书本 52 页闭区间套定理和实数集是不可列集的证明。 我懂，但是我对于这两个东西的理解还是非常迷糊的 我不知道怎么形容这个感觉。我觉得自己需要更加高维的角度来看待这个问题 我不知道该怎么对这个问题提出质疑，我总是认为这个证明缺少了某些省略了但是非常重要的条件。 (这个现象正常吗？)

《数学分析》 定义 5.1.2 p146 页 有关于凹凸函数的定义。 我直接抄下来吧 设函数$f(x)$ 在区间 I 上定义， 若对 I 中的任意两点x_1和x_2 和任意$\lambda \in (0,1)$,都有

$$f(\lambda x_1 + (1-\lambda)x_2) \leqslant \lambda f(x_1) + (1-\lambda) f(x_2)$$

则称 $f(x)$ 是 I 上的下凸函数。 若不等号严格成立，则称$f(x)$ 在 I 上是严格下凸函数。 类似地可以给出上凸函数和严格上凸函数的定义。

开区间的凸函数在定义域内一定连续 这个是可以证明的，以下凸函数为例,我现在直接证明
令$f(x_0) < \lim\limits_{x \to x_0} f(x)$ 我们这里直接令左右极限存在且相等 这样我们可以取一个点$a < x_0$ 不妨令$\lambda = 0.5$
$f(\lambda a + (1-\lambda)x_0) = f(0.5a + 0.5x_0)$ 这里如果$a \to x_0$ 那么 $f(0.5a + 0.5x_0) = \lim\limits_{x \to x_0^-} f(x)$ 而 $\lambda f(a) + (1-\lambda) f(x_0) = 0.5 f(a) + 0.5 f(x_0)$ 这个值显然是小于左极限的 和定义矛盾 如果 $f(x_0) > \lim\limits_{x \to x_0} f(x)$
这个更加好证明了，具体找两个点a, b使$\lambda a + (1-\lambda) b = x_0$ 让$f(a), f(b)$ 都小于 $f(x_0)$ 就好了 这样就和定义矛盾了 所以可以得到函数值一定不会大于或者小于左右极限，那么只能是等于了 所以我们可以说凸函数一定连续。 不过是开区间内，闭区间的那两个端点可以不连续依然满足定义。
可以证明，开区间的凸函数如果有不可微的点，只能是左右导数不相等。不可能是跳跃或者别的。
都证明函数一定连续了，那还说啥呢，只能是这个情况了

《数学分析》 例 3.2.7 p78 页 Riemann 函数 这个是我发现总是用到这个东西，所以这个要看 这个函数特殊在，他的左右极限都是存在且相等，都为 0,但是函数值会由于其是否是有理数而不同从而导致连续性的区别

《数学分析》 例 3.4.6 p97 页 Cantor 定理 这个还挺有意思的，花时间看看