Praktikum Regelungstechnik 2 Abgabe Versuch 1 Digitale Übertragungsglieder

Marius Ketterer

20. Juni 2016

Inhaltsverzeichnis

Kapitel 1

Tiefpass 1.Ordnung

1.1 Aufstellen der Übertragungsfunktionen im s-Bereich inklusive Halteglied

Aufstellen der Übertagungsfunktionen

$$G_{PT1}(s) = \frac{K}{1 + Ts} \tag{1.1}$$

$$H(s) = \frac{1 - e^{-T_A s}}{s} \tag{1.2}$$

Aus der Reihenschaltung von $H(s)$ und $G_{PT1}(s)$ ergibt $G(s) = H(s) * G_{PT1}(s)$

1.2 Transformation in den z-Bereich über Korrespondenztabelle

Will man diese Übertragungsfunktion nun in den z-Bereich transformieren geht man folgendermaßen vor.

$$G(z) = \mathcal{Z}\{\mathcal{L}^{-1}\{H(s) * G_{PT1}(s)\}\}|_{kT_A} \tag{1.3}$$

Nun wird $H(s)$ eingesetzt:

$$G(z) = \mathcal{Z}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{(1 - e^{-T_A s}) * G_{PT1}(s)}{s}\right\}\right\}|_{kT_A} = \mathcal{Z}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G_{PT1}(s)}{s}\right\}\right\} - \mathcal{Z}\left\{\mathcal{L}^{-1}\left\{\frac{G_{PT1}(s)}{s} * e^{-T_A s}\right\}\right\}|_{kT_A} \tag{1.4}$$

Eine Multiplikation mit $e^{-T_A s}$ bedeutet eine Rechtsverschiebung um T_A was im im z-Bereich eine Multiplikation mit z^{-1} entspricht.

$$G(z) = \mathcal{Z}\left\{(1 - e^{-T_A s}) * \frac{G_{PT1}(s)}{s}\right\} = (1 - z^{-1}) * \mathcal{Z}\left\{\frac{G_{PT1}(s)}{s}\right\} \tag{1.5}$$

Somit lässt sich generell sagen, dass die z-Transformierte Übertragungsfunktion einer Reihenschaltung eines Übertragungsgliedes $G(s)$ und eines Haltegliedes, sich folgendermaßen berechnen lässt.

$$G(z) = (1 - z^{-1}) * \mathcal{Z}\left\{\frac{G(s)}{s}\right\} \tag{1.6}$$

Setzt man nun auch $G_{PT1}(s)$ ein erhält man folgendes

$$G(z) = (1 - z^{-1}) * \mathcal{Z}\left\{\frac{K}{s(1 + Ts)}\right\} = (1 - z^{-1}) * \mathcal{Z}\left\{K\frac{\frac{1}{T}}{s(\frac{1}{T} + s)}\right\} \tag{1.7}$$

Transformieren mit Hilfe der Korrespondenzentabelle(Nr.8)

$$G(z) = K * \cancel{(1 - z^{-1})} * \frac{(1 - e^{-\frac{T_A}{T}})z^{-1}}{\cancel{(1 - z^{-1})}(1 - e^{-\frac{T_A}{T}} z^{-1})} \tag{1.8}$$

Daraus ergibt sich:

$$G(z) = \frac{K * z^{-1} - K * e^{-\frac{T_A}{T}} z^{-1}}{1 - e^{-\frac{T_A}{T}} z^{-1}} \tag{1.9}$$

Einsetzen der Werte

$$K = 3; T = 4; T_A = 0,5s \tag{1.10}$$

$$G(z) = \frac{3z^{-1} - 3 * e^{-\frac{0,5}{4}} z^{-1}}{1 - e^{-\frac{0,5}{4}} z^{-1}} = \frac{0,352z^{-1}}{1 - 0,882z^{-1}} = \frac{Y}{X} \tag{1.11}$$

$$Y - 0,882z^{-1}Y = 0,352z^{-1}X \tag{1.12}$$

Nach Y aufgelöst ergibt das:

$$\Rightarrow Y = 0,352z^{-1}X + 0,882z^{-1}Y \tag{1.13}$$

1.3 Darstellung als Strukturplan

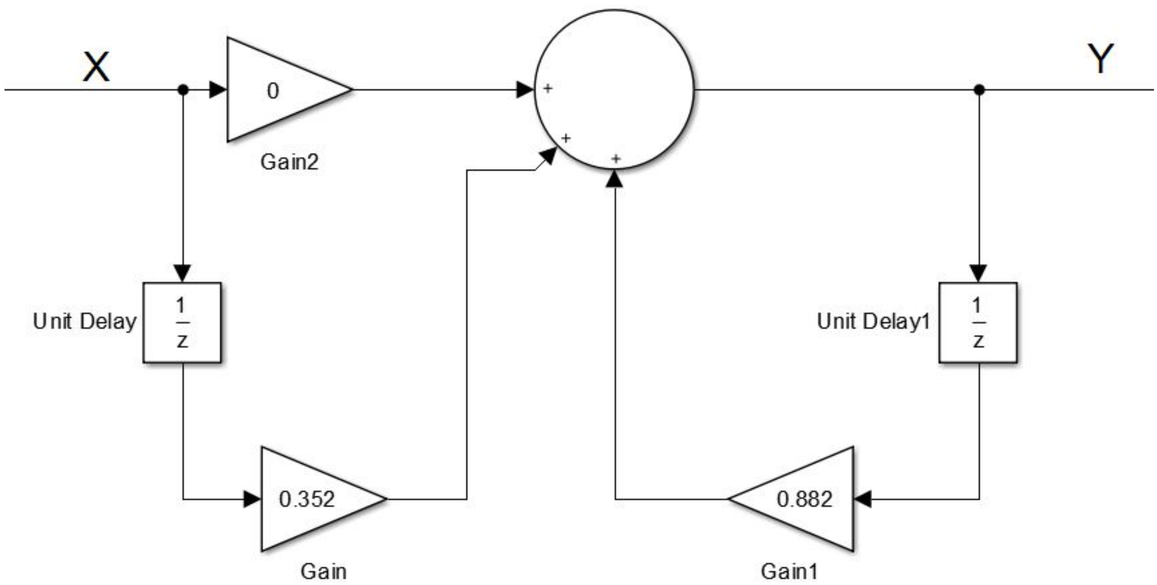

Abbildung 1.1: Struckturplan PT1

1.4 Simulationsergebnisse

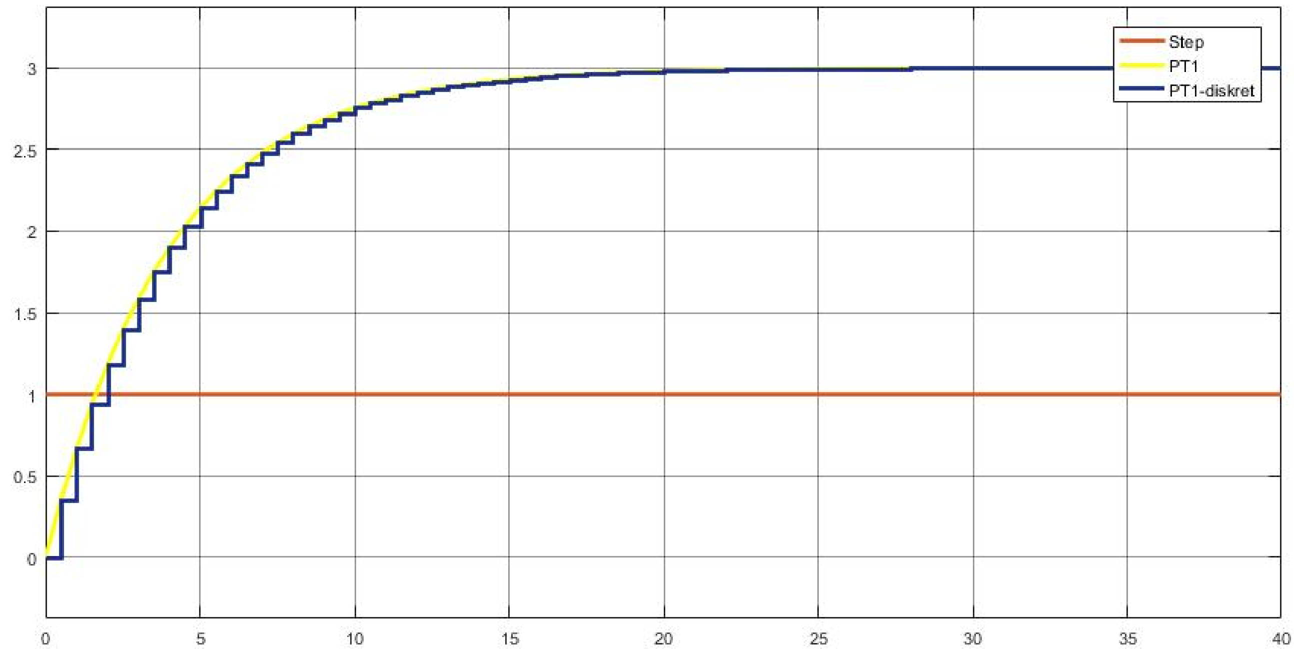

Abbildung 1.2: Sprungantwort des diskreten PT1-Filter

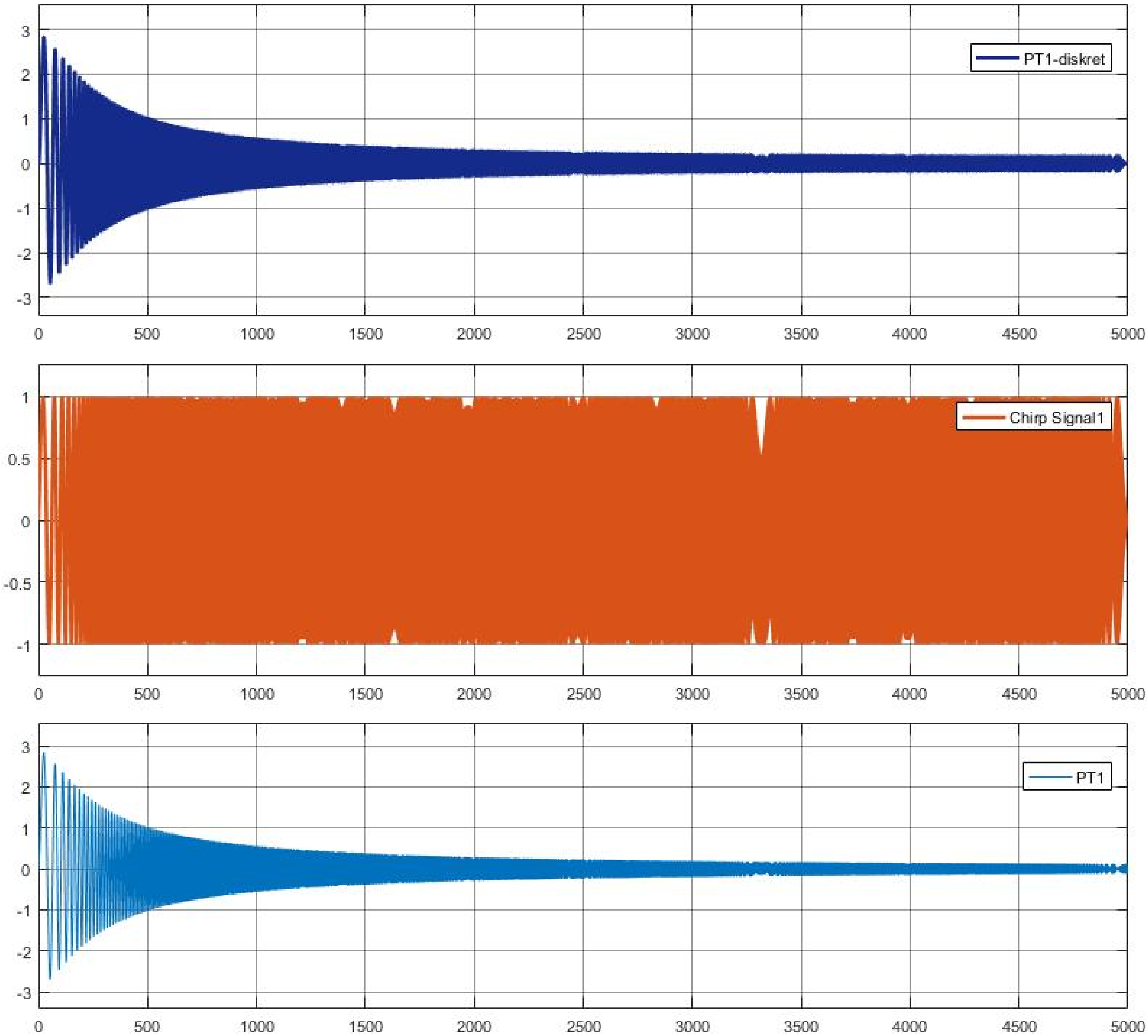

Abbildung 1.3: Chirpsignal auf den diskreten PT1-Filter

Kapitel 2

Hochpass 1. Ordnung

2.1 Aufstellen der Übertragungsfunktionen im s-Bereich inklusive Halteglied

Aufstellen der Übertagungsfunktionen

$$G_{DT1}(s) = \frac{Ks}{1+Ts} \tag{2.1}$$

Transformieren in den Z-Bereich. Dazu wird die Formel 1.6 angewendet

$$G(z) = (1-z^{-1}) * \mathcal{Z}\left\{\frac{G_{DT1}(s)}{s}\right\} = (1-z^{-1}) * \mathcal{Z}\left\{\frac{K\cancel{s}}{\cancel{s}(1+Ts)}\right\} = (1-z^{-1}) * \mathcal{Z}\left\{\frac{K}{(1+Ts)}\right\} \tag{2.2}$$

$$G(z) = (1-z^{-1}) * \mathcal{Z}\left\{\frac{K}{T}\frac{1}{s+\frac{1}{T}}\right\} \tag{2.3}$$

2.2 Transformation in den z-Bereich über Korrespondenztabelle

Transformieren mit Hilfe der Korrespondenzentabelle(Nr.4)

$$G(z) = \frac{K}{T} * (1-z^{-1}) * \frac{1}{1-e^{-\frac{T_A}{T}}z^{-1}} \tag{2.4}$$

Daraus ergibt sich:

$$G(z) = \frac{K - K * z^{-1}}{T - e^{-\frac{T_A}{T}}z^{-1} * T} \tag{2.5}$$

Einsetzen der Werte

$$K = 3; T = 4; T_A = 0,5s \tag{2.6}$$

$$G(z) = \frac{3 - 3 * z^{-1}}{4 - e^{-\frac{0,5}{4}}z^{-1} * 4} = \frac{3 - 3 * z^{-1}}{4 - 3,53z^{-1}} = \frac{Y}{X} \tag{2.7}$$

$$4Y - 3,53z^{-1}Y = 3X - 3z^{-1}X \tag{2.8}$$

Nach Y aufgelöst ergibt das:

$$4Y = 3X - 3z^{-1}X + 3,53z^{-1}Y \tag{2.9}$$

$$\Rightarrow Y = \frac{3}{4}X - \frac{3}{4}z^{-1}X + 0,8825z^{-1}Y \tag{2.10}$$

2.3 Darstellung als Strukturplan

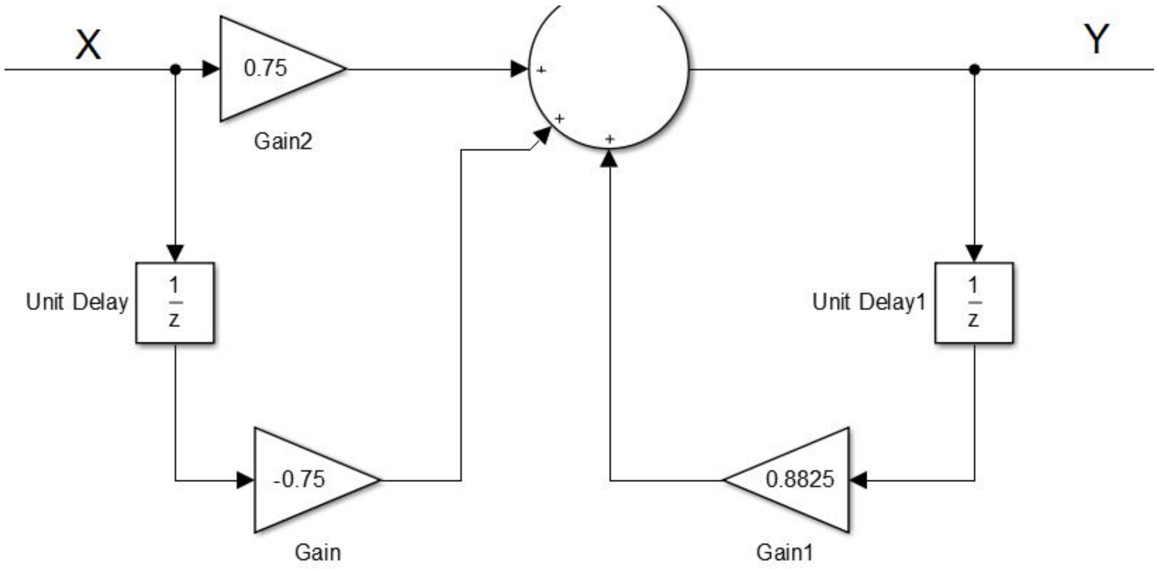

Abbildung 2.1: Struckturplan DT1

2.4 Simulationsergebnisse

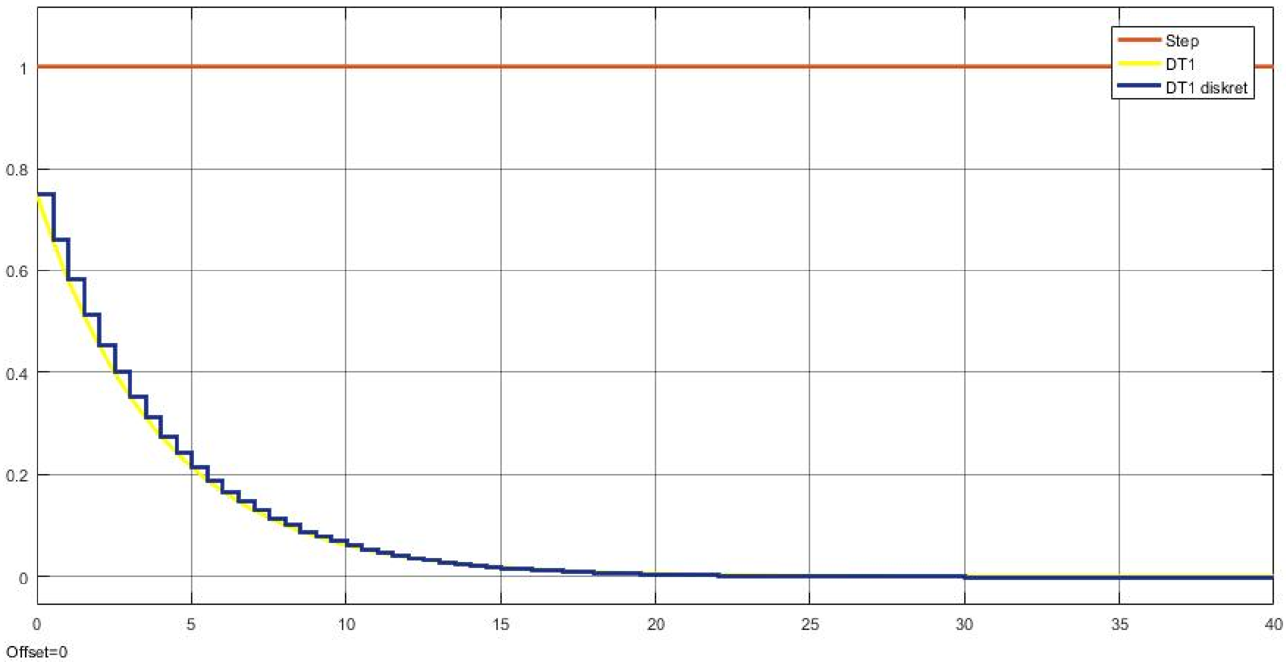

Abbildung 2.2: Sprungantwort des diskreten DT1-Filter

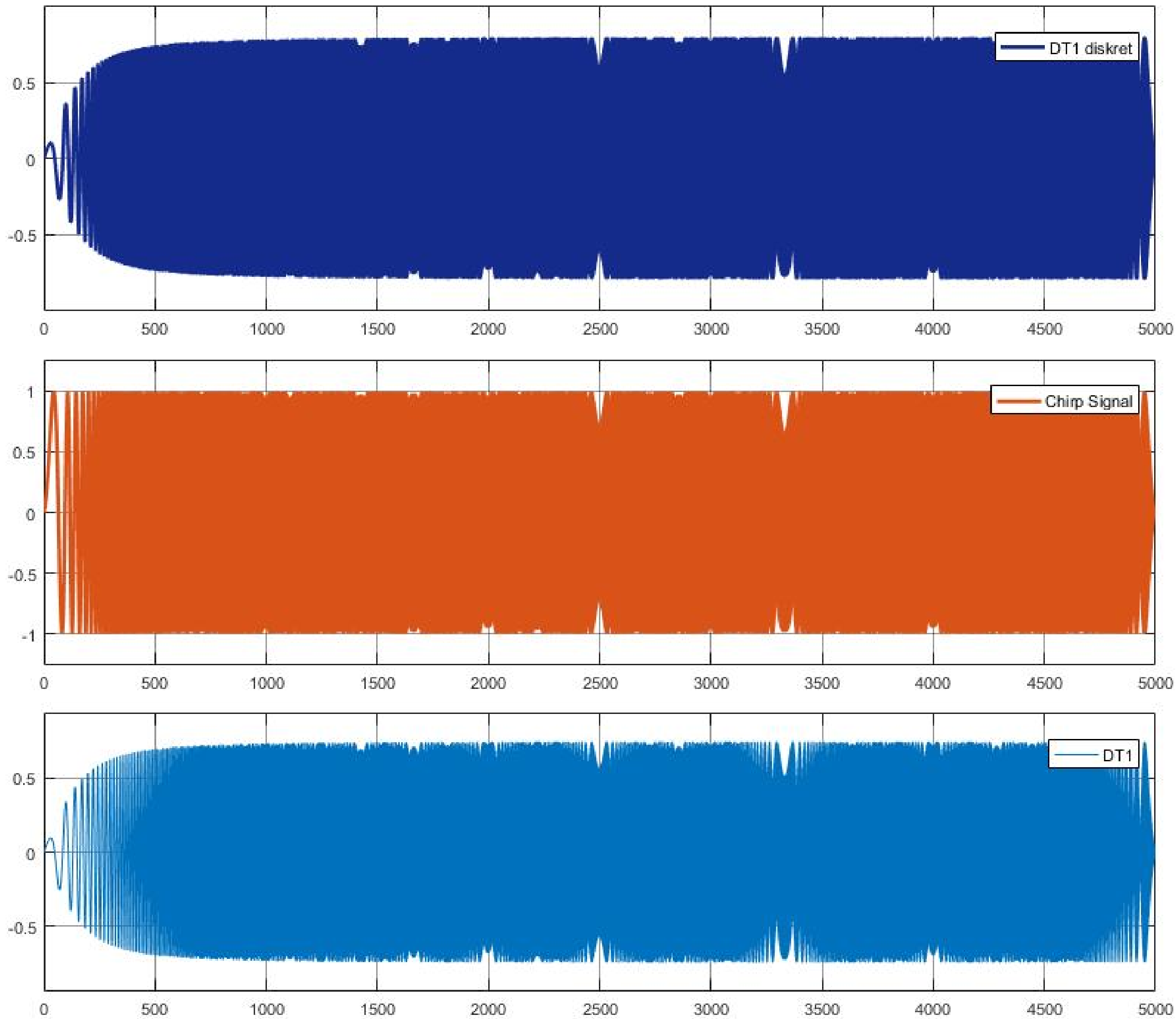

Abbildung 2.3: Chirpsignal auf den diskreten DT1-Filter

Kapitel 3

PID-Regler

$$G_{PID}(s) = K_P * \left(1 + \frac{1}{T_N s} + T_V s\right) \tag{3.1}$$

$$y(t) = K_R \left[e(t) + \frac{1}{T_N}\int e(t)dt + t_V \frac{de(t)}{dt}\right] \tag{3.2}$$

