Lecture 18

一、行列式的性质

行列式矩阵的一种性质，是一个具体的数值，代表了矩阵的某些性质。先介绍具体的性质，下一讲介绍如何求一个矩阵的行列式。

1. 符号

   矩阵 A 的行列式记为 det A=$|\mathbf{A}|$

2. 矩阵可以与行列的关系

   行列式不为 0，则矩阵 A 可以，可以用行列式检验矩阵是否可逆。

3. 性质

   1) 单位矩阵的行列式为 1　　det I= 1

   2) 交换矩阵的任意两行，行列式变号。

   3) a. 用一个数字 t 乘以其中的一行，行列式变为原来的 t 倍.

      以二维为例：$\begin{vmatrix} \mathbf{ta} & \mathbf{tb} \\ \mathbf{c} & \mathbf{d} \end{vmatrix} = \mathbf{t}\begin{vmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{c} & \mathbf{d} \end{vmatrix}$

      b. 用对其中的一行进行线性变换，行列式整体线性变换。

      以二维为例：$\begin{vmatrix} \mathbf{a}+\mathbf{a}' & \mathbf{b}+\mathbf{b}' \\ \mathbf{c} & \mathbf{d} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{a} & \mathbf{b} \\ \mathbf{c} & \mathbf{d} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \mathbf{a}' & \mathbf{b}' \\ \mathbf{c} & \mathbf{d} \end{vmatrix}$

      注：并不是 det A+B= det A+det B，这里只针对某一行进行线性变换。

   4) 如果两行相等，行列式为 0

   5) 行 k-行 i 的 l 倍，行列式不变，即对矩阵进行消元操作，行列式不变。

   6) 如果某一行为 0，行列式为 0

   7) 对角矩阵$\begin{bmatrix} \mathbf{d_1} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{d_2} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{d_3} \end{bmatrix}$的行列式为$\mathbf{d_1 d_2 d_3}$

   8) det A=0　⇔ A 是奇异阵

   9) det AB=det A *det B

      det $\mathbf{A}^{-1}$=$\mathbf{1}/\mathbf{\det A}$

   10) det $\mathbf{A}^{\mathbf{T}}$= det A　　可以得出，交换矩阵的任意两列，行列式变号

其中最重的时性质 1-3，其中性质 4-10 都可以根据性质 1-3 推出来。