



# 数字图像处理 Digital Image Processing

## 第05章 空域滤波

张朝晖  
河北师范大学  
2020年10月

### 主要内容

#### 5.1 空间滤波基础

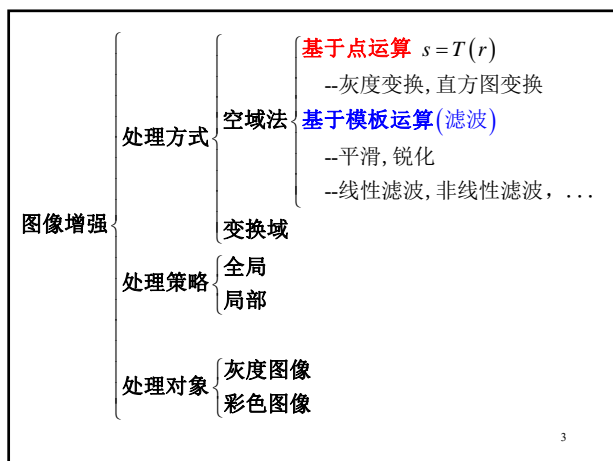
#### 5.2 平滑空间滤波器

#### 5.3 锐化空间滤波器

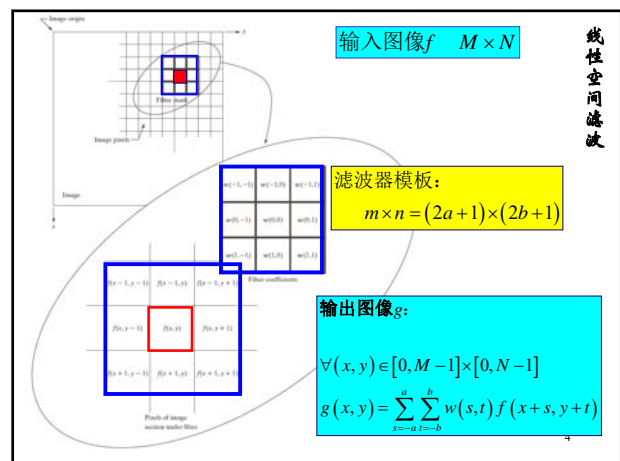
#### 5.4 混合空间增强法

对应于教材第3章后半部分

2



3



### 空域线性滤波基本步骤:

(1) 定义  $m$  行  $n$  列的滤波器模板  $w$

(2) 将模板在  $M$  行  $N$  列的输入图像中运行、逐列移动:

