p13 思考题

1. 设 $f:\boldsymbol{R}\to\boldsymbol{R}$,记$f_1(x)=f(x),f_n(x)=f(f_{n-1}(x))(n=2,3,\cdots)$.若存在$n_0$,使得$f_{n_0}(x)=x$,则$f$ 是$\boldsymbol{R}$到$f(\boldsymbol{R})$ 上的一一映射

证明： 要证明一一映射，就得证明单射和满射

单射：如果不单射，则存在 $x_1\neq x_2$ 使得 $f_n(x_1)=f_n(x_2)$

当 $n > n_0$ 时

$$f(x_1)=x_1$$

$$f(x_2)=x_2$$

而这与不单射冲突，所以单射

满射：即证明 f(x) 可以映射回 x

$\because f_{n_0}(x)=f_{n_0}\left(f_{n_0-1}(x)\right)$

令$f_{n_0-1}(x)=y$

则$f_{n_0}(y)=x$

所以满射

2. 可数和不可数

3. 先证明单射

1.15 对等关系

$A\sim B \Rightarrow ?\ A\bigcup C\sim B\bigcup C$

only if $C\cap A=\varnothing\wedge C\cap B=\varnothing$

$A\sim B \Rightarrow ?\ A\bigcap C\sim B\bigcap C$

p17

3. 若$A\subset B$且$A\sim(A\bigcup C)$,试证明$B\sim(B\bigcup C)$.

$B\bigcup C=B\bigcup(C\setminus B)$

$B=A\bigcup(B\setminus A)$

$A\bigcup C=A\bigcup(A\setminus C)$

$\therefore B\bigcup C=A\bigcup(B\setminus A)\bigcup C\setminus B$

$\because B\bigcup C=(B\setminus A)\bigcup A\bigcup C\setminus B$

$\because C\setminus B$

可数和可列是同一件事