

국민대학교 기계공학부

전기전자공학, 2023년 1학기

과제 #1

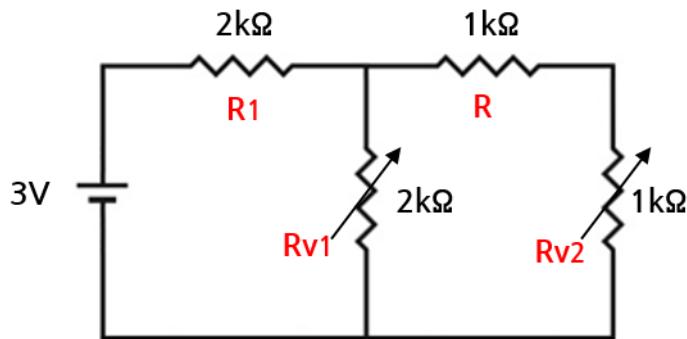
2023년 4월 6일 오후 11시 59분까지

(풀이 과정이 채점의 기준이 됩니다.)

(주의 : 제출 답안이 모범 답안과 너무 유사하면 감점)

문제 1 (합성 저항)

배터리를 기준으로 회로가 가지는 전체 합성 저항과, 저항 R 이 받게 되는 전압 및 전류의 별위를 계산하시오.



가변저항을 포함한 우측 병렬 회로의 합성저항(R_2)을 식으로 표현해보면 다음과 같다.

$$R_2 = R_{v1} \parallel (1k\Omega + R_{v2}\Omega) = \frac{R_{v1} \cdot (1k + R_{v2})\Omega}{R_{v1} + (1k + R_{v2})\Omega}$$

따라서 전체 합성저항은 $2k\Omega$ 저항(R_1 로 둠)과 우측 병렬 회로의 직렬연결의 저항이므로, 식으로 표현하면 아래와 같다.

$$R = R_1 + R_2 = 2k\Omega + \frac{R_{v1} \cdot (1k + R_{v2})\Omega}{R_{v1} + (1k + R_{v2})\Omega}$$

가변저항은 2개(R_{v1} , R_{v2})가 있으므로, 각각 변화하는 경우를 따져야 한다. 가변저항의 구간에서 모든 지점을 계산하는 것은 힘들기 때문에, 대략 3점의 수치를 특정해서 살펴본다.

우선 $R_{v1} = 0\Omega$ 이고 R_{v2} 가 0Ω , $0.5k\Omega$, $1k\Omega$ 일 때를 가정해서 전체 합성저항을 구해보면,

$$R(R_{v1} = 0\Omega, R_{v2} = 0\Omega) = 2k\Omega + \frac{0\Omega \cdot (1k + 0)\Omega}{0\Omega + (1k + 0)\Omega} = 2k\Omega$$

$$R(R_{v1} = 0\Omega, R_{v2} = 0.5k\Omega) = 2k\Omega + \frac{0\Omega \cdot (1k + 0.5)\Omega}{0\Omega + (1k + 0.5)\Omega} = 2k\Omega$$

$$R(R_{v1} = 0\Omega, R_{v2} = 1k\Omega) = 2k\Omega + \frac{0\Omega \cdot (1k + 1k)\Omega}{0\Omega + (1k + 1k)\Omega} = 2k\Omega$$

다음 경우, $R_{v1} = 1k\Omega$ 이고 R_{v2} 가 $0\Omega, 0.5k\Omega, 1k\Omega$ 일 때를 가정해서 전체 합성저항을 구해보면,

$$R(R_{v1} = 1k\Omega, R_{v2} = 0\Omega) = 2k\Omega + \frac{1k\Omega \cdot (1k + 0)\Omega}{1k\Omega + (1k + 0)\Omega} = 2.5k\Omega$$

$$R(R_{v1} = 1k\Omega, R_{v2} = 0.5k\Omega) = 2k\Omega + \frac{1k\Omega \cdot (1k + 0.5)\Omega}{1k\Omega + (1k + 0.5)\Omega} = 2.6k\Omega$$

$$R(R_{v1} = 1k\Omega, R_{v2} = 1k\Omega) = 2k\Omega + \frac{1k\Omega \cdot (1k + 1k)\Omega}{1k\Omega + (1k + 1k)\Omega} = 2.67k\Omega$$