- 模板中心与图像中任意像素位置  $(x, y)$  重合;
- 模板  $w$  各元素值与图像对应位置像素值相乘、求和。

即为线性滤波器模板在该位置  $(x, y)$  的输出响应。

### 空域非线性滤波:

- 需明确滤波器模板大小、形状;
- 明确滤波器模板覆盖的图像数据的 **具体操作**。

5

### 空域滤波作用的基本分类:

(1) 图像平滑

抑制噪声(附加噪声、椒盐噪声等)  
模糊图像中灰度变化的区域

(2) 图像锐化

增强图像边缘、其它灰度突变部分  
弱化灰度缓变区域

6

## 主要内容

### 5.1 空间滤波基础

### 5.2 平滑空间滤波器

线性平滑、非线性平滑;  
图像上、下、左、右边界部分的处理;  
滤波器模板尺寸对滤波效果的影响

### 5.3 锐化空间滤波器

### 5.4 混合空间增强法

7

## 0.平滑滤波器的引入

### (1) 图像平滑的意义

任何一幅数字图像，在形成、传输、接收和处理过程中，会受到各种**噪声**的干扰（热噪声、量化噪声等）。

**噪声**使图像质量下降，对图像分析不利。

为改善图像质量，所进行的**噪声抑制（或：消除）**称**图像平滑或滤波**。

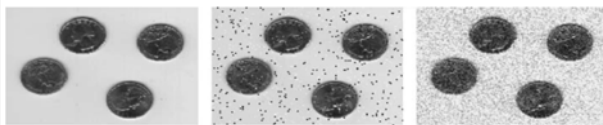
8

## (2) 平滑处理分类

由于噪声源众多，噪声类型复杂（加性噪声、乘性噪声、量化噪声等），平滑策略也有所不同。

平滑处理方式可以是：

空间域 { 线性平滑滤波  
均值滤波，高斯滤波，...  
非线性平滑滤波  
中值滤波，最大值滤波，...  
自适应平滑



## 1.线性(局部、邻域)平滑滤波器

### > 一幅观测图像

观测信号=有用信号+噪声信号

假设：

图像是由许多灰度恒定的小块组成；

相邻像素间存在很高的**空间相关性**，而噪声则是**统计独立的**。

### > 邻域平均法：邻域的**形状**、**邻域大小**

以某像素**特定形状、大小邻域**内各像素的灰度**加权平均值**代替该像素原来的灰度值，实现图像的平滑。

10

## (1) 均值滤波器(mean filter)

$M$ 行 $\times N$ 列的数字图像

$f$  -- 滤波前，输入图像  
 $g$  -- 滤波后，输出图像

$m$ 行 $\times n$ 列的**矩形**滤波器模板 $w$

$\begin{cases} m = 2a + 1 \\ n = 2b + 1 \end{cases}$

$f$ 中以 $(x, y)$ 为中心的 **$m$ 行 $\times n$ 列**邻域为 $S_{xy}$

$\forall (x, y) \in [0, M-1] \times [0, N-1]$

**矩形模板**  $g(x, y) = \frac{1}{mn} \sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b f(x+s, y+t)$

**其它形状**  $g(x, y) = \frac{1}{\#S_{xy}} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} f(s, t)$

$$\frac{1}{9} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{5} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

A. 算数均值滤波器  $g(x, y) = \frac{1}{\#S_{xy}} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} f(s, t)$

B. 几何均值滤波器  $g(x, y) = \left[ \prod_{(s,t) \in S_{xy}} (f(s, t) + 1) \right]^{\frac{1}{mn}} - 1$

C. 谐波(或：调和)均值滤波器  $g(x, y) = \frac{\#S_{xy}}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} \frac{1}{f(s, t)}}$

### D. Q阶逆谐波(或：逆调和)均值滤波器

$$g(x, y) = \frac{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} [f(s, t)]^{Q+1}}{\sum_{(s,t) \in S_{xy}} [f(s, t)]^Q}$$

见p.203-205

(2)加权平均滤波器

$M$ 行 $\times N$ 列的数字图像

$\begin{cases} f--\text{滤波前, 输入图像} \\ g--\text{滤波后, 输出图像} \end{cases}$

$m$ 行 $\times n$ 列滤波器模板 $w$ , 元素 $w(s,t)$   
 $\begin{cases} m=2a+1 \\ n=2b+1 \end{cases} \quad \begin{cases} s=-a,\dots,0,\dots,a \\ n=-b,\dots,0,\dots,b \end{cases}$

$\forall (x,y) \in [0,M-1] \times [0,N-1]$   
$$g(x,y) = \frac{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s,t) f(x+s,y+t)}{\sum_{s=-a}^a \sum_{t=-b}^b w(s,t)}$$

滤波器模板不同位置的元素值不同:  
➢ 越靠近模板中心, 相应元素值越大;  
模板中心权值最大。  
➢ 越远离中心, 元素值越小。

$\frac{1}{8} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$

$\frac{1}{10} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$

$\frac{1}{16} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$

原始图像及  
不同类型噪声污染结果

14

输入图像及其不同程度椒盐噪声污染结果

椒盐噪声0.1

椒盐噪声0.5

椒盐噪声0.8

原图像及不同均值、方差的高斯白噪声污染结果

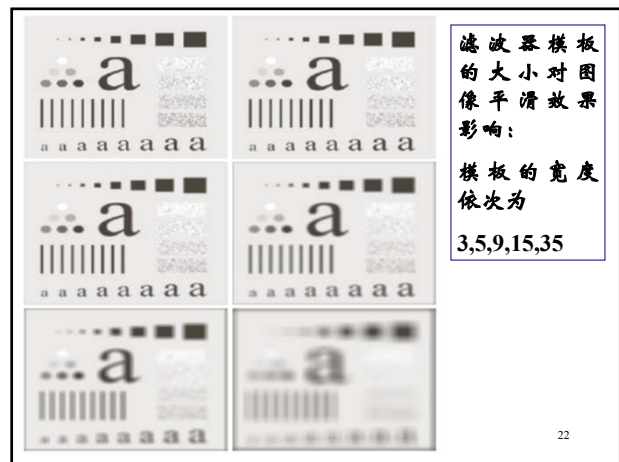
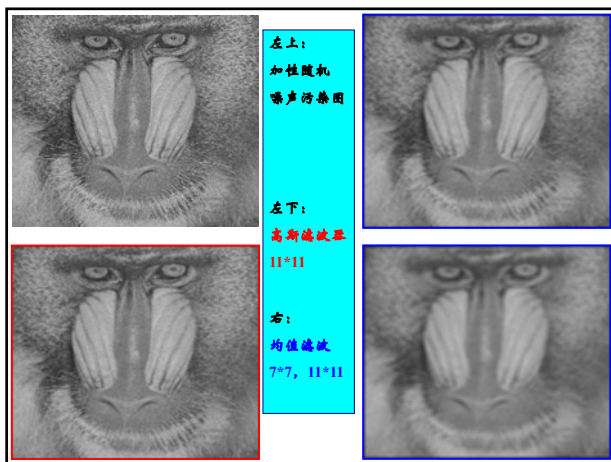
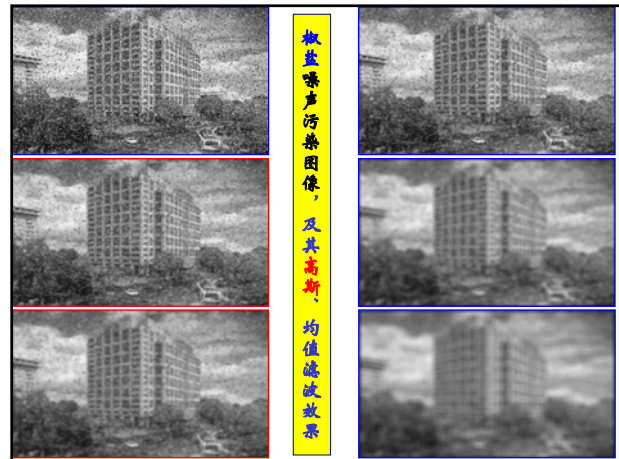
输入图像及其附加性均匀随机噪声污染