$$y_k = K_R \left[e_k + \frac{1}{T_N}\sum_{i=0}^{k-1} e_i T_A + T_V \frac{e_k - e_{k-1}}{T_A}\right] \tag{3.3}$$

Nun wird y_{k-1} berechnet:

$$y_{k-1} = K_R \left[e_{k-1} + \frac{1}{T_N}\sum_{i=0}^{k-2} e_i T_A + T_V \frac{e_{k-1} - e_{k-2}}{T_A}\right] \tag{3.4}$$

Die Differenz aus den beiden ergibt:

$$y_k - y_{k-1} = K_R \left[e_k - e_{k-1} + \frac{T_A}{T_N} e_{k-1} + \frac{T_V}{T_A}(e_k - 2e_{k-1} + e_{k-2})\right] \tag{3.5}$$

$$y_k = y_{k-1} + K_R \left[\left(1 + \frac{T_V}{T_A}\right) e_k - \left(1 - \frac{T_A}{T_N} + 2\frac{T_V}{T_A}\right) e_{k-1} + \frac{T_V}{T_A} e_{k-2}\right] \tag{3.6}$$

Daraus ergeben sich folgenende Koeffizienten:

$$a_1 = 1, b_0 = K_R \left(1 + \frac{T_V}{T_A}\right), b_1 = -K_R \left(1 - \frac{T_A}{T_N} + 2\frac{T_V}{T_A}\right), b_2 = K_R \frac{T_V}{T_A} \tag{3.7}$$

Nun hat man die Übertragungsfunktion:

$$G(z) = \frac{b_0 * z^2 + b_1 * z + b_2}{z^2 - a_1 * z} = \frac{b_0 + b_1 * z^{-1} + b_2 * z^{-2}}{1 - a_1 * z^{-1}} = \frac{Y}{X} \tag{3.8}$$

$$(b_0 + b_1 * z^{-1} + b_2 * z^{-2}) * X = Y - a_1 * z^{-1} Y \tag{3.9}$$

Nach Y aufgelöst

$$Y = (b_0 + b_1 * z^{-1} + b_2 * z^{-2}) * X + a_1 * z^{-1} Y \tag{3.10}$$

Nun werden in die Werte $K = 3; T_N = 4; T_V = 1$ und $T_A = 0,5$ in die Koeffizientengleichungen eingesetzt. Man erhält:

$$b_0 = 9; b_1 = -14,625; b_2 = 6 \tag{3.11}$$

Diese werden nun in die Gleichung eingesetzt und der Struckturplan erstellt.