다음 경우, $R_{v1} = 2k\Omega$ 이고 R_{v2} 가 $0\Omega, 0.5k\Omega, 1k\Omega$ 일 때를 가정해서 전체 합성저항을 구해보면,

$$R(R_{v1} = 2k\Omega, R_{v2} = 0\Omega) = 2k\Omega + \frac{2k\Omega \cdot (1k + 0)\Omega}{2k\Omega + (1k + 0)\Omega} = 2.67k\Omega$$

$$R(R_{v1} = 2k\Omega, R_{v2} = 0.5k\Omega) = 2k\Omega + \frac{2k\Omega \cdot (1k + 0.5)\Omega}{2k\Omega + (1k + 0.5)\Omega} = 2.86k\Omega$$

$$R(R_{v1} = 2k\Omega, R_{v2} = 1k\Omega) = 2k\Omega + \frac{2k\Omega \cdot (1k + 1k)\Omega}{2k\Omega + (1k + 1k)\Omega} = 3k\Omega$$

따라서 전체 합성저항은 가변저항 각각의 저항이 증가하면 함께 증가한다는 사실을 유추할 수 있다. 따라서 전체 합성저항의 범위는

$$2k\Omega \leq R \leq 3k\Omega$$

전체 회로에서 전압은 좌측 $2k\Omega$ 저항(위에서 R_1 로 둠)과 우측 나머지 병렬 회로에 의해 나뉘어 진다고 할 수 있다. 우측 병렬회로의 저항값(위에서 R_2 로 둠)을 이용해, 전압 분배법칙으로 구하면 다음과 같다. (이때의 전압을 V_2 로 둔다. V_s 는 전원의 전압으로 문제에서 3V임.)

$$V_2 = V_s \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = V_s \cdot \frac{\frac{R_{v1} \cdot (1k + R_{v2})\Omega}{R_{v1} + (1k + R_{v2})\Omega}}{\frac{2k\Omega + \frac{R_{v1} \cdot (1k + R_{v2})\Omega}{R_{v1} + (1k + R_{v2})\Omega}}{R_{v1} + (1k + R_{v2})\Omega}} = V_s \cdot \frac{\{R_{v1} \cdot (1k + R_{v2})\}}{2k\{R_{v1} + (1k + R_{v2})\} + \{R_{v1} \cdot (1k + R_{v2})\}}$$

R 이 받는 전압은 $1k\Omega$ 저항과 직렬연결 된 가변저항(R_{v2})가 나누어 받으므로, 전압 분배법칙에 의해 계산이 가능하다. 즉,

$$V_R = V_2 \frac{R}{1k\Omega + R_{v2}} = \left(V_s \cdot \frac{\{R_{v1} \cdot (1k + R_{v2})\}}{2k\{R_{v1} + (1k + R_{v2})\} + \{R_{v1} \cdot (1k + R_{v2})\}} \right) \left(\frac{R}{1k\Omega + R_{v2}} \right)$$

R 이 받는 전압을 경우에 따라 나타내어 보면,

	$R_{v2} = 0 \Omega$	$R_{v2} = 0.5 k\Omega$	$R_{v2} = 1 k\Omega$
$R_{v1} = 0 \Omega$	0 V	0 V	0 V
$R_{v1} = 1 k\Omega$	0.60 V	0.46 V	0.38 V
$R_{v1} = 2 k\Omega$	0.75 V	0.60 V	0.50 V

경향을 검토해 보면, R 이 받는 전압은 R_{v1} 이 증가할수록, R_{v2} 이 감소할수록 증가한다는 것을 알 수 있다. 따라서 R 이 받는 전압의 범위는

$$0V \leq V_R \leq 0.75V$$

저항 R 에서 걸리는 전압을 구했다면, 흐르는 전류는 옴의 법칙을 이용해서 간단히 계산할 수 있다.

$$I_R = \frac{V}{R} = \frac{\left(V_s \cdot \frac{\{R_{v1} \cdot (1k + R_{v2})\}}{2k\{R_{v1} + (1k + R_{v2})\} + \{R_{v1} \cdot (1k + R_{v2})\}} \right) \left(\frac{R_{v2}}{1k\Omega + R_{v2}} \right)}{1k\Omega}$$