输入图像及其附加性均匀随机噪声污染

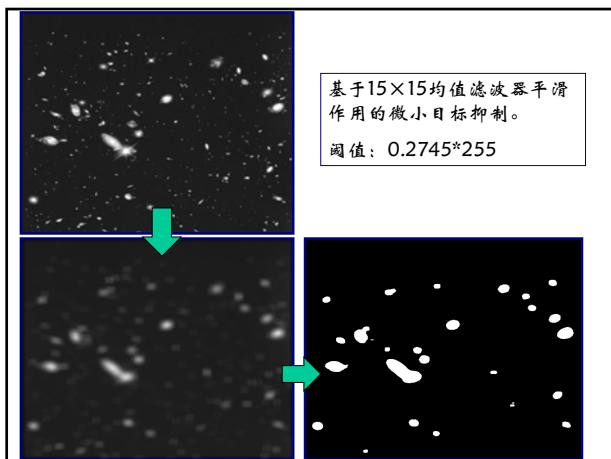
3

### 噪声污染图像的滤波效果

19



22



### 线性滤波器的滤波特点

- 弱化了图像中灰度的“尖锐”变化, 使图像灰度分布更平坦, 可消除或抑制图像噪声。
- 噪声和边缘都表现为图像中的灰度变化剧烈的区域, 平滑噪声的时候同时也模糊了边缘, 视觉失真。
- 同种类型平滑滤波器, 模板尺寸越大, 对噪声的抑制作用越强, 但边缘模糊的负效应也越强。
- 线性运算会引入新的灰度取值, 可用于“伪轮廓效应”的平滑处理。

24



## 2.统计排序滤波器(Rank Filter,属非线性滤波器) P.96, P.205-207

➤ 滤波器输出响应：基于滤波器模板所覆盖图像像素值排序；  
滤波过程不会引入新的灰度值。

➤ 常见有：

中值滤波器 Median Filter

最小值滤波器 Min Filter

最大值滤波器 Max Filter

中点滤波器 Midpoint Filter

带有Alpha-截断的均值滤波器

Alpha-trimmed Mean Filter

➤ 滤波效果与模板形状、模板大小有关。

25

设 $M$ 行 $\times N$ 列的数字图像  $\begin{cases} f -- \text{滤波前, 输入图像} \\ g -- \text{滤波后, 输出图像} \end{cases}$

$m$ 行 $\times n$ 列的滤波器模板 $w$   $m = 2a + 1$   $n = 2b + 1$

输入图像 $f$ 中以 $(x, y)$ 为中心的 $m$ 行 $\times n$ 列邻域为 $S_{xy}$

对于 $\forall (x, y) \in [0, M-1] \times [0, N-1]$ , 有:

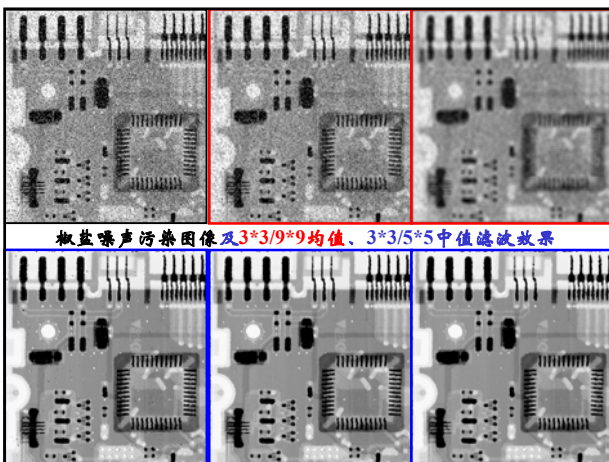
(1) 中值滤波器  $g(x, y) = \text{median}_{(s,t) \in S_{xy}} \{f(s, t)\}$  滤波

(2) 最小值滤波器  $g(x, y) = \min_{(s,t) \in S_{xy}} \{f(s, t)\}$  局部暗点

(3) 最大值滤波器  $g(x, y) = \max_{(s,t) \in S_{xy}} \{f(s, t)\}$  局部亮点

(4) 中点滤波器  $g(x, y) = \frac{1}{2} \left[ \max_{(s,t) \in S_{xy}} \{f(s, t)\} + \min_{(s,t) \in S_{xy}} \{f(s, t)\} \right]$

