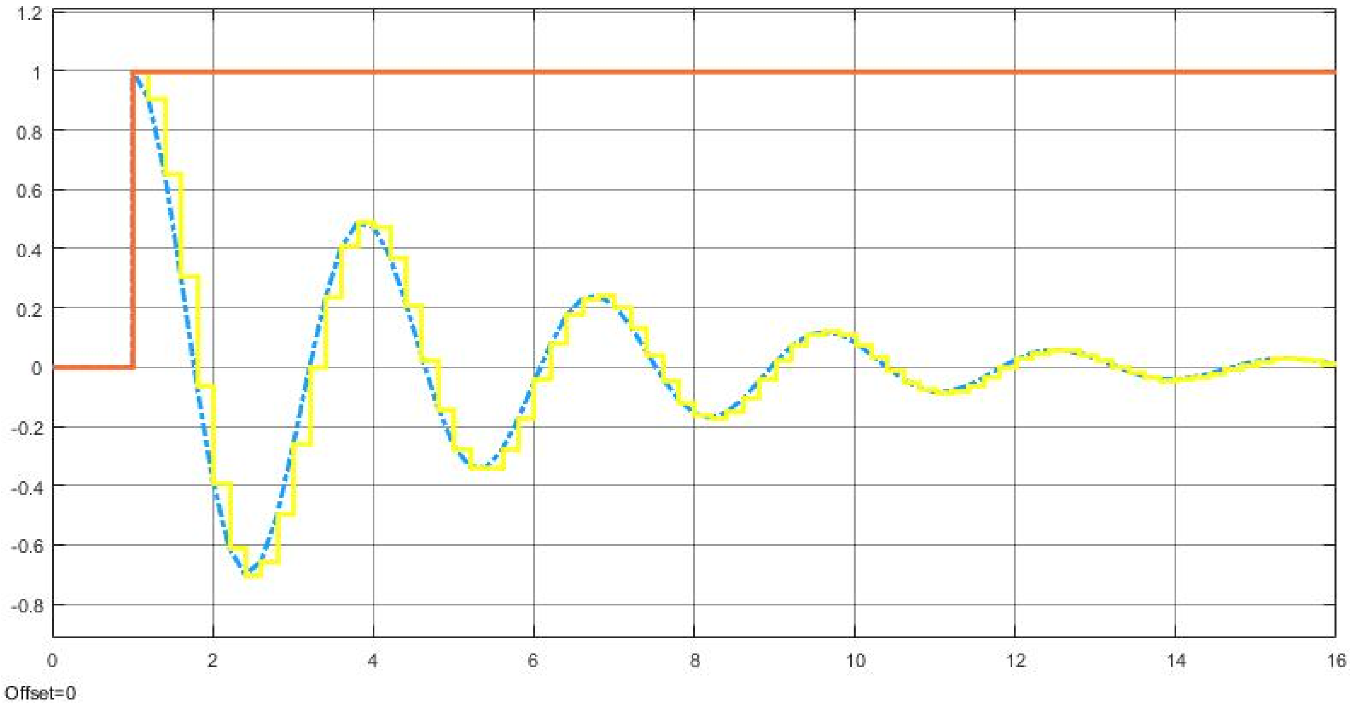

Abbildung 3: Sprungantwort der Störungsübertragungsfunktion

g) Implementieren eines PD-Reglers und optimieren der Regelparameter nach Ziegler-Nichols

$$G_{PD}(z) = \frac{K_R\left(1 + \frac{T_V}{T_A}\right)z - K_R\frac{T_V}{T_A}}{z} \text{mit} K_R = 0,8K_{Krit}; T_V = 0,12T_{Krit}; T_A = 0,2 \tag{18}$$

Für den kritischen Verstärkungsfaktors wurde $K_{Krit} = 10,353$ und $T_{Krit} = 2$ festgestellt. Nach dem einsetzen ergibt das folgende Gleichung:

$$G_{PD}(z) = -9.93888z^{-1} + 18,22128 \tag{19}$$

Wird die Strecke $G_S(z)$ damit geregelt ergeben sich die Führungs- und Störungssprungantworten welche in Abb. 4 und 5 zu sehen sind.

g).1 Interpreation der Ergebnisse

Durch den Einsatz eines PD-Reglers statt einen reinen P-Reglers konnte sowohl das Führungsverhalten als auch das Störungsverhalten deutlich verbessert werden. Wie in den Abbildungen 4 und 5 gut zu sehen ist, konnte durch den PD-Regler und die Einstellmethode nach Ziegler Nichols, die Einschwingdauer und das Überschwingen verringt werden.