R 이 받는 전류를 경우에 따라 나타내어 보면,

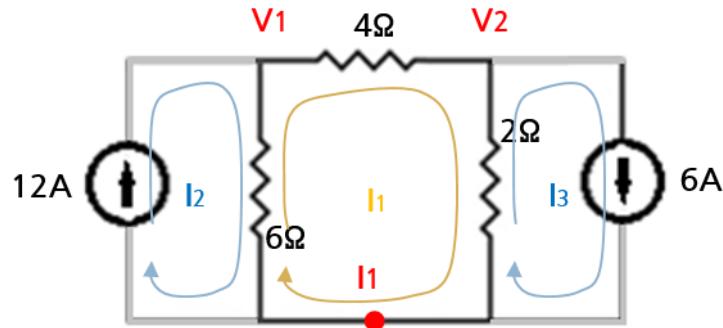
	$R_{v2} = 0 \Omega$	$R_{v2} = 0.5 k\Omega$	$R_{v2} = 1 k\Omega$
$R_{v1} = 0 \Omega$	0 A	0 A	0 A
$R_{v1} = 1 k\Omega$	0.60 mA	0.46 mA	0.38 mA
$R_{v1} = 2 k\Omega$	0.75 mA	0.60 mA	0.50 mA

경향을 검토해 보면, R 이 받는 전류는 전압의 경향과 일치하는데, R_{v1} 이 증가할수록, R_{v2} 이 감소할수록 증가한다는 것을 알 수 있다. 따라서 R 이 받는 전류의 범위는

$$0V \leq I_R \leq 0.75mA$$

문제 2 (키르히호프 법칙 응용)

다음 회로에서 (1) V_1 과 V_2 를 구하고, (2) 좌측 전류원 크기 12A를 6A로 줄일 때, 우측 전류원의 전류값을 바꾸어 I_1 의 값을 변화가 없도록 만들 수 있는지 고찰해보자.



(1) 전류원 및 주어진 정보에 의해 루프 전류 2개가 결정된다. 즉, $I_2 = 12A, I_3 = 6A$

따라서 키르히호프 법칙에 의해 가운데 루프(I_1)는 다음과 같이 계산될 수 있다.

$$-6(I_1 - I_2) - 4I_1 - 2(I_1 - I_3) = 0$$

따라서,

$$-6(I_1 - 12) - 4I_1 - 2(I_1 - 6) = 0 \rightarrow -6I_1 + 72 - 4I_1 - 2I_1 + 12 = 0 \rightarrow I_1 = 7A$$

이다. 루프 전류와 옴의 법칙을 이용하여 V1과 V2를 계산하면 다음과 같다.

$$V_1 = I_L R_6 = (I_2 - I_1) R_6 = (12 - 7) \cdot 6 = 30V$$

$$V_2 = I_R R_1 = (I_1 - I_3) R_2 = (7 - 6) \cdot 2 = 2V$$

(2) 키르히호프 법칙에 의해 처음 정의된 식, 즉

$$-6(I_1 - I_2) - 4I_1 - 2(I_1 - I_3) = 0$$

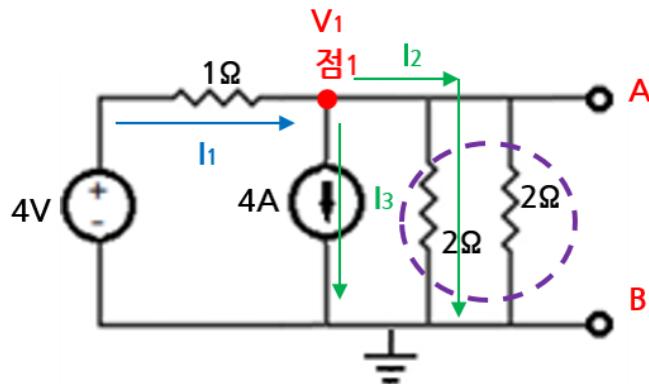
에서 좌측 전류원이 6A 되면 $I_2 = 6$ 으로 대입한다. 가운데 루프(I_1)는 앞선 계산 결과와 같이 7A으로 고정되어 있으므로, 우측 전류원(I_3 , 즉 우측 루프)을 계산하면 된다. 즉,

$$-6(7 - 6) - 4 \cdot 7 - 2(7 - I_3) = 0$$

에서 I_3 을 구하면 24A 이 된다. 즉 24A의 전류원으로 교체하면 된다.