(5) 带 $\alpha$ -截断的均值滤波器  $g(x, y) = \frac{1}{mn-d} \sum_{(s,t) \in S_{xy}} f_r(s, t)$



椒盐噪声污染图像及3\*3/9\*9均值、3\*3/5\*5中值滤波效果



原始图像及最小、最大值滤波，最大-最小图像锐化

### 滤波器的模板：形状+大小

滤波效果与模板形状、大小有关。

不同图像内容、应用，所适合的滤波窗口大小与形状也会有所不同。

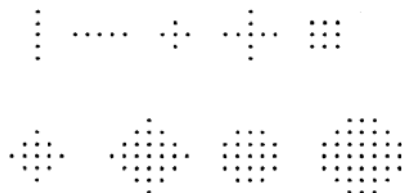
#### A. 二维滤波器模板形状

线状、方形、

十字形、

圆形、

菱形等



从以往的经验看：

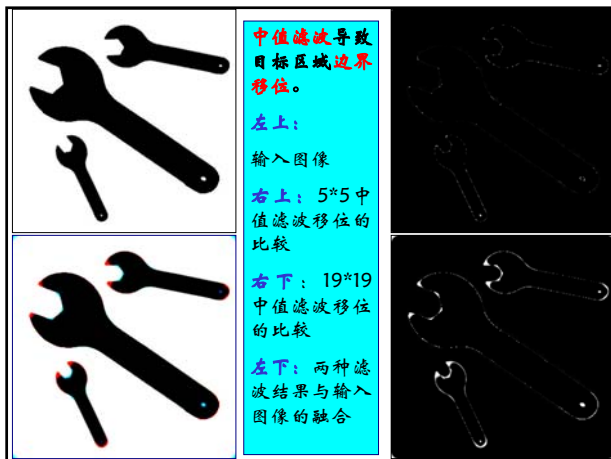
方形、圆形窗口适宜外轮廓线较长的目标图像；  
十字形窗口适宜尖顶角状的目标图像

#### B. 模板尺寸

一般先采用较小的模板，逐渐增大；  
直到滤波效果满意为止。

窗口大小不宜超过图像中最小有效目标尺寸。

30



### 中值滤波小结

- 可有效抑制脉冲噪声(如：椒盐噪声)；在去除图像噪声的同时，可较好保留图像边缘、结构等细节(优于均值滤波器)
- 不会引入新的灰度值，但会导致目标边界移位。
- 滤波效果与模板形状、模板大小有关。