3.1 Darstellung als Strukturplan

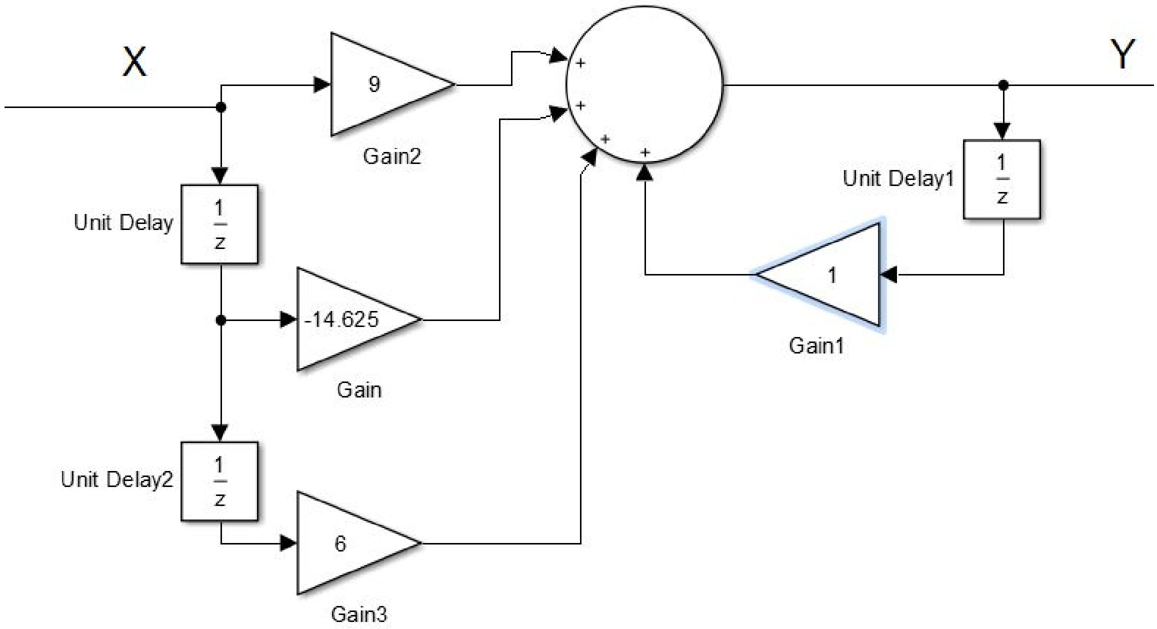

Abbildung 3.1: Struckturplan PID

3.2 Simulationsergebnisse

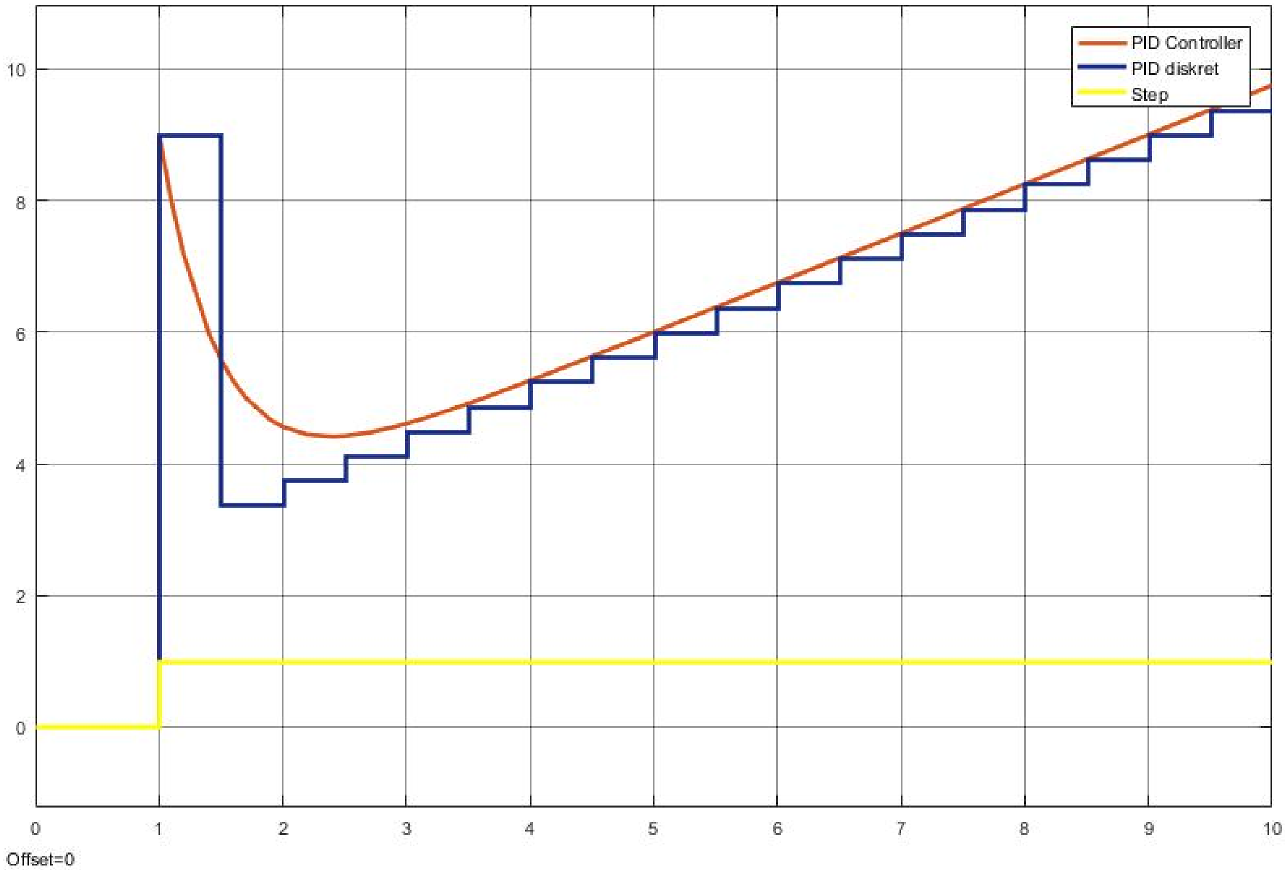

Abbildung 3.2: Sprungantwort des diskreten PID-Reglers

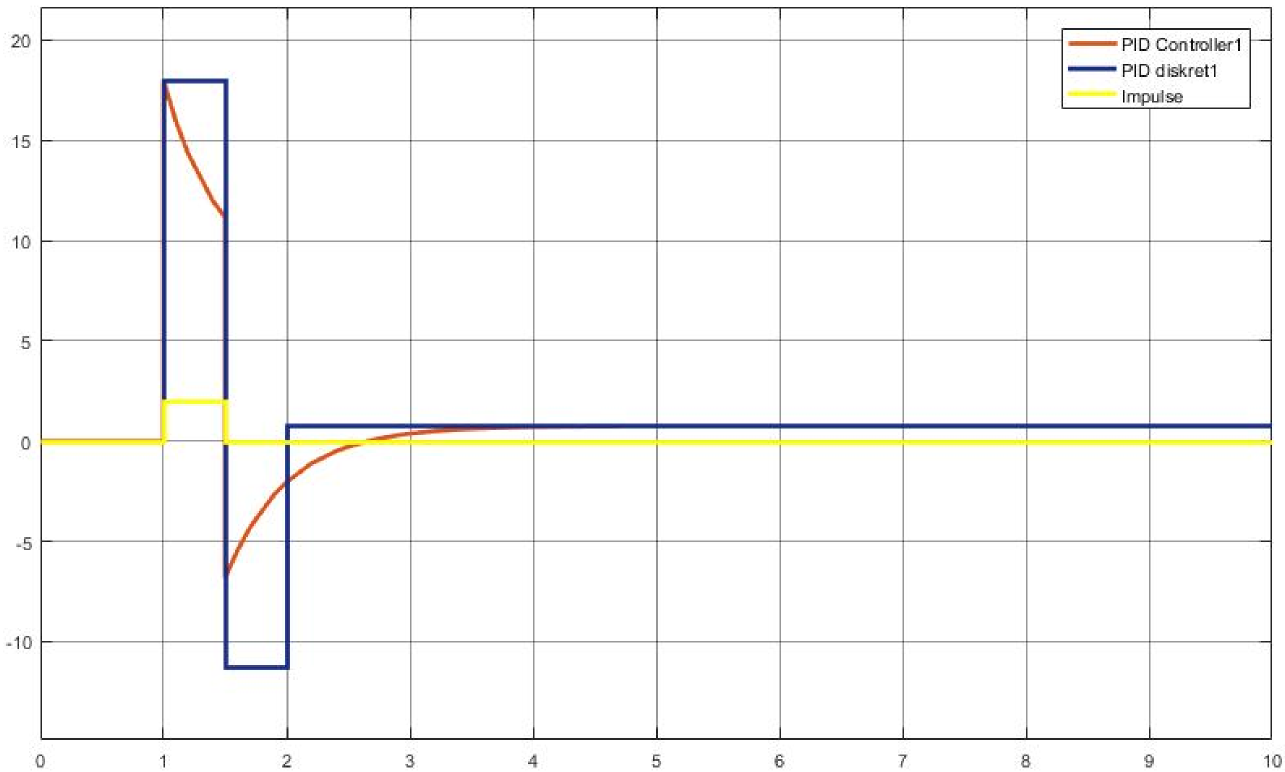

Abbildung 3.3: Impulseantwort des diskreten PID-Reglers

Kapitel 4

Gleitender Mittelwertbilder(FIR)

