Lecture 5

一、置换矩阵

上一讲我们学过 LU 分解和置换矩阵的定义

对于在消元过程中不发生行交换的矩阵 A,我们有 A=LU

对于任何可逆矩阵 A,我们有 PA=LU

二、对称矩阵

对称矩阵的定义是 A=A^T

对于任意矩阵 R,我们都有

$$R^T R = R R^T$$

三、向量空间

1. 对向量空间的任何向量,加法和数乘得到的向量扔在该向量空间中,即对加法和数乘封闭.所有的向量空间都必须包含原点.
2. R^2所有的二维实向量组成的向量空间

   R^3所有的三维实向量组成的向量空间

   R^n所有的 n 维实向量组成的向量空间
3. 子空间
   i. R^2的子空间

   假设我们有二维向量$\vec{a}$,如果任意实数乘以$\vec{a}$,结果仍在$\vec{a}$,所在的这条直线上并且两个与$\vec{a}$共线的向量之和仍在这条直线上,则我们称$\vec{a}$所在的直线为R^2的子空间

   ii. 子空间的定义与向量空间类似,都是对于加法和数乘封闭

四、矩阵中的向量空间

我们以 A=$\begin{bmatrix}1 & 3\\2 & 3\\4 & 1\end{bmatrix}$为例,我们可以看出,矩阵的每一列都属于$R^3$,以为向量空间必须满足封闭的特性,所以我们取出矩阵 A 的每一列并且对它们进行线性组合,就可以得到一个线性空间,这个空间称作列空间,记为 C(A).因为矩阵 A 的两列不在同一直线上,所以二者的线性组合是一个过原点的平面.

由此我们可以得出,得到矩阵的一个列空间的方法就是取出矩阵的各列,对它们进行线性组合,就可以得到矩阵的列空间 C(A).