32

### 3. 滤波运算时，图像上、下、左、右边界处理

设滤波器模板： $m$ 行 $\times$  $n$ 列 $= (2a+1)$ 行 $\times$  $(2b+1)$ 列

几种常见处理方式：

- (1) 保留输入图像的上下各 $a$ 行、左右各 $b$ 列不变；只处理其余部分。

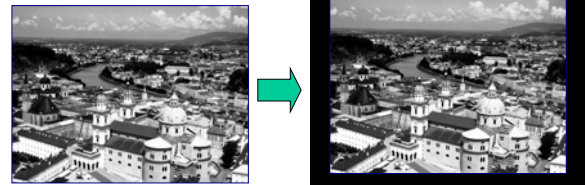


- (2) 对输入图像增加“0边界”或其他“常数边界”再处理。

例：“0边界”填充示意

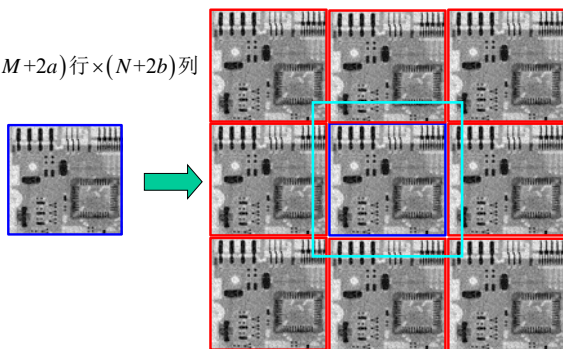
$M$ 行 $\times$  $N$ 列

$(M+2a)$ 行 $\times$  $(N+2b)$ 列



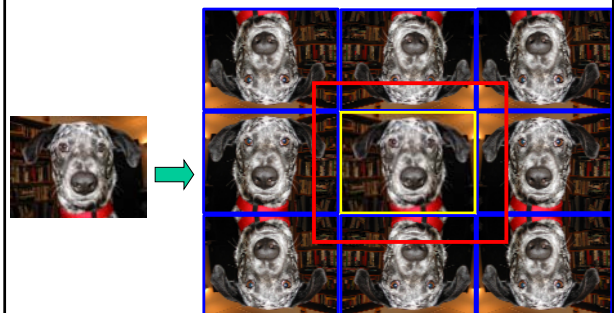
- (3) 对输入图像增加“周期边界”后再处理

$(M+2a)$ 行 $\times$  $(N+2b)$ 列



- (4) 对输入图像增加“镜像边界”后再处理

$(M+2a)$ 行 $\times$  $(N+2b)$ 列



36

## 主要内容

### 5.1 空间滤波基础

### 5.2 平滑空间滤波器

### 5.3 锐化空间滤波器

Sharpening Spatial Filters

空域锐化滤波目的、数学原理；  
常见锐化滤波器(一阶、二阶)模板

### 5.4 混合空间增强法

37

## 1. 基础

### 锐化目的

- 增强图像的边缘等结构细节，使模糊的图像清晰，改善图像质量；
- 突出图像目标轮廓，便于目标提取。

### 锐化用途

- 超声探测成像具有分辨率低、边缘模糊的特点，可借助锐化改善图像质量
- 图像识别的预处理：目标分割前的边缘增强、边缘提取
- 过度钝化、曝光不足的图像恢复
- 强化印刷电路板图像的细微层次，弥补扫描导致的图像钝化
- 尖端武器的目标识别、定位前的预处理

.....

38

## 1. 基础(续)

### 数学基础：

平滑(噪声抑制、边缘模糊) ← 灰度平均/求和 ← 积分

锐化(边缘突出、细节清晰) ← 灰度差值/差分 ← 微分

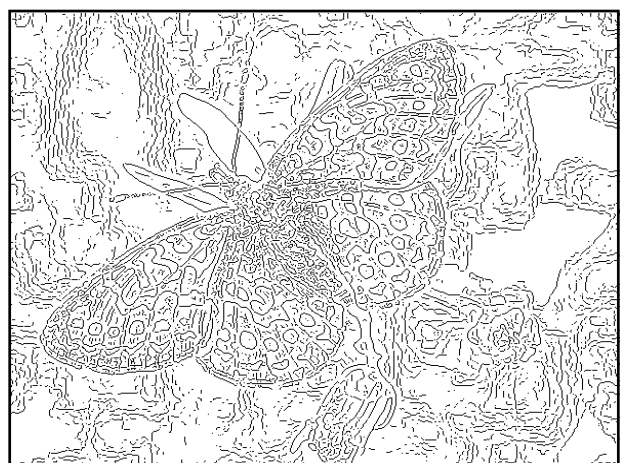
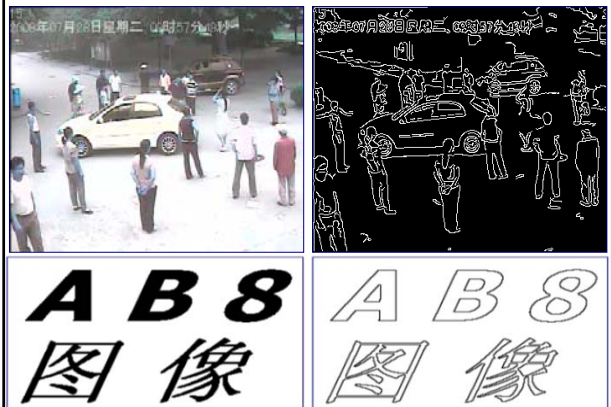
### ➢ 边缘/轮廓

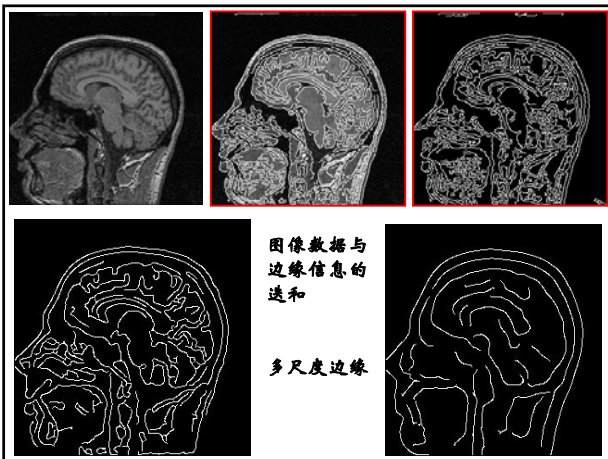
### ➢ 一阶微分与差分、模板

### ➢ 二阶微分与差分、模板

39

## (1) 边缘(edge)、轮廓(contour)





## (2) 一阶微分 / 差分

### 1维连续函数 $y = f(x)$

$$f'(x_0) = \frac{dy}{dx} \Big|_{x=x_0} = \begin{cases} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} & \text{前向微分} \\ \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} & \text{后向微分} \\ \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} & \text{中心微分} \end{cases}$$

### 1维离散信号 $y = f(x) \quad \Delta x = 1$

$$f'(x_0) \approx \begin{cases} f(x_0 + 1) - f(x_0) & \text{前向差分} \\ f(x_0) - f(x_0 - 1) & \text{后向差分} \\ \frac{f(x_0 + 1) - f(x_0 - 1)}{2} & \text{中心差分} \end{cases}$$