$$Y = \frac{1}{4}X * (1 + z^{-1} + z^{-2} + z^{-3}) \tag{4.1}$$

4.1 Darstellung als Strukturplan

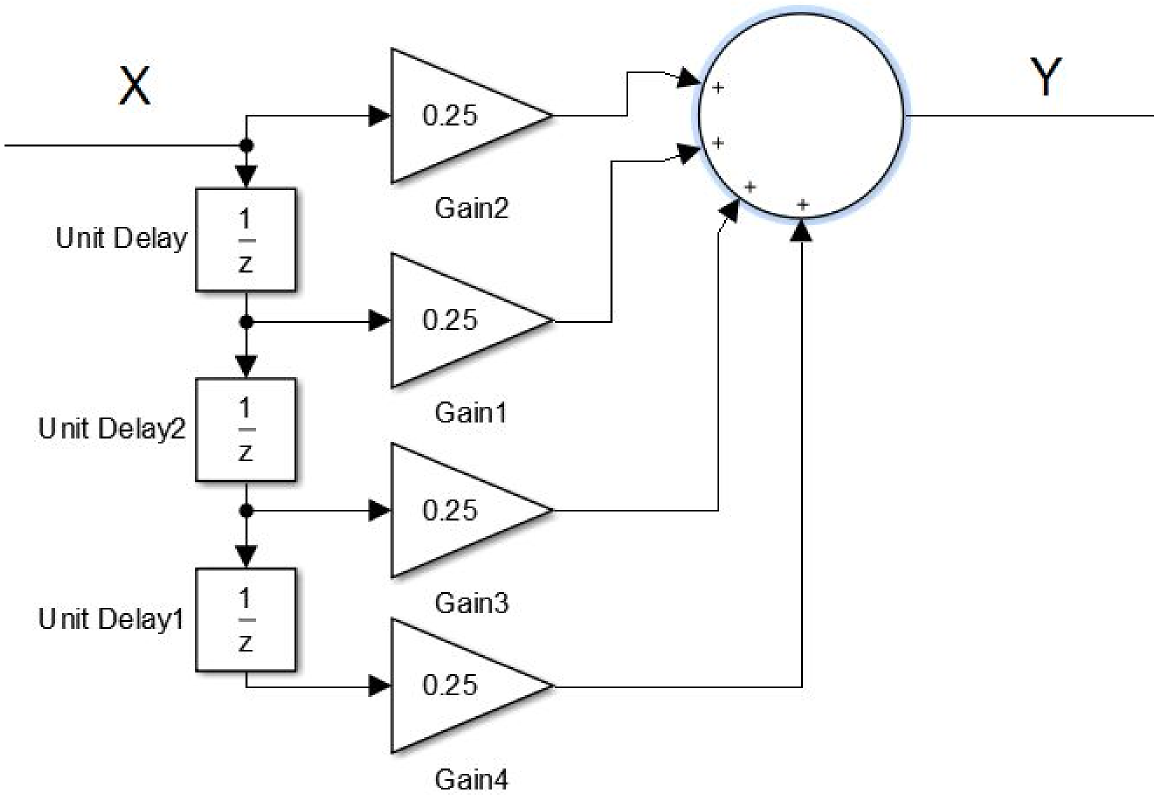

Abbildung 4.1: Struckturplan FIR

4.2 Simulationsergebnisse