문제 3 (테브난, 노턴의 정리)

다음 회로의 테브난 및 노턴 등가회로를 구하려고 한다. (1) 점1에서 전압을 KCL과 기초 계산법을 이용해서 구하시오. (2) 점1의 전압이 터미널 A와 B사이의 전압인 등가전압과 같은 이유를 설명하시오. (3) 터미널 A와 B에서 측정되는 전체 합성 저항(즉, 등가저항)을 구하시오. (4) 이를 이용하여 테브난 등가회로와 노턴 등가회로를 각각 그리시오.



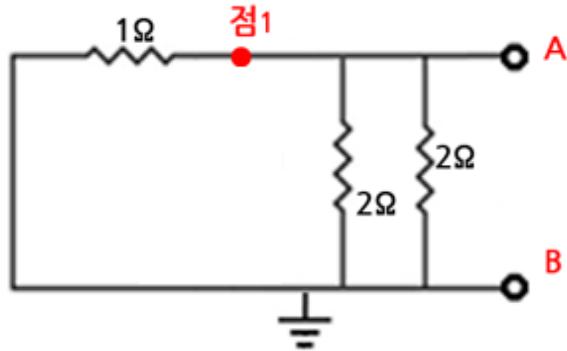
(1) KCL은 키르히호프 전류 법칙으로, 이를 이용하면 루프 전류를 구할 필요는 없다. 점1의 전압을 V_1 로 두고, 점1을 기준으로 KCL 관계를 살펴보면

$$I_1 = I_2 + I_3 \rightarrow \frac{4V - V_1}{1\Omega} = \frac{V_1}{(2 \parallel 2)\Omega} + 4A \rightarrow 4A - V_1/\Omega = V_1/\Omega + 4A \rightarrow V_1 = 0V$$

즉, 점1의 전압은 0V이다.

(2) 점1 지점과 A까지 회로는 이론상 저항이 없는 도선이기 때문에 전압강하가 없다. 따라서 점1과 점A는 전압이 같다. 점B는 접지되어 있는 곳과 전압 차이가 없기 때문에 접지 되었다고 할 수 있다. 따라서 점1과 접지 사이의 전압은 AB 사이의 전압인 등가전압과 같다.

(3) 회로의 등가저항은 터미널 A와 B 사이에서 실제로 측정되는 저항값과 같으므로, A와 B 사이의 합성저항을 구하면 된다. 또한 전압원과 전류원이 존재하는 경우, 전압원은 단락(short), 전류원은 개방(open) 시키고 계산하면 된다. 따라서 아래 그림과 같은 회로가 된다고 생각할 수 있다.



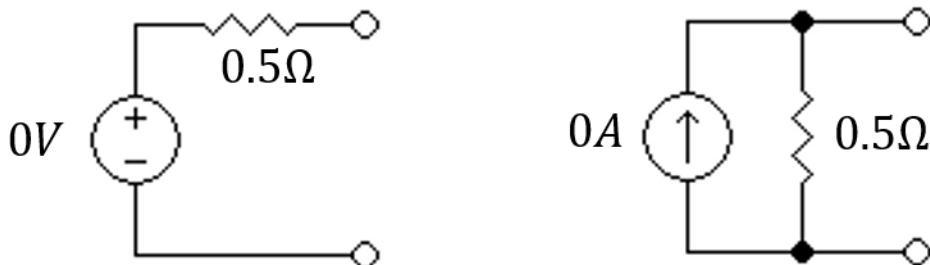
A와 B를 기준으로 합성저항을 계산하기 때문에, 1Ω 저항과 2Ω 저항 두 개, 모든 저항이 병렬 연결 되었다. (2Ω 두 개 병렬, 1Ω 과 직렬 연결 된 것이 아님) 따라서 합성저항은

$$R = 1\Omega \parallel (2\Omega \parallel 2\Omega) = 1\Omega \parallel 1\Omega = 0.5\Omega$$

(4) 등가전압과 등가저항을 얻었으니, 등가전류를 계산할 수 있다. 등가전류는

$$V_{th} = I_{no}R_{th} \rightarrow I_{no} = \frac{V_{th}}{R_{th}} = \frac{0V}{0.5\Omega} = 0A$$

따라서 테브난 등가회로와 노턴 등가회로는 각각 아래 그림과 같다.



이 경우는 전원이 없는 것이 아니고 등가회로 정리 이전 원래 회로의 내부에는 전류가 흐르고 있다. 다만, 등가회로 외부에 연결된 기기의 입장에서는 등가회로 내부의 전원 영향을 받지 않는다 또는 전원을 공급받지 못한다고 이해할 수 있다.

- 수고 하셨습니다. -