### 2维函数 $f(x,y)$ 的梯度 $\nabla f|_{(x_0,y_0)} = \left[ \frac{\partial f}{\partial x} \quad \frac{\partial f}{\partial y} \right]^T \Big|_{(x_0,y_0)}$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(x_0,y_0)} = \begin{cases} \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta x} & \text{前向一阶偏导数} \\ \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0, y_0) - f(x_0 - \Delta x, y_0)}{\Delta x} & \text{后向一阶偏导数} \\ \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0 - \Delta x, y_0)}{2\Delta x} & \text{中心一阶偏导数} \end{cases}$$

### 2维离散信号 $f(x,y) \quad \Delta x = 1 \quad \Delta y = 1$

$$\frac{\partial f}{\partial x} \Big|_{(x_0,y_0)} \approx \begin{cases} f(x_0 + 1, y_0) - f(x_0, y_0) & \text{前向差分} \\ f(x_0, y_0) - f(x_0 - 1, y_0) & \text{后向差分} \\ \frac{f(x_0 + 1, y_0) - f(x_0 - 1, y_0)}{2} & \text{中心差分} \end{cases}$$

$$\text{同理} \quad \frac{\partial f}{\partial y} \Big|_{(x_0,y_0)} \approx \begin{cases} f(x_0, y_0 + 1) - f(x_0, y_0) & \text{前向差分} \\ f(x_0, y_0) - f(x_0, y_0 - 1) & \text{后向差分} \\ \frac{f(x_0, y_0 + 1) - f(x_0, y_0 - 1)}{2} & \text{中心差分} \end{cases}$$

中心差分形式的梯度近似:

$$\nabla f|_{(x_0,y_0)} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix} \Big|_{(x_0,y_0)} \approx \begin{bmatrix} \frac{f(x_0 + 1, y_0) - f(x_0 - 1, y_0)}{2} \\ \frac{f(x_0, y_0 + 1) - f(x_0, y_0 - 1)}{2} \end{bmatrix}$$



## (3) 二阶(偏)导数与拉普拉斯算子

对于一维信号  $y = f(x)$ 

$$\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{x=x_0} = f''(x_0) = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f'(x_0 + \Delta x) - f'(x_0)}{\Delta x} \approx \frac{f'(x_0 + \Delta x) - f'(x_0)}{\Delta x}$$

$$\begin{cases} f'(x_0 + \Delta x) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \\ f'(x_0) \approx \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow f''(x_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta x))}{(\Delta x)^2} = f(x_0 + 1) - 2f(x_0) + f(x_0 - 1)$$

对于二维信号  $f(x, y)$ 

$$\left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{(x_0, y_0)} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f'(x_0 + \Delta x, y_0) - f'(x_0, y_0)}{\Delta x} \approx \frac{f'(x_0 + \Delta x, y_0) - f'(x_0, y_0)}{\Delta x}$$

$$\begin{cases} f'(x_0 + \Delta x, y_0) \approx \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta x} \\ f'(x_0, y_0) \approx \frac{f(x_0, y_0) - f(x_0 - \Delta x, y_0)}{\Delta x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{(x_0, y_0)} \approx \frac{f(x_0 + \Delta x, y_0) - 2f(x_0, y_0) + f(x_0 - \Delta x, y_0)}{(\Delta x)^2} = f(x_0 + 1, y_0) - 2f(x_0, y_0) + f(x_0 - 1, y_0)$$

同理有  $\left. \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right|_{(x_0, y_0)} \approx f(x_0, y_0 + 1) - 2f(x_0, y_0) + f(x_0, y_0 - 1)$

二维信号  $f(x, y)$  的拉普拉斯算子

$$\nabla^2 f = \Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

拉普拉斯算子为线性二阶微分算子，它具有旋转不变性，可以满足不同走向的图像边界锐化要求。

二维数字图像的拉普拉斯运算

$$\nabla^2 f(x_0, y_0) = \Delta f(x_0, y_0) = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) f(x_0, y_0) = \left. \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} \right|_{(x_0, y_0)} + \left. \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} \right|_{(x_0, y_0)}$$

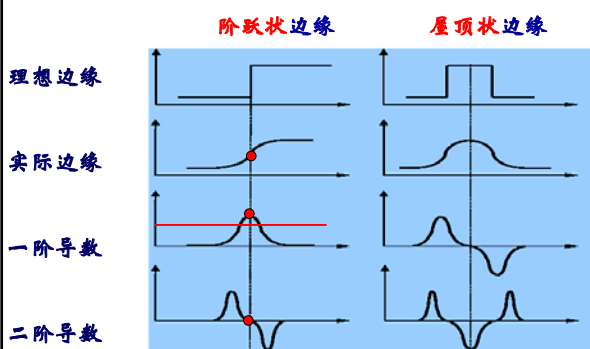
$$\approx f(x_0, y_0 + 1) + f(x_0, y_0 - 1) + f(x_0 + 1, y_0) + f(x_0 - 1, y_0) - 4f(x_0, y_0)$$