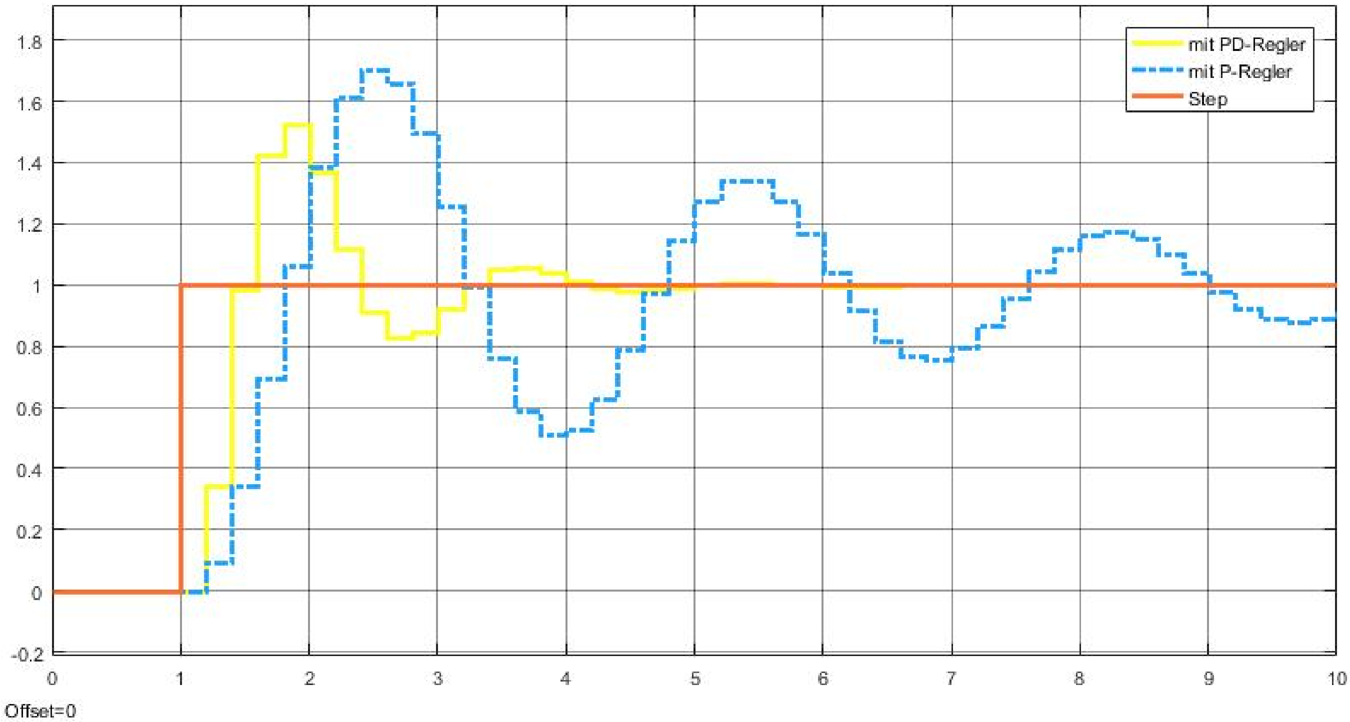

Abbildung 4: Führungssprungantwort mit PD-Regler

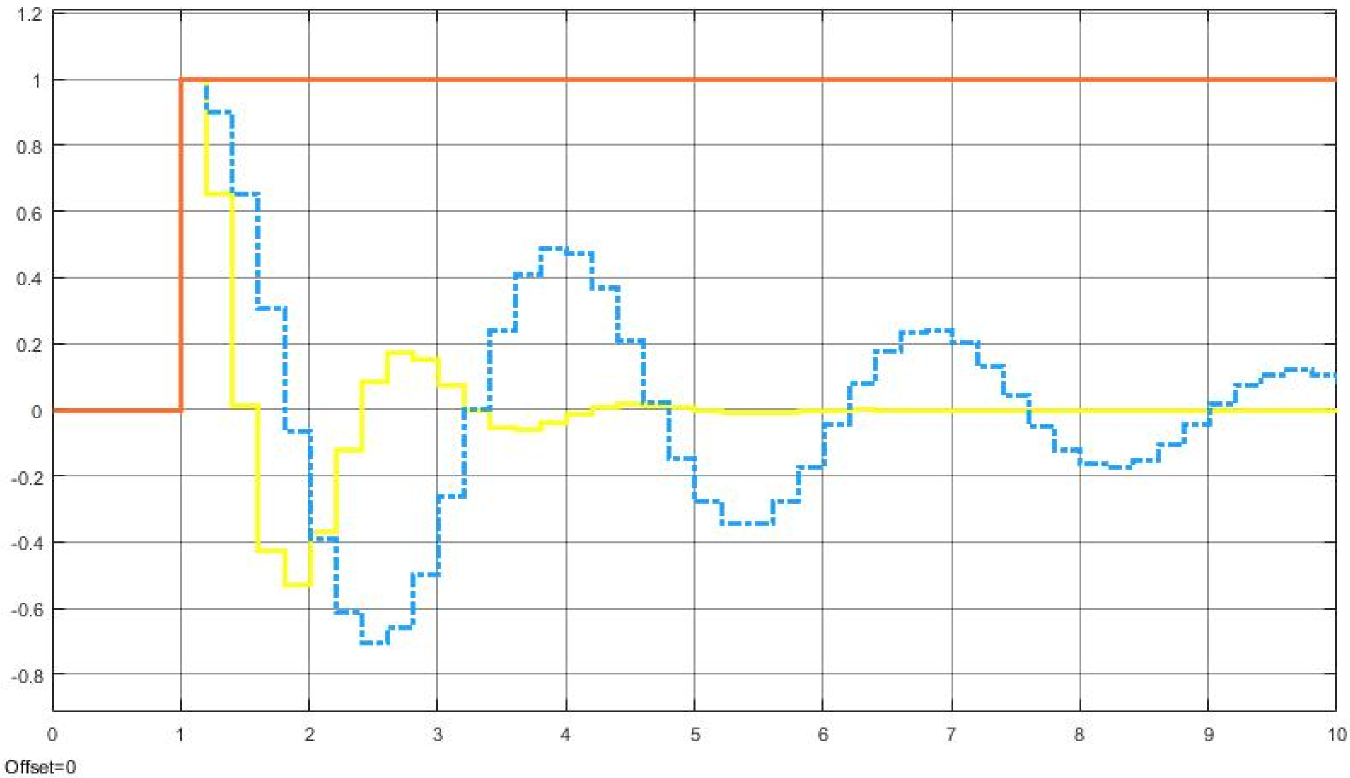

Abbildung 5: Störungssprungantwort mit PD-Regler