

全国 2016 年 4 月高等教育自学考试
概率论与数理统计(二)试题

课程代码:02197

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题(本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分)

在每小题列出的四个备选项中只有一个是符合题目要求的,请将其选出并将“答题纸”的相应代码涂黑。错涂、多涂或未涂均无分。

1. 设 A, B 为随机事件, $A \subset B$, 则 $\overline{A \cup B} =$

- A. \bar{A} B. \bar{B} C. $A\bar{B}$ D. $\bar{A}B$

2. 设随机事件 A, B 相互独立, 且 $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.6$, 则 $P(\bar{A} \bar{B}) =$

- A. 0.12 B. 0.32 C. 0.68 D. 0.88

3. 设随机变量 X 服从参数为 3 的指数分布, 则当 $x > 0$ 时, X 的概率密度 $f(x) =$

- A. $1 - 3e^{-3x}$ B. $1 - e^{-3x}$ C. $3e^{-3x}$ D. e^{-3x}

4. 设随机变量 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, $\Phi(x)$ 为标准正态分布函数, 则 $P\{\mu - 3\sigma < X \leq \mu + 3\sigma\} =$

- A. $\Phi(3)$ B. $1 - \Phi(3)$ C. $2\Phi(3) - 1$ D. $1 - 2\Phi(3)$

5. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|cccc} X & -1 & 0 & 1 & 2 \\ \hline P & 0.1 & 0.2 & 0.3 & 0.4 \end{array}$, $F(x)$ 为 X 的分布函数,

则 $F(0.5) =$

- A. 0 B. 0.2 C. 0.25 D. 0.3

6. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布函数为 $F(x, y)$, 则 (X, Y) 关于 X 的边缘分布函数

$$F_X(x) =$$

- A. $F(x, +\infty)$ B. $F(+\infty, y)$ C. $F(x, -\infty)$ D. $F(-\infty, y)$

7. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$X \backslash Y$	0	1	2
1	0.1	0.2	0.3
2	0.2	0.1	0.1

$$\text{则 } P\{X+Y=3\} =$$

- A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.4

8. 设 X, Y 为随机变量, $E(X) = E(Y) = 1$, $\text{Cov}(X, Y) = 2$, 则 $E(2XY) =$

- A. -6 B. -2 C. 2 D. 6

9. 设随机变量 $X \sim N(0, 1)$, $Y \sim \chi^2(5)$, 且 X 与 Y 相互独立, 则 $\frac{X}{\sqrt{Y/5}} \sim$

- A. $t(5)$ B. $t(4)$ C. $F(1, 5)$ D. $F(5, 1)$

10. 设总体 $X \sim B(1, p)$, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样本, $n > 1$, \bar{x} 为样本均值,

则未知参数 p 的无偏估计 $\hat{p} =$

- A. $\frac{\bar{x}}{n}$ B. $\frac{\bar{x}}{n-1}$ C. \bar{x} D. $n\bar{x}$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题(本大题共 15 小题,每小题 2 分,共 30 分)

11. 已知随机事件 A, B 互不相容, $P(B) > 0$, 则 $P(\bar{A}|B) = \underline{\hspace{2cm}}$.

12. 设随机事件 A_1, A_2, A_3 是样本空间的一个划分, 且 $P(A_2) = 0.5$, $P(A_3) = 0.3$, 则 $P(A_1) = \underline{\hspace{2cm}}$.

13. 设 A, B 为随机事件, $P(A) = 0.8$, $P(A\bar{B}) = 0.6$, 则 $P(B|A) = \underline{\hspace{2cm}}$.

14. 掷两颗质地均匀的骰子, 则出现点数之和等于 4 的概率为 $\underline{\hspace{2cm}}$.

15. 设随机变量 $X \sim B(3, 0.4)$, 令 $Y = X^2$, 则 $P\{Y = 9\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

16. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ x^2, & 0 \leq x < 1, \\ 1, & x \geq 1. \end{cases}$ 记 X 的概率密度为 $f(x)$,

则当 $0 < x < 1$ 时, $f(x) = \underline{\hspace{2cm}}$.

17. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} a, & 0 \leq x \leq 4, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 其中常数 a 未知,

则 $P\{-1 < X < 1\} = \underline{\hspace{2cm}}$.

18. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} c, & 0 < x < 1, 0 < y < 2, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$

则常数 $c = \underline{\hspace{2cm}}$.

19. 设随机变量 X 服从参数为 3 的泊松分布, 则 $D(-2X) = \underline{\hspace{2cm}}$.

20. 设随机变量 X 的分布律为 $\begin{array}{c|ccc} X & 1 & 2 & 3 \\ \hline P & 0.1 & 0.2 & 0.7 \end{array}$, 则 $E(X^2) = \underline{\hspace{2cm}}$.

21. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且分别服从参数为 2, 3 的指数分布, 则 $D(X - Y) = \underline{\hspace{2cm}}$.

22. 设 $X_1, X_2, \dots, X_n, \dots$ 独立同分布, 且 $E(X_i) = \mu$, $D(X_i) = \sigma^2$, $i = 1, 2, \dots$, 则对任意

$$\varepsilon > 0, \text{ 都有 } \lim_{n \rightarrow \infty} P\left\{\left|\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i - \mu\right| < \varepsilon\right\} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

23. 设总体 $X \sim N(\mu, 4^2)$, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样本, 则 $E\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \mu)^2\right) = \underline{\hspace{2cm}}.$

24. 设 θ 为总体的未知参数, $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2$ 是由样本 x_1, x_2, \dots, x_n 确定的两个统计量, 使得

$$P\{\hat{\theta}_1 \leq \theta \leq \hat{\theta}_2\} = 0.95, \text{ 则 } \theta \text{ 的置信度为 } 0.95 \text{ 的置信区间是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

25. 设总体 X 的概率密度为 $f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & 0 \leq x \leq \theta, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 其中 θ 为未知参数, x_1, x_2, \dots, x_n

为来自 X 的样本, 则 θ 的矩估计 $\hat{\theta} = \underline{\hspace{2cm}}.$

三、计算题 (本大题共 2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

26. 设商店有某商品 10 件, 其中一等品 8 件, 二等品 2 件. 售出 2 件后, 从剩下的 8 件中任取一件, 求取得一等品的概率.

27. 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布, $Y = 3X + 1$, 求 Y 的概率密度 $f_Y(y)$.

四、综合题 (本大题共 2 小题, 每小题 12 分, 共 24 分)

28. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} 2xe^{-(y-5)}, & 0 \leq x \leq 1, \quad y > 5, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases}$$

(1) 求 (X, Y) 关于 X, Y 的边缘概率密度 $f_X(x), f_Y(y)$;

(2) 问 X 与 Y 是否独立? 为什么? (3) 求 $E(X)$.

29. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$\begin{array}{c} Y \\ \backslash X \end{array}$	-1	0	1
0	a	0.1	0.2
1	0.1	b	0.2

且 $P\{Y=0\}=0.4$.

求: (1) 常数 a, b ; (2) $E(X)$, $D(X)$; (3) $E(XY)$.

五、应用题 (10 分)

30. 某水泥厂用自动包装机包装水泥, 每袋水泥重量服从正态分布. 当包装机正常工作时, 每袋水泥的平均重量为 50kg. 某日开工后随机抽取 9 袋, 测得样本均值 $\bar{x} = 49.9\text{kg}$, 样本标准差 $s = 0.3\text{kg}$. 问当日水泥包装机工作是否正常? (显著性水平 $\alpha = 0.05$) ($t_{0.025}(8) = 2.306$)