	$x_0 - 1, y_0$	
$x_0, y_0 - 1$	$x_0, y_0$	$x_0, y_0 + 1$
	$x_0 + 1, y_0$	

 $\rightarrow$ 

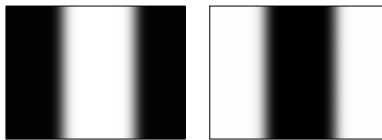
0	1	0
1	-4	1
0	1	0

## (4) 两种典型边缘处的一阶导数、二阶导数



图像的边缘及导数示例：

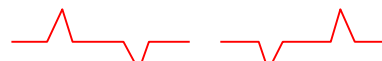
边缘图像



沿水平方向剖面图



一阶导数



二阶导数



## 2. 梯度锐化及典型滤波器模板

二维数字图像  $f$  在坐标  $(x, y)$  处的梯度 (gradient):

$$\nabla f \equiv \text{grad}(f) = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f}{\partial x} \\ \frac{\partial f}{\partial y} \end{bmatrix}$$

思考：

- (1) 如何计算一幅给定图像  $f$  的梯度幅值图像、梯度方向图像？
- (2) 如何可视化计算结果？

梯度幅值 (magnitude)  $M(x, y) = \text{mag}(\nabla f) = \|\nabla f\|$ 

$$\begin{cases} \|\nabla f(x, y)\|_2 = \sqrt{g_x^2 + g_y^2} \\ \|\nabla f(x, y)\|_1 = |g_x| + |g_y| \\ \|\nabla f(x, y)\|_\infty = \max\{|g_x|, |g_y|\} \end{cases}$$

梯度方向 (orientation)  $\theta(x, y) = \tan^{-1} \left( \frac{g_y}{g_x} \right)$

输入图像  $f$

**Roberts交叉梯度算子**

45°      135°

-1	0	0	-1
0	1	1	0

边缘定位准确，但对噪声敏感！

图像  $f$  在坐标  $(x,y)$  处的梯度  $\nabla f = \begin{bmatrix} g_{45} \\ g_{135} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_9 - z_5 \\ z_8 - z_6 \end{bmatrix}$

梯度幅值  $M(x,y) = \text{mag}(\nabla f) = \|\nabla f\|$

梯度方向  $\theta(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{g_{135}}{g_{45}}\right) + \frac{\pi}{4}$

输入图像  $f$

**Prewitt梯度算子(书上没有)**

X方向      y方向

-1	-1	-1	-1	0	1
0	0	0	-1	0	1
1	1	1	-1	0	1

坐标  $(x,y)$  处的梯度  $\nabla f = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_7 + z_8 + z_9 - z_1 - z_2 - z_3 \\ z_3 + z_6 + z_9 - z_1 - z_4 - z_7 \end{bmatrix}$

梯度幅值  $M(x,y) = \text{mag}(\nabla f) = \|\nabla f\|$

梯度方向  $\theta(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{g_y}{g_x}\right)$

噪声平滑的同时，进行图像增强！但时间成本高！

输入图像  $f$

**Sobel 梯度算子**

X方向      y方向

-1	-2	-1	-1	0	1
0	0	0	-2	0	2
1	2	1	-1	0	1

坐标  $(x,y)$  处的梯度  $\nabla f = \begin{bmatrix} g_x \\ g_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_7 + 2z_8 + z_9 - z_1 - 2z_2 - z_3 \\ z_3 + 2z_6 + z_9 - z_1 - 2z_4 - z_7 \end{bmatrix}$

梯度幅值  $M(x,y) = \text{mag}(\nabla f) = \|\nabla f\|$

梯度方向  $\theta(x,y) = \tan^{-1}\left(\frac{g_y}{g_x}\right)$

噪声平滑的同时，进行图像增强！但时间成本高！



例：基于Sobel算子边缘增强的隐形眼镜

缺陷自动检测预处理

59

Prewitt / Sobel算子的快速实现--线性可分离滤波

**Prewitt算子**

$$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

转置

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

**Sobel算子**

$$\begin{bmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$$

转置

$$\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

滤波过程等价于“先对图像进行列向卷积，再继续行向卷积”

### 3. 基于二阶微分算子的图像锐化--Laplacian算子

#### (1) 模板的导出

二维信号  $f(x, y)$  的拉普拉斯算子

$$\nabla^2 f = \Delta f = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2}$$

二维数字图像的拉普拉斯运算

$$\nabla^2 f(x_0, y_0) \approx f(x_0, y_0 + 1) + f(x_0, y_0 - 1) + f(x_0 + 1, y_0) + f(x_0 - 1, y_0) - 4f(x_0, y_0)$$

引申

通用模板

$$\begin{bmatrix} h_1 & h_2 & h_1 \\ h_2 & -\frac{4}{\alpha+1} & h_2 \\ h_1 & h_2 & h_1 \end{bmatrix} \begin{cases} h_1 = \frac{\alpha}{\alpha+1} \\ h_2 = \frac{1-\alpha}{\alpha+1} \end{cases} \quad 0 \leq \alpha \leq 1$$