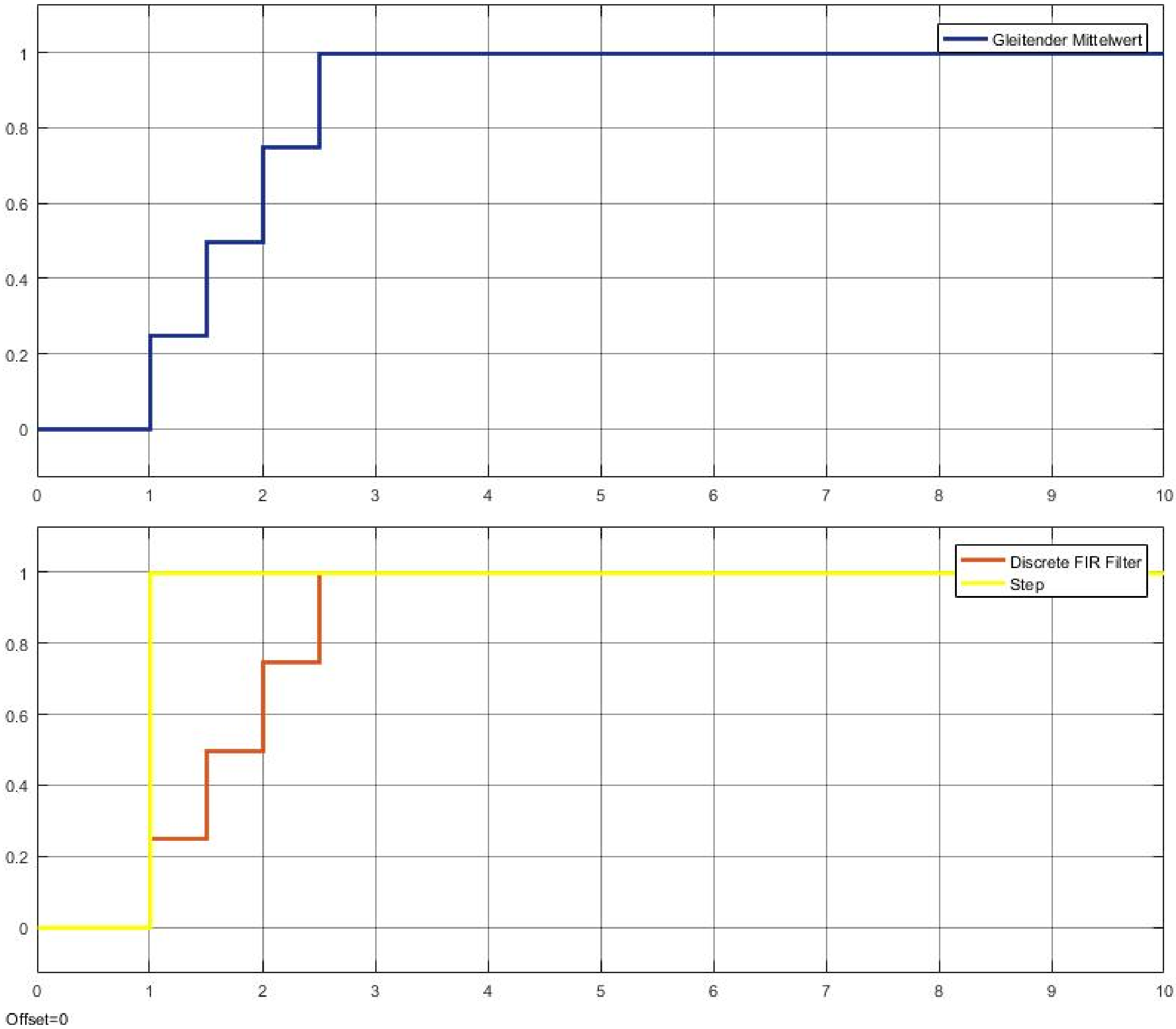

Abbildung 4.2: Sprungantwort des diskreten FIR-Filters

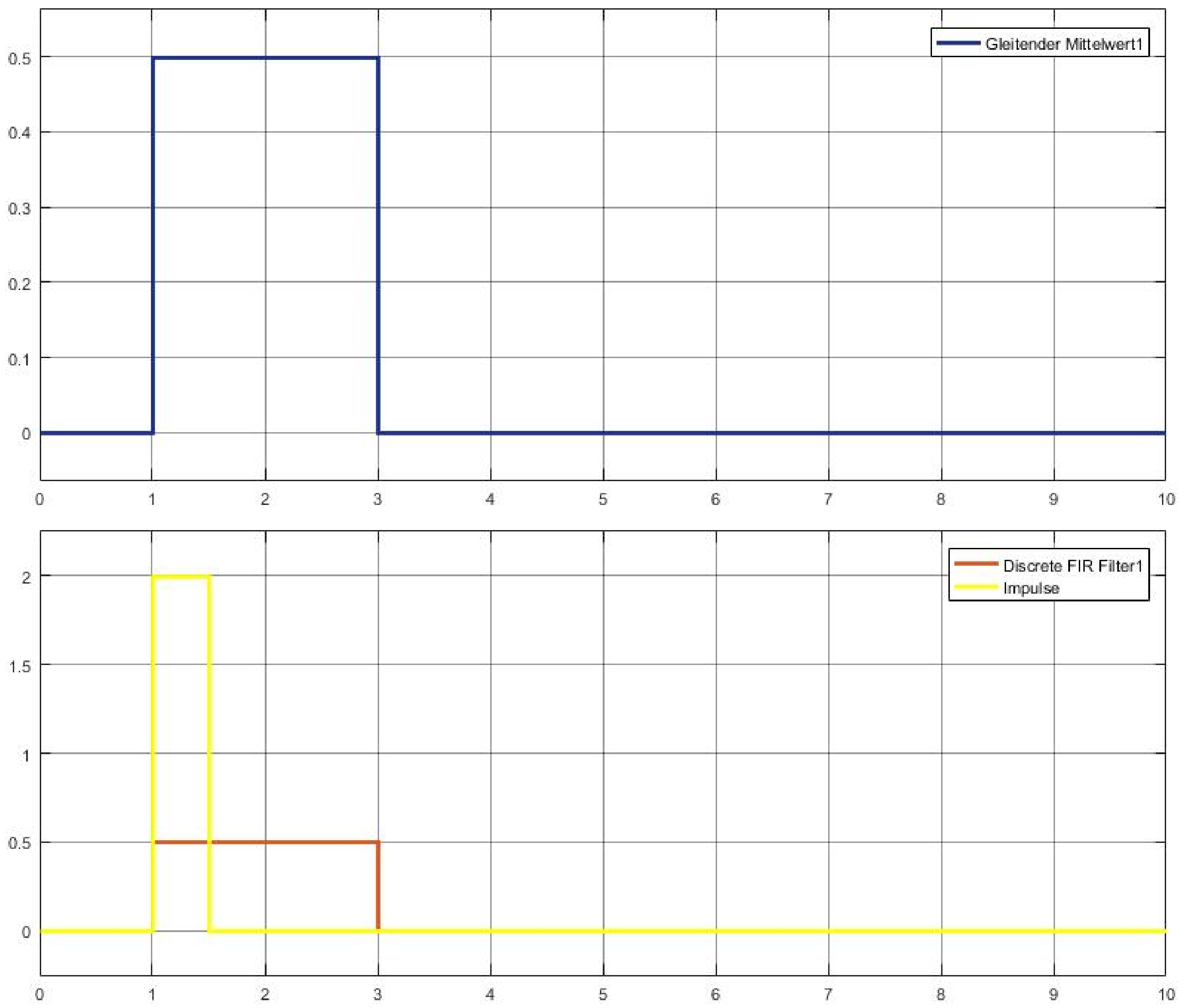

Abbildung 4.3: Impulseantwort des diskreten FIR-Filters