### 3. 基于二阶微分算子的图像锐化--Laplacian算子

#### (2) 基于Laplacian算子的图像增强

设  $\begin{cases} f -- \text{输入图像} \\ g -- \text{增强图像} \end{cases}$

则  $g(x, y) = f(x, y) + c[\nabla^2 f(x, y)]$

常数  $c$  的确定，取决于所用模板中心元素的符号。

例：

$$\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ -1 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -8 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$c = 1$   $c = -1$

基于Laplacian算子  
月球图像增强：  
Laplacian滤波；  
Laplacian锐化

### 4. 非锐化掩蔽和高提升滤波

#### Unsharp Masking and Highboost Filtering

设：  $f$  -- 输入图像  $g$  -- 输出图像

非锐化掩蔽(unsharp masking)处理

(1) 模糊原图像  $f$  得  $\bar{f}$

(2) 生成模板图像  $g_{mask}$   $g_{mask}(x, y) = f(x, y) - \bar{f}(x, y)$

(3) 得到输出图像  $g$   $g(x, y) = f(x, y) + k \cdot g_{mask}(x, y)$

$k \geq 0$   $\begin{cases} k < 1 & \text{不强调非锐化掩蔽} \\ k = 1 & \text{非锐化掩蔽} \\ k > 1 & \text{高提升滤波} \end{cases}$

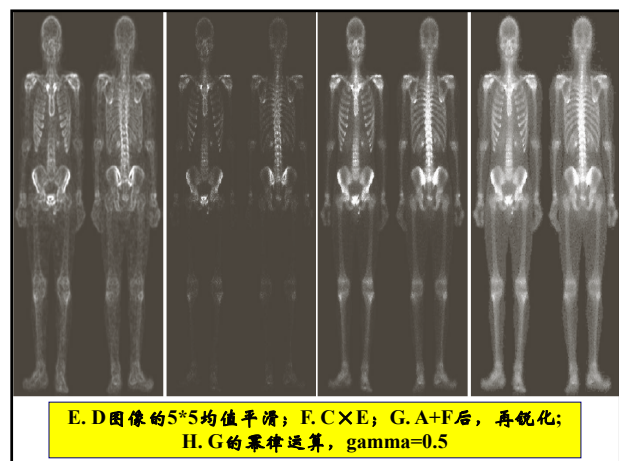
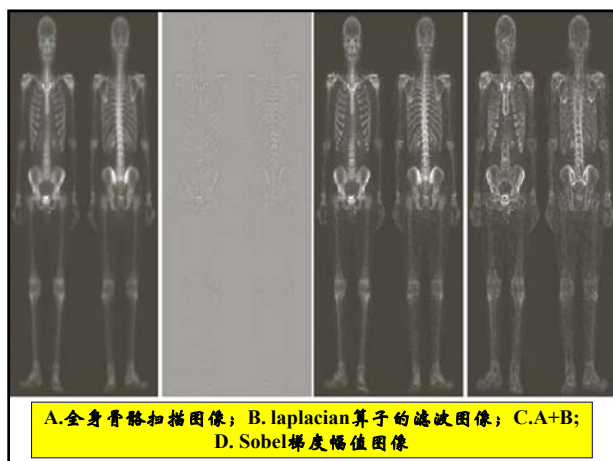
基于非锐化掩蔽与高提升滤波的图像增强：原始图像，  
原始图像-高斯平滑图像， $k=0.3, 0.5, 1.0, 2.0$  的图像增强



67



68



### 本章小结

#### 模板运算之图像平滑

#### 1. 认识两种典型类型随机噪声的特点

椒盐噪声、加性高斯噪声

思考：如何模拟两种类型噪声对图像的污染？

#### 2. 滤波器

A. **线性滤波** { 均值滤波器  
高斯滤波器

线性滤波器特点，以及模板元素取值的特点

B. **非线性滤波**：统计排序滤波器

**中值滤波**，最小/最大值滤波

C. **滤波器模板**的大小/形状对滤波效果影响

71

### 本章小结

#### 模板运算之图像锐化

#### 1. 锐化的目的

#### 2. 基于一阶微分/差分算子的图像锐化

(1) 梯度的定义；

(2) 数字图像中梯度的计算(梯度幅值，梯度方向)

(3) 图像中行向/列向梯度分量的意义，作用

(4) 典型的梯度运算模板及意义：

Roberts交叉算子，Sobel算子

(5) 如何基于这些模板计算图像的梯度，梯度幅值，梯度方向？

(6) 如何基于模板进行特定方向图像的边缘/轮廓增强？

72



**本章小结****模板运算之图像锐化(续)****3.基于二阶微分算子(Laplacian算子)的图像锐化**

- A. 二维连续函数Laplacian算子的定义
- B. 二维数字图像Laplacian算子模板的常见形式
- C. 基于Laplacian算子的图像锐化

$$g(x,y) = f(x,y) + c[\nabla^2 f(x,y)]$$

73